



Wiskunde

ONDERWYSERSGIDS

GRAAD

9

K. Ireland • M. Bali • R. Potgieter

Review Copy

Dit is onwettig om enige bladsye uit hierdie boek te fotokopieer
sonder die skriftelike toestemming van die Uitgewer.

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

SOUTHERN AFRICA



SOUTHERN AFRICA

Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk.

Vasco Boulevard, Goodwood, Kaapstad, Republiek van Suid-Afrika
Posbus 12119, N1-stad, 7463, Kaapstad, Republiek van Suid-Afrika

Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk. is 'n filiaal van
Oxford University Press, Great Clarendonstraat, Oxford OX2 6DP.

Die Press, 'n departement van die Universiteit van Oxford, bevorder die Universiteit se doelwit
van voortreflikheid in navorsing, vakkundigheid en onderrig deur wêreldwyd te publiseer in

Oxford New York

Auckland Dar es Salaam Hongkong Kaapstad Karatsji
Koeala Loempoer Madrid Melbourne Mexikostad Nairobi
Nieu-Delhi Shanghai Taipei Toronto

Met kantore in

Argentinië Brasilië Chili Frankryk Griekeland Guatemala Hongarye
Italië Japan Die Oekraïne Oostenryk Pole Portugal Singapoer Suid-Korea
Switserland Tsjeggiese Republiek Turkye Viëtnam

Oxford is 'n geregistreerde handelsmerk van Oxford University Press
in die Verenigde Koninkryk en sekere ander lande.

Gepubliseer in Suid-Afrika
deur Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk., Kaapstad

Oxford Headstart Graad 9 Onderwysergids
ISBN PROM 199043200

© Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk. 2013

Die morele regte van die skrywers word gehandhaaf.
Databasisregte Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk. (skepper)

Eerste uitgawe 2013

Alle regte voorbehou. Geen gedeelte van hierdie publikasie mag sonder dat skriftelike
verlof vooraf van Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk. verkry is, gereproduuseer
of in 'n stelsel vir inligtingsbewaring geberg word of op enige wyse weergegee word nie,
tensy soos uitdruklik deur die wet toegelaat, of kragtens ooreenkoms met die gesikte
organisasie vir reprografikaregte. Rig enige navrae ten opsigte van reproduksie benewens bogenoemde aan
Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk., by die adres bo.

Hierdie boek mag nie in enige ander gebonde vorm of met enige ander omslag gesirkuleer word
nie, en dieselfde voorwaarde moet op enige aanskaffer geplaas word.

Uitgewer / Werwingsredakteur: Megan Carver / Sharon Villette

Projekbestuurder: Chantel Parry

Vertaler: Talita Ebersohn / Paul Marais

Ontwerper en omslagontwerper: Jade Benjamin

Illustreerders: Daniel Stevenson / Nadia Salie

Geset in 9.5 pt op 12 pt Stone Serif deur PH Setting cc

Omslagreproduksie deur

Gedruk en gebind deur

Erkenning

Die uitgewer en outeurs bedank graag die organisasies wat materiaal verskaf het en toestemming vir die reproduksie
daarvan verleen het. Alles moontlik is gedoen om kopiereghouers op te spoor, maar waar dit onmoontlik was, ontvang
die uitgewer graag inligting sodat enige weglatings in verdere uitgawes reggestel kan word.

Inhoud

Afdeling A: Inleiding	7
Hoe om hierdie Onderwysersgids te gebruik	7
Hoe hierdie kursus werk.....	8
Afdeling B: Oorsig van die KABV	8
Tydstoekekening vir onderrig.....	9
KABV vir Wiskunde	9
Afdeling C: Beplanning en assessering in die Senior Fase	12
Soorte beplanningshulpmiddels	12
Assessering in die Senior Fase	17
Soorte assessering	18
Formele assesseringsvereistes vir Wiskunde	19
Beplanning vir die Formele Assesseringsprogram vir Wiskunde	22
Inklusiewe assessering	23
Optekening en verslagdoening oor assessering	23
Afdeling D: Onderrig van Wiskunde in die Senior Fase	24
Wat is Wiskunde?	24
Die spesifieke fokus van inhoudsgebiede in die Senior Fase.....	25
Metakognitiewe strategieë	26
Hoofrekene in die Senior Fase	27
Wiskunde in die Senior Fase	28
Inklusiewe onderrig	29
Afdeling E: Lesplanne vir die onderrig van Wiskunde	
Hoofstuk I Telgetalle	31
Eenheid 1 Eienskappe van telgetalle	32
Eenheid 2 Berekeninge met telgetalle	36
Eenheid 3 Veelvoude en faktore.....	42
Eenheid 4 Verhouding, koers en eweredigheid	46
Eenheid 5 Finansiële Wiskunde	58
Hoofstuk I Hersiening	71
Hoofstuk 2 Heelgetalle	72
Eenheid 1 Eienskappe van heelgetalle.....	73
Eenheid 2 Berekeninge met heelgetalle.....	76
Hoofstuk 2 Hersiening	85

Hoofstuk 3 Breuke	86
Eenheid 1 Hersiening: Breuke	87
Eenheid 2 Ekwivalente vorms van gewone breuke.....	93
Eenheid 3 Berekeninge met breuke	96
Hoofstuk 3 Hersiening	102
Hoofstuk 4 Desimale breuke	103
Eenheid 1 Hersiening	103
Eenheid 2 Berekeninge met desimale breuke.....	107
Eenheid 3 Ekwivalente vorms vir desimale breuke.....	110
Hoofstuk 4 Hersiening	112
Hoofstuk 5 Eksponente	113
Eenheid 1 Hersiening: Die vergelyking en voorstelling van getalle in eksponensiële vorm	114
Eenheid 2 Wetenskaplike notasie.....	117
Eenheid 3 Berekeninge met getalle in eksponensiële vorm	120
Eenheid 4 Eksponente in probleemoplossing.....	125
Hoofstuk 5 Hersiening	127
Hoofstuk 6 Getalrye en meetkundige patronen	128
Eenheid 1 Die ondersoek en uitbreiding van getalrye.....	128
Eenheid 2 Die ontleding van patronen en voorspelling van terme	135
Hoofstuk 6 Hersiening	140
Hoofstuk 7 Funksies en relasies	142
Eenheid 1 Inset- en uitsetwaardes	142
Eenheid 2 Ekwivalente vorme	147
Hoofstuk 7 Hersiening	152
Hoofstuk 8 Algebraïese uitdrukking	155
Eenheid 1 Terminologie.....	155
Eenheid 2 Bewerkings met algebraïese uitdrukking.....	159
Eenheid 3 Meer ingewikkelde algebraïese manipulastes	164
Hoofstuk 8 Hersiening	171
Hoofstuk 9 Algebraïese vergelykings	172
Eenheid 1 Hersiening: Lineêre vergelykings	172
Eenheid 2 Meer ingewikkelde vergelykings.....	177
Eenheid 3 Vergelykings met breuke	182
Eenheid 4 Die gebruik van vergelykings om probleme op te los	185
Hoofstuk 9 Hersiening	189

KWARTAAL I Toets	191
Hoofstuk 10 Konstruksie van meetkundige figure	192
Eenheid 1 Hersiening: Konstruksie van lyne en hoeke.....	192
Eenheid 2 Hersiening: Eienskappe van meetkundige figure	197
Hoofstuk 10 Hersiening	203
Hoofstuk II Meetkunde: 2D-vorms	204
Eenheid 1 Eienskappe van driehoeke	204
Eenheid 2 Eienskappe van vierhoeke.....	208
Eenheid 3 Kongruente en gelykvormige driehoeke.....	211
Hoofstuk 11 Hersiening	215
Hoofstuk 12 Meetkunde: Reguit lyne	216
Eenheid 1 Snydende lyne	216
Eenheid 2 Ewewydige lyne	221
Eenheid 3 Gemengde meetkundige probleme.....	225
Hoofstuk 12 Hersiening	231
Hoofstuk 13 Omtrek en oppervlakte van 2D-vorms	232
Eenheid 1 Die Stelling van Pythagoras	232
Eenheid 2 Omtrek van veelhoeke.....	235
Eenheid 3 Oppervlakte van veelhoeke.....	239
Eenheid 4 Omtrek en oppervlakte van sirkels	243
Eenheid 5 Die uitwerking op omtrek of oppervlakte wanneer afmetings verdubbel word	246
Hoofstuk 13 Hersiening	248
Modeleksamen (Junie) en Memorandum	256
Hoofstuk 14 Funksies en verwantskappe	264
Eenheid 1 Hersiening: Inset- en uitsetwaardes.....	264
Eenheid 2 Ekwivalente vorms van 'n verwantskap.....	267
Hoofstuk 14 Hersiening	274
Hoofstuk 15 Faktorisering van algebraïese uitdrukings	276
Eenheid 1 Hersienings: Algebraïese uitdrukings en faktore	276
Eenheid 2 Gemene faktore	279
Eenheid 3 Die verskil van kwadrate	283
Eenheid 4 Drieterme	288
Eenheid 5 Vereenvoudiging van algebraïese breuke	290
Hoofstuk 15 Hersiening	292

Hoofstuk 16 Algebraïese vergelykings	293
Eenheid 1 Eksponensiële vergelykings.....	293
Eenheid 2 Kwadratiese vergelykings	297
Eenheid 3 Substitusie en geordende pare	302
Hoofstuk 16 Hersiening	304
Hoofstuk 17 Grafieke	305
Eenheid 1 Hersiening: Vertolking van grafieke	305
Eenheid 2 Die teken van lineêre grafieke	307
Eenheid 3 Grafieke wat eweredigheid voorstel.....	321
Hoofstuk 17 Hersiening	324
Hoofstuk 18 Buite-oppervlakte en volume van 3D-voorwerpe	326
Eenheid 1 Buite-oppervlakte van 3D-voorwerpe.....	326
Eenheid 2 Volume en kapasiteit van 3D-voorwerpe	331
Eenheid 3 Die uitwerking op buite-oppervlakte of volume wanneer afmetings verdubbel word	333
Hoofstuk 18 Hersiening	335
KWARTAAL 3 Toets	337
Hoofstuk 19 Transformasiemeetkunde	339
Eenheid 1 Transformasies met punte op 'n koördinaatvlak	339
Eenheid 2 Transformasies met lynstukke en meetkundige figure op 'n koördinaatvlak	344
Eenheid 3 Vergrotings en verkleinings.....	346
Hoofstuk 19 Hersiening	349
Hoofstuk 20 Meetkunde: 3D-voorwerpe	350
Eenheid 1 Eienskappe van en definisies vir die Platoniese liggame	350
Eenheid 2 Eienskappe van sfere en silinders.....	354
Eenheid 3 Modelle van kubusse, prismas, piramides en silinders.....	355
Hoofstuk 20 Hersiening	358
Hoofstuk 21 Datahantering en Waarskynlikheid	359
Eenheid 1 Versamel en aanteken van data.....	360
Eenheid 2 Organisering, ordening en opsomming.....	363
Eenheid 3 Voorstelling	368
Eenheid 4 Ontleding, vertolking en verslagge oor data	372
Eenheid 5 Waarskynlikheid	375
Hoofstuk 21 Hersiening	378
Afdeling B: Hulpbronne	396

Afdeling A: Inleiding

Hoe om hierdie Onderwysersgids te gebruik

Wiskunde Graad 9 Onderwysersgids is 'n Wiskundekursus met 'n ryk bron van hulpmiddels om volledige dekking van die kurrikulum en suksesvolle ontwikkeling van wiskundige begrippe en vaardighede te verseker.

Die Onderwysersgids bied ondersteuning deur

- die vak-, KABV- en onderrigterminologie vir die onderwyser te definieer
- formele Assesseringstake te voorsien soos voorgeskryf deur die KABV
- strukturering van die kursus in eenhede met voorgestelde pas van afhandeling van inhoud volgens die KABV
- voorsiening van die kwartaal en eenheid/tema/onderwerp onderaan die bladsy vir moeitelose verwysing tussen komponente
- algemene onderrigadvies vir elke eenheid sowel as spesifieke aanwysings oor hoe om elke aktiwiteit uit te voer.

Vyf afdelings wat maklik is om te volg

Afdeling A en Afdeling B: Inleiding en die KABV

- Hoe om die Onderwysersgids te gebruik
- 'n Oorsig van die KABV
- Die KABV en Wiskunde

Afdeling C: Beplanning en assessering in die Senior Fase

Beplanningshulpmiddels en onderrigplanne

Soorte assessering, insluitend die Formele Assesseringsprogram vir Wiskunde Optekening en verslagdoening

Afdeling D: Onderrig van Wiskunde in die Senior Fase

Afdeling E: Lesplanne vir die onderrig van Wiskunde

Hoe hierdie kursus werk

Die *Wiskunde Graad 9 Onderwysersgids*-reeks bevredig die vereistes van die Nasionale Kurrikulum- en Assesseringsbeleidsverklaring (KABV) vir die Senior Fase.

In Graad 9 bestaan Wiskunde uit twee kernkomponente: 'n Onderwysersgids en 'n Leerdersboek.

Die Leerdersboek

Die tweekleur Leerdersboek het volkleur afdelings om te help met die illustrasie van die inhoud. Die boek dek al die inhoud en kernbegrippe en fasiliteer die ontwikkeling van vaardighede. Dit het aktiwiteit waarmee leerders hul kennis en vaardighede kan ontwikkel en oefen, en hul kennis kan versterk. Onderwysers ontvang leiding in die Onderwysersgids oor hoe om belangrike begrippe te onderrig.

Geskreve tekste se inhoud word deur illustrasies ondersteun. Alle voorbeeld, aktiwiteit en illustrasies is verteenwoordigend van alle kultuurgroep.

Aktiwiteit word gaandeweg meer van 'n uitdaging, in die aktiwiteit self en ook in die eenheid, sodat leerders toenemend hulle vaardighede en begrip ontwikkel.

Die Onderwysersgids

Die Onderwysersgids gee vir u, die onderwyser, al die beplannings-, onderrig- en assesseringshulpmiddels.

Afdeling B: Oorsig kan die KABV

Hierdie reeks is gegrond op die *Nasionale Kurrikulum verklaring Graad R-12* (NKV, Januarie 2012), wat die beleidsdokument is vir leer en onderrig in Suid-Afrika. Die NKV bestaan uit drie dokumente, naamlik:

- *Kurrikulum- en Assesseringsbeleidsverklarings* (KABV) vir alle goedgekeurde vakke van Graad R-12
- *Nasionale Beleidsverklaring wat betrekking het op die Program en Bevorderingsvereistes van die Nasionale Kurrikulumverklaring Graad R-12*
- *Nasionale Protokol vir Assessering Graad R-12* (Januarie 2012).

Elke KABV-dokument het vier afdelings:

- Afdeling 1: Inleiding tot die Kurrikulum- en Assesseringsbeleidsverklaring vir die spesifieke onderwerp
- Afdeling 2: Die spesifieke vakdoelstellings, tydstoekennings en vereistes om dit as 'n vak aan te bied
- Afdeling 3: Oorsig van onderwerpe en onderrigplan vir die spesifieke vak
- Afdeling 4: Assessering in die spesifieke vak.

Afdelings 2, 3 en 4 van die KABV-dokumente, saam met die Nasionale Beleid wat betrekking het op die Program- en Bevorderingsvereistes van die NKV, verteenwoordig die norme en standarde van die *Nasionale Kurrikulumverklaring Graad R–12*. Saam vorm hierdie dokumente die basis vir die vasstelling van minimum uitkomste, prosesse en procedures vir die assessering van leerders se prestasievlek in openbare en onafhanklike skole.

Tydstoekenning vir onderrig

Die onderrigtyd in die Senior Fase is soos volg:

Vak	Onderwysure per week
Huistaal	5
Eerste Addisionele Taal	4
Wiskunde	4,5
Natuurwetenskappe	3
Sosiale Wetenskappe	3
Tegnologie	2
Ekonomiese- en Bestuurs- wetenskappe	2
Lewensoriëntering	2
Kreatiewe Kunste	2
Totaal	27,5

KABV vir Wiskunde

Elke KABV-dokument voorsien:

- 'n oorsig van die onderwerpe en die inhoud vir die vak (sien asseblief hieronder)
- die voorgeskrewe lading vir elke inhoudsgebied (sien hieronder)
- 'n onderrigplan vir die vak (sien Afdeling C: Beplanning en Assessering).

Die volgende inhoudsgebiede maak deel uit van die Intermediëre Fase-kurrikulum:

- Getalle, Bewerkings en Verwantskappe
- Patrone, Funksies en Algebra
- Vorm en Ruimte (Meetkunde)
- Meting
- Datahantering

Elke inhoudsgebied het 'n voorgeskrewe lading om volledige dekking van die hele kurrikulum te verseker.

Inhoudsgebied	Graad 7	Graad 8	Graad 9
Getalle, Bewerkings en Verwantskappe	30%	25%	15%
Patrone, Funksies en Algebra	25%	30%	35%
Vorm en ruimte (Meetkunde)	25%	25%	30%
Meting	10%	10%	10%
Datahantering	10%	10%	10%
Totaal	100%	100%	100%

Oorsig oor onderwerpe

	Graad 7	Graad 8	Graad 9
Kwartaal 1	Berekening uit die hoof Vergelyk en orden telgetalle (9 syfers) Eienskappe van telgetalle Berekening met telgetalle Optelling en aftrekking (6 syfers) Vermenigvuldiging en deling (4-syfer met/deur 2-syfer telgetalle) Veelvoude en faktore (van 2- en 3-syfer telgetalle) Priemfaktore KGV en GGD (3-syfer telgetalle) Los probleme op (verhouding; koers; persentasies; desimale breuke; finansiële konteks) Eksponente Meet hoeke Konstrueer meetkundige figure Klassifiseer 2D-vorms Gelykvormige en kongruente 2D-vorms Los probleme op	Berekening uit die hoof Vergelyk en orden telgetalle (priemgetalle tot 100) Eienskappe van telgetalle Berekening met telgetalle Veelvoude en faktore Los probleme op (verhouding; koers; persentasies; desimale breuke; finansiële konteks) Tel, vergelyk en orden heelgetalle Berekening met heelgetalle Eienskappe van heelgetalle Los probleme op Stel getalle in eksponensiële vorm voor Berekening in eksponensiële vorm Wette van eksponente Numeriese en meetkundige patronen Inset- en uitsetwaardes of reëls vir patronen en verwantskappe Ekwivalente voorstellings Gebruik algebraïese taal Brei algebraïese uitdrukings uit en vereenvoudig dit Vergelykings (gebruik faktorisering; of die vorm waar die produk van faktore = 0)	Berekening uit die hoof Eienskappe van telgetalle Berekening met telgetalle Veelvoude en faktore Los probleme op (verhouding; koers; direkte en omgekeerde eweredigheid; persentasies; desimale breuke; finansiële konteks) Berekening met heelgetalle Eienskappe van heelgetalle Los probleme op Gewone breuke Desimale breuke Eksponente Berekening in eksponensiële vorm Los probleme op Numeriese en meetkundige patronen Inset- en uitsetwaardes of reëls vir patronen en verwantskappe Ekwivalente voorstellings Gebruik algebraïese taal Brei algebraïese uitdrukings uit en vereenvoudig dit Vergelykings (gebruik faktorisering; of die vorm waar die produk van faktore = 0)

Kwartaal 2	Berekeninge uit die hoof Gewone breuke Persentasies Desimale breuke Ekwivalente vorms van breuke Los probleme op Inset- en uitsetwaardes vir patrone en verwantskappe Ekwivalente voorstellings (verbaal, vloeidiagramme, tabelle, formules, getalsinne) Oppervlakte en omtrek van 2D-vorms Herlei SI-eenhede Buite-oppervlakte en volume van 3D-voorwerpe	Berekeninge uit die hoof Gebruik algebraïese taal Brei algebraïese uitdrukings uit en vereenvoudig dit Stel vergelykings op en los dit op deur optellings- en vermenigvuldigingsinverse te gebruik Konstrueer en ondersoek meetkundige figure Klassifiseer 2D-vorms Gelykvalgige en kongruente driehoekte Verwantskappe tussen hoeke Los probleme op	Berekeninge uit die hoof Ondersoek eienskappe van meetkundige figure deur konstruksies Klassifiseer 2D-vorms Gelykvalgige en kongruente driehoekte Los probleme op Verwantskappe tussen hoeke Gebruik die stelling van Pythagoras Oppervlakte en omtrek van 2D-vorms (veelhoek en sirkels)
Kwartaal 3	Berekeninge uit die hoof Numeriese en meetkundige patrone Inset- en uitsetwaardes vir patrone en verwantskappe Ekwivalente voorstellings Gebruik algebraïese taal Getalsinne Vertolk en teken grafieke Transformasies Klassifiseer 3D-voorwerpe Bou 3D-modelle	Berekeninge uit die hoof Gewone breuke Persentasies Desimale breuke Die stelling van Pythagoras Oppervlakte en omtrek van 2D-vorms Buite-oppervlakte en volume van 3D-voorwerpe Los probleme op Datahantering	Berekeninge uit die hoof Inset- en uitsetwaardes of reëls vir patrone en verwantskappe Gebruik algebraïese taal Brei algebraïese uitdrukings uit en vereenvoudig dit Faktoriseer algebraïese uitdrukings Vergelykings Teken en vertolk grafieke Teken lineêre grafieke van gegewe vergelykings Buite-oppervlakte en volume van 3D-voorwerpe (silinders ingesluit)
Kwartaal 4	Berekeninge uit die hoof Heelgetalle Numeriese en meetkundige patrone Inset- en uitsetwaardes vir patrone en verwantskappe Gebruik algebraïese taal Getalsinne Datahantering Waarskynlikheid	Berekeninge uit die hoof Inset- en uitsetwaardes of reëls vir patrone en verwantskappe Ekwivalente voorstellings Los algebraïese vergelykings op Vertolk en teken grafieke Transformasies Vergrotings en verkleinings Klassifiseer 3D-voerwerpe Bou 3D-modelle Waarskynlikheid	Berekeninge uit die hoof Transformasies Vergrotings en verkleinings Klassifiseer 3D-voerwerpe Bou 3D-modelle Datahantering Waarskynlikheid

Afdeling C: Beplanning en assesserings in die Senior Fase

Soorten beplanningshulpmiddels

Die volgende hulpmiddels vir beplanning word voorsien:

- 'n onderrigplan
 - 'n voorbeeldles

Onderrigplan vir Wiskunde Graad 9

Hierdie plan toon:

- die voorgestelde pas vir die onderwerpe van die kursus per kwartaal
 - waar om die tersaaklike inhoud en aktiwiteit in die Leerdersboek en Onderwysersgids te vind
 - die kruisverwysings na geskikte aktiwiteit in die Leerdersboek wanneer Formele Assessering gedoen word.

Hierdie onderrigplan volg die tydstoekenning soos uiteengesit in die KABV vir Wiskunde. Dit veronderstel ses uur van onderrig per week.

Hoofstuk	Inhoud/ onderwerpe (soos in die KABV)	Leerdersboek	Tyds- toekenning	LB bladsy- verwysing	OG bladsy- verwysing
KWARTAAL 1					
1	Telgetalle	Eenheid 1 Die eienskappe van (nul) 0 en 1 Eenheid 2 Berekening met telgetalle Eenheid 3 Veelvoude en faktore Eenheid 4 Verhouding en koers Eenheid 5 Finansiële Wiskunde	4,5 ure	7	31
Hoofstuk 1 Hersiening				74	71
PvA Ondersoek 1: Polsslag				45	55
PvA Taak 1: Verhouding en koers				48	57
2	Heelgetalle	Eenheid 1 Eienskappe van heelgetalle Eenheid 2 Berekening met heelgetalle	4,5 ure	75	72
Hoofstuk 2 Hersiening				96	85
3	Breuke	Eenheid 1 Hersiening: Breuke Eenheid 2 Ekwivalente vorms van breuke Eenheid 3 Berekening met breuke	4,5 ure	97	86
Hoofstuk 3 Hersiening				129	102

Hoofstuk	Inhoud/ onderwerpe (soos in die KABV)	Leerdersboek	Tyds- toekenning	LB bladsy- verwysing	OG bladsy- verwysing
4	Desimale breuke	Eenheid 1 Hersiening Eenheid 2 Berekeninge met desimale breuke Eenheid 3 Ekwivalente vorms van desimale breuke	4,5 ure	130	103
Hoofstuk 4 Hersiening				144	112
5	Eksponente	Eenheid 1 Hersiening: Die vergelyking en voorstelling van getalle in eksponensiële vorm Eenheid 2 Wetenskaplike notasie Eenheid 3 Berekeninge met getalle in eksponensiële vorm Eenheid 4 Eksponente in probleemoplossing	5 ure	145	113
Hoofstuk 5 Hersiening				167	127
PvA Ondersoek 2: Magte van 2: Papiervouwing				164	126
PvA Taak 2: Magte van 2: Bereken 'n teiken				165	126
PvA Taak 3: Opdrag: Opeenvolgende getalle				166	127
6	Getalrye en meetkundige patronen	Eenheid 1 Die ondersoek en uitbreiding van getalrye en meetkundige patronen Eenheid 2 Die ontleding van patronen en voorspelling van hul terme	4,5 ure	168	128
Hoofstuk 6 Hersiening				188	141
AP Taak 4: Vuurhoutjiepatrone				187	140
7	Funksies en relasies	Eenheid 1 Inset- en uitsetwaardes Eenheid 2 Ekwivalente vorme	4 ure	189	142
Hoofstuk 7 Hersiening				203	152
8	Algebraïese uitdrukings	Eenheid 1 Terminologie Eenheid 2 Bewerkings met algebraïese uitdrukings Eenheid 3 Meer ingewikkelde algebraïese manipulasies	4,5 ure	205	154
Hoofstuk 8 Hersiening				230	171

Hoofstuk	Inhoud/ onderwerpe (soos in die KABV)	Leerdersboek	Tyds- toekenning	LB bladsy- verwysing	OG bladsy- verwysing
9	Algebraiese vergelykings	Eenheid 1 Hersiening: Lineêre vergelykings Eenheid 2 Meer ingewikkelde vergelykings Eenheid 3 Vergelykings met breuke Eenheid 4 Die gebruik van vergelykings om probleme op te los	4 ure	231	172
Hoofstuk 9 Hersiening				250	189
KWARTAAL 1 Toets					191
KWARTAAL 2					
10	Konstruksie van meetkundige figure	Eenheid 1 Hersiening: Konstruksie van lyne en hoeke Eenheid 2 Hersiening: Eienskappe van meetkundige figure	9 ure	251	193
Hoofstuk 10 Hersiening				270	203
11	Meetkunde: 2D-vorms	Eenheid 1 Eienskappe van driehoekte Eenheid 2 Eienskappe van vierhoekte Eenheid 3 Kongruente en gelykvormige driehoekte	9 ure	272	204
Hoofstuk 11 Hersiening				294	215
12	Meetkunde: Reguit lyne	Eenheid 1 Snydende lyne Eenheid 2 Ewewydige lyne Eenheid 3 Gemengde meetkundige probleme	9 ure	295	216
Hoofstuk 12 Hersiening				313	229
13	Omtrek en oppervlakte van 2D-vorms	Eenheid 1 Die Stelling van Pythagoras Eenheid 2 Omtrek van veelhoeke Eenheid 3 Oppervlakte van veelhoeke Eenheid 4 Omtrek en oppervlakte van sirkels Eenheid 5 Die uitwerking op omtrek of oppervlakte wanneer afmetings verdubbel word	10 ure	314	231
Hoofstuk 13 Hersiening				346	248
PvA Ondersoek 3: Stelling van Pythagoras				345	248
Modeleksamen (Junie) Memorandum					252
Addisionele Modeleksamen en Memorandum (Junie)					256

Hoofstuk	Inhoud/ onderwerpe (soos in die KABV)	Leerdersboek	Tyds- toekenning	LB bladsy- verwysing	OG bladsy- verwysing
KWARTAAL 3					
14	Funksies en verwantskappe	Eenheid 1 Hersiening: Inset- en uitsetwaardes Eenheid 2 Ekwivalente vorms	5 ure	354	264
Hoofstuk 14 Hersiening				363	274
15	Faktorisering van algebraïese uitdrukking	Eenheid 1 Hersiening: Algebraïese uitdrukking en faktore Eenheid 2 Gemene faktore Eenheid 3 Die verskil van kwadrate Eenheid 4 Faktorisering van drieterme Eenheid 5 Vereenvoudiging van algebraïese breuke	9 ure	364	276
Hoofstuk 15 Hersiening				384	292
16	Algebraïese vergelykings	Eenheid 1 Eksponensiële vergelykings Eenheid 2 Kwadratiese vergelykings Eenheid 3 Substitusie en geordende pare	9 ure	385	293
Hoofstuk 16 Hersiening				397	304
17	Grafieke	Eenheid 1 Vertolking van grafieke Eenheid 2 Die teken van grafieke Eenheid 3 Grafieke van eweredigheid	12 ure	398	305
Hoofstuk 17 Hersiening				421	324
18	Buite-oppervlakte en volume van 3D-voorwerpe	Eenheid 1 Buite- oppervlakte van 3D-voorwerpe Eenheid 2 Volume en kapasiteit van 3D-voorwerpe Eenheid 3 Die uitwerking op buite-oppervlakte of volume wanneer afmetings verdubbel word	5 ure	423	326
Hoofstuk 18 Hersiening				442	335
PvA Projek 1: Volume en buite-oppervlakte				440	335
KWARTAAL 3 Toets					337

Hoofstuk	Inhoud/ onderwerpe (soos in die KABV)	Leerdersboek	Tyds- toekenning	LB bladsy- verwysing	OG bladsy- verwysing
KWARTAAL 4					
19	Transformasie- meetkunde	Eenheid 1 Transformasies met punte op 'n koördinaatvlak Eenheid 2 Transformasies met lynstukke en meetkundige figure op 'n koördinaatvlak Eenheid 3 Vergrotings en verkleinings	9 ure	443	339
Hoofstuk 19 Hersiening				466	349
20	Meetkunde: 3D-voorwerpe	Eenheid 1 Eienskappe van en definisies vir Platoniese liggame Eenheid 2 Eienskappe van sfere en silinders Eenheid 3 Modelle van kubusse, prismae, piramides en silinders	9 ure	467	350
Hoofstuk 20 Hersiening				482	358
21	Datahantering en waarskynlikheid	Eenheid 1 Versameling en aanteken van data Eenheid 2 Organiseering, ordering en opsomming van data Eenheid 3 Voorstelling van data Eenheid 4 Ontleding, vertolking en verslaggewing oor data Eenheid 5 Waarskynlikheid	15 ure	483	359
Hoofstuk 21 Hersiening				528	378
Modeleksamen (November) Memorandum					380
Addisionele Modeleksamen en Memorandum (November)					386

Voorbeeldlesplan vir Graad 9

Sommige mense mag 'n daagliksel lesplan nuttig vind, alhoewel dit nie 'n formele beleidsvereiste is nie. Hieronder is 'n voorbeeld van hoe om 'n lesplan te voltooi.

Datum:	Graad: 9	Kwartaal: 1
Eenheid: 1	Eenheid se titel: Telgetalle	Kontaktyd: 2 uur
Inhoud/begrip: (Onderwyser voltooi)	Aktiwiteit: 1–5	Hulpmiddels benodig: Leerdersboek; klasoefenboek; plekwaardekaarte
Aktiwiteit 1: Skakels met vorige aktiwiteit: n.v.t. Skakels met volgende aktiwiteit: (Onderwyser voltooi).		
Onderrigplan (Onderwyser voltooi; wenke volg hieronder) Toets vorige kennis: klasbespreking Onderrigprocedures (metodes wat u sal gebruik) Differensiëring (hoe hanteer u uitbreiding/remediërende take) Vorderingsstoetse		
Assessering: Onderwyser, klasmaat		
Vertroulike inligting/Onderwyser se nabetragsing: (Onderwyser voltooi)		

Assessering in die Senior Fase

Assessering het te doen met die insameling van bewyse van die leerder se kennis. Dit is 'n integrale deel van onderrig en leer en behoort saam met die lesinhoud beplan te word.

Assessering help om die behoeftes van leerders te identifiseer. Dit gee ook bewys van vordering en stel die onderwyser in staat om na te dink oor wat hy doen en gee ook geleentheid vir terugvoer en verslagdoening aan alle belanghebbendes. Goeie assessmentspraktyk in Wiskunde sluit in:

- assessering om vas te stel of vaardighede en doelstellings gerig is op die inhoud
- vasstelling of leerders kennis kan aanwend met procedures en probleme
- voorsiening van terugvoer

Die vier stappe van assessering

1. Die generering en versameling van bewyse van prestasie
2. Evaluering deur die onderwyser
3. Aantekening van die bevindinge
4. Gebruik van die bevindinge as 'n gids vir toekomstige leer en onderrig.

Soorte assessering

Soort assessering	Beskrywing
Grondlyn-assessering	Stel vas of leerders oor die basies vaardighede en kennis wat nodig is, beskik Help onderwyser om vir die jaar te beplan met elke leerder in gedagte Word gedoen aan die begin van die jaar en voor 'n spesifieke onderwerp Uitslae dien as gids vir die onderwyser en nie vir bevordering nie.
Diagnostiese assessering	Gee inligting omtrent sekere spesifieke probleemareas wat leerders se prestasie verhinder Kan help om vas te stel of 'n leerder se probleme verband hou met die inhoud of op 'n psigo-sosiale vlak lê Geskikte intervensie behoort te volg op die diagnostiese assessering Uitslae behoort die intervensie te vergemaklik en behoort nie vir bevorderingsdoeleindes gebruik te word nie.
Formatiewe assessering	Word gebruik om die leerproses aan te help en nie vir bevorderingsdoeleindes nie Gewoonlike informeel om die onderwyser en leerder op 'n meer gereelde basis in te lig oor die leerder se situasie Onderwysers kan die vorm van assessering gebruik om hulle eie onderrig te verander of aan te pas.
Summatiewe assessering	Word gedoen na voltooiing van 'n onderwerp of groep onderwerpe Dit is assessering van leer wat plaasgevind het Dit word aangeteken en vir bevordering gebruik Dis gewoonlik formele assessering: maak die Formele Assesseringsprogram uit.

Informele of daaglikse assessering

Informele assessering is 'n daaglikse monitering van leerder se vordering. Dit word gedoen deur waarnemings, besprekings, praktiese demonstrasies, leerder-onderwyser konferensies en informele klaskamer-interaksies. Volgens die KABV moet informele assessering gebruik word om aan leerders terugvoer te gee en om die beplanning vir verdere onderrig te lei, maar dit hoef nie aangeteken te word of in ag geneem te word vir bevordering nie. Dit moet nie gesien word as iets apart van die leeraktiwiteit wat in die klaskamer plaasvind nie. Leerders of onderwysers kan hierdie assesseringstake nasien. Selfassessering en portuurassessering betrek leerders aktief by assessering. Dit is belangrik aangesien dit leerders laat nadink oor en leer uit hulle eie prestasies. Leerders vind dit dikwels moeilik om uitgebreide geskrewe werk te voltooi. Leerders behoort gereeld te lees en skryf, deur met sinne en paragrawe te begin, en op te werk tot uitgebreide stukke werk. Baie hiervan kan gestruktureer word deur voltooiing van aktiwiteit.

Formele assessering

Alle assesseringstake wat 'n formele program van assessering vir die jaar uitmaak word beskou as formele assessering. Formele assesseringstake word nagesien en formeel aangeteken deur die onderwyser vir bevordering en sertifikaatdoeleindes. Alle formele assesseringstake is onderhewig aan moderering vir kwaliteitsdoeleindes en om te verseker dat die toepaslike standarde gehandhaaf word.

Formele assessering verskaf aan onderwysers 'n sistematiese manier om te evalueer hoe goed leerders vorder in 'n graad en in 'n spesifieke vak. Voorbeeld van formele assessorings sluit in toetse, eksamens, praktiese take, projekte, mondelinge voorleggings, demonstrasies, optredes, ensovoorts. Formele assessoringsstake maak deel uit van 'n jaar se Formele Assessoringsprogram in elke graad en vak.

Formele assessoringsvereistes vir Wiskunde

Die vorme van assessorings moet gesik wees vir die leerders se ouderdom en ontwikkelingsvlak.

Leerders moet elke kwartaal formele assessorings voltooi. Formele assessorings sluit in take wat formeel geassesseer word saam met projekte en eksamens.

Die Formele Assessoringsprogram soos voorgeskryf in die KABV word hieronder getoon. Hierdie program van assessoring is generies oor die drie grade in die Intermediére Fase, en lys die soort formele assessorings wat in elke kwartaal verlang word.

Minimum vereistes vir formele assessoring: Senior Fase Wiskunde

	Vorme van assessoring	Minimum vereistes per kwartaal				Aantal take per jaar	Gewig
		Kwartaal 1	Kwartaal 2	Kwartaal 3	Kwartaal 4		
SGA	Toetse	1	1	1		3	40%
	Eksamens		1			1	
	Opdrag	1		1	1	3	
	Ondersoek		1		1	2	
	Projek			1		1	
	Totaal	2	3	3	2	10*	
Finale eksamen		Einde van jaar				1	60%

*Moet voltooi word voor die finale eksamen aan die einde van die jaar.

Soorte formele assessoring vir Wiskunde

Toetse en eksamens

Dit is individuele assessoringtakke. Toetse en eksamens vir formele assessoring behoort 'n beduidende hoeveelheid van die inhoud te dek. Toetse en eksamens moet in streng gekontroleerde omstandighede voltooi word.

Elke toets en eksamen moet voorsiening maak vir 'n verskeidenheid kognitiewe vlakke in die regte toewysing (sien die tabel op die volgende bladsy).

Kognitiewe vlak	Beskrywing van vaardigheid gedemonstreer	%
Kennis	Bloot herroeping Skatting en afronding Identifisering en korrekte gebruik van 'n formule Gebruik van wiskundige feite Gepaste wiskundige woordeskat	~25
Roetineprosedures	Voer bekende prosedures uit Eenvoudige toepassings en berekenings Afleidings uit gegewe inligting Identifisering en gebruik (ná verandering van die onderwerp) van korrekte formules soortgelyk aan die in dié klas gebruik	~45
Komplekse prosedures	Komplekse berekenings en hoër-orde beredeneringsprobleme Ondersoeke om reëls en verwantskappe te beskryf Probleme wat nie op werklike kontekste gebaseer is nie Begrip van konsepte	~20
Probleemoplossing	Ongesiene nie-roetineprobleme Hoër-orde verwerking en begrip word vereis Mag afbreking in samstellende dele vereis om op te los	~10

Projekte

Leerders voltooi een projek in Wiskunde in elke graad. Projekte kan gebruik word om 'n reeks vaardighede en bevoegdhede te toets. Dit word voorgeskryf dat leerders 'n projek in Kwartaal 3 van elke graad voltooi. Projekte moet leerders die vermoë laat ontwikkel om hulle begrip van 'n wiskundige konsep te demonstreer en om dit toe te pas op 'n werklike lewensituasie. Wees versigtig om projekte voor te skryf wat bokant die kognitiewe vlak van die leerders is, of wat bloot behels dat feite en data van naslaanmateriaal gekopieer kan word.

Opdragte

'n Opdrag is ook 'n individuele taak, soos toetse en eksamens, maar die opdrag moet 'n uitgebreide stuk werk wees met 'n fokus op meer veeleisende werk as wat in die klas gedeck is. Twee opdragte per jaar word deur die KABV vereis. Die opdrag kan ou vraestelle insluit, maar dit moet ook meer uitdagende aspekte insluit wat leerders aanmoedig om bykomende materiaal te gebruik om hulle te help. Die opdrag moet tuis voltooi word.

Ondersoeke

'n Ondersoek moet gebruik word om reëls of begrippe te ontdek. Dit word aanbeveel dat leerders soveel as moontlik van die ondersoek in die klas moet doen en dat die finale opskryf in die klas gedoen moet word. Rubriek word gebruik om ondersoek te assesseer. Die vaardighede betrokke by ondersoek sluit in:

- Organisering en aantekening van idees en ontdekking in tabelle en diagramme
- Verduideliking van idees in gepaste vorms
- Die toon van duidelike begrip van konsepte en prosedures deur berekenings
- Veralgemenig en die maak van gevolgtrekkings

Toetse en eksamens

Assesseringstake moet ontwerp word om die inhoud en die konsepte van die vak te dek en moet 'n verskeidenheid aktiwiteit insluit wat gekies is om die geïdentifiseerde doelwitte en vaardighede te assesseer.

Voordat 'n assesseringstaak aan leerders gegee word, moet onderwysers seker maak dat leerders al die vrae self sal kan beantwoord. Wanneer onderwysers 'n assesseringstaak opstel, moet hulle ook 'n memorandum van antwoorde en/of 'n rubriek vir die assessering opstel. Verwys na die sewepunt-graderingskode of -skaal van bereiking van doelwitte op bladsy 24 van hierdie Onderwysersgids wanneer 'n rubriek opgestel word. Terugvoer behoort sterk punte te erken en swakhede te identifiseer vir die leerder se ontwikkelingsbehoeftes. Planne van aksie oor hoe leerders ondersteun sal word, moet met hierdie terugvoer gepaard gaan. Dit is belangrik dat die terugvoer die leerders aanmoedig om beter te doen en hulle selfvertroue opbou.

Review Copy

Beplanning vir die Formele Assesseringsprogram vir Wiskunde

'n Volledige Formele Assesseringsplan word hieronder gegee. Dit maak voorsiening vir 'n reeks kognitiewe vlakke en vermoëns soos vereis deur die KABV, en soos in hierdie afdeling beskryf.

Assesseringsprogram vir Graad 9 Wiskunde

Vorme van assessering	Kwartaal 1	Kwartaal 2	Kwartaal 3	Kwartaal 4
*Hersiening	Aan die einde van elke hoofstuk; kan ook as opdragte dien.			
Toetse	OG bl. 191		OG bl. 337	
Modeleksamenvraestel (Junie)		LB bl. 252		
Modeleksamenvraestel: (addisioneel) Junie		OG bl. 256		
Modeleksamenvraestel: (addisioneel) Junie				
Modeleksamenvraestel Vraestel 1 (November)				OG bl.380
Modeleksamenvraestel Vraestel 2 (November)				OG bl. 383
Modeleksamenvraestel: (addisioneel) November				
**Taak 1 **Taak 2 **Taak 3 **Taak 4	LB bl.48 LB bl.165 LB bl.166 LB bl.187			
Ondersoek 1 Ondersoek 2 Ondersoek 3 Ondersoek 4		LB bl.45 LB bl.164	LB bl.345 LB bl.437	
Projek 1			LB bl.440	
Let op: *Hersieningsoefeninge aan die einde van elke hoofstuk kan vir vaslegging en/of as a vorm van assesserung (taak) gebruik word. **Taak 1–4 kan oor die 4 kwartale verprei word.				

Inklusiewe assessering

Onderwysers moet aanpasbare en alternatiewe metodes ontwikkel om leerders met leergestremdhede te assesseer, sodat leerders geleenthede gegee word om bekwaamheid te demonstreer op maniere wat aan hulle behoeftes voldoen. Hier is 'n paar voorbeeld van hoe om hierdie leerders te assesseer terwyl die geldigheid van die assessering behoue bly.

- Sommige leerders mag konkrete apparaat vir 'n langer tyd as hulle portuurgroep nodig hê.
- Assesseringstake, veral geskrewe take, moet dalk in kleiner afdelings opgebreek word vir leerders wat nie vir lang tye kan konsentreer nie, of hulle kan kort pousetjies tydens die afhandeling van die take gegee word. Leerders kan ook ekstra tyd gegee word om 'n taak te voltooi.
- Sommige leerders mag dalk nodig hê dat hulle die assesseringstake in 'n aparte lokaal moet voltooi om die steurnisse wat aandag aflei, te verminder.
- 'n Verskeidenheid assessoringsinstrumente kan gebruik word, aangesien 'n leerder dalk mag vind dat 'n bepaalde assessoringsinstrument hom/haar nie toelaat om werklik te toon waartoe hulle in staat is nie.
- Leerders wat nie kan lees nie, kan take vir hulle voorgelees kry en hulle kan dan die antwoorde mondeling dikteer. Assessering kan ook 'n praktiese komponent insluit waarin leerders hul bekwaamheid kan demonstreer sonder om taal te gebruik.
- 'n Gebaretaaltolk kan gebruik word.
- Assesseringstake kan in Braille of vergrote en vetgedrukte letters beskikbaar gemaak word.
- Assessering kan die gebruik van diktafone of rekenaars met spraaksintetiseerders insluit.
- Die vorme van assessorings behoort te pas by die ouerdom en ontwikkelingsvlak van die leerders. Die ontwerp van die take behoort die inhoud van die vak te dek en moet 'n verskeidenheid take insluit wat daarop gerig is om die doelstellings van die vak te bereik.

Optekening en verslagdoening oor assessorings

Optekening

Optekening dokumenteer die vlak van 'n leerder se prestasie/vordering in 'n spesifieke assessoringsstaak. Dit dui aan hoe die leerder vorder ná die bereiking van die kennis soos voorgeskryf in die kurrikulum. Optekening van leerderprestasie moet gebruik word om die vordering wat onderwysers en leerders in die onderrig en leerproses maak, te verifieer.

Verslagdoening

Leerders se prestasie kan op 'n verskeidenheid van maniere getoon word. Dit sluit in rapportkaarte, ouervergaderings, skoolbesoekdae, ouer-onderwyser ontmoetings, telefoonoproope, briewe, klas- of skoolnuusbriewe, ensovoorts. Onderwysers in alle grade rapporteer oor 'n vak in persentasies. Die verskillende vlakke van prestasie en hulle ooreenstemmende persentasies word in die tabel op die volgende bladsy getoon.

Graderingskode	Bevoegdheidsbeskrywing	Punte %
7	Uitmuntende prestasie	80–100
6	Verdienstelike prestasie	70–79
5	Beduidende prestasie	60–69
4	Voldoende prestasie	50–59
3	Matige prestasie	40–49
2	Basiese prestasie	30–39
1	Ontoereikende prestasie	0–29

Afdeling D: Onderrig van Wiskunde in die Senior Fase

Wat is Wiskunde?

Wiskunde is 'n taal. Dit gebruik simbole en notasies om verwantskappe te beskryf. Wiskunde is 'n menslike aktiwiteit wat waarneming, voorstelling van en ondersoek na patronen en verwantskappe beide in die fisiese en sosiale dimensies behels. Wiskunde help om belangrike verstandelike prosesse te ontwikkel: soos logiese en kritiese denke, akkuraatheid en probleemoplossing. Al hierdie prosesse dra by tot 'n leerder se besluitnemingsvaardigheid.

Die spesifieke doelwitte van Wiskunde

Om die volgende te ontwikkel:

- 'n kritiese bewustheid van wiskundige verwantskappe
- vertroue en bekwaamheid in Wiskunde sonder dat die vak gevrees word
- nuuskierigheid en liefde vir Wiskunde
- waardering vir die skoonheid en elegansie van wiskunde
- herken die vak as 'n kreatiewe kunsvorm
- die diep konseptuele insig wat vereis word om te verstaan
- die verkryging van spesifieke vaardighede om wiskunde te kan toepas
- verwante vakmateriaal en verdere studies in Wiskunde.

Spesifieke vaardighede wat in Wiskunde vereis word

Om die essensiële vaardighede te ontwikkel moet die leerder:

- die korrekte wiskundetaal gebruik
- getallewoordeskaf, getalbegrip en toepassingsvaardighede ontwikkel
- leer om te luister, kommunikeer, dink, logies te redeneer en die kennis verwerf toe te pas
- leer om te ondersoek en inligting te ontleed, voor te stel en te vertolk
- leer om probleme te stel en op te los
- bewus wees dat wiskunde 'n sleutelrol speel in lewensituasies

Die spesifieke fokus van inhoudsgebiede in die Senior Fase

Inhoudsvelde	Algemene fokus	Spesifieke fokus
Getalle, Bewerkings en Verwantskappe	Betekenis van verskillende soorte getalle Verwantskappe tussen verskillende soorte getalle Relatiewe groottes van verskillende getalle Voorstellings van getalle op verskillende maniere Bewerkings met getalle Skatting en kontrole van oplossings	Stel getalle op verskeie maniere voor en beweeg gemaklik tussen voorstellings Herken en gebruik eienskappe van bewerkings met verskillende getallestelsels Los 'n verskeidenheid probleme op, gebruik 'n groter omvang van getalle en is in staat om veelvuldige bewerkings korrek en vloeiend uit te voer
Patrone, Fuksies en Algebra	Verkry gesikte vaardighede in bewerkings wat sal oorspoel na ander terreine van die vak Beskryf patronen en verwantskappe deur gebruik van simboliese uitdrukings, grafieke en tabelle Identifiseer en ontleed reëlmagtighede en veranderinge in patronen Maak voorspellings en los probleme op	Ondersoek numeriese en meetkundige patronen om verwantskappe tussen veranderlikes te staaf Druk reëls wat patronen beskryf in algebraïese taal en simbole uit Ontwikkel vaardighede in algebraïese bewerkings ten einde ekwivalensie tussen verskillende voorstellings van dieselfde verwantskap te herken Ontleed situasies in 'n verskeidenheid kontekste Gebruik verskillende en ekwivalente voorstellings – algebraïese taal, formules, uitdrukings, vergelykings en grafieke
Ruimte en Vorm (Meetkunde)	Eienskappe van vorms en voorwerpe Verwantskappe tussen hierdie eienskappe Oriëntasies, liggings en transformasies van tweedimensionele vorms en driedimensionele voorwerpe	Teken en konstrueer 'n wye verskeidenheid meetkundige figure en liggamme deur gesikte instrumente te gebruik Toon waardering vir die gebruik van konstruksies om eienskappe van meetkundige figure en liggamme te ondersoek Ontwikkel duidelike en presiese beskrywings en klassifikasiekategorieë van meetkundige figure en liggamme Los meetkundige probleme op deur bekende eienskappe van meetkundige figure en liggamme te gebruik
Meting	Kies en gebruik gesikte eenhede van meting, meetinstrumente en formules Maak oordeelkundige skattings Is bewus van die sinvolheid en redelikheid van metings en resultate	Gebruik formules om die oppervlakte, omtrek, buite-oppervlakte en volume van meetkundige figure en liggamme te meet Kies en herlei tussen eenhede van meting Gebruik die stelling van Pythagoras om probleme oor reghoekige driehoeke op te los

Datahantering	<p>Stel vrae en vind antwoorde ten einde gebeurtenisse en die sosiale, tegnologiese en ekonomiese omgewing te beskryf</p> <p>Versamel, organiseer en stel data voor Ontleed en vertolk data en doen verslag daaroor</p> <p>Is in staat om, op grond van die studie van waarskynlikheid, ingeligte voorspellings te maak</p> <p>Beskryf ewekansigheid en onsekerheid</p>	<p>Stel vrae vir ondersoek</p> <p>Versamel data, som dit op, stel dit voor en ontleed dit krities</p> <p>Vertolk, doen verslag en maak voorspellings oor situasies</p> <p>Waarskynlikheid – sluit enkelvoudige en saamgestelde gebeurtenisse en hul relatiewe frekwensie in eenvoudige eksperimente in</p>
----------------------	---	--

Metakognitiewe strategieë

Wat is metakognitiewe strategieë en hoe kan ek hulle gebruik?

Metakognisie is die proses van nadink oor hoe 'n mens dink. Volwassenes doen dit dikwels outomaties. Voor ons iets nuuts aanpak, kan ons ons afvra: Wat weet ek reeds hieromtrent? Wat kan my help om dit beter te verstaan? Hoe is dit gestruktureer? Wanneer ons met 'n teks of aksie omgaan, kan ons ons afvra: Het ek dit verstaan? Waarom dink ek so? Hoe hou dit verband met wat ek reeds weet? Hoe kan ek dit in my lewe toepas? Dan evaluateer ons wat ons geleer het of gedoen het deur vrae te vra, soos: Het ek dit goed verstaan? Watter strategieë het my gehelp en watter het my nie gehelp nie? Wat moet ek doen volgende keer wanneer ek so 'n taak aanpak?

Leerders is egter dikwels onbewus van hoe hulle dink en met leermateriaal omgaan. Jy help leerders om onafhanklik te leer deur hulle op eksplisiële wyse te lei om hul lees- en leerstrategieë te beplan, te monitor en te evaluateer. Dit is veral doeltreffend vir leerders wat Afrikaans as eerste addisionele taal leer, en vir leerders wat sukkel. Dit kan hul prestasie dramaties verbeter.

Jy onderrig metakognitiewe vaardighede deur leerders te vra om te verduidelik wat hulle dink en watter strategieë hulle gebruik om materiaal te verstaan. Dit werk die beste in klein groepies. Jy kan ook "hardop dink"-strategieë gebruik wanneer daar met tekste en beelde gewerk word. "Hardop dink"-strategieë is dikwels doeltreffend wanneer tekste aan leerders voorgelees word, en tydens leesaktiwiteit in klein groepies en pare. Hier volg 'n voorbeeld van hoe om metakognitiewe strategieë te onderrig met behulp van 'n "hardop dink"-strategie:

1. Kies 'n kort teks en maak 'n nota van waar jy gaan stop tydens die voorlesing om jou denkprosesse te illustreer.
2. Jy kan die volgende dinge in hierdie beplanningstadium insluit:
 - Lees die titel van die teks en die inhoudsopgawe.
 - Kyk na die prente en voorspel waaroer die teks gaan.
 - Vluglees die teks vir opskrifte, woordes in vetdruk en opsommings. Terwyl jy vluglees, dink aan wat jy reeds weet omtrent die onderwerp en wat jy nog wil weet.
3. In die klas, verduidelik aan die leerders wat jy gaan doen. Begin deur te verduidelik watter beplanning jy gedoen het voor jy die teks gelees het.

4. Om te wys hoe jy begrip tydens die leesproses monitor, kan jy verduidelik waar jy gestop het om jou af te vra of jy die inhoud verstaan. As daar 'n lang of ingewikkeld sin in die teks is, beskryf hoe jy dit verdeel het ten einde dit te verstaan. Vind plekke waar jy vrae kan vra, byvoorbeeld:
 - Waarom sou dit?
 - Is dit soortgelyk aan ...?
 - Hoe kan ek uitwerk wat hierdie nuwe woord beteken?
 - Wat wil die skrywer hier hê ek moet weet?
 - Wat dink ek gaan volgende gebeur? Waarom dink ek so?
 - Het ek nodig om dit weer te lees om fyner besonderhede te begryp?
5. Illustreer nou aan leerders hoe om metakognitiewe strategieë te evalueer. Stel en beantwoord vrae soos die volgende:
 - Het ek die teks behoorlik gelees en verstaan?
 - Wat het my gehelp om dit te verstaan? Wat het nie gehelp nie?
 - Wat moet ek volgende keer doen wanneer ek oor hierdie onderwerp lees?
 - Wat kan my help om te onthou wat ek gelees het?

Deur te werk met hoe leerders dink, kan jy hulle beter voorberei op hul lewens en hul leerproses in die toekoms.

Hoofrekene in die Senior Fase

In hierdie reeks word hoofrekene-aktiwiteit aan die begin van elke eenheid in Graad 7 en 8 verskaf.

Versprei hierdie aktiwiteit oor die duur van die eenheid en doen elke dag 'n klein deeltjie, saam met enige addisionele idees vir hoofrekene wat gegee word. Hierdie aktiwiteit is aanpasbaar, en is ontwerp om voorsiening te maak vir enige addisionele idees wat jy dalk het.

Dit is belangrik om die vrae wat verskaf word, uit te brei om ook addisionele vrae in te sluit. Dit kan moontlik gedoen word in vinnige hoofrekene-toetse of vasvrae van 10 minute.

Hoofrekene bestaan uit twee aspekte. Die eerste aspek is die *vinnige herroeping* van getallefeite. Die ander aspek is om leerders aan te moedig om 'n manier te vind om berekening op te los (*strategieë*). Leerders moet sommige getallefeite memoriseer, aangesien dit hulle sal help om strategieë uit te werk.

Dit is belangrik om leerders die geleentheid te gee om te bespreek *hoe* hulle by 'n antwoord uitgekom het. Op hierdie manier leer hulle dat daar 'n *aantal moontlike strategieë* is, maar dat sommige *doeltreffender as* ander is.

Hoofrekene-aktiwiteit in die Senior Fase is dikwels streng gesproke nie hoofrekene nie, maar eerder oefeninge wat verband hou met konsepte wat tans behandel word en konsepte wat binnekort behandel gaan word. Byvoorbeeld, om 'n algebraïese uitdrukking neer te skryf met behulp van algebraïese taal, is nie 'n hoofrekene-aktiwiteit nie, maar is bedoel om die leerders 'n geleentheid te gee om hierdie vaardigheid te oefen. Dit gee ook die onderwyser 'n geleentheid om leerders se vordering te assesseer. Daar moet 'n "ruimte" van 10 minute geskep word aan die begin van elke les vir hierdie soort aktiwiteit. Dit bly belangrik in die Senior Fase.

Hoofrekene-sessies moet teen 'n vinnige trant verloop, en moet interaktief en interessant wees. Maak seker dat elke sessie 'n reeks aktiwiteit behels, soos hierbo verduidelik, asook vrae en aktiwiteit wat strek van eenvoudige oefening tot meer uitdagende aktiwiteit (uitbreiding). Onthou egter dat, alhoewel jy strewe na 'n op-en-wakker "opwarmingssessie", leerders nogtans genoeg tyd gegee moet word om deur strategieë te werk wanneer nodig.

Wiskunde in die Senior Fase

Graad 9 is gewoonlik die eerste jaar van hoërskool of middelskool, alhoewel dit die begin van die Senior Fase is. Die Graad 9-leerders is die "senior" leerders in die skool en dus voel hulle baie senuweeagtig aan die begin.

Die oorgang na Graad 9 is belangrik, en 'n GROOT stap. Baie leerders, en om baie verskillende redes, vind die idee van "hoërskool" opwindend, maar tog ook uitdagend en selfs stresvol. Leerders in die Senior Fase doen elke dag Wiskunde. Hulle moet uitgedaag word om abstrak en kritis te dink, in plaas daarvan om bloot formules te herhaal en substitusie te doen.

Die skryf van formele toetse en eksamens word selfs meer belangrik. Die Wiskunde-onderwyser moet tyd bestee aan die ontwikkeling van eksamentegnieke, onder andere die verduideliking van terminologie gebruik in eksamens, byvoorbeeld *bepaal, identifiseer, lei af, voorspel, vertoon, som op, brei uit, stel voor, illustreer, ensovoorts*.

Die Leerdersboek verskaf baie geleenthede vir leerders om met hierdie terminologie om te gaan. Afdeling F van die Onderwysersgids bevat ook 'n lys van belangrike terminologie. Die aanbieding van antwoorde, tydsbestuur, die hantering van eksamenstres, en so meer, is almal belangrike kwessies waarin leerders deurgaans leiding moet ontvang. Wiskunde-onderwysers moet nou saamwerk met Lewensoriënteringonderwysers ten einde leerders te ondersteun wat hierdie kwessies betref.

Die volume werk neem toe in Graad 9, en verwagtinge is ook hoër. Daar word ook van leerders verwag om hul eie werk na te sien (van die bord af) – dit is 'n nuwe konsep vir baie Graad 9-leerders.

Graad 9 is die uitdagendste graad in hierdie fase. Leerders staan op die punt van die finale en nog 'n belangrike fase van hul hoërskoolloopbaan. Terselfdertyd moet leerders ook ander kwessies hanteer wat vir hulle belangrik is, soos seksualiteit. Meisies ontwikkel vinniger as seuns, en sommige skole skei die seuns en meisies in Graad 9 om hierdie kwessie aan te spreek.

Graad 9 is 'n deurslaggewende jaar in die onderrig van Wiskunde: Daar word in Graad 10 van leerders verwag om te kies tussen Wiskunde en Wiskundige Geletterdheid. Hierdie keuse sal gegrond wees op hul ondervinding in Graad 9 en die sukses wat hulle behaal het. Leerders wat 'n idee van hul toekomstige loopbaan het, sal die keuse tussen hierdie twee vakke dalk makliker vind.

Dit is dus van deurslaggewende belang dat onderwysers in Graad 8 en 9 'n goeie grondslag lê vir basiese algebra en meetkunde, ten einde leerders te help om 'n gepaste keuse tussen vakke te maak.

Inklusiewe onderrig

Wat is inklusiewe onderrig?

In die Senior Fase is dit krities dat leerders hulself in 'n omgewing bevind waar hulle 'n belangstelling kan ontwikkel in leer en ook kan glo dat hulle kan leer. Inklusiewe onderrig word gedefinieer as 'n leeromgewing wat die volle persoonlike, akademiese en professionele ontwikkeling van alle leerders bevorder, ongeag ras, klas, geslag, gestremdhed, geloof, kultuur, seksuele voorkeur, leerstyle en taal.

Inklusiwiteit is om te erken en te respekteer dat:

- alle kinders die reg het om te leer
- alle kinders kan leer
- alle leerders ondersteuning nodig het
- alle leerders uniek is en verskillende, maar gelykwaardige leerbehoeftes het
- alle leerders die geleentheid nodig het om te bou op hul eie unieke sterk punte
- die leerder die middelpunt van die onderrig en leerproses is
- daar verskille tussen leerders is, byvoorbeeld ouderdom, geslag, taal, kultuur, leerstyle, gestremdhede, MIV-status, ensovoorts.

Inklusiwiteit gaan ook oor:

- die daarstelling van opvoedkundige strukture, sisteme en leermetodieke om te voorsien in die behoeftes van alle leerders
- meer as net formele skoolonderrig : dit behels leer wat plaasvind in die huis, die gemeenskap. ensovoorts
- verandering van gesindhede, gedrag, metodieke en omgewings om te voorsien in die behoeftes van alle leerders
- die versekering van maksimum deelname van alle leerders aan die kulturele aktiwiteit en kurrikulum van alle opvoedkundige instansies
- identifisering en verminderung van hindernisse tot leer wat op enigevlak van die stelsel kan voorkom.

Sommige van die leerders in u klas mag alreeds gebuk gaan onder uitsluiting of mag negatief dink oor opvoeding. Daar is geen rede vir hulle uitsluiting uit klasaktiwiteit nie. Dit is die verantwoordelikheid van die onderwyser om te verseker dat hierdie leerders ingesluit word. Dit beteken aanpassing van aktiwiteit om by hulle behoeftes en vermoëns te pas. Dit is ewe belangrik dat die klas nie verdeel word as gevolg hiervan nie. Leerders wat hierdie uitdagings het, moet eerder waar moontlik aanvaar en gehelp word deur hulle eweknieë. Leerders moet te alle tye ontmoedig word om te terg, af te knou of leerders met spesiale behoeftes te ignoreer. Wanneer hierdie houdings gerig word op 'n leerder, veroorsaak dit hindernisse tot leer by so 'n leerder.

Praktiese riglyne vir inklusiewe onderrig

- Sorg dat u 'n ware begrip het van elke leerder se agtergrond, sterk punte, unieke vermoëns, behoeftes en hindernisse. Gebruik dit dan om u beplanning te doen met 'n helderder fokus.
- Onthou dat die onderwyser die fasiliteerdeerder is van die leerproses.

- Hou die inhoud en materiaal so relevant as moontlik.
- Breek die leerproses op in klein hanteerbare en logiese stappe. Hou aanwysings duidelik en kort (beplan vooraf).
- Gradeer aktiwiteit volgens die verskillende vlakke en vermoëns van leerders. Probeer verseker dat leerders voortdurend uitgedaag word sonder om onnodige druk op hulle te plaas.
- Ontwikkel 'n balans tussen individuele onderrig, portuuronderrig, samewerkende leer en klasonderrig.
- Gebruik leerders om mekaar te help in die vorm van groepleer, portuurleer, makkerstelsels, ensovoorts. Maak seker dat leerders ingesluit en ondersteun voel in die klaskamer beide deur die onderwyser en hulle eweknieë.
- Vorm pare en groepe leerders waar die lede verskillende take kan uitset volgens hulle sterk punte en vermoëns. Bevorder selfbestuursvaardighede en verantwoordelikheid deur groeprolle en die soorte take wat u stel.
- Motiveer leerders en bevestig hulle pogings en individuele vordering. Bou vertroue. Moedig die volgende aan: bevraagtekening, redenering, eksperimentering met idees en die waag van opinies.
- Bepaal die leerder se Sone van Proksimale Ontwikkeling (SPD) en gebruik dit vir effektiewe onderrig en leer. Vygotsky beskryf die SPD as die afstand tussen wat die leerder alreeds weet en verstaan en wat hy/sy kan verstaan met volwasse ondersteuning. Leer is dus 'n sosiale interaksie as die onderwyser 'n bemiddelende rol kan vervul en die leerder ondersteun terwyl hy/sy 'n nuwe konsep probeer verstaan.
- Bestee tyd om nuwe leer te vestig. Gebruik verskillende maniere om dit te doen totdat al die leerders die konsep verstaan. Maak tyd om terug te gaan na take sodat leerders kan leer uit hulle eie en ander se ondervinding en metodes.
- Gebruik en ontwikkel effektiewe taalvaardighede (uitdrukkingsvol en ontvanklik, verbaal en nieverbaal).
- Eksperimenteer met 'n verskeidendheid onderrigmetodes en -strategieë om leerders se belangstelling te hou en om voorsiening te maak vir verskillende leerstyle en hulle te ontwikkel. Gebruik speletjies, samewerkende groepwerk, dinkskrums, probleemoplossing, debatte, aanbiedings, ensovoorts.

Leerders met hindernisse tot leer

'n Hindernis tot leer is enigets wat verhoed dat 'n leerder ten volle deelneem en effektief leer. Dit sluit in leerders wat voorheen benadeel was en uitgesluit was van opvoeding as gevolg van die historiese, politieke, kulturele en gesondheidsuitdagings waarvoor Suid-Afrikaners te staan kom. Sommige voorbeeld van hindernisse tot leer mag wees leerders wat visueel- of gehoorgestrem is, leerders wat linkshandig is of leerders wat intellektueel gestrem is. Hindernisse tot leer dek 'n wye reeks moontlikhede en leerders beleef dikwels meer as een hindernis. Sommige hindernisse vereis dus meer as een aanpassing in die klaskamer en 'n verskeidenheid soorte en vlakke van ondersteuning.

Hierdie leerders mag meer tyd nodig hê en moet meer tyd gegee word vir:

- voltooiing van take
- die verkryging van denkvaardighede (eie strategieë)
- assesseringsaktiwiteit

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 7 tot 74

Voorgestelde tydstoekening: 4,5 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:**Eenheid 1: Eienskappe van telgetalle**

Hersiening: Die eienskappe van (nul) 0 en 1

Die reële getallestelsel

30 minute

Eenheid 2: Berekening met telgetalle

Skatting van oplossings

Hersiening: Basiese en gemengde bewerkings

Sakrekenaars

30 minute

Eenheid 3: Veelvoude en faktore

Veelvoude en Kleinste Gemene Veelvoud (KGV)

Faktore en Grootste Gemene Deler (GGD)

Vind die KGV en GGD deur priemfaktorisering

30 minute

Eenheid 4: Verhouding, koers en eweredigheid

Verhouding, ekwivalente verhoudings en persentasies

50 minute

Direkte en omgekeerde eweredigheid

Koers, insluitende spoed

Assesseringsprogram: Ondersoek polsslag

PvA Taak 1: Verhouding en koers

Eenheid 5: Finansiële Wiskunde

1 uur 50 minute

Persentasies

BTW (Belasting op Toegevoegde waarde)

Wins, verlies en afslag

Lenings, enkelvoudige en saamgestelde rente

Huurkoop

Kommissie en huurgeld

Bank- en wisselkoerse

Inkomste, begrotings en rekeninge

Hoofstukhersiening

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 8
Voorgestelde tydstoekening: 30 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Manipulering van onewe en ewe getalle
- Besluit of die antwoord van 'n sekere bewerking nul of ongedefinieerd is
- Bevestiging van antwoorde
- Bewerkings met opeenvolgende getalle
- Onderskeiding tussen priemgetalle en saamgestelde getalle
- Beskrywing van die reële getallestelsel deur herkenning, definieëring en onderskeidende eienskappe van natuurlike getalle, telgetalle, heelgetalle, rasionele en irrasionele getalle.

Hulbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

Leerders het kennis gemaak met die volgende eienskappe van getalle in Graad 7 en 8:
Priemfaktore van getalle tot ten minste 100

Priemfaktore van getalle gelys tot ten minste 3-syfer telgetalle

Bepaal die KGV en GGD van ten minste 3-syfer telgetalle deur inspeksie en faktorisering 0 in terme van die additiewe eienskap (identiteitselement vir optelling)

1 in terme van die vermenigvuldigingseienskap (identiteitselement vir vermenigvuldiging)
Kan die delingseienskap van 0 herken, waar enige getal gedeel deur 0 ongedefinieerd is.

Riglyne vir onderrig

In Graad 9 moet leerders hul getalkennis en berekeningstegnieke vaslê vir telgetalle. Hierdie tegnieke behoort reeds goed ontwikkel te wees oor 'n aantal jare en word in hierdie eenheid hersien.

Maak seker dat die sleuteleienskappe van nul en 1 goed verstaan word. Dit is baie belangrik vir die begrip van algebraïese breuke later in die jaar.

Hierdie eenheid hersien ook priem- en saamgestelde getalle, en bespreek dan hoe rasionale getalle gedefinieer word as getalle met desimale getalle, wat óf eindig óf repeteer.

Omdat slegs 4,5 ure toegeken is vir die hele hoofstuk, moet die hersiening redelik vinnig geskied. As leerders met enige van die konsepte sukkel, laat hulle toe om 'n paar voorbeeldte doen en gee sommige as huiswerk.

As gevolg van die wye omvang van die hoofstuk, kan dit as verwysingshoofstuk gebruik word, waarna teruggekeer kan word as 'n spesifieke onderwerp bestudeer word,

byvoorbeeld as breuke bestudeer word in algebra, kan dit nuttig wees om priemgetalle en deling deur nul weer te hersien.

Hersiening: Die eienskappe van nul (0) en 1; Die reële getallestelsel; Natuurlike getalle

Die eienskappe van 0; Die eienskappe van 1; Natuurlike getalle; Telgetalle

Aktiwiteit 1

Werk met onewe en ewe getalle

Leerdersboek bladsy 10

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeeldie in die Leerdersboek.
- Bespreek die verskillende tipes getallestelsels wat die leerders ken en hersien die eienskappe van nul.
- Bespreek onewe en ewe getalle en hul eienskappe.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: As leerders sukkel, laat hulle die tabel in die Leerdersboek oorteken. Laat hulle in pare werk en ten minste nog vyf voorbeeldie van elke tipe getal gee. Hulle kan mekaar se werk nagaan, wat hulle kennis van die name van verskillende tipes getalle sal versterk.

Uitbreiding: Daag leerders uit om 'n groot getallelyn (-2 tot 2) te teken en die verskillende tipes getallestelsels op die getallelyn in verskillende kleure in te vul. As hulle die verskillende tipes getallestelsels ingeval het, kan jy hulle vra watter gapings daar op die getallelyn is en wat hulle dink die gapings veroorsaak.

Voorgestelde antwoorde

1 $\times 2$

2 -1

3 a $2(10) = 20$

b $2(71) = 142$

c $2n$

d $250 \div 2 = 125$ ste

4 a $2(10) - 1 = 19$

b $2(71) - 1 = 141$

c $2(n) - 1$

d $(325 + 1) \div 2 = 163$ ste

Aktiwiteit 2

Werk met priemgetalle en saamgestelde getalle

Leerdersboek bladsy 11

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Vra die leerders om die priemgetalle minder as 100 uit te roep en skryf dit dit op die bord neer.
- Gebruik die priemgetalle wat in die Leerdersboek gegee is om die leerders te help om die vrae in hierdie aktiwiteit te beantwoord.
- Maak seker dat leerders verstaan dat priemgetalle slegs twee faktore het: 1 en die getal self. Dit sal leerders help om te verduidelik hoekom 2 'n priemgetal is, al is dit 'n ewe getal en hoekom 1 nie 'n priemgetal of 'n saamgestelde getal is nie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: 'n Tasbare wyse om kleiner priemgetalle en saamgestelde getalle aan te toon, is om leerders te vra om kolletjies of voorwerpe in reghoek te rangskik. I het slegs een rangskikking; 2, 3 en 5 het ook slegs een rangskikking elk. 4 en 6 kan twee verskillende tipes rangskikkings hê.



- Die getalle met slegs een tipe reghoek het slegs twee faktore en is priemgetalle.
- Die getalle met meer as een tipe reghoek, het meer as twee faktore en is saamgestelde getalle.
- Die getalle wat vierkante vorm is vierkantsgetalle.

Uitbreiding: Daag leerders uit om die stelling te ondersoek dat, behalwe vir 2 en 3, alle priemgetalle een meer of een minder is as 'n veelvoud van 6 (maar die omgekeerde is nie waar nie).

Voorgestelde antwoorde

- 1 Nee, elke ander ewe getal het ook 'n faktor van 2.
- 2 Nee, 2 is 'n priemgetal, maar al die ander priemgetalle eindig in hierdie getalle.
- 3 Ja, $2 + 5 = 7$; $11 + 2 = 13$; 11 ; 13 of 17 ; 19 of 29 ; 31 of 41 ; 43 . Hierdie getalle gee die tweelingpriemgetalle en behels altyd dat 2 by 'n ander priemgetal getel word.
- 4 16 ; 18 ; 20 ; 21 ; 22 ; 24 ; 25 ; 26 ; 27 ; 28
- 5 Slegs 2 en 3.

Heelgetalle

Aktiwiteit 3

Werk met repeterende desimale breuke

Leerdersboek bladsy 12

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeeldie in die Leerdersboek.
- Hierdie oefening is 'n goeie geleentheid vir leerders om hul sakrekenaars te gebruik.
- Identifiseer al die verskillende tipes sakrekenaars in die klas. Daar kan moontlik 'n wye reeks verskillende sakrekenaars in die klas wees, van wetenskaplike tot nie-wetenskaplike sakrekenaars. Dit is makliker as die leerders met dieselfde tipe sakrekenaars saamwerk, dan kan hulle mekaar help met die gebruik van elke tipe.
- Verduidelik die konvensie van die gebruik van die kolletjie bokant die repeterende getal. As daar meer as een repeterende getal is, word die kolletjies op die buitenste herhalende syfers geskryf, bv. $0,396496\dots = 0,396\dot{4}$. Sommige boeke gebruik 'n horisontale lyn (word 'n *vinculum* genoem) bokant die herhalende syfers.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir die leerders nog voorbeelde om met hul sakrekenaars te doen. Dit is belangrik dat hulle oefen om breuke in hul eie tipe sakrekenaars in te voer. Dit is ook belangrik dat hulle die plasing van die desimale punt oefen. Gebruik eers enkel herhalende syfers.

Uitbreiding: Daag leerders uit om te ondersoek watter tipe getalle in die noemers tot repeterende getalle lei, byvoorbeeld, gee alle priemgetalle in die noemer repeterende desimale getalle? Lei alle veelvoude van 3 in die noemer tot repeterende desimale getalle?

Voorgestelde antwoorde

1 a $0.\dot{1}; 0.\dot{2}; 0.\dot{3}$; ens. b $0.\dot{0}\dot{1}; 0.\dot{0}\dot{2}; 0.\dot{0}\dot{3}$; ens. c $0.\dot{0}\dot{0}\dot{1}; 0.\dot{0}\dot{0}\dot{2}; 0.\dot{0}\dot{1}\dot{5}; 0.\dot{4}\dot{9}\dot{7}$

2 a $\frac{2}{9}$ b $\frac{2}{99}$ c $\frac{13}{99}$ d $\frac{7}{999}$

3 As daar een repeterende getal is, is daar een 9 in die noemer. As daar 2 repeterende getalle is, dan is daar twee 9's in die noemer. As daar 3 repeterende getalle is, dan is daar drie 9's in die noemer

4 a $\frac{121}{999}$ b $1\frac{6}{99}$

Aktiwiteit 4

Werk met rasionale en irrasionale getalle

Leerdersboek bladsy 13

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die notas in die Leerdersboek.
- Maak seker dat leerders verstaan dat rasionale getalle breuke is wat óf desimale breuke gee wat 'n vaste aantal syfers na die komma het, óf breuke met repeterende desimale getalle gee.
- Irrasionale getalle is dus die breuke wat desimale getalle gee wat nie eindig of repeeteer nie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders die volgende vrae vra as hulle besluit of 'n getal rasional of irrasional is:

- Eindig die desimale gedeelte van die getal?
- Repeeteer die desimale gedeelte van die getal?
- As enige van bogenoemde plaasvind, is dit rasional. As nie een van bogenoemde plaasvind nie, is dit irrasional.

Uitbreiding: vraag 8 sal leerders uitdaag om aan getalle te dink wat nie aan die kriteria voldoen wat ons tot dusver bespreek het nie. Dit sal ook skakel met die getallelyn in die voorstelle vir Uitbreiding in Aktiwiteit 1 in die Leerdersboek. Leerders kan navorsing doen oor wanneer die verskillende getallestelsels ontstaan het en dan sien hoekom dit ontwikkel is.

Voorgestelde antwoorde

- | | | |
|-------------|---------------|-------------|
| 1 Rasionaal | 2 Irrasionaal | 3 Rasionaal |
| 4 Rasionaal | 5 Irrasionaal | |
- 6 $3,1415926\dots \approx 3,141593$ (korrek tot 6 desimale plekke)
- 7 pi is die verhouding van die omtrek van 'n sirkel met sy middellyn. Dit is nie heeltemal duidelik gedokumenteer wie pi ontdek het nie, maar dit is reeds bekend vir 4 000 jaar. Die 16de letter van die Griekse alfabet is gebruik vir die naam van hierdie verhouding sedert die 1800's. Meer onlangse werk is egter beter gedokumenteer.
- 8* Leerders kan enige twee vierkantswortels van negatiewe getalle lys, of enige ander ewe getal magswortel (4de magswortel, 6de magswortel, ens.) van negatiewe getalle. Hierdie getalle maak deel uit van die nie-reële of denkbeeldige getalle en vorm, saam met die reële getalle, die komplekse getalle.

EENHEID

2

Berekeninge met telgetalle

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Berekeninge met telgetalle
- Skatting van oplossings
- Hersiening van berekeninge wat al vier bewerkings op telgetalle uitset deur Hoofrekene te gebruik
- Hersiening van berekeninge wat al vier bewerkings op telgetalle uitset deur kolomme te gebruik
- Hersiening van skatting en afronding van telgetalle
- Gebruik van sakrekenaars in bewerkings.

Hulbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Leerdersboek bladsy 14
Voorgestelde tydstoekening: 30 minute

Agtergrondinligting

In Graad 7 en 8 het leerders berekeninge hersien wat al vier bewerkings op telgetalle toepas, skatting en die gebruik van sakrekenaars waar toepaslik. In Graad 6 het leerders gewerk met:

- optelling en aftrekking van telgetalle tot ten minste 6-syfer getalle
- vermenigvuldiging van ten minste 4-syfer met 2-syfer telgetalle
- deling van ten minste 4-syfer met 2-syfer getalle
- en berekeninge uitgevoer deur al vier bewerkings met telgetalle te doen, skatting en die gebruik van sakrekenaars waar toepaslik.

Riglyne vir onderrig

Hoewel leerders hierdie berekeninge sedert laerskool doen, is dit 'n goeie idee om die basiese bewerkings weer vinnig te hersien. Lê klem daarop dat leerders altyd eers 'n

berekening moet begin deur hul antwoord te skat, al gebruik hulle 'n sakrekenaar om die bewerking te doen. Dit sal hulle help om minder foute te maak. Hoofrekene is belangrik in skatting. Herinner leerders dat sakrekenaars 'n uitstekende hulpmiddel in Wiskunde is, maar dit moet nie 'n kruk word nie.

Skatting van oplossings

Afronding tot die naaste tien, honderd en duisend; Afronding: Verkry meer akkurate skattings; Gebruik verdubbeling en halvering om te skat; Afronding van afmetings

Aktiwiteit I Skat oplossings

Leerdersboek bladsy 16

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik dat skatting nie 'n lukrake raaiskoot is nie. Leerders behoort aangemoedig te word om antwoorde te skat voordat hulle enige berekening doen, omdat dit dadelik 'n manier gee om te kyk of die antwoord reg is.
- Hoofrekene is 'n goeie hulpmiddel vir skatting.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek op die bord.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir leerders daaglikse oefeninge met skatting. Sluit 'n 5-minuut sessie aan die begin van elke les in. Konsentreer op een aspek op 'n slag, byvoorbeeld, vra leerders om af te rond tot die naaste tien of honderd. Dieselfde getalle kan vir beide oefeninge gebruik word. Hou hoofrekenesessies met verdubbeling en halvering, en gebruik dan hierdie tegniek om berekening te skat.

Uitbreiding: Vra leerders om in pare saam te werk en mekaar uit te daag om antwoorde so na as moontlik aan die regte antwoord te skat. Hulle moet ook hul tegnieke aan mekaar verduidelik soos hulle dit ontwikkel.

Voorgestelde antwoord

- | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|--------------|--|---------------------|---|--------|--|---|-----------|
| 1 | a | i | 3 490 | ii | 3 500 | iii | 3 000 | | | |
| | b | i | 14 850 | ii | 14 900 | iii | 15 000 | | | |
| | c | i | 92 640 | ii | 92 600 | iii | 93 000 | | | |
| 2 | a | i | Min = 66,5 | ii | Maks = 67,499... | | | | | |
| | b | i | Min = 39,5 | ii | Maks = 40,499... | | | | | |
| | c | i | Min = 0,3865 | ii | Maks = 0,3874999... | | | | | |
| 3 | a | 1 160 | b | 8 900 | c | 3 300 | d | 70 600 | e | 1 930 800 |
| 4 | a | 1 156 | b | 8 893 | c | 3 303 | d | 70 556 | e | 1 930 832 |
| 5 | a | $540 \times 50 = 270 \times 100 = 27 000$ | b | $600 \times 116 = 300 \times 232 = 69 600$ | c | $229 \times 48 \approx 230 \times 50 \approx 115 \times 100 \approx 11 500$ (Regte antwoord = 10 992) | d | $198 \times 22 \approx 200 \times 20 \approx 4 000$ (Regte antwoord = 4 356) | | |

Gebruik afronding en kompensasie om probleme op te los

Aktiwiteit 2

Skat oplossings

Leerdersboek bladsy 17

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Afronding en kompensasie gebruik die afrondingsvaardighede wat in die vorige aktiwiteit geoefen is. Die kompensasie ‘betaal’ enige aanpassing terug wat in die afrondingsdeel gemaak is.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerdersboek op die bord.
- Nog voorbeeld mag nodig wees voordat die leerders die aktiwiteit doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir leerders ekstra oefening hiermee. Dit sal ook help om hulle te vra om te dink aan kleingeld. As iets R367 kos, en jy het R370 betaal, hoeveel kleingeld kry jy terug? Dit moet van die finale antwoord afgetrek word. As leerders in pare saamwerk om kleingeld te gee en te ontvang, sal dit vir hulle makliker wees om die konsep te snap.
Uitbreiding: Daag leerders uit om 'n hoofrekenetoets van 20 vrae (met antwoorde) op te stel. Hulle moet dit met 'n maat uitruil en kyk wie is eerste klaar. Hulle moet ook mekaar se werk nasien.

Voorgestelde antwoorde

- 1 $24 \times R10 \approx R240$ (Regte antwoord = R239,76)
- 2 $11\ 432 + 9\ 876 \approx 11\ 400 + 9\ 900 \approx 21\ 300$ (Regte antwoord = 21 308)
- 3 $R275 \times 12 \approx 300 \times 12 \approx 3\ 600$ (Regte antwoord = 3 300)
- 4 $R1\ 256 + R2\ 990 + R890 + 1\ 100 \approx 1\ 300 + 3\ 000 + 900 + 1\ 100 \approx 6\ 300$ (R6 236)

Hersiening: Optelling en aftrekking van telgetalle

Toets oplossings deur die inverse bewerking te gebruik; Hersiening: Metodes vir optelling en aftrekking

Aktiwiteit 3

Tel op en trek af in kolomme

Leerdersboek bladsy 18

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die notas in die Leerdersboek en doen die voorbeeld saam met die leerders op die bord.
- Wys die leerders hoe om die ene-, tiene- en honderde-kolomme korrek onder mekaar neer te skryf.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders verstaan hoe om die syfers in die korrekte plekwaardekolom te skryf. Gee vir hulle nog oefeninge om hul vaardighede te verbeter.

Uitbreiding: Vra leerders om vier, vyf en ses 6-syfer getalle bymekaar te tel. Vra hulle om dit so vinnig as moontlik en so akkuraat as moontlik te doen.

Voorgestelde antwoorde

1 14 940

2 378

3 620

4 7 4 3 8 2

$$\begin{array}{r} 1 \ 7 \ 8 \ 3 \ 6 \ 5 \\ - 2 \ 5 \ 2 \ 7 \ 4 \ 7 \\ \hline \end{array}$$

5 1 3 4 7 9 8

$$\begin{array}{r} - 7 \ 3 \ 9 \ 8 \ 0 \\ \hline 6 \ 0 \ 8 \ 1 \ 8 \end{array}$$

6 10 999 714

Hersiening: Vermenigvuldiging en deling van telgetalle

Vermenigvuldig, deel en toets oplossings

Aktiwiteit 4 Vermenigvuldig en deel in kolomme

Leerdersboek bladsy 19

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die notas in die Leerdersboek en doen die voorbeeld op die bord saam met die leerders.
- Hoewel leerders hierdie metodes reeds vanaf Graad 6 gebruik, is dit belangrik om dit vas te lê.
- Wys die leerders hoe om die ene-, tiene- en honderde-kolomme korrek onder mekaar neer te skryf.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gebruik sommige van die konsepte van die laerskool as die vier bewerkings in kolomme voltooi word en help leerders om 'n tegniek te ontwikkel om getalle op te breek en in kolomme te werk. Laat leerders toe om makliker voorbeeldte gebruik vir die afronding van getalle.

Uitbreiding: Voeg veranderlikes by die vrae wanneer die vier bewerkings gebruik word en toets dan of leerders onthou het om die gelyksoortige en ongelyksoortige terme bymekaar te tel. Gee vir leerders nog voorbeeldte van afronding met desimale getalle. Vra leerders om hul eie vrae uit te dink vir die ander leerders in die klas deur hul sakrekenaars te gebruik.

Voorgestelde antwoorde

1 a $14\ 651$

c

$$\begin{array}{r} 1\ 5\ 5\ 6 \\ \times\ 3\ 2\ 4 \\ \hline 6\ 2\ 2\ 0 \\ 3\ 1\ 1\ 2\ 0 \\ \hline 4\ 6\ 6\ 8\ 0\ 4 \\ \hline 5\ 0\ 4\ 1\ 4\ 4 \end{array}$$

d $7\ 954\ 668$

2 735

b $40\ 192$

3 729

Gemengde bewerkings

Hersiening: Die volgorde van bewerkings

Aktiwiteit 5 Werk met gemengde bewerkings

Leerdersboek bladsy 20

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld in die Leerdersboek en doen addisionele voorbeeld op die bord.
- Spandeer tyd deur HVDMOA te hersien en verskaf addisionele voorbeeld indien nodig.
- Hersien wat 'n term is en laat leerders die terme identifiseer en dan elke term apart vereenvoudig.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Soms sukkel leerders met reëls soos HVDMOA. Alternatiewe maniere kan gebruik word, byvoorbeeld die identifisering van terme. Vra leerders om 'n potlood of gekleurde pen te gebruik en 'n vertikale lyn op die plus- en minus-tekens te trek wat terme skei. Sodra dit gedoen is, behoort hulle eers die berekeninge tussen die termlyne te doen, en dan optel en aftrek laaste. Dit is belangrik dat leerders dit vaslê voor daar later in die kwartaal met Algebra begin word.

Uitbreiding: vraag 6 is meer uitdagend as die ander vrae. Leerders kan ook gevra word om te kyk hoeveel verskillende antwoorde hulle kan kry deur hakies op verskillende plekke in 'n getalsin te sit, soos die volgende: $13 \times 12 + 53 - 14 \div 7 \times (15 - 2) + \sqrt[3]{64000}$

Voorgestelde antwoorde

1 139

4 $2 \times 25 + 2 - 12 = 50 + 2 - 12 = 40$

5 $18 \div 6 - \frac{(4^2 + 10^2)}{2^2} = 3 - \frac{(16 + 100)}{4} = 3 - \frac{(116)}{4} = 3 - 29 = -26$

*6 -476

2 73

3 $2\ 364$

Sakrekenaars

Gebruik die Casio fx-82ZA PLUS sakrekenaar

Aktiwiteit 6

Werk met 'n sakrekenaar

Leerdersboek bladsy 23

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Groepeer leerders met dieselfde sakrekenaars saam, sodat hulle mekaar kan help.
- Die instruksies wat hier gegee word is vir die Casio-sakrekenaar, maar meeste wetenskaplike sakrekenaars werk op 'n soortgelyke wyse.
- Dit is nuttig om 'n emulator met 'n dataprojektor te gebruik sodat leerders presies kan sien watter sleutels gedruk word. As dit nie beskikbaar is nie, is 'n groot plakkaat van 'n sakrekenaar (beskikbaar by verskaffers) ook baie nuttig.
- Werk deur die notas in die Leerdersboek en doen die voorbeeld op die bord.
- Nog voorbeeld mag dalk nodig wees om die volle werking van die sakrekenaar te illustreer.
- As sommige leerders dalk ander sakrekenaars het, mag hulle hulp nodig hê om te verstaan hoe hul eie sakrekenaars werk.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Dit help soms om vir leerders vierkantpapier te gee om die berekening op te doen. Hulle moet die getalle op die vierkantpapier invul vanaf die ene. Dit keer dat leerders die verkeerde plekwaarde in die verkeerde kolom invul, maar sommige leerders mag dalk sukkel om die getalle in omgekeerde volgorde in te vul.

Uitbreiding: Vra leerders om vyf 6-syfer deel-berekening en vyf vermenigvuldiging-berekening uit te dink. Hulle behoort altyd te skat, te bereken en dan hul antwoorde te kontroleer. Vra hulle om altyd hul antwoorde op hul sakrekenaars te kontroleer.

Voorgestelde antwoorde

Leerders kontroleer hul antwoorde vir Aktiwiteit 5.

1 139

2 73

3 2 364

4 40

5 -26

6 -476

Veelvoude en faktore

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 24

Voorgestelde tydstoekening: 30 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Onderskei tussen veelvoude en faktore
- Bepaal die grootste gemene deler tussen getalle
- Gebruik priemfaktorisering van getalle om die KGV en GGD te bepaal.

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8 is die volgende hersien

- priemfaktore van getalle tot ten minste 3-syfer telgetalle
- die bepaling van die KGV en GGD tot ten minste 3-syfer telgetalle deur inspeksie en faktorisering.

Riglyne vir onderrig

Hersien dat veelvoude handel oor herhaalde optelling (of vermenigvuldiging) en faktore handel oor deling. Maak seker dat leerders tussen hierdie terme kan onderskei. Dikwels is die struikelblok op hierdie vlak van Wiskunde die groot hoeveelheid nuwe woordeskat waarmee leerders gekonfronteer word, veral as dit nie hul huistaal is nie. Daag leerders wat die aktiwiteit vinnig voltooi uit om plakkate te ontwerp met maklik-om-te-onthou en spitsvondige definisies vir die woordeskat en sit die plakkate in die Wiskundeklas op.

Veelvoude

Aktiwiteit 1

Werk met veelvoude

Leerdersboek bladsy 24

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeelde in die Leerdersboek.
- Herinner leerders dat, wanneer hulle deur die aktiwiteit werk en hulle nie 'n vraag kan beantwoord nie, hulle die veranderlike kan vervang met 'n getal en dan weer probeer om die vraag te beantwoord.
- Doen 'n paar voorbeelde van maaltafels.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Oefen ‘springtel’ deur by verskillende punte te begin. Herinner leerders dat die getal self ook ’n veelvoud is. As hulle sukkel met die veranderlikes in die aktiwiteit, vra leerders om dit met getalle te vervang en te toets of die stellings waar is.

Uitbreiding: vraag 4 is meer uitdagend en leerders kan dieselfde probeer met meer as drie opeenvolgende getalle.

Voorgestelde antwoorde

Kleinste Gemene Veelvoud (KGV)

Aktiwiteit 2 Bepaal die KGV

Leerdersboek bladsy 25

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die notas in die Leerdersboek en werk dan deur die voorbeelde op die bord saam met die klas.
 - Bespreek wat die woorde ‘kleinst’ en ‘gemene’ in hierdie konteks beteken.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Laat leerders hul sakrekenaars gebruik om dieselfde getal elke keer by te tel om die veelvoude te genereer. Op 'n nie-wetenskaplike sakrekenaar is die sleuteldrukke buvoorbeeld:

6 + 6 =

Op 'n wetenskaplike sakreke

Op- en wetenschappelijke zakrekenmachine

Uitbreidings: Gee vir die leerders groter getalle en vra dat hulle die KGV daarvan bepaal. Hulle kan óf faktorisering gebruik óf hul sakrekenaars om veelvoude te genereer, maar dit sal meer uitdagend wees om te probeer om die groter getalle met faktorisering te doen.

Voorgestelde antwoorde

- 1 48 2 42 3 84 4 72

Faktore

Aktiwiteit 3

Bepaal faktore

Leerdersboek bladsy 26

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die notas in die Leerdersboek en werk dan deur die voorbeeld op die bord saam met die klas.
- Dit behoort hersiening vir Graad 9 te wees, maar dit is nodig om dit vas te lê voordat daar voortgegaan word met Algebra in latere hoofstukke.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Hersien die ‘dolfyntjie-metode’ wat gebruik is in Graad 8 van hierdie kursus. Begin met 1 en vra hoeveel keer dit in die getal indeel – beide 1 en die getal is faktore. Kontroleer dan of die getal onewe of ewe is, indien ewe, deel deur 2, dan 3 totdat die faktore dieselfde is as dié wat reeds gelys is.

Uitbreiding: Gee vir die leerders voorbeeld van 3- en 4-syfer getalle en vra dat hulle die faktore daarvan bepaal.

Voorgestelde antwoorde

- | | | |
|---|--|---|
| 1 | a 1; 2; 3; 4; 6; 12 | b 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 32; 48; 64; 96; 192 |
| | c 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24 | d 1; 3; 7; 9; 21; 63 |
| 2 | 3; 5 | |
| 3 | a {1; 3; 5; 9; 15; 45} | b {1; 2; 3; 6; 11; 22; 33; 66} |
| | c {1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 20; 24; 30; 40; 60; 120} | |
| | d {1; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 30; 36; 45; 60; 90; 180} | |

Grootste Gemene Deler (GGD)

Aktiwiteit 4

Bepaal die GGD

Leerdersboek bladsy 26

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Werk deur die notas in die Leerdersboek en werk dan deur die voorbeeld op die bord saam met die klas.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders al die faktore van die getalle lys voordat die GGD bepaal word. Gee vir hulle nog oefeninge met kleiner getalle en moedig hulle aan om die ‘dolfyntjie-metode’ stap-vir-stap te gebruik. Hulle kan ook kontroleer dat hulle ’n ewe aantal faktore het vir ’n nie-vierkantsgetal, en ’n onewe aantal faktore vir ’n vierkantsgetal.

Uitbreiding: Gee vir die leerders drie of vier getalle en vra dat hulle die GGD daarvan bepaal. Hierdie getalle kan ’n mengsel wees van 2- en 3-syfer getalle.

Voorgestelde antwoorde

- 1 $F_{25} = \{1; 5; 25\}; F_{40} = \{1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40\}$; Die GGD van 25 en 40 is 5.
- 2 $F_{18} = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}; F_{30} = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\}$
Daar is drie gemene faktore en die GGD van 18 en 30 is 6.
- 3 $F_{24} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}; F_{56} = \{1; 2; 4; 7; 8; 14; 28; 56\}$
Daar is drie gemene faktore en die GGD van 24 en 56 is 8.
- 4 $F_{15} = \{1; 3; 5; 15\}; F_{40} = \{1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40\}$
- 5 $F_{50} = \{1; 2; 5; 10; 50\}; F_{72} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 36; 72\}$

Bepaal die KGV en GGD deur priemfaktorisering

Aktiwiteit 5 Priemfaktorisering

Leerdersboek bladsy 27

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien wat priemgetalle is en verduidelik die konsep van faktorisering.
- Wys vir die leerders 'n boomdiagram of gebruik die leertjie-metode soos in die Leerdersboek.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir die leerders nog oefeninge en laat hulle die leertjie-metode gebruik. Hulle kan ook 'n lys maak van die priemgetalle bo-aan hul bladsy en elkeen kontroleer soos hulle teen die leertjie afbeweeg.

Uitbreiding: Sodra leerders die aktiwiteit voltooi het, gee vir hulle groter getalle asook 'n paar voorbeelde met veranderlikes.

Voorgestelde antwoorde

1 $2 \times 3^2 \times 5$ 2 3×5^3 3 $2^2 \times 7^2$ 4 $2^2 \times 3 \times 7 \times 13$

Gebruik priemfaktorisering om die GGD te bepaal; Gebruik priemfaktorisering om die KGV te bepaal

Aktiwiteit 6 Bepaal die KGV en GGD deur priemfaktorisering

Leerdersboek bladsy 28

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die notas in die Leerdersboek en doen die voorbeelde op die bord.
- Dit is nuttig vir leerders om die priemfaktore in uitgebreide vorm te skryf, maar hulle kan ook aangemoedig word om dit in eksponensiële vorm te skryf.
- Verduidelik wat 'grootste' en 'kleinste' in hierdie konteks beteken.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Oefen die maaltafels deur flitskaarte te gebruik. Dit sal leerders help om veelvoude beter te hanteer. Gebruik die deelbaarheidsreëls om leerders te help om faktore te bepaal. Wys vir die leerders hoe om hul sakrekenaars te gebruik met berekening wat deling behels.

Uitbreiding: Gee vir die leerders meer komplekse getalle om te priemfaktoriseer. Vra die klas om 'n metode te bepaal op hul sakrekenaars om hulle te help om die priemfaktore van 'n getal te vind. (Gee vir hulle 'n wenk oor die FACT-funksie.)

Voorgestelde antwoorde

- 1 $9 = 3^2$; $24 = 2^3 \times 3$. Dus is die GGD 3 en KGV is 72
- 2 $15 = 5 \times 3$; $40 = 2^3 \times 5$. Dus is die GGD 5 en KGV is 120
- 3 $18 = 3^2 \times 2$; $24 = 2^3 \times 3$. Dus is die GGD 6 en die KGV is 72

EENHEID

4

Verhouding, koers en eweredigheid

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 29

Voorgestelde tydstoekening: 50 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Berekening van die verhouding van een hoeveelheid tot 'n ander hoeveelheid en die uitdruk daarvan in breukvorm
- Berekening van hoeveelhede wat ontstaan as gevolg van die deling van 'n gegewe hoeveelheid in 'n gegewe verhouding
- Vertolking en oplossing van toepaslike woordprobleme
- Vorming van verhoudings ekwivalent aan gegewe verhoudings (insluitende verhoudings met drie verhoudingsgetalle)
- Die uitdruk van verhoudings in persentasievorm
- Die uitdruk van verhoudings wat in gemengde getalverhoudings gegee is as verhoudings in telgetalle in die eenvoudigste vorm
- Berekening van hoeveelhede wat ontstaan as gevolg van die deling van 'n gegewe hoeveelheid in 'n gegewe verhouding uitgedruk in persentasievorm
- Berekening van persentasie toename en afname van pryse en ander hoeveelhede
- Onderskei tussen direkte en omgekeerde eweredigheid
- Berekening van die skaalfaktor vir 'n direkte eweredigheid
- Oplossing van probleme in verband met direkte en omgekeerde eweredigheid
- Herkenning van koerse uitgedruk in verskeie eenhede
- Berekeninge wat koerse behels
- Berekeninge wat wisselkoerse behels

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders probleme opgelos wat die volgende behels:

- vergelyking van twee of meer hoeveelhede van dieselfde soort (verhouding)
- vergelyking van twee hoeveelhede van verskillende soorte (koers)
- verdeling in 'n gegewe verhouding as die geheel gegee is
- toename of afname van 'n getal in 'n gegewe verhouding.

Riglyne vir onderrig

Herinner leerders aan die verskille tussen verhouding en koers.

'n Verhouding vergelyk twee of meer hoeveelhede van dieselfde tipe. Die twee hoeveelhede sal dieselfde eenheid hê en dit sal uitkanselleer, dus het 'n verhouding geen eenhede nie.

'n Koers is 'n vergelyking van twee verskillende tipes hoeveelhede. Daar is baie koerse wat alledaags gebruik word, soos spoed, elektrisiteitsverbruik, waterverbruik, pryse per kilogram van kos, wisselkoerse, ensovoorts. Koerse sal altyd eenhede hê, soos km per uur; kW per uur; R39 per kilogram. Per beteken deel.

Verhoudings

Wat is 'n verhouding?

Aktiwiteit I Bereken verhoudings

Leerdersboek bladsy 31

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Skryf 'Verhouding is 'n manier om hoeveelhede van dieselfde soort te vergelyk' op die bord.
- Bespreek hierdie stelling met behulp van verskeie voorbeelde.
- Bespreek die uitgewerkte voorbeelde in die Leerdersboek en lê klem op die nota aan die einde van die tweede voorbeeld.
- Laat die leerders die twee Dink-Doen voorbeelde bestudeer en dan as 'n klas bespreek.
- Laat die leerders vraag 1 tot 3 in hul oefenboeke doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir die leerders voorbeelde met kleiner getalle waar hulle konkrete voorwerpe in groepe kan rangskik, byvoorbeeld daar is 24 kolletjies op die bord en dit moet ingekleur word met rooi en groen in die verhouding van 5 : 1. Leerders kan groepe maak van $5 + 1 = 6$ en kyk hoeveel groepe daar in 24 is. Sodra hulle kleiner voorbeelde onder die knie het, kan hulle voorbeelde aanpak met groter getalle.

Uitbreiding: Daag leerders uit om ten minste twee voorbeelde van verhoudings in die alledaagse lewe te vind en dit te gebruik om groter of kleiner hoeveelhede te bepaal. Meeste leerders is bewus van die vermenging van sappe in sekere verhoudings met water. Die voedingsinligting op voedselsoorte is ook verhoudings en kan gebruik word om te bepaal wat die hoeveelhede sal wees in verskillende grootte porsies.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a Aantal manlike onderwysers = $18 - 13 = 5$
Verhouding vroulike onderwysers: manlike onderwysers = $13 : 5$
b Leerders : onderwysers = $450 : 18 = 25 : 1$ (na deling deur 18)
c Gemiddelde aantal leerders per onderwyser = 25
- 2 a Lengte van vloer : lengte van teël = $2,4 \text{ m} : 200 \text{ mm}$
 $= 2\ 400 \text{ mm} : 200 \text{ mm} = 12 : 1$
b Oppervlakte vloer : Oppervlakte teël = $(2,4 \text{ m})^2 : (0,2 \text{ m})^2$
 $= 5,76 \text{ m}^2 : 0,04 \text{ m}^2$
 $= 576 : 4 = 144 : 1$
c Aantal teëls benodig om vloer te bedek = 144
- 3 a Sakgeld van Kulani : Sakgeld van Bolani = $R70 : R42 = 10 : 6 = 5 : 3$
b Kulani se spaargeld : Kulani se sakgeld = $R21 : R70 = 3 : 10 = \frac{3}{10}$
c Bulani se spaargeld : Bulani se sakgeld = $R14 : R42 = 2 : 6 = \frac{1}{3}$
d Kulani se totale maandelikse spaargeld = $4 \times R21 = R84$
Bulani se totale maandelikse spaargeld = $4 \times R14 = R56$
e Kulani se maandelikse sakgeld : Bolani se maandelikse sakgeld
 $= (4 \times R70) : (4 \times R42) = 70 : 42$ (na deling deur 4) = $5 : 3$ (na deling deur 14)

Verdere toepassing van verhoudings

Aktiwiteit 2

Bereken verdere verhoudings

Leerdersboek bladsy 33

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Maak 'n ruwe skets op die bord wat die situasie van die eerste Uitgewerkte voorbeeld in die Leerdersboek uitbeeld.
- Bespreek die Dink-Doen gedeelte met die leerders.
- Laat die leerders uitgewerkte voorbeeld 2 en 3 bestudeer en in pare bespreek.
- Leerders doen vraag 1 tot 3 in hul oefenboeke, en kontroleer hul maats se antwoorde.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Vra die leerders om voorbeeldte te gee van hoeveelhede om die konsep te hersien. Maak seker dat hulle die konsep 'hoeveelhede van dieselfde soort' verstaan.

Uitbreiding: Bespreek vennootskappe in klein besighede en die kriteria vir die verdeling van die wins tussen vennote. Vraag 4e is meer uitdagend.

Voorgestelde antwoorde

- 1 Hoeveel dele? $5 + 4 = 9$ Hoeveel is een deel? $\frac{1}{9}$ van $R252,90 = R28,10$
Mulalo kry 5 dele = $5 \times R28,10 = R140,50$; Tsakami kry 4 dele = $4 \times R28,10 = R112,40$
- 2 a Mandjies A : Mandjies B: Mandjies C = $48 : 54 : 42 = (8 \times 6) : (9 \times 6) : (7 \times 6)$
 $= 8 : 9 : 7$ (na deling deur 6)
b Aantal dele = $8 + 9 + 7 = 24$
1 deel van $R425 = R425 \div 24 = R17,71$
Dagloon vir A = $8 \times R17,71 = R141,68$
Dagloon vir B = $9 \times R17,71 = R159,39$
Dagloon vir C = $7 \times R17,71 = R123,97$

- 3**

 - a Dosis vir miere. Insekddoder : water = $20 \text{ ml} : 10\ 000 \text{ ml} = 1 : 500$
 - b Dosis vir spinnekoppe. Insekddoder : water = $100 \text{ ml} : 10\ 000 \text{ ml} = 1 : 100$
 - c In die mengsel vir spinnekoppe is die waterverhouding $2,5 \ell : 10 \ell = 1 : 4 = \frac{1}{4}$
Dus moet insekdoder gemeng word met $2,5 \ell$ water = $\frac{1}{4}$ van $100 \text{ ml} = 25 \text{ ml}$
 - d In die mengsel vir kommandowurms is die waterverhouding $5 \ell : 10 \ell = 1 : 2 = \frac{1}{2}$
Dus moet insekdoder gemeng word met 5ℓ water = $\frac{1}{2}$ van $2,5 \text{ ml} = 1,25 \text{ ml}$
 - *e Dosis vir kommandowurms : Dosis vir miere = $2,5 \text{ ml} : 20 \text{ ml} = 25 : 200$
 $= 12,5 : 100 = 12,5\%$

Ekwivalente verhoudings en persentasies

Verhoudings; persentasies

Aktiwiteit 3 Skryf ekwivalente verhoudings

Leerdersboek bladsy 36

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Skryf die sin ‘Enige verhouding kan verander word na ’n ekwivalente verhouding deur die getalle van die verhouding met dieselfde faktor te vermenigvuldig (of te deel.)’ op die bord. Bespreek die stelling en skryf verskillende voorbeelde op die bord.
 - Bespreek voorbeelde 1 en 2 en lê klem op die verskillende maniere waarop ’n verhouding geskryf kan word. Doen soortgelyke voorbeelde op die bord.
 - Werk deur die Dink-Doen voorbeeld 3 en vra dan vir leerders die vraag, “Watter persentasie van die 100 cm stok is die 75 cm stok?”
 - Leerders bestudeer die Dink-Doen voorbeeld 4.
 - Leerders doen vraag 1 en 2 in hul oefenboeke.
 - Werk saam met die leerders deur die Dink-Doen uitgewerkte voorbeeld 5.
 - Leerders doen vraag 3 en 4 in hul oefenboeke.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Verhoudings kan ook as breuke uitgedruk word. Leerders is gewoon daarvan om ekwivalente breuke te verander deur vermenigvuldiging en deling. Wys vir leerders hoe die verhouding 'n ekwivalente manier is om breuke te skryf en om verhoudings te verander; al die dele moet met dieselfde bedrag vermenigvuldig (of gedeel) word. Gee ekstra voorbeelde vir leerders om te oefen.

Uitbreiding: Gee vir die leerders voorbeelde van verhoudings wat veranderlikes het om te vereenvoudig.

Voorgestelde antwoorde

- I a Deel deur GGD 11. Dan is $55 : 121 = 5 : 11$
b $15 \text{ uur} : 50 \text{ minute} = 90 \text{ minute} : 50 \text{ minute}$ (deel deur GGD 10) $= 9 : 5$
c $6 \text{ cm} : 126 \text{ mm} : 12 \text{ cm} = 60 \text{ mm} : 126 \text{ mm} : 120 \text{ mm}$ (deel deur GGD 6 en los die eenhede uit) $= 10 : 21 : 20$

- d $560 \text{ g} : 1,05 \text{ kg} : 1,47 \text{ kg} = 560 \text{ g} : 1\ 050 \text{ g} : 1\ 470 \text{ g}$
 $= 56 : 105 : 147$ (na deling deur 10)
 $= 8 : 15 : 21$ (na deling deur 7)
- e $108\% : 84\% : 48\% = 108 : 84 : 48$ (deel deur GGD 12) $= 9 : 7 : 4$ (na deling deur 12)
- 2 a $375 \text{ ml} : 1 \ell = 375 \text{ ml} : 1\ 000 \text{ ml}$ (deel deur GGD 125)
 $= 3 : 8 = \frac{3}{8} \times 100\% = 37,5\%$
- b $R12,50 : R500 = R25 : R1\ 000$ (vermenigvuldig met 2 om telgetalle te kry)
 $= 5 : 200$ (na deling deur 5; los eenhede)
 $= 1 : 40$ (na deling deur 5)
- (In plaas daarvan om twee keer deur 5 te deel, kan jy een keer deur 25 deel.)
 $1 : 40 = 2,5\%$
- c $96 \text{ mm} : 6 \text{ cm} = 96 \text{ mm} : 60 \text{ mm}$ (deel deur 12)
 $= 8 : 5 \times 100\% = 8 \times 20\% = 160\%$
- d $99c : R1,65 = 99c : 165c = 9 : 15$ (na deling deur 11)
 $= 3 : 5$ (na deling deur 3)
 $= 60\%$
- e $2,5 \text{ kg} : 750 \text{ g} = 2\ 500 \text{ g} : 750 \text{ g}$ (deel deur GGD 250)
 $= 10 : 3 = \frac{10}{3} \times \frac{100\%}{1} = \frac{1\ 000\%}{3} \times 333\frac{1}{3}\%$
- 3 a $7,5 : 12,5 = 75 : 125$ (na $\times 10$) $= 3 : 5$ (na $\div 25$)
b $0,24 : 1,08 : 0,84 = 24 : 108 : 84$ (na $\times 100$) $= 2 : 9 : 7$ (na $\div 12$)
c $5\frac{2}{3} : 8\frac{1}{3} = \frac{17}{3} : \frac{25}{3}$ ($\times 3$ om telgetalle te kry) $= 17 : 25$
d $1\frac{7}{8} : 2\frac{3}{8} : 3\frac{1}{8} = \frac{15}{8} : \frac{19}{8} : \frac{25}{8}$ ($\times 8$ om telgetalle te kry) $= 15 : 19 : 25$

Probleemoplossing

Aktiwiteit 4 Los wordoprobleme op

Leerdersboek bladsy 36

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Wys 'n advertensie wat die "Was... Nou..." prys aantoon en gebruik dit as 'n voorbeeld om persentasies te bereken waar die "Was" prys verminder is.
- Lees deur die voorbeeld in die Leerdersboek en laat leerders dan vraag 1 en 2 doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Herinner leerders dat persentasie 100 dele beteken. Hulle behoort dieselfde patrone te volg wat ontwikkel is vir verhoudings; gebruik nou net 100 as die totaal.

Uitbreiding: Vra leerders om twee vrae te ontwikkel gebaseer is op persentasieverhoudings. Hulle kan data gebruik van onderwerpe soos Natuurwetenskappe of Geografie vir interessante kontekste.

Voorgestelde antwoorde

I Deel A = 40% van 150 kg meel $= \frac{40}{100} \times \frac{150}{1} \text{ kg} = 60 \text{ kg}$

$$\text{Deel B} = 35\% \text{ van } 150 \text{ kg meel} = \frac{35}{100} \times \frac{150}{1} \text{ kg} = 52,5 \text{ kg}$$

$$\text{Deel C} = 25\% \text{ van } 150 \text{ kg meel} = \frac{1}{4} \times \frac{150}{1} \text{ kg} = 37,5 \text{ kg}$$

2 Kulani se deel = 40% van R12 450 = $\frac{40}{100} \times \text{R12 450} = 4 \times \text{R1 245} = \text{R4 980}$

$$\text{Lungisani se deel} = 33\frac{1}{3}\% \text{ van R12 450} = \frac{1}{3} \times \text{R12 450} = \text{R4 150}$$

$$\text{Msizi se deel} = 26\frac{2}{3}\% \text{ van R12 450} = \frac{80}{300} \times \text{R12 450} = \frac{8}{3} \times \text{R1 245} \times 8 = \text{R415} = \text{R3 320}$$

Direkte en omgekeerde eweredigheid

Direkte eweredigheid

Aktiwiteit 5 Werk met direkte eweredigheid

Leerdersboek bladsy 38

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeelde 1 en 2 en maak seker dat leerders die betekenis van *skaalfaktor* verstaan.
- Teken 'n tabel soos die een in voorbeeld 1 op die bord, maar pas dit aan vir die A4-A5-A6-voorbeeld. Vul die lengtes en breedte in en deur 'n sakrekenaar te gebruik, bepaal die verhouding $l : b$ vir elk van die drie papiergroottes. Dit behoort 1 : 4 te wees, wat die skaalfaktor is van hierdie direkte eweredigheid.
- Skryf die openingsin van Aktiwiteit 1 op die bord en koppel dit aan voorbeelde 1 en 2 en die A4-A5-A6-voorbeeld.
- Laat die leerders vraag 1 tot 4 in hul oefenboeke doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir die leerders ekstra oefeninge met skaalfaktore. Dit is 'n onderwerp wat intuïtief verstaan word en dikwels by stokperdjies gebruik word.

Uitbreiding: Vra leerders om te verduidelik hoe die direkte eweredigheid in die afstand-spoed-tyd formule werk. Is al die veranderlikes in direkte eweredigheid? Watter is nie?

Voorgestelde antwoorde

- I Leerders voltooi die tabel.

Reghoek	A	B	C	D
	$l = 4 \text{ cm}$ $b = 2 \text{ cm}$	$l = 6 \text{ cm}$ $b = 3 \text{ cm}$	$l = 8 \text{ cm}$ $b = 4 \text{ cm}$	$l = 30 \text{ cm}$ $b = 15 \text{ cm}$
Omtrek $P = 2(l + b)$	12 cm	18 cm	24 cm	90 cm
Verhouding $P : l$	$12 : 4 = 3 : 1$	$18 : 6 = 3 : 1$	$24 : 8 = 3 : 1$	$90 : 30 = 3 : 1$
Verhouding $P : b$	$12 : 2 = 6 : 1$	$18 : 3 = 6 : 1$	$24 : 4 = 6 : 1$	$90 : 15 = 6 : 1$

a Omtrek is in direkte eweredigheid tot die lengtes; skaalfaktor = 3

b Omtrek is in direkte eweredigheid tot breedtes; skaalfaktor = 6

- 2 a $7,5 \ell : 1,25 \ell = 750 : 125 = 6 : 1$
 b Konsentraat met 3 ℓ water = $(3\ 000 \div 6)$ ml = 500 ml
 c Water wat by 50 ml konsentraat gevoeg moet word = $50 \text{ ml} \times 6 = 300 \text{ ml}$
- 3 a Leerders teken die tabel oor en voltooi dit. Laat hulle die π sleutel op die sakrekenaars gebruik.

	K	M	G
Radius: r	14 mm	21 mm	35 mm
Omtrek: $C = 2\pi r$	87,964 mm	131,947 mm	219,911 mm
Oppervlakte: πr^2	615,752 mm ²	1 385,442 mm ²	3 848,451 mm ²
Verhouding $C : r$	6,28	6,28	6,28
Verhouding $A : r$	43,98	65,97	109,96

- b Omtrekke van skywe is in direkte eweredigheid tot hul radii; skaalfaktor is 6,3.
 c Oppervlaktes van skywe is in direkte eweredigheid tot hul radii; geen skaalfaktor nie.
- 4 a Rente : Tydperk = 80 : 1 vir elk van die vyf tydperke.
 b Bedrag van rente is direk eweredig tot die tydperk van belegging.
 Rede: Die verhouding Rente : Tydperk is konstant vir enige tydperk.

Omgekeerde eweredigheid

Aktiwiteit 6 Werk met omgekeerde eweredigheid

Leerdersboek bladsy 41

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Lees deur voorbeeld 1 saam met die leerders en wys dan op die bord dat die vergelyking $l \div b = 12$ ook geskryf kan word in die vorm $l = \frac{12}{b}$ of die vorm $b = \frac{12}{l}$.
- Werk deur voorbeeld 2 saam met die leerders. Wys daarop dat dit verskil van voorbeeld 2 van Aktiwiteit 1, waar die petrolprys per liter vasgestel was. In hierdie voorbeeld is die totale aankoopprys vir petrol vasgestel op R200.
- Laat die leerders vraag 1 en 2 in hul oefenboeke doen.
- Bespreek vraag 3 (verpakking van appels) met die klas. Laat leerders eers vraag 3a doen en bespreek dan die antwoord met hulle. Laat leerders vraag 3b doen en bespreek die antwoord. Leerders doen vraag 3c en 3d.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Neem 'n A4-vel papier (297 mm lank en 210 mm breed), vou dit in die helfte sodat elke helfte A5-grootte is (210 mm lank en 148,5 mm breed). Sny die vel langs die vou en maak twee A5-velle. Vou een A5-vel in die helfte, en sny dit om twee A6-velle te maak (148,5 mm lank en 105 mm breed). Plak 'n nuwe A4-vel, een A5-vel en een A6-vel op 'n plakkaat of op die bord. Vra die vraag: "Is die drie reghoekige velle identies of net gelykvormig?"

Remediëring en uitbreiding vervolg

Antwoord: Hulle is nie identies nie, maar gelykverdig. Die drie reghoeke is in direkte eweredigheid. Verskaf aan die leerders velle met cm^2 -rooster en laat hulle in pare saamwerk om verskeie reghoeke op die roosters te teken sodat die oppervlakte van elke reghoek 12 cm^2 is. Die resultate behoort te wees 4 cm lank by 3 cm breed, 6 cm by 2 cm , 12 cm by 1 cm , 8 cm by $1,5 \text{ cm}$, ens. Skryf die vergelyking $I \div b = 12$ op die bord en lê klem daarop dat hierdie vergelyking waar is vir elke korrekte reghoek wat hulle geteken het. Vertel die leerders dat hierdie reghoeke omgekeerd eweredig is. Twee hoeveelhede is omgekeerd eweredig as een hoeveelheid afneem soos die ander een toeneem.

Uitbreiding: Verwys leerders terug na die afstand-spoed-tyd formule en laat hulle sê watter waardes omgekeerd eweredig is.

Voorgestelde antwoorde

1	a	<table border="1"> <tr> <td>b</td><td>20</td><td>16</td><td>10</td><td>8</td><td>5</td><td>4</td></tr> <tr> <td>h</td><td>2</td><td>2,5</td><td>4</td><td>5</td><td>8</td><td>10</td></tr> </table>	b	20	16	10	8	5	4	h	2	2,5	4	5	8	10
b	20	16	10	8	5	4										
h	2	2,5	4	5	8	10										

b $b \times h = 2 \times 20 = 40$, wat ook geskryf kan word as $b = \frac{40}{h}$

c b is omgekeerd eweredig tot h .

Rede: $b \times h = 40$, 'n konstante getal. As b afneem, sal h toeneem.

2	a	<table border="1"> <tr> <td>p</td><td>1 m</td><td>0,5 m</td><td>1,5 m</td><td>2 m</td><td>2,4 m</td><td>3 m</td></tr> <tr> <td>n</td><td>12</td><td>2</td><td>8</td><td>6</td><td>5</td><td>4</td></tr> </table>	p	1 m	0,5 m	1,5 m	2 m	2,4 m	3 m	n	12	2	8	6	5	4
p	1 m	0,5 m	1,5 m	2 m	2,4 m	3 m										
n	12	2	8	6	5	4										

b $p \times n = 12$

c Die aantal stukke, n , is omgekeerd eweredig tot p , die lengte van elke stuk.

3 a Die aantal kartonne per skof (B): 100 Klein, 40 Medium en 16 Groot.

b is omgekeerd eweredig tot n , die aantal appels per karton.

Rede: $b \times n = 2\ 400$, 'n konstante produk.

b Klein karton $n : t = 24 : 16 = 3 : 2 = 1,5$

Medium karton $n : t = 60 : 40 = 3 : 2 = 1,5$

Groot karton $n : t = 150 : 100 = 3 : 2 = 1,5$

n is direk eweredig tot t .

Rede: $n : t$ is die konstante koers van 1,5 appels/sek.

c Aantal appels per karton (a) : tyd (t) = $3 : 2$. a is direk eweredig tot t .

d Klein karton $w : t = 40c : 16 \text{ sek} = 2,5c \text{ per sek.}$

Medium karton $w : t = 100c : 40 \text{ sek} = 2,5c \text{ per sek.}$

Groot karton $w : t = 250c : 100 \text{ sek} = 2,5c \text{ per sek.}$

w is direk eweredig tot t .

Rede: $w : t$ is die konstante koers 2,5c per sek.

Koers en spoed

Koers

Aktiwiteit 7

Bereken koers

Leerdersboek bladsy 43

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die uitgewerkte voorbeeld op die bord.
- Laat die leerders in pare saamwerk om mekaar se polsslae te meet, soos in vraag 3.
- Werk saam met die leerders deur die uitgewerkte voorbeeld in die Leerdersboek.
- Laat die leerders vraag 3 in hul oefenboeke doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir die leerders nog voorbeeld van eenvoudige koerse uit die alledaagse lewe. Laat leerders toe om in pare te werk sodat hulle die verskillende koerse aan mekaar kan verduidelik en saam kan besluit watter hoeveelheid is die teller en watter een die noemer is.

Uitbreiding: vraag 3 is meer uitdagend vir leerders.

Voorgestelde antwoorde

- 1
 - a Danielle is $R92 \div 8 \text{ h} = R11,50$ per uur betaal toe sy begin werk het.
 - b Danielle se nuwe salaris = $R11,50 + 10\%$ van $R11,50$ per uur = $R11,50 + R1,15 = R12,65/\text{h}$
 - c Danielle se loon vir 'n 8-uur dag = $8 \times R12,65 = R101,20$
Danielle se loon vir 'n 5×2 -dag week = $5,5 \times R101,20 = R556,60$
- 2
 - a Koers per 1 kg meel = $R33,95 \div 2,5 \text{ kg} = R13,58$ per kg wat goedkoper is as $R18,99/\text{kg}$.
 - b Koers per liter kookolie: 750 ml bottel: $R10,45 \div 0,75 \text{ l} = R13,93$ per liter
2 l bottel: $R19,19 \div 2 \text{ l} = R9,60$ per liter, wat die goedkoopste koers is.
 - c Koers per dosyn eiers: $\frac{1}{2}$ dosyn pak: $R7,19 \div \frac{1}{2} = R14,38$ per dosyn.
 $2\frac{1}{2}$ dosyn pak: $R33,95 \div 2,5 = R13,58$ per dosyn, die goedkoopste koers.
- 3
 - Mr. Dlamini koop Britse ponde van mev. C teen 'n wisselkoers van $R12,785$ per £1.
Dus ontvang mev. C $400 \times R12,785 = R5 114$.
 - Mr. Dlamini verkoop van die ponde aan mnr. D teen 'n wisselkoers van $R13,4767$ per £1.
Dus ontvang mnr. D $5 000 \div 13,4767 = £371,01$.
 - Mr. Dlamini koop euros van mev. E teen 'n wisselkoers van $R11,278$ per €1.
Dus ontvang mev. E. $4 500 \times R11,278 = R50 751$.
 - Mr. Dlamini verkoop van die euros aan mnr. F teen 'n wisselkoers van $R11,9060$ per €1.
Dus ontvang mnr. F $3 700 \div 11,906 = €310,77$.
 - Mr. Dlamini koop pula van me. G teen 'n wisselkoers van $R0,932$ per pula.
Dus ontvang me. G $1 000 \times R0,932 = R932$.
 - Mr. Dlamini verkoop pula aan mnr. H teen 'n wisselkoers van $R0,808$ per pula.
Dus ontvang mnr. H $1 000 \div 0,808 = R1 237,62$.

Volgens die Senior Fase Wiskunde KABV, moet ondersoeke kritiese en kreatiewe denke bevorder. Dit kan gebruik word om reëls of konsepte te ontwikkel en mag die volgende behels: induktiewe beredenering, identifisering of toetsing van patronen of verhoudings, maak van gevolgtrekkings en vaslegging van algemene patronen.

Om te verhoed dat werk geassesseer word wat afgeskryf is sonder begrip, word dit aanbeveel dat, terwyl die oorspronklike ondersoek by die huis gedoen kan word, die finale opskryf van resultate in die klas gedoen word, onder toesig, sonder toegang tot enige notas. Ondersoeke word geassesseer met rubriek, wat gespesifieer kan word vir 'n spesifieke taak, of generies kan wees, met die aantal punte vir elke vaardigheid duidelik aangedui.

Die volgende rubriek kan gebruik word, of enige een wat toepaslik is vir hierdie ondersoek.

	0–1	2–3	4–5	6–7
Organisering en optekening van idees en ontdekking deur gebruik te maak van byvoorbeeld diagramme en tabelle.	Geen bewys van strategie of prosedure om data op te teken nie.	Gedeeltelike voltooiing van die data.	Alle data opgeteken.	Alle data duidelik en akkuraat opgeteken.
Kommunikasie van idees met toepaslike verduidelikings.	Geen beskrywing van die metode wat benodig word vir die taak nie.	Gedeeltelike voltooiing van die beskrywings van die metode.	Beskrywings van die metode is effekief.	Beskrywings van die metode is effekief en toepaslik.
Berekeningetoon duidelike begrip van wiskundige konsepte en procedures.	Geen bewys van begrip van die konsepte benodig vir die taak nie.	Minimale bewys van begrip van wiskundige konsepte van breë idees.	Bewyse van begrip van die breë idees.	Verskaf bewyse van baie goeie begrip van konsepte en procedures.
Veralgemening en gevolgtrekkings.	Geen gevolgtrekking gegee of geen data aangeteken nie.	Gevolgtrekkings word gedeeltelik ondersteun deur die data.	Toepaslike data gebruik om die gevolgtrekkings te ondersteun.	Interpretasie van data ondersteun gevolgtrekking en lei tot nuwe vrae.

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Skryf die openingsin (die definisie van spoed) van hierdie afdeling op die bord.
- Lê klem op die feit dat spoed 'n koers is, soos aangetoon deur die woord 'per' in kilometer per uur (km/h), meter per sekonde (m/s) ens.
- Bespreek die verband tussen afstand (a), tyd (t) en spoed (s), soos uitgedruk deur die formule $a = s \times t$ en sy variasies $s = \frac{a}{t}$ en $T = \frac{a}{s}$.
- Teken die driehoekige 'onthou' op die bord en demonstreer hoe om dit te gebruik om elk van die drie bostaande formules te gebruik.
- Doen voorbeeld 1 op die bord om die besonderhede van die berekening aan te toon.
- Leerders bestudeer voorbeeld 2 en doen dan dieselfde berekening sonder om na die oplossing in die Leerdersboek te kyk.
- Laat die leerders probeer om voorbeelde 3 en 4 te doen sonder om na die oplossings in die Leerdersboek te kyk. Hulle kan daarna na die oplossings kyk om hul eie pogings te assesseer.
- Leerders doen die vraag 1 tot 5 in die Leerdersboek op hul eie in hul oefenboeke.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Bespreek die voorbeeld van koerse aan die begin van Aktiwiteit 1 in die Leerdersboek. Beklemtoon die funksie van die term 'per' wat in die eenhede gebruik word van meeste koerse. Vra vir die klas die vraag: "As jy met 'n fiets van jou huis af skool toe ry, ry jy teen een spoed die hele tyd, of wissel die spoed?"

Bespreek moontlike omstandighede wat die spoed van die fiets sal beïnvloed.

Uitbreiding: Vra die leerders om nog voorbeelde van koerse op te noem. Vra die vraag: "Gestel die afstand is 5 km en die tyd wat dit jou neem om die afstand af te lê is 'n halfuur. Wat was jou gemiddelde spoed in km/h?" Beklemtoon die feit dat die meeste dinge wat beweeg, teen veranderlike spoed beweeg en dat die berekende spoed gewoonlik *gemiddelde* spoed is.

Voorgestelde antwoorde

1 $54 \text{ minute} = (54 \times 60) \text{ u} = 0,9 \text{ u}$

Afstand wat trein aflê: $a = s \times t = (75 \times 0,9) \text{ km} = 67,5 \text{ km}$

2 Rytyd: $t = \frac{a}{s} = \frac{1\ 500 \text{ km}}{90 \text{ km/h}} = 16\frac{2}{3} \text{ u} = 16 \text{ u } 40 \text{ min}$

3 Gemiddelde spoed van slak: $S = \frac{a}{t} \times \frac{125 \text{ cm}}{4,5 \text{ min}} = 27,8 \text{ cm/min}$

4 a Jabu se spoed in m/s = $(40 \text{ km} \times 1\ 000) \times (1 \text{ u} \times 60 \times 60) \text{ m/s}$
= $(40\ 000 \times 3\ 600) \text{ m/s}$

$$= \frac{100}{9} \text{ m/s} = 11,11 \text{ m/s}$$

b Jabu se afstand = $s \times t = \frac{100}{9} \text{ m/s} \times 45 \text{ sek} = (100 \times 5) \text{ m} \times 500 \text{ m}$

- 5 a $5 \text{ km} = 5 \times 1\ 000 \text{ m} = 5\ 000 \text{ m}$
 1 min en 48 sek = $(60 + 48) \text{ sek} = 108 \text{ sek} = (108 \times 60) \text{ min} = (1,8 \times 60) \text{ h} = 0,03 \text{ h}$
 Gemiddelde spoed van renjaer = $\frac{a}{t} \times (5\ 000 \text{ m}) \times (108 \text{ sek}) = 46,3 \text{ m/s}$
 In km/h: Gemiddelde spoed \times (5 km) \times (0,03 h) = 166,7 km/h
 b Tyd teen 200 km/h = $\frac{a}{s} = \frac{5 \text{ km}}{200 \text{ km/h}} = 0,025 \text{ h} = 0,025 \times 60 \times 60 \text{ sek} = 90 \text{ sek}$

PvA | Taak I

Verhouding en koers

Leerdersboek bladsy 48

Voorgestelde antwoorde

- | | | | | |
|---|--|---------|-------------|-----|
| 1 a 18 : 35 | b 20 : 1 | c 4 : 1 | d 3 : 2 : 1 | (6) |
| 2 $2 + 7 + 1 = 10; 45 \div 10 = 4,5$ | | | | (5) |
| blou = $2 \times 4,5 = 9$ liter; geel = $7 \times 4,5 = 31,5$ liter; wit = $1 \times 4,5 = 4,5$ liter | | | | |
| 3 a 1 : 1 : 1 | b x eenhede | | | (6) |
| 4 a $425 \text{ g} \div 100 \text{ g} = 4,25$ porsies | b $18,8 \times 4,25 = 79,9 \text{ g}$ | | | |
| c $5,4 \times 4,25 = 22,95 \text{ g}$ | d $370 \times 4,25 = 1\ 572,5 \text{ mg} \approx 1,57 \text{ g}$ | | | |
| e $513 \times 4,25 = 2\ 308,75 \text{ kJ}$ | | | | (5) |
| 5 a $s = \frac{d}{t} = \frac{24}{10,5} = 137,14 \text{ km/h}$ | b $d = s \times t = 140 \times \frac{24}{60} = 56 \text{ km}$ | | | (6) |
| a $85 \times 120 = 10\ 200 \text{ liter} = 10,2 \text{ kl}$ in twee ure | | | | |
| b $2\ 000 \div 85 = 23,52 \text{ minute} = 23 \text{ min } 31,76 \text{ sek}$ | | | | (6) |
| 7 a $1\ 000 \times 8,1075 = R8\ 107,50$ | | | | |
| b $10\ 000 \div 8,4571 = \$1\ 182,44$ | | | | |
| c $2\ 000 \times 0,9320 = 1\ 864$ | | | | (6) |

[40 punte]

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 50

Voorgestelde tydstoekening: 1 uur 10 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Bewerkings met persentasie toename en afname
- Oplos van woordprobleme wat persentasies behels
- Berekening van die bedrag BTW geskuld op 'n transaksie
- Oplos van finansiële probleme wat wins, verlies, afslag en BTW behels
- Oplos van finansiële probleme wat rente behels
- Oplos van finansiële probleme wat enkelvoudige en saamgestelde rente behels
- Oplos van finansiële probleme wat lenings behels
- Oplos van finansiële probleme wat huurkoop behels
- Oplos van finansiële probleme wat kommissie en huurgeld behels
- Oplos van finansiële probleme wat bank- en wisselkoerse behels
- Oplos van finansiële probleme wat begrotings, inkomste en rekeninge behels.

Hulpbronne: Leerdersboek, sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders geleer hoe om probleme op te los wat telgetalle, persentasies en desimale breuke in finansiële kontekste behels, soos:

- wins, verlies, afslag en BTW
- begrotings
- rekeninge
- lenings
- enkelvoudige rente
- huurkoop en
- wisselkoerse.

Riglyne vir onderrig

Saamgestelde rente en die gebruik van formules vir berekening van enkelvoudige en saamgestelde rente is nuut vir Graad 9. Die ander onderwerpe in Finansiële Wiskunde is hersiening van werk wat reeds in Graad 8 gedoen is. Die verklarende notas in KABV beveel aan dat leerders genoegsame herhalende berekeninge vir enkelvoudige en saamgestelde rente doen voordat die formules vir hierdie berekeninge gebruik word.

Persentasies

Aktiwiteit 1

Hersien gewone breuke en persentasies

Leerdersboek bladsy 50

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die vier bewerkings met breuke voordat begin word met persentasies. Herinner leerders dat persentasie per 100 beteken en dat die noemer in 'n persentasie 100 sal wees. Hersien ekwivalente breuke en hoe om breuke na persentasies en persentasies na breuke te herlei.
- Hersien desimale breuke en hoe om desimale na persentasies te herlei.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Sommige leerders sukkel met breuke en moet nog geleenthede gegee word om deur die basiese bewerkings te gaan. Dit is ook nuttig om leerders te wys hoe om breuke op 'n sakrekenaar te doen. Sommige wetenskaplike sakrekenaars het die vertikale vertoon wat dit makliker maak vir leerders om dít wat hulle op die bladsy sien in verband te bring met wat hulle op die sakrekenaar intik. Vyf of tien minute se hoofrekeneoefeninge met hierdie herleidings elke dag sal leerders ook meer vertroue gee.

Uitbreiding: Laat leerders vir mekaar hoofrekentoetse opstel oor herleiding tussen breuke, persentasies en desimale.

Voorgestelde antwoorde

1 b
6 a

2 c
7 a

3 d
8 b

4 b
9 a

5 d
10 b

Persentasies van telgetalle

Aktiwiteit 2

Bepaal 'n persentasie van 'n telgetal

Leerdersboek bladsy 52

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeeld in die Leerdersboek.
- Moedig die leerders aan om te bespreek of die antwoorde wat hulle kry, realisties is of nie (dit moedig kritiese denke aan).

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Moedig leerders aan om die mees algemene persentasies wat gebruik word te leer, soos: 50% is die helfte; 25% is 'n kwart; 10% is een tiende; 1% is een honderdste; 20% is een vyfde. Hoe meer hulle dit gebruik, hoe meer vertroud sal hulle daarmee raak. Gee ekstra oefeninge om hierdie persentasies te bepaal.

Uitbreiding: Daag leerders uit om oor persentasies te dink wat groter is as 100%. Wat beteken 200%? Wat beteken inflasie van 900%?

Voorgestelde antwoorde

- | | | |
|---|---|---|
| 1 | a $\frac{50}{100} \times 300 = R150,00$ | b $\frac{25}{100} \times 80 = R20,00$ |
| | c $\frac{1}{100} \times 30 = R0,30$ | |
| 2 | a $\frac{5}{100} \times 180 = R9,00$ | b $\frac{20}{100} \times 25 = R5,00$ |
| | c $\frac{25}{100} \times 3 = R0,75$ | d $\frac{75}{100} \times 42 = R31,50$ |
| 3 | a $\frac{15}{100} \times 340 = R51$ | b $\frac{60}{100} \times 75 = R45,00$ |
| | c $\frac{80}{100} \times 50 = R40,00$ | d $\frac{2,5}{100} \times 880 = R22,00$ |
| 4 | $\frac{58}{100} \times 234 = R135,72$ | |
| 5 | a $\frac{12}{100} \times 17 = R2,04$ | b $\frac{8}{100} \times 38 = R3,04$ |
| | c $\frac{32}{100} \times 340 = R108,80$ | d $\frac{2}{100} \times 76,40 = R1,53$ |

Persentasie toename en afname

Aktiwiteit 3

Bereken persentasie toename en afname

Leerdersboek bladsy 53

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeelde in die Leerdersboek. Beklemtoon die woorde *toename* en *afname*.
- Leerders voltooi die aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Herinner leerders dat vermeerdering toename beteken (bytel). As die bedrag wat hulle het, reeds 100% is en die bedrag neem toe, byvoorbeeld, 6%, is die nuwe totaal $100\% + 6\% = 106\%$. Dit kan as alternatiewe metode gebruik word vir die bepaling van die nuwe totaal deur die persentasie deur 100 te deel en te vermenigvuldig met die oorspronklike getal. Gee vir leerders meer voorbeelde om dit uit te toets. Net so is vermindering afname (aftrekking) en kan die persentasie afname afgetrek word van 100% en die nuwe totaal bereken word.

Voorgestelde antwoorde

- | | |
|---|--|
| 1 | a $\frac{10}{100} \times 350 = R35 \therefore R350 + R35 = R385$ |
| | b $\frac{5}{100} \times 74 = R3,70 \therefore R74,00 - R3,70 = R70,30$ |
| | c $\frac{5}{100} \times 524 = R26,20 \therefore R524,00 + R26,20 = R550,20$ |
| | d $\frac{17,5}{100} \times 960 = R168 \therefore R960 - R168 = R792$ |
| 2 | a $\frac{17}{100} \times 340 = R57,80 \therefore R340,00 + R57,80 = R397,80$ |
| | b $\frac{42}{100} \times 905 = R380,10 \therefore R905,00 - R380,10 = R524,90$ |
| | c $\frac{4,7}{100} \times 1680 = R78,96 \therefore R1 680,00 + R78,96 = R1 758,96$ |
| | d $\frac{14,5}{100} \times 2 990 = R433,55 \therefore R2 990,00 - R433,55 = R2 556,45$ |
| 3 | $\frac{10}{100} \times 185 = R18,50 \therefore \text{Prys} = R185,00 - R18,50 = R166,50$ |

4 $\frac{28,3}{100} \times 895\ 000 = \text{R}253\ 285$

∴ Nuwe waarde = R895 000 + R253 285 = R114 285

5 Karabo :	R15 400	R770	R16 170
Wilma :	R11 350	R567,50	R11 917,50
Palisa :	R10 625	R531,25	R11 156,25
Cindy :	R9 475	R473,75	R9 948,75
Lance :	R8 720	R436	R9 156

Belasting op Toegevoegde Waarde (BTW)

Aktiwiteit 4 Bereken BTW

Leerdersboek bladsy 54

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeelde in die Leerdersboek.
- Verduidelik vir die leerders dat elke keer as ons iets koop, ons 'n tipe belasting betaal wat BTW genoem word. As ons 'n prys sien wat BTW uitsluit, moet ons 14% by die prys bytel om die volle prys te kry wat ons moet betaal. Elke keer as ons 'n prys sien wat BTW insluit, weet ons dat 14% reeds by die oorspronklike prys getel is.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: BTW is 'n toepassing van persentasie toename. 'n Vaste persentasie van 14% word bygetel by die oorspronklike bedrag. Maak seker leerders verstaan persentasie toename goed voordat begin word met BTW. Die aktiwiteit vra slegs dat leerders BTW by prysbytel.

Uitbreiding: Vra leerders om te ondersoek of dit saak maak of belasting bygetel word voor of na 'n persentasie afslag.

Voorgestelde antwoorde

1 Selfoon: $\frac{14}{100} \times 1\ 499 = \text{R}209,86$ Verkoopprys = R1 499,00 + R209,86 = R1 708,86

2 Vitamiene: $\frac{14}{100} \times 89,79 = \text{R}12,57$ Verkoopprys = R89,79 + R12,57 = R102,36

3 Sakrekenaarprys = $126,95 \times \frac{14}{100} = \text{R}17,77$ Verkoopprys = R126,95 + R17,77 = R144,72

4 Kombuishorlosie: $\frac{14}{100} \times 134,45 = \text{R}18,82$ Verkoopprys = R134,45 + R18,82 = R153,27

Wins, verlies en afslag

Aktiwiteit 5 Bereken wins en verlies

Leerdersboek bladsy 56

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeelde in die Leerdersboek.

- Verduidelik vir die leerders dat besighede geld spandeer om hul besighede aan die gang te hou. As die geld wat ontvang is aan die einde van die maand meer is as die geld wat spandeer is, word gesê dat die besigheid 'n *wins* gemaak het. As die totale geld wat ontvang is aan die einde van die maand minder is as die geld wat spandeer is, word dit 'n *verlies* genoem.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Dit is soms makliker om afdrukke van papiergeleerde te maak sodat leerders kan sien dat, as hulle 'n item koop vir R100, hulle dit vir meer as R100 moet verkoop om 'n wins te maak. Laat leerders in pare werk as 'n 'winkeleienaar' en 'klant' totdat die konsep duidelik verstaan word. Wys dan weer vir leerders dat ons dit wil herlei na persentasie deur dit 'n ekwivalente breuk van wins/kosprys te maak.

Uitbreiding: Vra leerders om 'n reeks berekeninge te doen soos kosprys, hoër pryse, BTW, afslag van 10%, om die finale pryse vir vyf items te bepaal.

Voorgestelde antwoorde

$$\text{DVD: } \text{R}95 \times \frac{20}{100} = \text{R}19. \text{ Verkoopprys} = \text{R}95 + \text{R}19 = \text{R}114$$

$$\text{DVD speler: } \text{R}399,95 \times \frac{12}{100} = \text{R}47,99. \text{ Verkoopprys} = \text{R}399,95 - \text{R}47,99 = \text{R}351,96$$

Rente

Om rente te verdien; Om rente te betaal

Aktiwiteit 6 Bereken rentekoerse

Leerdersboek bladsy 57

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeeld in die Leerdersboek.
- Herinner leerders hoe om hul sakrekenaars te gebruik vir hierdie aktiwiteit.
- Terwyl leerders hierdie aktiwiteit as 'n klas voltooi, moedig besprekings aan in verband met die rentekoerse wat bepaal word. Moedig terugvoering aan vanaf leerders deur vrae te vra soos, "Is dit 'n baie hoë rentekoers of nie?"

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Rente is ook 'n toepassing van persentasies. Gee vir leerders die geleentheid om enige vrae oor te doen wat verkeerd was en gee addisionele voorbeeld vir ekstra oefening.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n oefening met groter bedrae geld en daag hulle uit om die berekeninge sonder 'n sakrekenaar te doen.

Voorgestelde antwoorde

1 18%

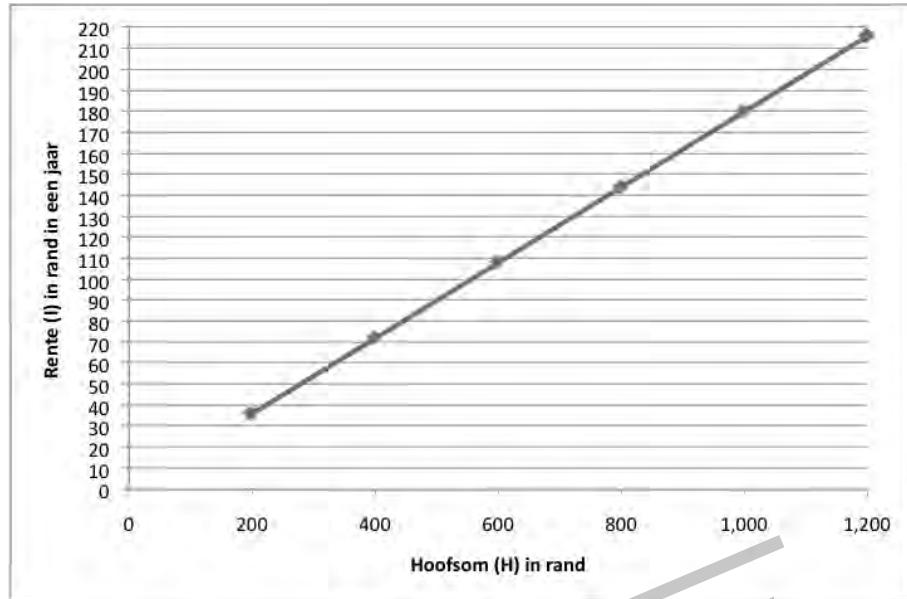
2 $\frac{36}{300} \times 100 = 12\%$

3 $\frac{55}{500} \times 100 = 11\%$

4 $\frac{9,50}{50} \times 100 = 19\%$

5 $\frac{973,50}{9\,260} \times 100 = 10,51\%$

6



7 a R90

*b $y = \frac{18}{100} \times x$ (Antwoord gegee in wenk op bladsy 57).

c $y = \frac{18}{100} \times 400 = R72$

Aktiwiteit 7

Bereken rentekoerse

Leerdersboek bladsy 58

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Handig grafiekpapier/blokkiespapier aan elke leerder uit en voltooi die voorbeeld in die Leerdersboek saam met die klas.
- Help leerders om soortgelyke formules te ontwikkel soos die een in die Leerdersboek.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Herinner leerders aan die metode om 'n 'Wenkbord' te gebruik om die getalle in die tabelle uit te werk, byvoorbeeld, as R8 betaal word per R100 rand, dan sal R0,80 betaal word vir R10 (een tiende). R50 is die helfte van R100, ensvoorts.

Dit is ook 'n verhouding en leerders kan gewys word hoe om dit soos 'n verhouding te hanteer as dit vir hulle makliker is.

Uitbreiding: Vra leerders om grafieke te trek van die twee tabelle.

Voorgestelde antwoorde

1	Hoofsom (H)	10	50	200	300	500	2 000
	Rente (I)	R0,80	R4	R16	R24	R40	R160

2	Hoofsom (H)	200	300	600	750	1 000	2 000
	Rente (I)	R19	R28,50	R57	R71,25	R95	R190

Enkelvoudige en saamgestelde rente

Enkelvoudige rente

Aktiwiteit 8 Bereken enkelvoudige rente

Leerdersboek bladsy 59

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik vir leerders dat enkelvoudige rente 'n toepassing van persentasie toename of afname is. Dieselfde metodes kan gebruik word, maar dit kan tydrowend wees as dit oor baie jare bereken word. Dit is makliker om die formule vir enkelvoudige rente te gebruik wat op bladsy 58 van die Leerdersboek gegee word.
- Werk saam met die klas deur die voorbeeld in die Leerdersboek.
- Leerders doen self die aktiwiteit.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir leerders meer oefening met die vervanging in die formule.

Uitbreiding: Vra leerders om persentasie afname of depresiasie te ondersoek, soos wat in belastingberekeninge gebruik word.

Voorgestelde antwoorde

$$1 \quad E.R. = 9\ 000 \times \frac{6,5}{100} \times 3 = R1\ 755$$

$$2 \quad E.R. = 13\ 500 \times \frac{7,4}{100} \times 4 = R3\ 996$$

Sal R13 500 + R3 996 = R17 496 hê.

Saamgestelde rente

Aktiwiteit 9 Bereken saamgestelde rente

Leerdersboek bladsy 61

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeeld in die Leerdersboek.
- Kontroleer dat leerders aan die einde van elke jaar van die vraag die korrekte bedrag het, anders sal die antwoorde baie verskil aan die einde van die vraag.

Voorgestelde antwoorde

- 1 1ste jaar $R12\ 500 \times \frac{6,5}{100} = R812,50$ Totaal = $R13\ 312,50$
- 2de jaar: $R13\ 312,50 \times \frac{6,5}{100} = R865,31$ Totaal = $R14\ 177,81$
- 3de jaar: $R14\ 177,81 \times \frac{6,5}{100} = R921,56$ Totaal = $R15\ 099,37$
- 2 $R4\ 300 \times \frac{11}{100} = R473$ Nuwe waarde = $R4\ 773$
- 3 $R92\ 000 \times \frac{9}{100} = R8\ 280$ Nuwe waarde = $R69\ 328,53$

Lenings

Leningstabellle

Aktiwiteit 10 Werk met lenings

Leerdersboek bladsy 64

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeelde in die Leerdersboek.
- Help leerders om die tabel in die Leerdersboek te gebruik om hierdie aktiwiteit te voltooi.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Wys weer vir die leerders hoe die tabelle werk en vra hulle dan om 'n aantal oefenvoorbeelde uit te roep om op die tabel op die bord of projektor aan te dui. Laat hulle die berekeninge oordoen wat nie korrek is nie.

Uitbreiding: vraag 3 en 4 is meer uitdagend. Leerders kan ook in pare werk en bedrae uitdink wat hul maats in die tabelle moet opkyk.

Voorgestelde antwoorde

- 1 Maandelikse terugbetaling = $32,5204 \times 9 = R292,68$
- 2 a $2\frac{1}{2}$ jaar d.i. 30 maande $\times 38,0443$
Om van 1 000 tot 85 000 te kom, \times met 85 = $38,0443 \times 85 = R3\ 233,74$ per maand
b $25,0647 \times$ om van 1 000 tot 16 000 te kom, \times met 16
 $25,0647 \times 16 = R401,04$ per maand
- 3 a 36 maande $\times 32,7387 \times 12,5 = R409,23$ per maand b $R14\ 732,28$
- 4 a $27,0763 \times 15,75 = R426,45$ per maand b Totaal = $R20\ 469,69$

Huurkoop

Aktiwiteit II Werk met huurkoop

Leerdersboek bladsy 65

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Bring 'n pamphlet van 'n kleinhandelwinkel wat huurkoopooreenkomste aanbied en vra leerders om kommentaar te lewer oor die pryse en lewensvatbaarheid van die aanbiedings.

- Werk deur die uitgewerkte voorbeeld in die Leerdersboek om leerders te help om die vrae te beantwoord.

Remediëring en uitbreiding

Groepeer leerders saam sodat hulle mekaar kan help met die oefening. Dit is baie goed vir leerders wat die oefeninge vinnig kan voltooi om aan 'n ander leerder die stappe te verduidelik wat nodig is om die aktiwiteit te doen. Dit lê dan hul eie kennis vas en brei hul begrip uit.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a Totaal = $229 + 18 \times 135,60 = R2\,669,80$
 b Spaar $R2\,669,80 - R2\,298 = R371,80$
- 2 a Totaal = $\frac{10}{100} \times 1\,598 + 48 \times 37,15 = R1\,943$
 b Spaar $R1\,943 - R1\,598 = R345$
- 3 Totaal = $\frac{15}{100} \times 879 + 26 \times 39,98 = R1\,171,33$
- 4 a $R200 + 24 \times R74,69 = R1\,992,56$
 b $R1\,992,56 - R1\,499 = R493,56$
 c $R493,56 \div 2 = R246,78$.
- 5 a $R300 + 36 \times R199,53 = R7\,483,08$
 b $R7\,483,08 - R5\,890 = R1\,593,08$
 c $R1\,593,08 \div 3 = R531,03$
- 6 a $R500 + 48 \times R187,58 = R9\,503,84$
 b $R9\,503,84 - R5\,990 = R3\,513,84$
 c $R3\,513,84 \div 4 = R878,46$
 d $R878,46 \div 52 = R16,89$

Kommissie en huurgeld

Kommissie

Aktiwiteit I2 Werk met kommissie

Leerdersboek bladsy 67

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeeld in die Leerdersboek op die bord saam met die klas.
- Herinner leerders dat kommissie 'n toepassing is van 'n persentasie van 'n totale bedrag.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Leerders oefen, deur die vrae wat hulle verkeerd het, oor te doen en doen ook addisionele oefeninge.

Uitbreiding: vraag 6 is meer uitdagend.

Voorgestelde antwoorde

- 1 $R16\ 000 \times \frac{5}{100} = R800$
- 3 a $R660\ 000 \times 7,5 \div 100 = R49\ 500$
c $R160\ 000 \times 7,5 \div 100 = R12\ 000$
- 4 a $R9\ 000 \times 18 \div 100 = R1\ 620$
c $R2\ 300 \times 18 \div 100 = R414$
- 5 a $R15\ 000 \times 2,5 \div 100 = R375$
- 6 a RO omdat dit minder is as R10 000.
b $R24\ 000 - R10\ 000 = R14\ 000$
 $R14\ 000 \times 17,5 \div 100 = R2\ 450$
- 2 $R92\ 000 \times 2 \times \frac{2}{100} = R3\ 680$
- b $R320\ 000 \times 7,5 \div 100 = R24\ 000$
- b $R5\ 400 \times 18 \div 100 = R972$
- b $R27\ 000 \times 2,5 \div 100 = R675$

Huurgeld

Aktiwiteit I3 Werk met huurgeld

Leerdersboek bladsy 68

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeeld in die Leerdersboek.
- Leerders voltooi die aktiwiteit in pare en skryf dan hul antwoorde in hul oefenboeke neer.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Huurgeld is redelik eenvoudige inkomste, maar as 'n kommissie aan 'n verhulingsagent of verhulingsmaatskappy betaal word, is daar persentasieberekening betrokke. Gee vir leerders 'n paar ekstra voorbeelde as hulle nie die aktiwiteit kan bemeester nie.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n addisionele aktiwiteit wat vrae bevat met meer maande, waar die rente toeneem na 'n sekere aantal maande, sowel as 'n kommissie vir die verhulingsagentskap.

Voorgestelde antwoorde

1 $2 \times 1\ 750 = R3\ 500; \frac{6}{100} \times 3\ 500 = R210$ kommissie

2 $R3\ 500 + R210 = R3\ 290$

Bank- en wisselkoerse

Bankstate

Aktiwiteit I4 Werk met 'n bankstaat

Leerdersboek bladsy 69

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die bankstaat in die Leerdersboek.
- Leerders beantwoord saam alle vrae en bespreek die inligting wat op die bankstaat getoon word.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Daar is 'n groot taalkomponent in hierdie afdeling en dit mag dalk vir sommige leerders moeilik wees om al die nuwe terme te verstaan. Gebruik eenvoudige taal en analogieë om die woordeskat te verduidelik.

Uitbreiding: Vra leerders om 'n woordelys van die terme wat in hierdie afdeling gebruik word, saam te stel. Hulle moet dan eenvoudige taal gebruik om te verduidelik wat elke term beteken. Dit kan gebruik word om leerders te help wat remediërende onderrig benodig.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | |
|---|--|----------------|-----------|
| 1 | a 7 April tot 7 Mei 2014 | b 19% p.a. | c R10 000 |
| | d R3 923,94 | e 1 Junie 2014 | f R559,90 |
| 2 | a R6 844,06 | b R8 200,00 | |
| 3 | Ja | | |
| 4 | R559,90 ÷ R6 076,06 × 100 = 9,21% | | |
| 5 | Voordele: • koop nou, betaal later • dra nie kontant rond nie • 55 rentevrye dae
Nadele: • wees versigtig vir oorbesteding • moet begroot om geld terug te betaal | | |

Wisselkoerse

Aktiwiteit 15 Werk met wisselkoerse

Leerdersboek bladsy 71

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeeld in die Leerdersboek.
- Leerders gebruik die wisselkoerse van die Leerdersboek om die vrae te beantwoord.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Die leerders moet met persentasies kan werk, doen dus 'n hersieningsoefening oor persentasies. Maak 'n baie basiese bankstaat op en vra 'n paar vragte hieroor. Vra leerders wat hul uitgawes elke maand is en vra hulle om 'n voorbeeld van 'n begroting op te stel wat hierop gebaseer is.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n pamflet van 'n winkel en vra hulle om die koopprys van die geadverteerde produk op die huurkoopooreenkoms uit te werk. Maak vrae op en ken punte daarvan toe as 'n voorbeeld van wat leerders kan verwag. Kry vorms van 'n bank vir leerders om in te vul as voorbeeld vir 'n prettige uitdaging. Bring 'n koerant skool toe en wys vir leerders waar om die wisselkoerse vir daardie spesifieke dag te vind.

Voorgestelde antwoorde

- | | | |
|---|--|--|
| 1 | a $R2\ 000 \times 13,34 = R26\ 680$ | b $R6\ 500 \times 6,52 = R42\ 380$ |
| 2 | a $\frac{5\ 000}{1,04} = 4\ 807,69$ (HK dollars) | b $\frac{11\ 200}{11,27} = 993,79$ (euros) |

Inkomste, begrotings en rekening

Inkomste

Aktiwiteit 16

Werk met inkomste

Leerdersboek bladsy 72

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Werk saam met die klas deur die notas en voorbeeld in die Leerdersboek.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders wat sukkel die stappe volg soos dit in die voorbeeld gegee is. Leerders kan in pare werk waar nodig, en op so 'n manier mekaar ondersteun.

Uitbreiding: Leerders behoort vraag 3 meer uitdagend te vind.

Voorgestelde antwoorde

1 $R940 - 280,78 - 37,62 - 49,75 - 9,40 = R572,45$ per week

2 $R42,80 \times 36 = R1\ 540,80$ per week

$R1\ 540,80 - 536,11 - 51,25 - 43,50 - 15,41 - 7,60 - 50 = R836,93$ per week

3 $R63,70 \times 38 = R2\ 420,60$

$R2\ 420,60 - 871,42 - 44,90 - 217,85 - 24,21 - 5 - 70 = R1\ 187,19$ per week

Begrotings

Aktiwiteit 17

Werk met begrotings

Leerdersboek bladsy 73

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die begroting in die Leerdersboek en bespreek wat inkomste en uitgawes is.
- Vra leerders vir voorbeelde van wat inkomste en uitgawes uitmaak en skryf dit as twee lyste op die bord.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Verduidelik die konsepte deur basiese voorbeeldte gebruik waarmee leerders kan identifiseer. Breek dit vir hulle op deur eenvoudige basiese inkomstevoorbeeldte gebruik soos sakgeld en hoe hulle 'n begroting kan gebruik om te spaar vir 'n gebeurtenis of 'n groter aankoop.

Uitbreiding: Vra leerders om 'n begroting vir 'n klasuitstappie op te stel. Hulle moet alle koste insluit en uitwerk hoeveel elke leerder moet betaal.

Voorgestelde antwoorde

Inkomste	R25 550
+	R3 050
	R28 600
Uitgawes:	
Huisverband	R2 826
Voedsel & kruideniersware	R3 500
Vervoer	R600
Versekering	R930
Elektrisiteit	R1 380
Skoolgelde	R1 246
Vermaak	R850
Noodgevalle	R750
	R12 082
Saldo	R16 518

Review Copy

Hoofstuk I Hersiening

Leerdersboek bladsy 74

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedeck is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te evalueer en om te bepaal of remediëring nodig mag wees.

Voorgestelde antwoorde

- | | | |
|---|---|--|
| 1 | a Rasionaal
c Rasionaal | b Rasionaal
d Irrasionaal |
| 2 | a 9; 18; 27; 36; 45 | b 7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; 56; 63; 70 |
| 3 | a 1; 2; 3; 6
d Geen, hulle is almal ewe en is ook veelvoude van 6 en is dus deelbaar deur 6. | b 2; 3
c 6; 12; 18; 24 |
| 4 | a $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$ | b $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ |
| 5 | a $18 : 35 (\frac{18}{35})$ | b $20 : 1$ |
| 6 | $450 \times \frac{4,75}{100} \times \frac{5}{12} = R8,91$ | |
| 7 | a Totale koste = $R295 + 24 \times 84 = R2\ 311$
b $R2\ 311 - 1\ 895 = R416$
c Leerders se eie antwoorde. | |

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 75 tot 96
Voorgestelde tydstoekennung: 4,5 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1: Eienskappe van heelgetalle

1,5 ure

- Die kommutatiewe eienskap
- Die assosiatiewe eienskap
- Die distributiewe eienskap
- Die optellingsinvers
- Die vermenigvuldigingsinvers

Eenheid 2: Berekeninge met heelgetalle

3 ure

- Hersiening: Orden en vergelyk heelgetalle
- Optelling en aftrekking met heelgetalle
- Probleemoplossing
- Vermenigvuldiging en deling met heelgetalle
- Probleemoplossing
- Berekeninge met kwadrate en vierkantswortels
- Berekeninge met derdemagte en derdemagswortels

Hoofstukhersiening

Eienskappe van heelgetalle

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 76

Voorgestelde tydstoekening: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Hersiening van die kommutatiewe eienskap van optelling en vermenigvuldiging van heelgetalle
- Hersiening van die assosiatiewe eienskap van optelling en vermenigvuldiging van heelgetalle
- Hersiening van die distributiewe eienskap van optelling en vermenigvuldiging van heelgetalle
- Hersiening van die optellingsinverse van 'n getal
- Hersiening van die vermenigvuldigingsinverse van 'n getal.

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; sakrekenaar

Agtergrondinligting

In Graad 7 en 8 is daar van leerders verwag om die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe van optelling en vermenigvuldiging vir heelgetalle te herken en te gebruik, asook die optellings- en vermenigvuldigingsinverse vir heelgetalle.

Riglyne vir onderrig

Hierdie eienskappe van heelgetalle is in Graad 7 en Graad 8 geleer en behoort nie vir leerders nuut te wees nie.

Hierdie eenheid behoort nie baie tyd in beslag te neem nie, omdat dit hersiening is en behoort slegs as opwarming te dien vir Eenheid 2 Berekening met Heelgetalle.

Dit is 'n goeie idee om leerders op verskillende stadiums gedurende die jaar weer aan hierdie eienskappe te herinner sodat dit deel word van hul alledaagse wiskundige woordeskat.

Maak seker dat eenvoudige definisies vir leerders gegee word sodat taal nie hul begrip belemmer nie.

Hersiening: Heelgetalle; Die kommutatiewe eienskap; Die assosiatiewe eienskap; Die distributiewe eienskap

Aktiwiteit I

Werk met eienskappe van heelgetalle

Leerdersboek bladsy 77

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die distributiewe, assosiatiewe en kommutatiewe eienskappe.

- Leerders mag addisionele getalvoorbeelde nodig hê om die eienskappe te illustreer.
- Leerders moet hierdie eienskappe kan toepas, eerder as om die terminologie te ken.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir leerders meer getalvoorbeelde van elk van die eienskappe.

Verduidelik die woorde in eenvoudiger taal: kommutatief beteken die volgorde maak nie saak nie; assosiatief beteken dat terme hergegroep kan word om berekeninge te vergemaklik; en distibutief beteken óf vermenigvuldiging in hakies óf faktorisering, wat beteken elke term word deur 'n faktor gedeel.

Uitbreiding: Gee vir leerders oefeninge wat veranderlikes bevat en vra hulle om die eienskap te identifiseer wat in elke stap gedemonstreer word, byvoorbeeld:

$17 + 5y - 4x + y - 2x - 10$	Oorspronklike stelling
$17 - 10 + 5y + y - 4x - 2x$	[KE]
$(17 - 10) + (5y + y) - (4x + 2x)$	[AE]
$(7) + y(5 + 1) - 2x(2 + 1)$	[DE]
$7 + y^6 - 2(3)x$	[KP]
?	[KP]

Voorgestelde antwoorde

- 1 a $-3 - 6 = -9$ $2 - 11 = -9$ Dit is gelyk.
 b $-4 \times -21 = +84$ $-28 \times -3 = +84$ Dit is gelyk.
 c 47 47 Dit is gelyk.
 d -31 en -31 Dit is gelyk.
 e $+66$ $+66$ Dit is gelyk.
- 2 a $5 - 22 = -17$ en $22 - 5 = 17$
 b $-17 - (+12) = -29$ en $+12 - (-17) = 29$
 c $-8 - (-19) = 11$ en $-19 - (-8) = -11$
 a, b en c toon dat die kommutatiewe wet nie werk vir aftrekking nie.
- 3 a $-3(-11 + 5) = (-3 \times -11) + (-3 \times 5) = (33) + (-15) = 18$
 b $4(-6 - 12) = (4 \times -6) + (4 \times -12) = (-24) + (-48) = -72$
 c* $-2 - (3 + 5) = -2 + (-1 \times 3) + (-1 \times 5) = -2 + (-3) + (-5) = -10$

Die optellingsinvers

Aktiwiteit 2

Werk met optellingsinvers

Leerdersboek bladsy 78

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die notas in die Leerdersboek oor die optellingsinvers.
- Die identiteit vir optelling is nul.
- 'n Optellingsinvers is 'n getal wat 'n ander getal na nul sal verander as dit bygetel word. Dit het dieselfde numeriese waarde, maar teenoorgestelde teken.

- Optellingsinverse word in die oplossing van vergelykings gebruik en hierdie onderwerp kan dan weer hersien word.
- Aangesien dit hersiening is, kan leerders hierdie aktiwiteit so vinnig as moontlik doen nadat hulle deur die voorbeeld gewerk het.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Herinner leerders dat hulle net die teken hoef te verander, want as die nuwe getal by die ou een getel word, sal die resultaat nul wees. Hulle kan dit op hul sakrekenaars bevestig. Maak seker dat leerders alle antwoorde korrigeer wat hulle nie die eerste keer reg gekry het nie.

Uitbreiding: vraag 9 is bietjie meer uitdagend.

Voorgestelde antwoord

1 -11

4 $-4x$

7 $\frac{1}{99\ 999}$

2 700

5 11

8 $12y$

3 0

6 $-7\ 435$

9 $7x^2$

Die vermenigvuldigingsinvers

Aktiwiteit 3

Werk met vermenigvuldigingsinvers

Leerdersboek bladsy 79

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die notas in die Leerdersboek oor die vermenigvuldigingsinvers.
- Die identiteit vir vermenigvuldiging is 1.
- Vir vermenigvuldiging is "die identiteit" 1, omdat vermenigvuldiging met 1 niks verander nie.
- Die vermenigvuldigingsinvers is dieselfde getal, maar aan die teenoorgestelde kant van die breuklyn, byvoorbeeld, die invers van -6 as jy vermenigvuldig is $-\frac{1}{6}$, $(-6) \left(-\frac{1}{6}\right) = 1$. Die teken bly dieselfde.
- Vra leerders om die aktiwiteit so vinnig as moontlik te doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee addisionele vrae oor vermenigvuldigingsinvers indien nodig.

Uitbreiding: Gee vir leerders voorbeelde met algebraïese breuke en eksponente.

Voorgestelde antwoord

1 $\frac{1}{11}$

4 $\frac{1}{4x}$

7 $\frac{1}{99\ 999}$

2 $-\frac{1}{700}$

5 $-\frac{1}{7y}$

8 $\frac{2}{5}$

3 n.u.t.

6 $\frac{1}{1\ 252}$

*9 $-\frac{1}{7x}$

Berekeninge met heelgetalle

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 80

Voorgestelde tydstoekening: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Hersiening van berekeninge wat al vier bewerkings met heelgetalle behels
- Hersiening van berekeninge wat al vier bewerkings met getalle behels wat kwadrate van heelgetalle bevat
- Hersiening van berekeninge wat al vier bewerkings met getalle behels wat die vierkantswortels van heelgetalle bevat
- Uitbreiding van berekeninge om vierkantswortels van veranderlikes in te sluit
- Hersiening van berekeninge wat al vier bewerkings met getalle behels wat die derdemagte van heelgetalle bevat
- Hersiening van berekeninge wat al vier bewerkings met getalle behels wat die derdemagswortels van heelgetalle bevat
- Uitbreiding van berekeninge om die derdemagswortels van veranderlikes in te sluit

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; sakrekenaar; pak kaarte

Agtergrondinligting

Leerders het reeds geleer hoe om:

- heelgetalle op te tel en af te trek
- heelgetalle te vermenigvuldig en te deel
- berekeninge uit te voer wat al vier bewerkings met heelgetalle behels
- berekeninge uit te voer wat al vier bewerkings met getalle behels wat kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels van heelgetalle bevat.

Riglyne vir onderrig

Al die werk wat in hierdie eenheid gedek word, is gebaseer op hersiening van Graad 8-werk.

Dit is belangrik dat leerders dié werk met heelgetalle vaslê voordat daar met algebra gewerk word.

Dit mag dalk nodig wees om 'n vinnige hersiening van hierdie eenheid te doen as opwarmingsaktiwiteit voor daar met algebra begin word later in die kwartaal.

Hersiening: Orden en vergelyk heelgetalle

Aktiwiteit I

Vergelyk en orden heelgetalle

Leerdersboek bladsy 80

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die notas in die Leerdersboek op die bord saam met die klas.
- Teken 'n getallelyn op die bord en wys vir leerders hoe om dit te gebruik om heelgetalle op te tel en af te trek.
- Gebruik die konsep van taalnegatiewe om leerders te help om die konsep van negatiewe getalle vermenigvuldig met negatiewe getalle te verstaan, byvoorbeeld, "jy moet nie nie jou huiswerk doen nie". Vra leerders wat hierdie sin beteken.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gebruik die getallelyn met meer basiese vrae om getalle op te tel en af te trek. Herinner leerders dat om 'n getal op te tel, beweeg dit na regs op 'n getallelyn en om 'n getal af te trek, beweeg dit na links op 'n getallelyn. Teken 'n getallelyn op die vloer met kryt en vra leerders om fisies op en af op die getallelyn te beweeg.

Uitbreiding: Verander die vrae wat in die voorbeeld voltooi is deur veranderlikes in te sluit en vra leerders om die terme op te tel en af te trek.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | |
|---|---|---|-----------------------------|
| 1 | a -13; -12; -6; 0; 15; 17 | b -7; -6; -5; -3; -2; 0 | |
| | c -142; -121; -101; -99; -98 | d -6; -5,8; -5,7; -5,4; -5,1; -5 | |
| 2 | a 31 | b -11 | |
| | d 2,5 | e 7,5 | |
| 3 | a Waar | b Waar | c 4 |
| | d Onwaar: dit is warmer, omdat dit nader aan nul is. | f 0,5 | |
| | e Onwaar: ons tel 2 elke keer by | g Waar | |
| | f Onwaar: ons trek 4 elke keer af | h Waar | |
| | i Onwaar, dit is warmer, maar jy kan nie sê dit is twee keer so warm nie, omdat dit nie 'n absolute temperatuur is nie. | j Onwaar: nul is nie positief óf negatief nie | |
| 4 | a 0°C | b -2 234 589 | c Dinsdag |
| | d -R1 120 | e -R605 | |
| 5 | a Tel 120 by elke term. | b Trek 7 af van elke term. | c Trek 10 af van elke term. |

Optelling en aftrekking met heelgetalle

Tel op en trek af met positiewe getalle

Aktiwiteit 2

Tel op en trek af met positiewe getalle

Leerdersboek bladsy 82

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders behoort gemaklik te wees om positiewe getalle op te tel en af te trek as die eerste getal groter is as die tweede getal.
- Gebruik die getallelyn om hierdie bekende bewerkings eers te doen en gebruik dan die getallelyn om te wys hoe 'n negatiewe getal ontstaan deur aftrekking waar die tweede getal die grootste een is van die twee.
- Vra leerders om die aktiwiteit so vinnig as moontlik te doen (spoedtoets).

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Moedig leerders aan om die getallelyn te gebruik en laat hulle vorentoe en agtertoe tel totdat hulle 'n reël in hul gedagtes gevorm het en nie meer die getallelyn nodig het nie. Dit is ook nuttig om die getallelyn vertikaal te teken sodat dit leerders aan 'n termometer herinner.

Uitbreiding: Gee vir leerders groter getalle asook terme met veranderlikes om bymekaar te tel.

Voorgestelde antwoorde

$$\begin{array}{r} 1 \quad 16 \\ 4 \quad 128 \\ 7 \quad -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 28 \\ 5 \quad 7 \\ 8 \quad -6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 91 \\ 6 \quad -7 \\ 9 \quad -12 \end{array}$$

Tel op en trek af met negatiewe getalle

Aktiwiteit 3

Tel op en trek af met negatiewe getalle

Leerdersboek bladsy 83

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hierdie onderwerp is ook hersiening vir leerders.
- Maak seker dat leerders die getallelyn vir optelling en aftrekking van getalle kan gebruik as hulle nog nie 'n reël vir hulself uitgewerk het nie.
- Vra leerders om die aktiwiteit so vinnig as moontlik te doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Dit is nuttig vir leerders om herhaalde aftrekkings of optellings op die sakrekenaar te doen en patronen neer te skryf. Die sleuteldrukke vir 'n nie-wetenskaplike sakrekenaar is: $\boxed{1}\boxed{7}\boxed{-}\boxed{5}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{\div}\boxed{=}\boxed{=}$

Op 'n wetenskaplike sakrekenaar: $\boxed{1}\boxed{7}\boxed{-}\boxed{5}\boxed{\times}\boxed{=}\boxed{\div}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}$ of $\boxed{1}\boxed{7}\boxed{\square}\boxed{\square}\boxed{-}\boxed{5}\boxed{\square}\boxed{\times}\boxed{\square}\boxed{\div}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}\boxed{=}$

Uitbreiding: Gee vir leerders oefeninge met groter heelgetalle en sommiges wat veranderlikes bevat.

Voorgestelde antwoorde

1 10	2 -22	3 -83
4 90	5 21	6 23
7 29	8 12	9 -26

Probleemoplossing

Aktiwiteit 4 Bereken temperatuur

Leerdersboek bladsy 84

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Berei die klas voor vir hierdie aktiwiteit deur temperature van die weerverslag in koerante te gebruik en vra leerders om die temperature wat aangetoon word, te vermeerder/vermindert.
- Werk saam met die klas deur die notas in die Leerdersboek.
- Leerders doen hierdie aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Temperatuur is 'n alledaagse toepassing van negatiewe en positiewe getalle en meeste leerders verstaan dit intuïtief. Moedig leerders aan om 'n vertikale getallelyn te teken wat 'n termometer voorstel as hulle hierdie berekeninge doen asook ander optelling- en aftrekkingsberekeninge met heelgetalle. Laat leerders enige berekeninge oordoen wat hulle nie reg gekry het nie.

Uitbreiding: In Fisiese Wetenskappe is die absolute nul van temperatuur by -273°C op die Kelvinskaal. Vra leerders om 'n manier te vind om uit te werk wat vriespunt (0°C); kamertemperatuur (25°C) en kookpunt (100°C) sal wees op die Kelvinskaal.

Voorgestelde antwoorde

Vanaf	Na	Temperatuursverandering
Harare	Kaapstad	-8
Harare	Rio de Janeiro	+3
Sydney	Kaapstad	+8
Londen	Beijing	-5
Londen	Moskou	-7
Beijing	Moskou	-2
Londen	Kaapstad	+20
Windhoek	Londen	-24

Aktiwiteit 5 Tel op en trek af met heelgetalle

Leerdersboek bladsy 85

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Teken 'n lang getallelyn op die bord en vra soortgelyke vrae as dié in hierdie aktiwiteit.
- Wys vir leerders hoe om vorentoe te tel vanaf die kleiner getal en agtertoe vanaf die groter getal om die getal presies tussen die twee getalle te vind.
- Gebruik dieselfde getallelyn en wys vir leerders dat hulle vorentoe op die getallelyn kan tel vir 'n positiewe getal en agtertoe vir 'n negatiewe getal.
- Skryf die funksies: $+(-)$; $-(-)$; $-(+)$ op die bord en vra leerders om uit te roep wat die reëls vir elkeen waarna gewys word, beteken, byvoorbeeld: "optel en aftrek is gelyk aan aftrek"; "aftrek en aftrek is gelyk aan optel". Dit sal leerders help om gewoond te raak aan die reëls voordat hulle dit op hul eie probeer.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Laat leerders 'n getallelyn teken en daarop tel. Gee vir hulle soveel moontlik oefening met heelgetalle, veral negatiewe heelgetalle.

Uitbreiding: Vra leerders om in pare saam te werk en 'n toets (met memo) met groter heelgetalle op te stel.

Voorgestelde antwoorde

1	a -7	b -11	c -18	d -31
	e 8	f -9	g -6	h -19
2	a 8	b -13	c 12	d 3
	e 4	f -23	g -9	h -9

Vermenigvuldiging en deling met heelgetalle

Gebruik getallelyne om negatiewe getalle te vermenigvuldig en te deel

Aktiwiteit 6 Vermenigvuldig en deel met heelgetalle

Leerdersboek bladsy 87

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die uitgewerkte voorbeeld in die Leerdersboek saam met die klas op die bord.
- Beveel aan dat leerders 'n getallelyn gebruik om hulle te help met hierdie aktiwiteit.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Hersien die maaltafels met leerders om hulle te help met die vermenigvuldiging en deling sonder om hul sakrekenaars te gebruik.

Uitbreiding: Voeg veranderlikes by die uitgewerkte voorbeeld asook die aktiwiteit en assesseer hoe leerders die vermenigvuldiging en deling van heelgetalle en veranderlikes hanteer.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | | |
|---|--|---|-------|-------|
| 1 | a -2 | b 2 | c 3 | |
| | d 3 | e -4 | f 4 | |
| 2 | a -6 | b -30 | c 32 | d -63 |
| | e 72 | f 35 | g -8 | h 5 |
| | i -6 | j 5 | k 10 | l -12 |
| 3 | a 'n Positief maal 'n negatief is 'n negatief | b Korrek | | |
| | c 'n Negatief maal 'n negatief is 'n positief | d 'n Negatief maal 'n negatief is 'n positief | | |
| | e Korrek | f 8 maal 5 is 40 | | |
| | g 'n Positief maal 'n negatief is 'n negatief | | | |
| | h 'n Negatief gedeel deur 'n negatief is 'n positief | | | |
| | i Korrek | | | |
| | j 'n Negatief maal 'n negatief is 'n positief | | | |
| 4 | a -147 | b -133 | c 414 | |
| | d -40 | e -13 | f 6 | |

Probleemoplossing

Aktiwiteit 7 Werk met heelgetalle

Leerdersboek bladsy 87

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Leerders voltooi hierdie aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gebruik voorbeelde uit die werklikheid om leerders te help om hierdie konsep te verstaan. Byvoorbeeld, ons het R 120 en wil 'n paar jeans koop vir R 150, hoeveel geld het ons nodig? Kaartspeletjies wat optelling en aftrekking behels kan ook van nut wees.

Uitbreiding: Gebruik 'n pak kaarte en wys 'n veranderlike aan elke stel toe. Leerders tel slegs die veranderlikes, dit is dieselfde stelle, bymekaar.

Voorgestelde antwoorde

- | | | |
|---|---|-------------------------------|
| 1 | a $120 + 5 \text{ maal } 120 = R720$ | b $3 \text{ maal } -23 = -69$ |
| 2 | Boonste ry $2,821109907 \times 10^{12}$ | |
| | 6de ry 746496 3779136 | |
| | 5de ry -576 -1 296 -2 916 | |
| | 4de ry 24 -24 54 -54 | |
| | 3de ry 6 4 -6 -9 6 | |
| | 2de ry -3 -2 -2 3 -3 -2 | |
| | Onderste ry -3 1 -2 1 3 -1 2 | |

Gemengde bewerkings

Die volgorde van bewerkings

Aktiwiteit 8

Gebruik die korrekte volgorde van bewerkings

Leerdersboek bladsy 88

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die reëls van heelgetalle met die klas.
- Gee maklike voorbeelde en werk daardeur as 'n klas.
- Herinner leerders dat ons eers binne-in die hakies werk, en dan van links na regs as gemengde berekeninge betrokke is.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Leerders behoort die vrae wat verkeerd is oor te doen, totdat hulle die regte antwoorde op hul eie kan kry. Hulle moet voldoende geleenthede kry om te oefen.

Uitbreiding: Daag leerders uit om vraag **6** en **7** te doen en hakies op verskillende plekke in te vul om te sien hoeveel verskillende antwoorde hulle kan kry.

Voorgestelde antwoord

$$1 \quad 13$$

$$2 \quad -4$$

$$5 \quad 12$$

$$6 \quad 14x$$

$$3 \quad -5$$

$$7 \quad -3 - 6x$$

$$4 \quad -4$$

Probleemoplossing

Aktiwiteit 9 Speel 'n speletjie

Leerdersboek bladsy 88

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Leerders voltooi hierdie aktiwiteit in groepe en die groepe wat die meeste vrae korrek kry, kan beloon word. 'n Paar pakke kaarte word benodig vir hierdie aktiwiteit.

Remediëring en uitbreiding

Dit is 'n prettige aktiwiteit waar leer plaasvind. Leerders leer dikwels baie vinnig in 'n spelsituasie en hul klasmaats kan hulle korrigeer as hulle 'n fout maak.

Voorgestelde antwoord

Leerders speel kaartspeletjies soos in die Leerdersboek verduidelik word.

Berekeninge met kwadrate en vierkantswortels

Hersiening: Kwadrate (vierkantsgetalle)

Aktiwiteit I0

Ondersoek kwadrate

Leerdersboek bladsy 89

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Werk saam met die klas deur hierdie aktiwiteit en bespreek die konsepte wat waargeneem word.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Laat leerders hul maaltafels hersien en veral die vierkantsgetalle tot ten minste 122. Hulle kan dit as 'n patroon bo-aan die bladsy skryf wanneer daar met kwadrate gewerk word.

Uitbreiding: Daag leerders uit om al die kwadrate tot en met 252 te vind en te leer.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | |
|---|--|---|--------------------------------|
| 1 | 1; 4; 9; 16 | 2 | Dis is almal volkome vierkante |
| 3 | Die aantal rye en kolomme is dieselfde vir elke prentjie | | |
| 4 | Teken 'n prentjie met 5×5 sterre | | |
| 5 | 25; 36; 49; 64; 81 | 6 | x^2 |

Vierkantswortels; Vierkantswortels met veranderlikes; Die reëls vir kwadrate en vierkantswortels

Aktiwiteit II Doen berekeninge met kwadrate en vierkantswortels

Leerdersboek bladsy 92

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die notas in die Leerdersboek.
- Wys vir leerders waar om die sleutels vir die kwadraat en vierkantswortel op die sakrekenaar te vind en hoe die funksies werk.
- Leerders voltooi hierdie aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Vra leerders om die eerste 15 kwadrate neer te skryf en dit te leer. Dit sal hulle help om dit makliker te identifiseer.

Uitbreiding: Gee soortgelyke aktiwiteit as dié in die Leerdersboek.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | | |
|---|---|--------------------|-------|------|
| 1 | a Nee | b Nee | c Nee | |
| | d Ja | e Nee | f Nee | |
| 2 | a $9 + 16 = 25$ | b $25 + 144 = 169$ | c 36 | d 64 |
| 3 | Die antwoorde is self volkome kwadrate. | | | |
| 4 | a Onwaar | b Onwaar | | |

5	a 100	b 9	c -64	d -144
	e -100	f 16	g -40	
6	a 9	b 8	c 1	d Geen oplossing
7	a 3	b Geen oplossing	c 6	d 6
	e Die antwoorde is dieselfde.			
8	a 4	b 3	c 5	d 7
	e Nee, dit is nie dieselfde nie.			
q	a x^5	b x^2y^3	c $3xy^4$	

Berekening met derdemagte en derdemagswortels

Hersiening: Derdemagte

Aktiwiteit I2 Bepaal volumes van kubusse

Leerdersboek bladsy 93

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Werk deur hierdie aktiwiteit saam met die klas as 'n groep en hou 'n groepbesprekings oor die bevindinge.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Dit is nuttig as leerders 'n houer vol vierkantige kubusse kan gebruik en kyk hoeveel daar kan inpas óf om twee kubusse te bou met kleiner kubusse. Sodra hulle 'n paar kubusse gebou het, vra leerders hoe hulle die aantal kubusse kan bereken sonder om elke keer 'n groter kubus te bou.

Uitbreiding: Vra leerders om 'n sterk 1 dm³ houer te bou en te kyk hoeveel water dit kan hou. Herinner leerders om die houer met plastiek uit te voer voordat water daarin gegooi word.

Voorgestelde antwoorde

1	a 1	b 8	c 27	d 64
2	Dit is volkome derdemagte		3 125; 216; 343	
4	$V = l \times b \times h$		5 $V = x^3$	

Derdemagswortels; Derdemagswortels met veranderlikes; Die reëls vir derdemagte en derdemagswortels

Aktiwiteit I3 Bepaal derdemagte en derdemagswortels

Leerdersboek bladsy 95

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die notas in die Leerdersboek.
- Wys leerders waar om die sleutels vir derdemag en derdemagswortel op die sakrekenaar te vind en hoe hierdie funksies werk.
- Leerders voltooi hierdie aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Vra leerders om die eerste tien derdemagte neer te skryf en dit te leer. Dit sal help om hierdie derdemagte makliker te herken.

Uitbreiding: Gee soortgelyke aktiwiteit as dié in die Leerdersboek.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | |
|---|----------------|--------------------------------------|------------------|
| 1 | a 5
d -1 | b 6 maal 6 maal 6
e 8 maal 8 = 64 | c 1 |
| 2 | a 9 | b $125 + 21 = 146$ | |
| 3 | 343 | | |
| 4 | 1 000 | | |
| 5 | a 13,82
d 7 | b 4 784,09
e 1,97 | c -0,001
f -6 |
| 6 | a y^4z^5 | b ab^6 | c $3xy$ |
| | | | d $-p^2q^3$ |

Hoofstuk 2 Hersiening

Leerdersboek bladsy 96

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te evalueer en om te bepaal of remediëring nodig mag wees.

Geen sakrekenaars mag in hierdie oefening gebruik word nie.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | | |
|---|-------|-----|-----|-------|
| 1 | a -27 | b 0 | c 0 | d -11 |
|---|-------|-----|-----|-------|

Vooraf	Omstandighede verandering	Na
-5°C	Temperatuur styg met 8°C	3°C
+R370	Onttrekking van R700	-R330
-10 cm	Watervlak daal met 27cm	-37 cm
-17°C	Temperatuur styg met 15°C	-2°C
-R60	Deponeer R130	+R70
+R60	Onttrek R230	-R170
7 mm	Watervlak daal met 36 mm	-29 mm

- | | | | | |
|---|---|-----------|---------------------|-----|
| 3 | a -2 | b 40 | c -13 | d 9 |
| 4 | a R400 | b Ja, R10 | c $125 - 10 = R115$ | |
| | d Kristen se uitdrukking is reg en Richard s'n is ook reg. Dus is beide korrek. | | | |
| 5 | a -7 | b -7 | | |

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 97 tot 129
Voorgestelde tydstoekennung: 4,5 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1: Hersiening: Breuke

1,5 ure

Soorte breuke

Ekwivalente breuke

Gemengde getalle en onegte breuke

Die vereenvoudiging van kwadrate, vierkantswortels, derdemagte en derdemagswortels

Die vereenvoudiging van kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels van eenvoudige algebraïese breuke

Eenheid 2: Ekwivalente vorms van breuke

1,5 ure

Die herleiding van gewone breuke na desimale breuke en persentasies

Die herleiding van desimale breuke na gewone breuke en persentasies

Die herleiding van persentasies na gewone breuke en desimale breuke

Die afronding van desimale getalle en persentasies

Eenheid 3: Berekeninge met breuke

1,5 ure

Die optelling en aftrekking van breuke

Die optelling en aftrekking van algebraïese breuke

Die vermenigvuldiging en deling van breuke

Die vermenigvuldiging en deling van algebraïese breuke

Probleemoplossing

Hoofstukhersiening

Hersiening: Breuke

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Soorte breuke
- Ekwivalente breuke
- Bepaling van ekwivalente breuke:
 - vereenvoudiging van breuke
 - vergelyking van breuke
- Gemengde getalle en onegte breuke:
 - herleiding van gemengde getalle en onegte breuke
- Vereenvoudiging van kwadrate, vierkantswortels, derdemagte en derdemagswortels
- Vereenvoudiging van kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels van eenvoudige algebraïese breuke
 - vereenvoudiging van kwadrate en derdemagte van algebraïese breuke
 - vereenvoudiging van vierkantswortels en derdemagswortels van algebraïese breuke

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; sakrekenaar

Leerdersboek bladsy 98
Voorgestelde tydstoekening: 1,5 ure

Agtergrondinligting

In Graad 8 behoort leerders reeds hersiening te gedoen het van die volgende:

- optelling en aftrekking van gewone breuke, insluitende gemengde getalle
- bepaling van breuke met telgetalle
- vermenigvuldiging van gewone breuke, insluitende gemengde getalle
- Deling van telgetalle en gewone breuke met gewone breuke
- Berekeninge met kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels van gewone breuke

Riglyne vir onderrig

Meeste van die werk wat in hierdie eenheid gedoen word, is hersiening van Graad 8 -werk. Baie leerders sukkel met die konsep van breuke, dus is dit 'n goeie idee om die basiese werk weer te doen. Die berekeninge kan sonder 'n sakrekenaar gedoen word. 'n Goeie begrip van breuke is nodig wanneer algebraïese breuke later in die hoofstuk gedoen word.

By optelling en aftrekking van breuke sal leerders waarskynlik die ekwivalente breukmetode gebruik wat in vorige grade gebruik is. Dit sal ook makliker wees om die Kleinst Gemene Veelvoud (KGV) van die noemer te gebruik, eerder as groter getalle. Met genoeg oefening sal die proses baie vinniger gaan.

Hoewel leerders dalk ander metodes van deling het, behoort hulle herinner te word dat deling die inverse is van vermenigvuldiging. Met ander woorde, deling is dieselfde as vermenigvuldiging met die resiprook.

Soorte breuke; Ekwivalente breuke

Bepaal ekwivalente breuke

Aktiwiteit 1

Bepaal ekwivalente breuke

Leerdersboek bladsy 99

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die woordeskataloog wat met breuke geassosieer word. Maak seker dat al die leerders elke term verstaan.
- Herinner leerders aan ekwivalente breuke – die breuke kan verskillend lyk, maar het steeds dieselfde waarde.
- Deur 1 te gebruik as die identiteit vir vermenigvuldiging en deling, kan die breuk verander word na 'n ander breuk deur die teller en die noemer met dieselfde getal te vermenigvuldig. Op 'n soortgelyke wyse kan beide deur dieselfde getal gedeel word, met ander woorde: deling deur 1.
- Vra leerders om die oefening so vinnig as moontlik te doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Vra leerders om die woordeskataloog in hul oefenboeke oor te skryf. Hulle behoort ten minste nog vyf voorbeelde langs elkeen te skryf.

Uitbreiding: Gee vir leerders wat gou klaar is nog 'n paar uitdagende vrae om te doen.

Voorgestelde antwoorde

1 $\frac{4}{6}$
5 $\frac{9}{21}$

2 $\frac{16}{20}$
6 $\frac{30}{100}$

3 $\frac{35}{40}$
7 $\frac{75}{100}$

4 $\frac{35}{45}$
8 $\frac{80}{100}$

Vereenvoudig breuke

Aktiwiteit 2

Vereenvoudig breuke

Leerdersboek bladsy 100

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die leerders deur die voorbeelde.
- Laat leerders die aktiwiteit so vinnig as moontlik doen; dit is hersiening.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Hersien weer faktorisering van Hoofstuk 1. Gee vir leerders 'n paar voorbeeld om net te faktoriseer voordat hulle met nog breuke begin werk.

Uitbreiding: Gee vir leerders baie groter getalle in die breuke en vra hulle om priemfaktorisering te gebruik om die GGF van die tellers en noemers te kry. Leerders kan ook 'n paar voorbeeld met veranderlikes vereenvoudig. vraag **2 g-j** is ook meer uitdagend.

Voorgestelde antwoorde

1	a $\frac{12}{15}$	b $\frac{4}{5}$		
2	a $\frac{3}{4}$	b $-\frac{5}{8}$	c $\frac{1}{3}$	d $\frac{1}{8}$
	f $\frac{71}{180}$	*g 1	*h $\frac{9}{10}$	*i -1
				e $-\frac{67}{100}$
				*j 1

Vergelyk breuke

Aktiwiteit 3

Vergelyk breuke

Leerdersboek bladsy 101

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien kortlik Kleinste Gemene Veelvoud van Hoofstuk 1 voordat begin word.
- Sodra die KGV bepaal is, moet leerders die breuke herlei na ekwivalente breuke met dieselfde noemer.
- Werk saam met die leerders deur die uitgewerkte voorbeeld.
- Daag leerders uit om die aktiwiteit so vinnig as moontlik te doen en al hul bewerkings te wys.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders die KGV kan bepaal. Gee ekstra oefeninge om dit te bepaal. Leerders behoort enige vrae wat hulle verkeerd het in die aktiwiteit weer te doen. Moedig hulle aan om hulle foute hardop uit te spreek sodat hulle daarvan bewus raak en nie dieselfde foute herhaal nie.

Uitbreiding: Gee vir leerders meer uitdagende vergelykings soos vraag **1c** en vraag **2c** en **2d**.

Voorgestelde antwoorde

1	a $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$	b $\frac{7}{5} < \frac{10}{7}$	c* $\frac{9}{2} > \frac{11}{4}$
	d $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$	e $\frac{19}{3} > \frac{19}{4}$	
2	Rangskik die volgende in stygende orde.		
	a $\frac{13}{28} < \frac{1}{2} < \frac{4}{7}$	b $\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$	
	c $\frac{19}{8} < \frac{8}{3} < \frac{13}{4}$	d $\frac{7}{2} < \frac{18}{5} < \frac{19}{5}$	

Gemengde getalle en onegte breuke

Aktiwiteit 4

Herlei tussen gemengde getalle en onegte breuke

Leerdersboek bladsy 102

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die leerders deur die uitgewerkte voorbeeld in die Leerdersboek.
- Dit is hersiening, maar behoort vasgelê te word.
- Die nuwe wetenskaplike sakrekenaars laat herleiding van breuke na gemengde breuke toe, asook andersom. Leerders kan hul antwoorde kontroleer deur sakrekenaars te gebruik.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Herinner leerders aan die verskillende dele van 'n breuk en wat dit beteken. Sodra hulle dit verstaan, gee vir hulle meer oefening met herleiding.

Uitbreiding: Vra leerders om met groter getalle te werk en ook om hul antwoorde met hul sakrekenaars te kontroleer.

Voorgestelde antwoorde

1 a 9 blokkies ingekleur

b 9

2 a $\frac{20}{9}$

b $-\frac{41}{7}$

c $\frac{3}{12}$ of $\frac{1}{4}$

d $\frac{507}{100}$

e $\frac{413}{50}$

f $-\frac{68}{5}$

3 a $1\frac{4}{7}$

b $4\frac{3}{5}$

c $8\frac{3}{8}$

d $2\frac{7}{65}$

e $\frac{251}{1\,000}$

f $1\frac{333}{1\,000}$

Die vereenvoudiging van kwadrate, vierkantswortels, derdemagte en derdemagswortels

Vereenvoudig kwadrate

Aktiwiteit 5

Vereenvoudig kwadrate

Leerdersboek bladsy 103

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Wys vir leerders die twee maniere hoe breuke gekwadreer kan word.
- Werk deur die uitgewerkte voorbeeld in die Leerdersboek.
- Leerders doen die oefening op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Herinner leerders aan die tekens by vermenigvuldiging. Maak seker dat leerders enige vrae oordoen wat hulle in die aktiwiteit verkeerd gehad het. Moedig hulle aan om hul foute hardop uit te spreek sodat hulle daarvan bewus raak en nie dieselfde foute herhaal nie.

Uitbreiding: Vra leerders om te verduidelik hoekom alle kwadrate positief is.

Voorgestelde antwoorde

1 $\frac{144}{16} = 9$

2 $\frac{16}{25}$

3 $\frac{961}{16} = 60\frac{1}{16}$

4 $\frac{25}{81}$

5 $\frac{169}{16} = 10\frac{9}{16}$

6 $(\frac{22}{3})^2 = \frac{8}{3} = \frac{64}{9}$

7 $(\frac{17}{5})^2 = \frac{289}{25}$

8 $(\frac{25}{6})^2 = \frac{625}{36}$

9 $(\frac{16}{3})^2 = \frac{256}{9}$

10 $\frac{81}{100}$

*II $12 \times (\frac{-2}{5})^2 = 12 \times \frac{4}{25} = \frac{48}{25}$

*I2 $-11 \times (\frac{5}{7})^2 = -11 \times \frac{35}{49} = -7\frac{6}{7}$

Vereenvoudig vierkantswortels

Aktiwiteit 6

Vereenvoudig vierkantswortels

Leerdersboek bladsy 104

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik die twee metodes wat leerders kan gebruik om die vierkantswortels te vind wat in die Leerdersboek bespreek word.
- Wys dieselfde voorbeeld deur die verskillende metodes te gebruik en laat leerders die een gebruik wat hulle verkie.
- Leerders behoort die aktiwiteit te doen sonder om 'n sakrekenaar te gebruik.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders die vierkantswortels kan bepaal. Dit is nuttig as leerders die eerste 12 volkome kwadrate en hul wortels ken. Dit sal 'n oefening soos hierdie baie vinniger maak.

Uitbreiding: Daag leerders uit om die oefening in minder as 'n minuut klaar te maak! Vra hulle om nog 'n 10-vraag toets op te stel en saam met 'n maat te kyk wie die ander een se toets die vinnigste kan doen.

Voorgestelde antwoorde

1 $\frac{2}{3}$

2 $\frac{4}{2} = 2$

3 $\frac{4}{3}$

4 $\frac{5}{2}$

5 $\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

6 $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$

*7 $-\frac{1}{2}$

*8 $-\frac{8}{7}$

*9 nvt (Vierkantswortel van 'n negatiewe getal) *10 $\sqrt{5}\frac{5}{9}$

Vereenvoudig derdemagte; Vereenvoudig derdemagswortels

Aktiwiteit 7–9

Vereenvoudig derdemagte; Vereenvoudig derdemagswortels; Bereken kwadrate, vierkantswortels, derdemagte en derdemagswortels

Leerdersboek bladsy 104–105

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Doen dieselfde uitgewerkte voorbeeld deur verskillende metodes te gebruik en laat leerders kies watter een hulle in elke geval sal gebruik.

- Herinner leerders dat die tekens dieselfde bly as derdemagte van getalle bereken word en ook as vierkantswortels geneem word.
- Laat leerders hul vaardighede toets in Aktiwiteit 9. Hulle behoort op hul eie te werk.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Dit is nuttig as leerders die eerste tien derdemagte en hul wortels leer.

Uitbreiding: Aktiwiteit 7 vraag 5 tot 9 en Aktiwiteit 8 vraag 6 tot 10 is meer uitdagend. Leerders behoort al die aktiwiteit te doen sonder om 'n sakrekenaar te gebruik.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 7

1 $\frac{1}{27}$	2 $\frac{512}{19683}$	3 $\frac{8}{27}$	4 $\frac{-8}{125}$	5 $\frac{1331}{8}$	6 $-\frac{729}{64}$
7 $-\frac{125}{8}$	8 $-\frac{27}{64}$	9 $-\frac{512}{27}$			

Aktiwiteit 8

1 $\frac{2}{3}$	2 $\frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$	3 $\frac{10}{-9}$	4 $\sqrt[3]{15\frac{5}{8}} = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \frac{5}{2}$
5 $\frac{3}{2}$	6 -1	7 $-\frac{4}{5}$	8 $\frac{2}{-3}$
9 $\frac{3}{5}$	10 $\frac{1}{-100}$		

Aktiwiteit 9

1 $\frac{225}{16} = 14\frac{1}{16}$	2 $1\frac{15}{49}$	3 $\frac{1}{64}$	4 $\frac{27}{125}$
5 $\frac{3}{16}$	6 $-\frac{1}{3}$	7 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	8 $\frac{5}{9}$
9 $\frac{3}{2}$	10 $\frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$	11 $-\frac{1}{10}$	12 -1

Die vereenvoudiging van kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels van eenvoudige algebraïese breuke

Vereenvoudig kwadrate en derdemagte van algebraïese breuke;
Vereenvoudig vierkantswortels en derdemagswortels van algebraïese breuke

Aktiwiteit 10-II

Vereenvoudig kwadrate en derdemagte van algebraïese breuke; Vereenvoudig vierkantswortels en derdemagswortels van algebraïese breuke

Leerdersboek bladsy 107–108

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Hersien die woordeskat wat in algebraïese uitdrukings gebruik word.
- Werk deur die hersieningsvoorbeelde op die bord.
- Maak seker dat leerders elke stap in die uitgewerkte voorbeelde verstaan.

- Laat leerders toe om in pare te werk vir die eerste drie vrae in die Aktiwiteit.
- Leerders behoort die res van die aktiwiteit op hul eie te voltooi.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Leerders gebruik die uitgebreide notasie as hulle hierdie werk uitdagend vind.

As al die terme uitgebrei is, kan hulle gelyksoortige terme bymekaar voeg en die getalle vermenigvuldig. Gee vir leerders nog voorbeeld om die kennis vas te lê.

Uitbreiding: Gee vir leerders meer uitdagende vrae soos dié in Aktiwiteit 10 vraag 7 tot 12.

Voorgestelde antwoord

Aktiwiteit 10

1 $\frac{x^2}{y^2}$

2 $\frac{x^2}{y^2}$

3 $\frac{16x^4}{25y^6}$

4 $\frac{8x^3}{27y^3}$

5 $\frac{a^3}{b^3}$

6 $125\frac{b^3}{q^3}$

7 $\frac{a^2}{b^2}$

8 $-\frac{x^3}{y^3}$

9 $\frac{a^6}{b^6}$

10 $\frac{25x^2}{49y^2}$

II $\frac{9x^2}{25y^2}$

12 $-8\frac{a^3}{b^3}$

Aktiwiteit 11

1 $\frac{4p}{5q^2}$

2 $\frac{5x^3}{6y^4}$

3 $\frac{4a^3}{b^2}$

4 $\frac{8p^4}{b^5}$

5 $\frac{4a^2}{b^3}$

6 $\frac{3a^2}{4b^{10}}$

EENHEID

2

Ekwivalente vorms van breuke

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 109

Voorgestelde tydstoekening: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Herleiding van gewone breuke na desimale breuke en persentasies
- Herleiding van desimale breuke na gewone breuke en persentasies
- Herleiding van persentasies na gewone breuke en desimale breuke
- Afronding van desimale getalle en persentasies.

Hulbron: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8 behoort leerders reeds hersiening te gedoen het van die volgende:

- Gewone breuke (breuke waar een noemer 'n veelvoud is van die ander)
- Vorms van gewone breuke en desimale breuke van dieselfde getal

- Vorms van gewone breuke, desimale breuke en persentasies van dieselfde getal

Riglyne vir onderrig

Baie leerders sukkel met die konsep van breuke, maar is gemaklik met desimale getalle as gevolg van hul intuïtiewe begrip van geld. Persentasies word ook dikwels geoefen wanneer leerders hul punte kry vir 'n toets of ander assessering.

Meeste van die werk wat in hierdie eenheid gedoen word, is hersiening van Graad 8 werk. Trek die verband tussen die drie soorte breuke baie duidelik aan die begin. Laat leerders oefen met 'n tabel waar hulle van een vorm na 'n ander vorm herlei. Die berekening kan sonder 'n sakrekenaar gedoen word, maar dit is 'n goeie idee om ook van die voorbeeld met 'n sakrekenaar te doen. Dit is 'n vaardigheid wat dikwels in die alledaagse lewe gebruik word.

Die herleiding van gewone breuke na desimale breuke en persentasies

Herlei gewone breuke na desimale breuke; Herlei gewone breuke na persentasies; Herlei desimale breuke na gewone breuke en persentasies; Herlei persentasies na gewone en breuke

Aktiwiteit I–2 Skryf ekwivalente vorms van breuke; Los probleme op

Leerdersboek bladsy 112

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Werk deur elke afdeling en Gee vir leerders dan 'n kans om te oefen deur die toepaslike vraag van die aktiwiteit te doen.
- Om te wissel tussen die vrae van die aktiwiteit sal die hersiening bietjie opbrek, omdat leerders dit moeilik mag vind om deur al die teorie in een sessie te werk sonder om fokus te verloor.
- Leerders moet Aktiwiteit 2 op hul eie doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Verskaf addisionele oefeninge. Leerders kan elkeen van die voorbeelde in Aktiwiteit I neem en na beide die ander vorms herlei en nie net een nie. Dit verdubbel die hoeveelheid oefening.

Uitbreiding: Gee vir leerders meer uitdagende voorbeelde van die soort vrae in Aktiwiteit 2.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit I

1	a 0,08	b 0,625	c 0,45	d 0,28
2	a 40%	b 85%	c 24%	d 44%
3	a $\frac{16}{25}$	b $\frac{9}{20}$	c $\frac{27}{25} = 1\frac{2}{25}$	d $\frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$
4	a 72%	b 3,5%	c 125%	d 137,2%

5 a $\frac{2}{5}$

b $\frac{9}{10}$

c $\frac{13}{20}$

d $\frac{181}{50} = 3\frac{31}{50}$

6 a 0,07

b 1,89

c 0,008

d 2,5

Aktiwiteit 2

- 1 a 60 mense vir al drie omdat $\frac{1}{5}$ ekwivalent is aan 0,2 en 20%.
- b 30 m vir al drie omdat $\frac{3}{4}$ ekwivalent is aan 0,75 en 75%.
- c 210 g vir al drie omdat $\frac{21}{30}$ ekwivalent is aan 0,7 en 70%.
- 2 a Beide 57,6 appels omdat $\frac{3}{5}$ ekwivalent is aan 0,6.
- b Beide R28 omdat $\frac{2}{5}$ ekwivalent is aan 40%.
- c Beide is 850 m van 0,85 km omdat 0,85 en 85% ekwivalent is.

Die afronding van desimale getalle en persentasies

Rond af tot die naaste heelgetal; Rond af tot een desimale syfer; Rond af tot twee desimale syfers

Aktiwiteit 3 Rond getalle af

Leerdersboek bladsy 114

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Afronding is 'n belangrike vaardigheid vir baie ander vakke.
- Dit is baie nuttig vir skatting wat voor bewerkings gedoen moet word, asook benadering wat aan die einde van sekere bewerkings gedoen word. 'n Antwoord byvoorbeeld gegee word as 1,9 mense, rond ons af tot 2 mense, sodat die antwoord meer betekenisvol is.
- Dit lyk dikwels so maklik vir ons as onderwysers, maar ons vergeet dat dit steeds verwarring kan wees vir leerders.
- Laat leerders hierdie aktiwiteit op hul eie doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Probeer ander maniere as leerders nie die formele metode onthou nie. As hulle saamstem dat 35 halfpad tussen 30 en 40 is, dan moet enigets minder as 35 afgerond word tot by 30 en gelyk aan of meer as 35 na 40. Net so, as 150 die getal halfpad tussen 100 en 200 is, dan moet enigets kleiner as 150 afgerond word na 100 en enigets gelyk aan of groter moet opgerond word.

Uitbreiding: Vra leerders om 'n getal met sewe lukrake syfers ná die komma af te rond tot een desimale plek, dan twee, drie en so aan. Vra leerders om die verskil te vind tussen die afgeronde getalle. Is daar 'n patroon? Daar is ook 'n uitbreidingsuitdaging aan die einde van Aktiwiteit 2 vir leerders wat die oefeninge vinnig voltooi.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | |
|---|---------------|----------|---------|
| 1 | a 44,0% | b 76,7% | c 63,6% |
| 2 | 4 | | |
| 3 | 3,85 | | |
| 4 | 2-honderdstes | | |
| 5 | a 48,4 | b 48,351 | |
| 6 | a 13 600 | b 4 060 | |

*Uitbreidingsvraag: Daag jouself uit

- | | | | |
|---|----------|---|-----------------------------------|
| 1 | 8,301 | 2 | Leerders kleur $\frac{6}{8}$ in |
| 3 | 12 meter | 4 | $\frac{13}{52} \times 100 = 25\%$ |

EENHEID

3

Berekeninge met breuke

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 116

Vorstellende tydstoekening: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Optelling en aftrekking van breuke met dieselfde noemers
- Optelling en aftrekking van breuke met verskillende noemers
- Optelling en aftrekking van algebraïese breuke met dieselfde noemers
- Optelling en aftrekking van algebraïese breuke met verskillende noemers
- Optelling en aftrekking van algebraïese breuke met tellers wat twee terme het
- Vermenigvuldiging en deling van breuke
- Vermenigvuldiging en deling van algebraïese breuke

Hulbron: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8

- het leerders die volgende hersien:
 - Optelling en aftrekking van gewone breuke, insluitende gemengde getalle
 - Bepaling van breuke van telgetalle
 - Vermenigvuldiging van gewone breuke, insluitende gemengde getalle.
- is leerders voorgestel aan die volgende:
 - Deling van telgetalle en gewone breuke met gewone breuke
 - Berekeninge met kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels van gewone breuke.

Riglyne vir onderrig

- Hierdie afdeling is hersiening van vorige werk met breuke. Dit is noodsaaklik dat leerders breuke baie goed verstaan voordat begin word met algebraïese breuke.
- Die Dink-Doen voorbeeld maak dit baie duidelik wat in elke stap gebeur. As leerders hierdie stappe volg, sal hulle dit baie makliker vind om hul numeriese kennis van breuke na algebra oor te dra wanneer daar met algebra begin word.
- Sodra leerders egter met die algebraïese breuke begin en hulle nie seker is dat dit wat hulle sien waar is nie, kan hulle getalle in die uitdrukking instel om dit te verifieer, byvoorbeeld; as leerders $a = 4$ en $b = 3$ in die vergelyking instel, sal hulle vind dat die LK gelyk is aan die RK. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{(a+b)}{ab}$.

Die optelling en aftrekking van breuke; Die optelling en aftrekking van algebraïse breuke

Optel en aftrek van breuke met dieselfde noemers; Optel en aftrek van breuke met verskillende noemers

Aktiwiteit I-2 Tel breuke op en trek hulle af; Tel breuke op en trek breuke af

Leerdersboek bladsy 117–118

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Gebruik die instruksies in die Dink-Doen voorbeeld om leerders weer deur die basiese stappe te neem.
- Die eerste aktiwiteit en die voorbeeld vooraf handel oor noemers wat dieselfde is, dus moet die tellers net opgetel of afgetrek word.
- In die tweede aktiwiteit moet leerders die KGV bepaal, ekwivalente breuke vind en dan optel of aftrek.
- Laat leerders op hul eie deur die aktiwiteit werk aangesien dit hersiening is en hulle kan kontroleer hoe goed hulle vaar voordat hulle begin met algebraïese vergelykings begin.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders elke stap in die Dink-Doen voorbeeld verstaan. Gee addisionele oefeninge indien nodig.

Uitbreiding: Laat leerders met breuke met groter getalle werk en daag hulle uit om nie hul sakrekenaars te gebruik om die KGV te bepaal nie.

Voorgestelde antwoord

Aktiwiteit I

1 a $\frac{5}{8}$	b $\frac{8}{11}$	c $\frac{3}{17}$	d $\frac{7}{23}$
2 a $\frac{26}{12} = \frac{13}{6} = 2\frac{1}{6}$	b $\frac{19}{9} = 2\frac{1}{9}$	c $\frac{1}{3}$	d $\frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$

Aktiwiteit 2

1 a $\frac{37}{20} = 1\frac{17}{20}$

d $\frac{1}{3}$

2 a $\frac{21}{10} = 2\frac{1}{10}$

d $\frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$

3 Hy het $\frac{3}{10}$ van sy sakgeld oor.

b $\frac{18}{35}$

e $\frac{1}{6}$

b $\frac{31}{12} = 2\frac{7}{12}$

e $\frac{133}{30} = 4\frac{13}{30}$

c $\frac{2}{45}$

f $\frac{1}{20}$

c $\frac{31}{15} = 2\frac{1}{15}$

f $\frac{182}{55} = 3\frac{17}{55}$

Die optelling en aftrekking van algebraïese breuke

Vereenvoudig algebraïese breuke; Die optel en aftrek van algebraïese breuke; Optel en aftrek van algebraïese breuke;

Aktiwiteit 3–4

Vereenvoudig algebraïese breuke; Tel algebraïese breuke op en trek hulle af

Leerdersboek bladsy 119–121

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Maak seker dat leerders al die woordeskat onthou wat gebruik is vir algebraïese uitdrukings.
- Werk saam met die klas deur die uitgewerkte voorbeelde.
- Leerders doen die aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Werk weer deur die stappe van die uitgewerkte voorbeelde en maak seker dat leerders elke stap verstaan. Vra hulle om die stappe langs die eerste drie vereenvoudigings neer te skryf sodat hulle dit kan leer. Laat leerders enige oefeninge herhaal wat verkeerd is en laat hulle hul foute hardop uitspreek sodat hulle daarvan bewus raak en nie dieselfde foute herhaal nie.

Uitbreiding: Vra leerders om Aktiwiteit 3 so vinnig as moontlik te doen en dan aan te beweeg na Aktiwiteit 4. Gee vir leerders 'n paar meer ingewikkelde vereenvoudigings soos vraag 9 tot 14 van Aktiwiteit 4.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 3

1 x

2 $-q$

3 1

4 x

5 5

6 $2p$

7 $-2s$

8 $\frac{1}{4}$

9 $-\frac{1}{5}$

10 $\frac{1}{9}$

Aktiwiteit 4

1 $\frac{4a}{5}$

2 $\frac{5x}{9}$

3 $\frac{x}{8}$

4 $\frac{4m}{12} = \frac{m}{3}$

5 $\frac{29x}{14}$

6 $\frac{11a}{12}$

7 0

8 $\frac{29x}{10}$

9 $\frac{8z}{11}$

10 $\frac{28ab}{15}$

11 0

12 $\frac{xy}{12}$

13 $-\frac{10p}{18} = -\frac{5p}{9}$

14 $\frac{(11a + 5b)}{10}$

Optel en aftrek van algebraïese breuke met veranderlike noemers; Optel en aftrek van algebraïese breuke met tellers wat twee terme het

Aktiwiteit 5–6

Werk met breuke met veranderlike noemers; Werk met optel en aftrek van algebraïese breuke met tellers wat twee terme het

Leerdersboek bladsy 122–123

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders maak kennis met meer komplekse breuke met veranderlikes in die noemer asook in die teller
- Wys vir eerdere dat die beginsels steeds dieselfde is.
- Leerders doen Aktiwiteit 5 en 6 op hul eie

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir leerders eenvoudiger breuke aan die begin en maak seker dat hulle die uitgewerkte voorbeeld verstaan. Sodra hulle meer selfvertroue het, laat hulle die aktiwiteit doen. Maak seker dat hulle enige vereenvoudigings wat verkeerd is, herhaal; en laat hulle hul foute hardop uitspreek sodat hulle daarvan bewus raak en nie dieselfde foute herhaal nie.

Uitbreiding: Beide Aktiwiteit 5 en Aktiwiteit 6 is meer uitdagend.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 5

1 $\frac{2 + 3x}{6x}$

2 $\frac{6 + y}{8y}$

3 $\frac{7 + 12x}{21}$

4 $\frac{55 + 14a}{22a}$

5 $\frac{16 + 49b}{28b}$

6 $\frac{27 - 10a}{30a}$

Aktiwiteit 6

1 $\frac{2(2x - 1) - (x - 1)}{6} = \frac{3x - 1}{6}$

2 $\frac{2(a + 1) + (3a - 2)}{14} = \frac{5a}{14}$

3 $\frac{2(4 + y) + 9(3 + 2y)}{18} = \frac{35 + 20y}{18}$

4 $\frac{8b + 4c - 15b - 9c}{12} = \frac{-7b - 5c}{12} = -\frac{7b + 5c}{12}$

5 $\frac{2y - 4x + 4x + 5y}{4} = \frac{7y}{4}$

6 $\frac{3(6x + 2) + 4(3x - 2)}{12} = \frac{30x - 2}{12}$

Die vermenigvuldiging en deling van breuke

Vermenigvuldig breuke; Deel breuke

Aktiwiteit 7–8

Vermenigvuldig breuke; Deel breuke

Leerdersboek bladsy 124–125

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Sodra vermenigvuldiging van breuke hersien is, herinner leerders dat deling van breuke $\frac{a}{b}$ dieselfde is as vermenigvuldiging met die resiprook, $\frac{b}{a}$.
- Werk saam met die klas deur die uitgewerkte voorbeeld.
- Leerders doen die aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir leerders meer oefening met vermenigvuldiging en deling. Maak seker dat hulle elke stap in die Dink-Doen voorbeeld verstaan.

Uitbreiding: Aktiwiteit 7 vraag **q** is meer uitdagend as gevolg van die grootte van die getalle wat betrokke is. Laat leerders die oefeninge so vinnig as moontlik sonder 'n sakrekenaar doen. Hulle kan ook nog vyf vrae met oplossings ontwerp en met 'n maat uitruil.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 7

1 $\frac{1}{2}$

2 $\frac{1}{2}$

3 $\frac{3}{40}$

4 $\frac{119}{15} = 7\frac{14}{15}$

5 $\frac{110}{21} = 5\frac{5}{21}$

6 $\frac{336}{25} = 13\frac{11}{25}$

7 $\frac{793}{125} = 6\frac{43}{125}$

8 $\frac{893}{12} = 74\frac{5}{12}$

q $\frac{119}{12} = 9\frac{11}{12}$

10 $\frac{9251}{432} = 21\frac{179}{432}$

Aktiwiteit 8

1 $\frac{8}{15}$

2 $\frac{49}{8} = 6\frac{1}{8}$

3 $\frac{77}{40} = 1\frac{37}{40}$

4 $\frac{25}{64}$

5 $\frac{27}{28}$

6 2

7 $\frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$

8 $\frac{ad}{bc}$

Die vermenigvuldiging en deling van algebraïese breuke

Aktiwiteit 9–10

Vermenigvuldig en deel algebraïese breuke; Los probleme met breuke op

Leerdersboek bladsy 127

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Gebruik vraag 8 van Aktiwiteit 8 om bespreking van vermenigvuldiging uit te lok.
- Stel getalle in die uitdrukking sodat leerders kan sien dat wat hulle doen, bevestig

word met getalle.

- Werk noukeurig deur die Dink-Doen voorbeeld.
- Leerders doen Aktiwiteit 9 en 10.

Remediëring en uitbreidung

Remediëring: Leerders besef dikwels nie dat die veranderlikes wat hulle in Algebra gebruik getalle voorstel nie. Doe verskeie soortgelyke vermenigvuldiging met numeriese breuke en vra leerders om eers een, dan twee, dan drie veranderlikes in die getalle se plek te stel en dan 'n algebraïese reël op te stel vir dit wat hulle numeries doen. Sodra hulle die reël ontwikkel het, kan hulle dit gebruik vir ander vereenvoudigings.

Uitbreidung: Vra leerders wat meer uitbreidung nodig het om algebraïese reëls vir meer komplekse vermenigvuldiging en deling te ontwikkel.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 9

1 $\frac{p}{r}$

2 1

3

4 $\frac{b}{2a}$

5 $\frac{2s}{3}$

6

7 $\frac{(x+4)}{x(x-2)}$

8 $x(x-5)$

9 $(x+2)$

Aktiwiteit 10

1 a $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20} \rightarrow 1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$. Elf twintigstes van die klas speel rugby.

b 11 leerders

c Nege leerders

2 $\frac{3}{8} \times 592 = 222 \text{ kg}$

3

Kleur	Gewone Breuk	Desimale breuk	Persentasie
Rooi	$\frac{4}{25}$	0,16	16%
Blou	$\frac{1}{5}$	0,2	20%
Swart	$\frac{1}{10}$	0,1	10%
Groen	$\frac{7}{50}$	0,14	14%
Oranje	$\frac{9}{50}$	0,18	18%
Pers	$\frac{11}{50}$	0,22	22%

Hoofstuk 3 Hersiening

Leerdersboek bladsy 129

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te evalueer en om te bepaal of remediëring nodig mag wees.

Voorgestelde antwoorde

1 $\frac{1}{3}$

2 $5\frac{1}{4}$

3 $\frac{31}{5}$

4 $\frac{4}{7} < \frac{5}{8} < \frac{9}{14}$

5 $\frac{85}{68}$

6 a 24%

b 116%

7 $54 - 36 = 18$

$$\frac{18}{54} \times 100 = 33,3\%$$

8 a 449,46

b 10 000

9 a $\frac{19x}{10}$

b $\frac{-7a}{20}$

c $\frac{15}{4x}$

d $\frac{11}{2c}$

10 a $\frac{1}{5}$

b $\frac{2}{x}$

c $\frac{2a}{d}$

Review Copy

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 130 tot 144

Voorgestelde tydstoekening: 4,5 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1: Hersiening

Hersiening: Desimale breuke

40 minute

Eenheid 2: Berekeninge met desimale breuke

Optelling en aftrekking

2 ure 20 minute

Vermenigvuldiging en deling

Eenheid 3: Ekwivalente vorms vir desimale breuke

Desimale en gewone breuke

1,5 ure

Bewerkings met kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels

Hoofstukhersiening

EENHEID

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 131

Voorgestelde tydstoekening: 40 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Plekwaarde en die vergelyking en ordening van desimale breuke
- Afronding en skatting
- Afronding en skatting
- Gebruik skatting en 'n sakrekenaar

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders die volgende hersien:

- Ordening, vergelyking en plekwaarde van desimale breuke tot ten minste 3 desimale plekke

- Afronding van desimale breuke tot ten minste 2 desimale plekke
- berekeningstegnieke gebruik:
- kennis van plekwaarde om die aantal desimale plekke in die resultaat te skat voordat berekening ge doen word
- afronding en 'n sakrekenaar om te kontroleer of die resultate toepaslik is

Riglyne vir onderrig

Beklemtoon dat desimale getalle breuke is met 'n verskillende notasie van gewone breuke. Die noemers van desimale getalle is magte van 10. Die gerieflike ding in verband met desimale getalle is dat geld 'n desimale sisteem gebruik en daarom het ons reeds baie kennis oor die bewerkings gebaseer op die twee desimale plekke van geld.

Die ander vorm van breuke is die persentasievorm waar die noemer 100 is. Dit is baie nuttig in baie toepassings, maar veral finansiële wiskunde.

Desimale breuke is baie makliker om te gebruik om grootte van verskillende breuke te vergelyk. Sakrekenaars maak die gebruik van desimale breuke baie maklik. Dit is baie belangrik om eers te skat voordat sakrekenaars gebruik word, sodat antwoorde wat deur sakrekenaars verkry word, meer betekenisvol is.

Hersiening: Desimale breuke

Plekwaarde en die vergelyking en ordening van desimale breuke

Aktiwiteit I

Hersien desimale breuke

Leerdersboek bladsy 132

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die notas in die Leerdersboek.
- Neem 'n stuk tou, afgemeet tot omtrent 2 600 mm, en vra leerders hoe hulle dit in drie gelyke dele sal verdeel. (Deel die totale afmeting deur 3.) Verduidelik dat dit 'n voorbeeld is van hoekom dit soms nodig is om benaderde antwoorde te hê.
- Hersien die duisende, honderde, tiene, ene, tiendes, honderdstes en duisendstes kolomme met die klas voordat hierdie aktiwiteit voltooi word.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gebruik geld as 'n konteks vir leerders wat desimale breuke uitdagend vind. Die meeste mense kan geld hanteer en kan al die bewerkings met geld doen. Brei die konsep uit na duisendstes deur die plekwaarde-tafels te gebruik.

Uitbreiding: Omdat dit hersiening is, behoort leerders dit maklik te vind. Daag hulle uit om die oefening so vinnig as moontlik te doen sonder om 'n sakrekenaar te gebruik. Hulle kan hul antwoorde kontroleer sodra die hele aktiwiteit voltooi is.

Voorgestelde antwoorde

	Td	D	H	T	E	,	t	h	d
bv.	4 474,921			4	4	7	,	9	2
a	325,226			3	2	5	,	2	6
b	21,589				2	1	,	5	8
c	1 452,023		1	4	5	2	,	0	2
d	98 326,325	9	8	3	2	6	,	3	2
e	12 256,235	1	2	2	5	6	,	2	5

2	a 21, 589	b 98 326,325	c 325,226	d 12 256,235
	e 21,589	f 447,921	g 21,589	
3	a < b >	c < d >	e < f >	
4	a 9,322; 9,223; 8,700; 8,007; 5,002; 2,339	b 2,980; 2,890; 2,098; 2,090; 2,089; 2,080; 2,009	c	
5	a 21,589; 325,226; 447,921	b 1 452,023; 12 256,235; 98 326,325	c vyfduisend	
6	a vyftig	b vyf	c vyfduisend	
	d vyf miljoen	e vyf tienduisendstes	f vyf tienduisendstes	

Afronding en skatting

Aktiwiteit 2 Rond desimale breuke af

Leerdersboek bladsy 134

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders hoe om getalle af te rond tot 'n sekere aantal desimale plekke.
- Werk saam met die klas deur die notas in die Leerdersboek.
- Leerders doen hierdie aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Werk weer deur die voorbeelde in die Leerdersboek. As leerders nie die metode van afronding kan onthou nie, vra hulle wat die helfte van die afstand is tussen die twee honderdstes en as die getal minder is as die halfpadmerk, moet dit afgerond word. As dit gelyk is aan of meer is as die halfpadmerk, moet dit opgerond word.

Voorgestelde antwoorde

1	a 6,5	b 48,5	c 9,1	d 0,3
2	a 3,85	b 19,63	c 0,51	d 71,46
3	a 4,684	b 0,183	c 72,561	d 0,054
4	a 38,3	b 38,27	c 38,268	
5	a 16	b 82	c 237	d 106

Afmetings en skatting

Aktiwiteit 3

Skatting

Leerdersboek bladsy 134

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Werk deur die notas in die Leerdersboek. Bespreek voorbeelde met die klas oor wat die kleinste waarde is wat ons kan hê om af te rond en soortgelyk, wat die grootste waarde is wat ons kan hê om op te rond. Leerders doen hierdie aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir leerders nog 'n paar voorbeelde sodat hulle die patroon kan uitwerk.

Uitbreiding: Daag leerders uit om die foutpersentasie in afmetings te ondersoek.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a 75
2 a 350

- b 84
b 449

Gebruik skatting en 'n sakrekenaar

Aktiwiteit 4

Skat antwoorde

Leerdersboek bladsy 135

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die notas in die Leerdersboek. Bespreek voorbeelde van wat kan of kan nie 'n goeie skatting van 'n getal wees nie. Skryf 'n paar voorbeelde op die bord en vra leerders om die beste skatting van elk te gee.
- Leerders doen hierdie aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Hersien afronding en skatting van werk wat in vorige grade gedoen is.

Uitbreiding: Voeg veranderlikes by sommige van die desimale vrae en herinner leerders om slegs gelyksoortige terme op te tel of af te trek, maar enige terme te vermenigvuldig. Gee vir leerders meer uitdagende vrae oor skatting.

Voorgestelde antwoorde

- 1 5 maal 6 = 30; Werklik = 30,4776
3 $\frac{(6 \times 3)}{9} = 2$; Werklik = 2,029
5 $\frac{(33 \times 5)}{3} = 55$; Werklik 50,96

- 2 $18 + 22 = 40$; Werklik = 39,8
4 $35 - 10 = 25$; Werklik = 25, 02
6 $\frac{7 \times 3}{4} = 5,25$; Werklik = 4,65

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 136

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure 20 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Voltooiing van veelvuldige bewerkings met desimale getalle
- Gebruik 'n sakrekenaar waar nodig
- Oplos van probleme in kontekste wat desimale plekke behels.

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8

- het leerders die volgende hersien:
 - optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling van desimale breuke tot ten minste 3 desimale plekke
 - deling van desimale breuke met telgetalle
- is leerders voorgestel aan die volgende:
 - Uitbreiding van vermenigvuldiging na 'vermenigvuldiging met desimale breuke' – nie beperk tot een desimale plek nie
 - Uitbreiding van deling na 'deling van desimale breuke met desimale breuke'
 - Berekening van kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels van desimale breuke

Riglyne vir onderrig

Die desimale vorm is baie makliker as breuke. Dit volg dieselfde plekwaardesisteem as telgetalle. Dit kan dus bymekaar getel word soos telgetalle. Moedig leerders aan om die plekwaardesisteem te gebruik totdat hulle vertroud is met al die bewerkings met desimale breuke en desimale getalle.

Optelling en aftrekking (insluitende hoofrekene)**Gebruik hoofrekene om op te tel en af te trek****Aktiwiteit 1****Gebruik hoofrekene om desimale getalle op te tel en af te trek**

Leerdersboek bladsy 136

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die notas in die Leerdersboek.

- Wys vir leerders 'n aantal verskillende maniere om getalle op te breek, byvoorbeeld $4,8$ kan wees $4,2 + 0,6$. $4,2$ kan maklik by $5,8$ getel word om 10 te gee. Dit maak dit dan makliker om $0,6$ by te tel.
 - Leerders doen hierdie aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Moedig leerders aan om aan desimale waardes te dink as geld. As daar net een plek na die komma is, behoort hulle 'n nul by te voeg en dan te maak asof hulle geld bytel of aftrek.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n paar voorbeelde met algebraïese veranderlikes en groter desimale getalle as uitdaging.

Voorgestelde antwoorde

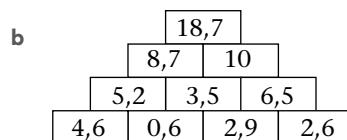
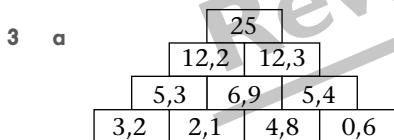
I a 0,6

b 0,69

c 2,7

d 1,45

2	+	2,9	4,8	3,9	2,5	5,9	5,7
	3,1	6	7,9	7	5,6	9	8,8
	6,5	9,4	11,3	10,4	9	12,4	12,2
	8,2	11,1	13	12,1	10,7	14,1	13,9
	4,9	7,8	9,7	8,8	7,4	10,8	10,6
	7,1	10	11,9	11	9,6	13	12,8
	9,6	12,5	14,4	13,5	12,1	15,5	15,3



Optelling en aftrekking in kolomme

Aktiwiteit 2 Tel desimale op en trek hulle af

Leerdersboek bladsy 138

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders hoe om desimale getalle in kolomme op te tel en af te trek en die syfers in die korrekte kolomme onder mekaar te skryf.
 - Werk deur die notas in die Leerdersboek.
 - Leerders doen hierdie aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir leerders vierkantpapier om te gebruik en vra hulle om parallelle lyne op die bladsy te trek om kolomme te maak. Hulle behoort die kommas van die getalle eers onder mekaar te skryf en dan behoort die ander syfers in die korrekte plekwaarde-kolomme te wees.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n paar voorbeelde met baie groter desimale getalle om in kolomme bymekaar te tel. Maak seker dat hulle die antwoorde skat voordat hulle dit bereken.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | |
|----------------|------------|-------------|------------|
| 1 a 42,1 | b 27,9 | c 141,99 | d 18,68 |
| | e 22,08 | f 47,34 | g 53,47 |
| 2 84,73 kg | | | |

Vermenigvuldiging en deling

Gebruik hoofrekene om te vermenigvuldig; Gebruik hoofrekene om te deel

Aktiwiteit 3

Gebruik hoofrekene om desimale getalle te vermenigvuldig en te deel

Leerdersboek bladsy 139

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die notas in die Leerdersboek.
- Laat leerders verduidelik hoe om die oefeninge met hoofrekene te doen. Dit sal ander leerders 'n groter verskeidenheid keuses gee as hulle self die berekening doen.
- Leerders doen hierdie aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Vra leerders om te maak asof geld vermenigvuldig of gedeel word. Hulle kan nulle by die getalle voeg as daar net een syfer na die desimale komma is. Gee vir leerders nog voorbeelde en laat hulle toe om 'n sekere aantal neer te skryf, maar die meeste moet met hoofrekene gedoen word.

Uitbreiding: Gee vir leerders groter desimale getalle om te vermenigvuldig. Vra hulle om hul skattings eers neer te skryf en dan met hoofrekene die verskil tussen hulle skattings en hul werklike antwoorde te bereken.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | |
|-----------|-----------|------------|---------|
| 1 460 | 2 17,6 | 3 716,1 | 4 96 |
| 5 15,3 | 6 14 | 7 30 | 8 6 |

Metodes van vermenigvuldiging en deling

Aktiwiteit 4 Vermenigvuldig en deel desimale getalle

Leerdersboek bladsy 140

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien hoe om desimale getalle te vermenigvuldig en te deel in kolomme en te verseker dat die syfers in die regte kolomme onder mekaar geskryf is.
- Herinner leerders dat as ons 'n teller met 'n getal vermenigvuldig, ons dieselfde met die noemer moet doen.
- Werk deur die notas in die Leerdersboek.
- Leerders doen hierdie aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Hersien lang vermenigvuldiging en deling. Herinner leerders om die syfers in die regte kolomme neer te skryf by optelling en aftrekking.

Uitbreiding: Voeg veranderlikes by sommige van die desimale getalle en herinner leerders om gelyksoortige terme bymekaar te tel of af te trek, maar dat enige terme met mekaar vermenigvuldig kan word.

Voorgestelde antwoorde

1 a 649,7
 d 59

b 38,4
 e 13,178

c 27,68
 f 8,391

2 $32 \times 73,2 = 2\ 342,4$ sekondes = 39,04 minute = 0 ure 39 minute en 2,4 sekondes.

EENHEID

3

Ekwivalente vorms vir desimale breuke

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 141

Voorgestelde tydstoekening: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Desimale getalle en gewone breuke
- Bewerkings met kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortel.

Hulbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders ekwivalente vorms hersien tussen:

- gewone breuke en desimale breuke vorms van dieselfde getal
- gewone breuke, desimale breuke en persentasie vorms van dieselfde getal

Riglyne vir onderrig

Herinner leerders dat desimale breuke eintlik breuke is met noemers met magte van 10, dit is, 10; 100; 1 000; en so aan. Dit is maklik genoeg om dit eers na 'n breuk te herlei met een van hierdie noemers en dan te vereenvoudig as daar gewone breuke is. Om 'n desimale getal na 'n breuk te herlei, moet leerders die desimale getal met 100 vermenigvuldig.

Desimale getalle en gewone breuke

Aktiwiteit 1

Werk met ekwivalente vorms van breuke

Leerdersboek bladsy 142

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Voordat 'n desimale breuk herlei word na 'n gewone breuk, behoort leerders eers te kontroleer of die desimale breuk 'n rasionale getal is.
- Eindig of repeteer die desimale getal? As dit so is, is dit rasionaal en kan dit herlei word na 'n gewone breuk met dieselfde waarde.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek.
- Leerders doen hierdie aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders die stappe verstaan wat in die voorbeelde in die Leerdersboek gegee is. Gee vir leerders nog 'n paar voorbeelde en vra hulle om die stappe in woorde uit te skryf terwyl hulle die berekeninge doen. As hulle hiermee sukkel, skryf 'n gedeelte van die instruksie uit en laat hulle dit voltooi.

Uitbreiding: Gee vir leerders nog 'n paar voorbeelde met repeterende getalle. Hulle moet die werk hersien wat in vorige eenhede gedoen is.

Voorgestelde antwoorde

1	a $\frac{4831}{1000} = 4\frac{831}{1000}$	b $\frac{1137}{50} = 22\frac{37}{50}$	c $11\frac{9}{100}$	d $268\frac{3}{1000}$
2	a 1,116	b 462,648	c 39,13	d 0,166
3	a 0,666...	b 0,1666...	c 0,555...	d 0,375

Bewerkings met kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels

Aktiwiteit 2

Werk met desimale getalle

Leerdersboek bladsy 143

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek.
- Leerders het dalk nog 'n paar voorbeelde nodig, hou dus 'n paar gereed.
- Laat leerders die aktiwiteit sonder 'n sakrekenaar op hul eie doen.
- Sodra hulle die aktiwiteit voltooi het, kan hulle hul antwoorde kontroleer met 'n

sakrekenaar. Dit gee hulle dus ook oefening met hierdie tipe berekening op hul sakrekenaars.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders enige vrae weer doen wat hulle verkeerd gehad het. Gee geleentheid vir ekstra oefening indien nodig.

Uitbreiding: vraag 1h is meer uitdagend. Gee vir leerders nog 'n paar vrae soos hierdie.

Voorgestelde antwoorde

- 1**

a $\sqrt{\frac{1}{100}} = 0,1$ b $0,2 \times 0,2 \times 0,2 = 0,008$
c $3,2 \times 3,2 = 10,24$ d 15
e $\sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5} = 2,4$ f $-\frac{833}{500} = -1\frac{333}{500} = -1,666$
g $1,5 + 2,6 = 4,1$

h $\frac{17^2}{10^2} + \frac{14^2}{10^2} + \sqrt[3]{\frac{216}{1\,000}} = \frac{289}{100} + \frac{196}{100} + \frac{6}{10} = \frac{289 + 196 + 60}{100} = \frac{545}{100} = \frac{109}{20} = 5\frac{9}{20} = 5,45$

2

a $2,3^2(-5,75^3 + \sqrt{1,44}) = -999,33$
b $2,3^2(-5,75^3 - \sqrt{1,44}) = -1\,012,03$
c $2,3^2 \times -5,75^3 + 2,32 \times \sqrt{1,44} = -999,33$
d $(2,3^2 + -5,75^3)(\sqrt{1,44} - \sqrt[3]{1,25}) = -420,87$
e $(2,3^2 - -5,75^3)(\sqrt{1,44} + \sqrt[3]{1,25}) \approx 444,97$

Hoofstuk 4 Hersiening

Leerdersboek bladsy 144

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteite aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te evalueer en om te bepaal of remediëring nodig mag wees.

Voorgestelde antwoorde

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 145 tot 167

Voorgestelde tydstoekening: 5 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:**Eenheid 1: Hersiening: Die vergelyking en voorstelling van getalle in eksponensiële vorm**

1 uur

Brei getalle in eksponensiële vorm uit

Skryf getalle in eksponensiële vorm

Vereenvoudig getalle in eksponensiële vorm

Eenheid 2: Wetenskaplike notasie

1,5 ure

Skryf groot getalle in wetenskaplike notasie

Skryf klein desimale getalle in wetenskaplike notasie

Herlei wetenskaplike notasie na gewone notasie

Gebruik 'n sakrekenaar

Eenheid 3: Berekening met getalle in eksponensiële vorm

1,5 ure

Vermenigvuldig magte met dieselfde grondtal (wet 1)

Deel magte met dieselfde grondtal (wet 2)

Verhef 'n mag tot 'n mag (wet 3)

Bepaal die mag van 'n produk in hakies (wet 4)

Eenheid 4: Eksponente in probleemoplossing

1 uur

Los eenvoudige eksponensiële vergelykings op

*PvA: Ondersoek 2: Magte van 2: Papiervouwing**PvA: Opdrag 2: Magte van 2: Bereken 'n teiken**PvA: Opdrag 3: Opeenvolgende getalle**Hoofstukhersiening*

Hersiening: Die vergelyking en voorstelling van getalle in eksponensiële vorm

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Brei getalle in eksponensiële vorm uit
- Skryf getalle in eksponensiële vorm
- Vereenvoudig getalle in eksponensiële vorm

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Leerdersboek bladsy 146
Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders die volgende gedoen:

- Hersiening, vergelyking en voorstelling van telgetalle in eksponensiële vorm
- Vergelyking en voorstelling van heelgetalle in eksponensiële vorm
- Vergelyking en voorstelling van getalle in wetenskaplike notasie, beperk tot positiewe eksponente

Riglyne vir onderrig

Hierdie eenheid is hersiening van die werk wat gedoen is oor eksponente in die vorige grade. Dit sal goed wees om seker te maak dat die konsepte numeries goed vasgelê is voordat begin word met algebra. Herinner leerders dat vermenigvuldiging 'n verkorte vorm van herhaalde optelling is, en dat die eksponensiële vorm 'n verkorte manier is om herhaalde vermenigvuldiging met dieselfde grondtal te skryf. Deur in eksponensiële en uitgebreide vorm te skryf, is 'n handige manier om te sien hoe die eksponentewette in Eenheid 3 van hierdie hoofstuk werk. Dit is dalk nodig om die twee vorms weer te hersien voordat met eksponentewette begin word.

Brei getalle in eksponensiële vorm uit

Aktiwiteit 1

Brei getalle in eksponensiële vorm uit

Leerdersboek bladsy 146

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Maak seker dat leerders nie enige kortpaaie volg nie. Hulle moet al die vrae uitbrei omdat dit hulle sal help om te verstaan dat wanneer veranderlikes vermenigvuldig word, jy kan tel hoeveel veranderlikes daar is en dan word hierdie getal die eksponent.
- Verander slegs die koëffisiënt by optelling. Die veranderlike verander nie.
- Verduidelik dat 'n getal soms hanteer kan word as 'n grondtal.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek en laat die leerders dan die aktiwiteit in hul oefenboeke voltooi.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee verskeie voorbeelde sodat leerders kan oefen om in die uitgebreide vorm te skryf. Maak seker dat hulle verstaan dat as 'n eksponent nie bokant 'n veranderlike verskyn nie, daar eintlik 'n 1 staan, en dat daardie veranderlike in uitgebreide vorm geskryf moet word.

Uitbreiding: Gee meer uitdagende voorbeelde soos Aktiwiteit 1 vraag 6. Gee ook voorbeeld met 0 en negatiewe getalle as eksponente.

Voorgestelde antwoorde

1 $7 \times 7 \times 7$

3 $b \times b \times b \times b \times c \times c$

5 $6 \times x \times x \times x \times x \times y \times y$

2 $d \times d \times d \times d \times d \times d$

4 $5 \times x \times x \times x$

6 $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

Skryf getalle in eksponensiële vorm

Aktiwiteit 2 Skryf getalle in eksponensiële vorm

Leerdersboek bladsy 148

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek.
- Maak seker dat leerders verstaan hoe om uitdrukings in eksponensiële vorm te skryf, al is dit hersiening van werk wat in Graad 8 gedoen is.
- Beklemtoon dat die aantal kere wat 'n getal of veranderlike met homself vermenigvuldig word, voorgestel word deur die eksponent.
- Leerders doen die aktiwiteit so vinnig as moontlik op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Herinner leerders dat as 'n faktor slegs een keer verskyn, dit 'n eksponent van 1 het, maar die 1 word nie geskryf nie; dit word geïmpliseer. Veranderlikes langs mekaar, sonder spasies, impliseer vermenigvuldiging. Gee vir leerders addisionele voorbeeld totdat hulle vertroud is met die konsep en die oefeninge op hul eie kan doen.

Uitbreiding: Gee vir leerders nog voorbeelde soos vraag 4d tot 4f.

Voorgestelde antwoorde

1 a x^4y^2

b x tot die mag 4 vermenigvuldig met y kwadraat (tot die mag twee).

c x en y

d 4 en 2

2 a -6^4

b b^3c^2

c a^9

3 a $3r^2p^2$

b $15a^2b^2$

c $24abxy$

d $24axy^2$

e $-3x^2y$

f $-8px^3$

4

	Vraag	Koëffisiënt	Grondtal	Eksponent
a	$5b^5$	5	b	5
b	$-8r^{12}$	-8	r	12
c	$2(xyz)^2$	2	xyz	2
d*	$4y$	4	y	1
e*	$-y^3$	-1	y	3
f*	$9p^4r^2$	9	p en r	4 en 2

Vereenvoudig getalle in eksponensiële vorm

Aktiwiteit 3

Vereenvoudig getalle in eksponensiële vorm

Leerdersboek bladsy 150

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek.
- As breuke vereenvoudig word, maak seker dat leerders al die eksponente uitbrei en uitkanselleer (vereenvoudig) soos aangetoon in die voorbeeld. Leerders mag nie die noemer boontoe verskuif nie. Die noemer en teller bly in hul posisies.
- Leerders moet ook begryp dat as alles in die teller uitkanselleer, daar 'n 1 in die teller oorbly.
- Werk saam met die klas deur die opsomming as 'n vorm van hersiening, of laat hulle vir 5 minute in pare deur die opsomming werk en dan hul eie begrip van elke punt in die opsomming met die klas deel (en voorbeeldee gee waar toepaslik).

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders die faktore volledig uitbrei en dan vereenvoudig. Hulle sal in die proses herinner word aan die eksponentreëls van vermenigvuldiging van dieselfde grondtal (tel die eksponente bymekaar).

Uitbreiding: Gee nog 'n paar voorbeelde met meer gemengde koëffisiënte en veranderlikes.

Voorgestelde antwoorde

- I
- a $5 \times 5 = 5^{10}$
 - b $2 \times 2 = 2^{12}$
 - c $y \times y = y^{13}$
 - d $a \times a = a^9$
 - e $x \times x \times x \times x \times x \times x = x^6$
 - f $b \times b \times b \times b = b^4$
 - g $4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 4^5 \times 3^6$
 - h $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^{10} \times 3^3$
 - i $p \times p \times q \times q \times p \times p \times p \times p \times p \times q = p^7q^5$
 - j s^7t^4

- 2** **a** Waar **b** Onwaar 7^5
- 3** **a** $\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = 3^2$
- c** $\frac{x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x}{x \times x} = x^7$
- e** $\frac{y \times y \times y}{y \times y \times y} = 1$
- g** $\frac{s \times s \times s \times s \times s \times s \times t \times t \times t \times t}{s \times s \times s \times t \times t \times t \times t} = s^5$ **h** $\frac{x \times x \times x}{x \times x \times x \times x \times x} = \frac{1}{x^3}$
- c** Onwaar x^3 **d** Onwaar x^8
- b** $\frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7 \times 7} = 7^4$
- d** $\frac{y \times y \times y \times y}{y} = y^3$
- f** $\frac{p \times p \times q \times q \times q \times q}{p \times q \times q \times q} = pq^2$

EENHEID

2

Wetenskaplike notasie

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 151

Voorgestelde tydstoekennings: 1 uur 20 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Skryf groot getalle in wetenskaplike notasie
- Skryf klein desimale getalle in wetenskaplike notasie
- Herlei wetenskaplike notasie na gewone notasie
- Gebruik 'n sakrekenaar

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders getalle vergelyk en in wetenskaplike notasie voorgestel, beperk tot positiewe eksponente. In Graad 9 word wetenskaplike notasie uitgebrei om ook negatiewe eksponente in te sluit.

Riglyne vir onderrig

Wetenskaplike notasie is nuttig om baie groot getalle en baie klein getalle te skryf. Dit word ook in ander vakke soos Fisiese Wetenskappe en Lewenswetenskappe gebruik. Wetenskaplike notasie kan getalle beskryf van oneindig klein tot oneindig groot. Leerders stel altyd baie belang in werklike getalle soos die omtrek van die aarde of die aantal mense in die wêreld. Gebruik die Internet om nog 'n paar getalle te vind wat die leerders in jou klas interessant sal vind. Gebruik die Dink-Doen voorbeeld om te verseker dat leerders elke stap van die proses leer voordat die aktiwiteit aangepak word.

Skryf groot getalle in wetenskaplike notasie; Skryf klein desimale getalle in wetenskaplike notasie

Aktiwiteit I-2

Herken en skryf groot getalle in wetenskaplike notasie; Herken en skryf klein desimale getalle in wetenskaplike notasie

Leerdersboek bladsy 153–154

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die inleiding en die stappe in die Leerdersboek. Beklemtoon dat die desimale getal in die wetenskaplike notasie altyd tussen 1 en 10 moet wees.
- Maak seker dat leerders elke stap verstaan, en herhaal die stappe indien nodig. Sodra hulle die stappe verstaan, sal die Dink-Doen voorbeeld bietjie makliker wees om deur te werk. Leerders kan ook aangemoedig word om op hul eie of in pare deur die Dink-Doen voorbeeld te werk.
- Dit is belangrik dat leerders verstaan dat dit die syfer 3 is wat 7 desimale plekke na regs beweeg en *nie die komma nie*.
- Voordat deur die voorbeeld in die Leerdersboek gewerk word, vra die volgende: Is die getal in wetenskaplike notasie geskryf (byvoorbeeld, 300 000 000 m/s)? Hoe kan ons dit in wetenskaplike notasie skryf? Laat leerders hul handboeke toemaak en probeer om die eerste voorbeeld te doen, en een of twee addisionele voorbeeld in hul oefenboeke en dan hul antwoorde te gee. Laat hulle hardop sê wat hulle gedoen het, en maak seker dat hulle die korrekte woordeskat gebruik (byvoorbeeld die syfer skuif, nie die komma nie). Laat hulle op die bord die desimale plekverandering wat plaasvind, demonstreer. Gaan saam met die leerders deur Voorbeeld 2 as 'n manier om die konsep vas te lê.
- Werk deur Voorbeeld 3 en laat leerders addisionele voorbeeld soos Voorbeeld 3 in hul oefenboeke doen op dieselfde wyse as bogenoemde voordat hulle die aktiwiteit doen.
- Werk op dieselfde wyse deur die stappe en voorbeeld vir Aktiwiteit 2. Gee soortgelyke, addisionele voorbeeld waar afronding benodig word.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Help leerders met die plekwaardeverandering waar getalle in wetenskaplike notasie geskryf word. 'n Maklike manier om baie klein getalle te herlei, is om die aantal nulle te tel, insluitende die nul links van die komma. Dit word die negatiewe eksponent.

Uitbreiding: Daag leerders uit om vier interessante baie groot getalle en vier interessante baie klein getalle te vind. Hulle moet dit dan in wetenskaplike notasie skryf.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit I

I a Ja

b Nee

c Nee

2 Die ontbrekende getalle is:

10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6
1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

3 a $5,90 \times 10^7$ (Maak seker dat die nul ook geskryf word tot 2 dp).

b $2,90 \times 10^6$

c $1,28 \times 10^4$

d $2,00 \times 10^5$

e $3,14 \times 10^6$

f $8,20 \times 10^3$

Aktiwiteit 2

1 a Nee

b Ja

c Nee

d Nee

2 a $8,43 \times 10^{-5}$

b $2,18 \times 10^{-6}$

c $3,60 \times 10^{-2}$

d $1,00 \times 10^{-13}$

e $3,00 \times 10^{-4}$

f $8,52 \times 10^{-9}$

Herlei wetenskaplike notasie na gewone notasie; Gebruik 'n sakrekenaar

Aktiwiteit 3–4

Skryf getalle in gewone notasie; Werk met wetenskaplike en gewone notasie op 'n sakrekenaar

Leerdersboek bladsy 155

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeeld in die Leerdersboek. Laat leerders nog 'n paar addisionele voorbeeld in hul oefenboeke doen en hul antwoorde gee. Laat hulle dit uitspreek en/of hul metodes illustreer en klaar enige misverstande op.
- Laat leerders ook 'n paar oefeninge op hul sakrekenaars in hul oefenboeke doen voordat die aktiwiteit aangepak word. Loop deur die klas en monitor of hulle dit korrek doen, en help met die stappe indien nodig.
- Leerders moet hierdie aktiwiteit op hul eie in hul oefenboeke voltooi.
- Werk saam met die klas deur die opsomming as 'n vorm van hersiening, of laat leerders vir 5 minute in pare deur die opsomming werk en laat hulle dan hul eie begrip van elke punt in die opsomming met die klas deel (en voorbeeld gee waar toepaslik).

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Herinner leerders aan die plekwaardeverskuwing wat die syfer in die getal maak as die getal in gewone notasie geskryf word. Herinner leerders ook hoe om getalle met magte van 10 te vermenigvuldig en te deel. Verwys terug na die hoofstuk oor desimale breuke indien nodig en/of laat leerders basiese oefeninge doen wat vermenigvuldiging en deling van getalle met magte van 10 insluit. Hierdie basiese oefeninge kan as huiswerk gegee word.

Uitbreiding: Vra leerders om navorsing te doen oor waar wetenskaplike notasie gebruik word in ander vakke en vra hulle om interessante feite oor baie groot getalle en baie klein getalle te soek, byvoorbeeld, die grootte van 'n neuron, die omtrek van die wêrelde in km, en so aan. Vra leerders om die baie groot getalle en baie klein getalle wat hulle vroeër in die eenheid ondersoek het met 'n maat uitruil en dit in gewone notasie skryf.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 3

1 a 30 000
2 a 0,02

b 2 960 000
b 0,0038

c 942
c 0,00279

d 38 700
d 0,0002872

Aktiwiteit 4

1 a $3,72 \times 10^5$
d $4,39 \times 10^{-3}$

b $7,80 \times 10^{-5}$
e $8,75 \times 10^4$

c $6,1 \times 10^{-3}$
f $8,2 \times 10^{-6}$

2 a 5 200
d 0,000000307

b 0,0000709
e 0,0271

c 3 356 000
f 0,00000004876

3 a $9\ 223,68 \times 100 + 0,00489 = 922\ 368,1649$

b $86\ 700 - 0,424 = 86\ 699,58$
c $0,031 \times 84\ 000 = 2\ 604$
d $0,00698 \div 0,000000004 = 174\ 500$

4 a $1,29 \times 10^5$
b $2,6 \times 10^{-7}$

EENHEID

3

Berekeninge met getalle in eksponensiële vorm

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 156

Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur 20 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Eksponentewet 1: Vermenigvuldiging van magte met dieselfde grondtal
- Eksponentewet 2: Deling van magte met dieselfde grondtal
- Eksponentewet 3: Verheffing van 'n mag tot 'n mag
- Eksponentewet 4: Bepaal 'n mag van 'n produk in hakies

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

Die doel van hierdie eenheid is om die algemene wette van eksponente verder vas te lê, beperk tot eksponente met natuurlike getalle.

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$, as $m > n$
- $(am)^n = a^m \times n$
- $(a \times t)^n = a^n \times t^n$
- $a^0 = 1$

Riglyne vir onderrig

Die doel van hierdie eenheid is om leerders te help om die wette van eksponente te hersien en hulle verby die langdradige uitbreidings- en saamvoegingsmetodes van vermenigvuldiging en deling van eksponente te laat vorder. Hierdie metodes kan egter steeds gebruik word as 'n vorm van remediëring om leerders te help om die kortpaaie te ontdek.

Leerders behoort moontlik die patrone agter te kom soos hulle Eenheid 1 voltooi, en die wette formuleer en self gebruik.

Hoewel dit hersiening is, het leerders baie oefening nodig omdat hulle soms verward raak oor wanneer om eksponente op te tel en af te trek, en wanneer om dit te vermenigvuldig. 'n Sistematiese en versigtige benadering is noodsaaklik, met baie addisionele oefeninge om die begrip en toepassing van die Eksponentewette vas te lê.

Eksponentewet I: Vermenigvuldiging van magte met dieselfde grondtal

Aktiwiteit I

Werk met Eksponentewet I

Leerdersboek bladsy 157

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek.
- Laat leerders soortgelyke voorbeelde vinnig in hul oefenboeke doen voordat elke voorbeeld in die Leerdersboek saam met hulle deurgewerk word. Monitor hulle begrip en vordering op hierdie wyse.
- Herinner leerders om Eksponentewet 1 te gebruik om hierdie aktiwiteit te voltooi. Beklemtoon dat as daar geen sigbare eksponent is nie, dit 'n eksponent van 1 impliseer.
- Moedig leerders aan om so vinnig as moontlik deur die aktiwiteit te werk, aangesien dit hersiening is.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: As leerders aanvanklik nie die eksponentewette kan gebruik nie, laat hulle voortgaan om die faktore uit te brei. Wys daarop dat dit 'n baie tydrowende proses is en dat dit meer effektief is om die eksponentewette te gebruik. Gee ekstra oefening indien nodig.

Uitbreiding: Gee vir leerders nog 'n paar uitdagende voorbeelde soortgelyk aan dié in vrae **I0** tot **I2**. Sluit ook verskillende veranderlikes en breuke in die voorbeelde in.

Voorgestelde antwoorde

1	m^9	2	s^8	3	a^{11}	4	n^{10}	5	k^2	6	b^{27}
7	3^5	8	2^5	9	$30k^7$	10	$81m^{12}$	11	$-64a^7$	12	$24a^8$
13	$-24m^{15}$	14	$40p^{13}$								

Eksponentewet 2: Deling van magte met dieselfde grondtal

Breuke waar die grootste eksponent in die teller lê; Breuke waar die teller en noemer gelyk is; Breuke waar die grootste eksponent in die noemer lê

Aktiwiteit 2–4

Werk met Eksponentewet 2; Werk met magte waarvan die eksponente gelyk is aan 0; Werk met magte met negatiewe eksponente

Leerdersboek bladsy 158–160

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien Eksponentewet 2 deur elke inleiding in die Leerdersboek deur te gaan.
- Herinner leerders aan die volgende:
 - Enige grondtal tot die mag nul is gelyk aan 1. Onthou, die grondtal mag nie gelyk aan 0 wees nie.
 - Vereenvoudig altyd eers die koëffisiënte en pas dan die delingswet vir magte met dieselfde grondtal toe.
 - Die eksponentewet kan nie gebruik word om voorbeeld soos $\frac{m^6}{n^2}$ te vereenvoudig nie omdat die grondtalle nie dieselfde is nie, dus kan die eksponente nie afgetrek word nie.
 - 'n Negatiewe eksponent soos $3^{-3} = \frac{1}{3^3}$
- Laat leerders vinnige soortgelyke voorbeeld in hul oefenboeke doen nadat elke voorbeeld in die Leerdersboek saam met hulle deurgewerk is. Monitor hulle begrip en vordering op hierdie wyse.
- Herinner leerders om die tweede eksponentewet te gebruik om al die aktiwiteit te voltooi. Leerders voltooi elke aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: As leerders aanvanklik nie die eksponentewette kan gebruik nie, laat hulle voortgaan om die faktore uit te brei. Wys daarop dat dit baie tydrowend is, en dat dit meer effektief is om die eksponentewette te gebruik. Gee ekstra oefening indien nodig. Nog 'n goeie vorm van remediëring en vaslegging is om kort oefeninge na elke voorbeeld wat hierbo beskryf is, te doen (voordat leerders die aktiwiteit aanpak).

Uitbreiding: Gee vir leerders nog 'n paar uitdagende oefeninge. Sluit verskillende veranderlikes en breuke by hierdie voorbeelde in.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 2

1 $x^{6-3} = x^3$

4 $y^{21-19} = y^2$

7 5^2

10 a^2

13 $-3y^2$

2 $x^{5-1} = x^4$

5 $r^{12-9} = r^3$

8 2

11 x^6

14 $-7x$

3 $c^{7-7} = c^0 = 1$

6 $a^{4-2} = a^2$

9 1

12 $5x^5$

Aktiwiteit 3

1 1
5 $1 + 1 = 2$
9 9

2 1
6 $9 - 3 = 6$
10 $1 + 1 = 2$

3 6
7 $1 - 6 = -5$
11 $3 - 1 = 2$

4 $5 + 2 = 7$
8 1
12 1

Aktiwiteit 4

1 a $\frac{1}{x^5}$
2 a 3^2
e $\frac{1}{x^3}$
i $\frac{2}{-b^2}$
3 $0,0000673 = \frac{6,73}{10\ 000} = \frac{6,73}{10^5} = 6,73 \times 10^{-5}$.

b $\frac{4}{y^5}$
b $7^{8-4} = 7^4$
f $\frac{-1}{a^3}$
j $-50x^8$

c $\frac{y^3}{x^2}$
c y^3
g pq^2
h s^5

- a Dit is.
b Die getal is baie klein.

Eksponentewet 3: Verheffing van 'n mag tot 'n mag

Aktiwiteit 5 Werk met magte van magte

Leerdersboek bladsy 160

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met leerders deur die voorbeelde.
- Laat leerders vinnig soortgelyke voorbeelde in hul oefenboeke doen nadat elke voorbeeld in die Leerdersboek saam met hulle deurgewerk is. Monitor hulle begrip en vordering op hierdie wyse.
- Laat leerders die uitgebreide notasiemetode gebruik om hulle te help om te sien hoekom Eksponentewet 3 eintlik reg is.
- Gee nog 'n paar addisionele voorbeelde en laat leerders dit eers doen met uitgebreide notasie en dan deur die wet te gebruik. Moedig leerders aan om die wet te gebruik as hulle die aktiwiteit doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: As leerders deurmekaar raak met die reëls of wette, laat hulle terugkeer na die vorige manier van uitbreiding en kansellering. Hulle sal wel later die kortpaaie ontdek.

Uitbreiding: Gee soortgelyke voorbeelde maar maak die eksponente baie groter en voeg meer negatiewe eksponente by. Die eenheid oor praktiese eksponente is gerig op uitbreiding.

Voorgestelde antwoorde

1 a $3^{2 \times 3} = 3^6$
2 a $p^{7 \times 5} = p^{35}$
e $k^{10 \times 4} = k^{40}$
h $\frac{-a^{24}}{a^{20}} = -a^4$

b $2^{3 \times 2} = 2^6$
b $a^{-2 \times 6} = a^{-12} = \frac{1}{a^{12}}$
f $c^{-2 \times -8} = c^{16}$
i $p^{10}q \times \frac{q^4}{2p^8} = \frac{p^{10-8}q^{1+4}}{2} = \frac{p^2q^5}{2}$

c $2^{2 \times 5} = 2^{10}$
c $a^{6 \times 2} = a^{12}$
g $c^{5 \times 3} \times c^{2 \times 2} = c^{15+4} = c^{19}$
j $-21a^4b$

d $4^{4 \times 3} = 4^{12}$
d $t^{5 \times -6} = t^{-30} = \frac{1}{t^{30}}$

Eksponentewet 4: Bepaal 'n mag van 'n produk in hakies

Aktiwiteit 6

Werk met magte van produkte in hakies

Leerdersboek bladsy 162

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Eksponentewet 4 is 'n toepassing van Eksponentewet 3.
- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld, en laat leerders soortgelyke voorbeelde vinnig in hul oefenboeke doen nadat elke voorbeeld in die Leerdersboek deurgewerk is. Monitor hulle begrip en vordering op hierdie wyse.
- Dit is belangrik om te beklemtoon dat 'n grondtal wat lyk asof dit nie 'n mag het nie, verhef is tot die mag 1 en nie tot nul nie.
- Leerders doen die aktiwiteit op hul eie.
- Werk saam met die klas deur die opsomming as 'n vorm van hersiening, of laat leerders vir 5 minute in pare deur die opsomming werk en laat hulle dan hul begrip van elke punt in die opsomming met die klas deel (en voorbeelde gee waar toepaslik).

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Laat leerders die uitgebreide vorm gebruik totdat hulle vertroud is met die resultate. Hulle kan ook verskillende kleure of 'n potlood gebruik om al die geïmpliseerde l's (eksponente) te skryf asook die vermenigvuldiging van eksponente wat moet plaasvind (soos aangevoer in die voorbeeld). Dit sal hulle help om tred te hou met die proses en die berekening wat benodig word.

Uitbreiding: Gee addisionele voorbeelde wat meer veranderlikes, 'n paar negatiewe eksponente en breuke bevat.

Voorgestelde antwoorde

I $2^6 \times 5^4 = 40\ 000$

3 $p^4 q^4 r^8$

5 $x^8 y^4$

7 $\frac{y^{25}}{y^{20}} = y^5$

9 $9a^8$

II $16x^8 y^{12}$

2 $a^9 b^9 c^3$

4 $3^{10} m^{10}$

6 $2x^6 y^6$

8 $a^{20} \times a^{12} = a^{32}$

10 $m^{12} n^{18}$

Los eenvoudige eksponensiële vergelykings op

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 163

Voorgestelde tydstoekennung: 1 uur 20 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Oplos van eenvoudige eksponensiële vergelykings.

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 9 los leerders probleme op in kontekste wat getalle in eksponensiële vorms bevat.

Riglyne vir onderrig

Leerders word gewys hoe om eenvoudige eksponensiële vergelykings op te los. Dit word dan toegepas in praktiese ondersoeke.

Los eenvoudige eksponensiële vergelykings op

Aktiwiteit I

Los eenvoudige eksponensiële vergelykings op

Leerdersboek bladsy 163

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek en gee addisionele oefeninge vir leerders om vinnig na elke voorbeeld in hul oefenboeke te doen. Laat hulle hul eie antwoorde gee en monitor en kontroleer hul begrip op hierdie wyse. Hoe vinnig en akkuraat hierdie oefeninge gedoen kan word, sal bepaal hoe vinnig deur die voorbeelde gewerk kan word. Maak seker dat leerders wat hierdie konsep uitdagend vind, nie agtergelaat word nie. Laat hulle ook hulle antwoorde gee, en wees bewus daarvan as hulle huiwerig is om voor die klas te praat. In so 'n geval kan hulle individueel of in klein groepe gemonitor en ondersteun word deur 'n soortgelyke benadering te volg.
- Leerders kan ook saam met 'n maat hierdie vinnige oefeninge doen.
- Beklemtoon dat ons ekwivalente vorms van magte gebruik by die oplos van eenvoudige eksponensiële vergelykings.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Doe nog 'n paar voorbeelde stadig sodat leerders die beginsel kan sien. Nog 'n goeie vorm van remediëring is om na elke voorbeeld deur die addisionele oefeninge te werk of ook om in klein teikengroepe te werk soos hierbo verduidelik is.

Uitbreiding: Leerders kan hierdie aktiwiteit nogal uitdagend vind, veral die vrae met negatiewe eksponente. Die meer uitdagende oefeninge dien as uitbreiding.

Voorgestelde antwoorde

1 $2^x = 2^2 \rightarrow x = 2$

3 $3^x = 3^3 \rightarrow x = 3$

5 $4^x = 4^2 \rightarrow x = 2$

7 $5^x = 5^3 \rightarrow x = 3$

2 $2^x = 2^{-3} \rightarrow x = -3$

4 $3^x = 3^{-2} \rightarrow x = -2$

6 $4^x = 4^{-1} \rightarrow x = -1$

8 $5^x = 5^{-2} \rightarrow x = -2$

PvA | Ondersoek 2

Magte van 2: Papiervouing

Leerdersboek bladsy 164

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Gee vir elke groep 'n A4-bladsy en wys vir die klas hoe om die bladsy te vou volgens die diagramme en instruksies in die Leerdersboek.
- Die groep wat die papier die meeste kere kan vou, kan 'n prys wen.
- Gaan saam met die klas deur hierdie aktiwiteit sodra al die groepe klaar is en bespreek hul bevindinge.

Voorgestelde antwoorde

1 1 voue en 2 stukke

2 2 voue en 4 stukke

3 3 voue en 8 stukke

4 4 voue en 16 stukke

5 5 voue en 32 stukke

5 Die voue is te dik en die stukke is te klein.

6 1 024 stukke

7

Aantal voue	0	1	2	3	4	5	6
Aantal stukke	1	2	4	8	16	32	64

8 2^n

PvA | Opdrag 2

Magte van 2: Bereken 'n teiken

Leerdersboek bladsy 165

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Kry 'n afdruk van 'n skaakbord, of maak een voor die tyd. Bespreek uit hoeveel blokke die bord bestaan.
- Begin die klas deur 1c op die eerste blok te plaas en dan 2c op die tweede blok. Hou so aan totdat die klas die patroon agterkom en laat leerders dan die aktiwiteit in hul groepe voltooi.

Voorgestelde antwoorde

1

Nommer van vierkant op skaakbord	1	2	3	4	5	6	7	8
Rand	1	2	4	8	16	32	64	128

2 $y = 2^{x-1}$ waar y die hoeveel geld is. Daniël moet op enige vierkant plaas en x is die nommer van die skaakvierkant.

- 3 $y = 2^{12-1} = 2^{11} = 2\ 048$
 4 $y = 2^{64-1} = 2^{63} = 9,22 \times 1018$ c = 9223372087000000000 c. Dit is 'n baie groot bedrag geld!
 5 Leerders sal hul eie antwoorde gee, bv. dit is altyd 'n goeie idee om geld te spaar en Daniël kan miskien 'n teiken stel van die hoeveelheid geld wat hy benodig en kan dan bereken hoeveel dae dit sal neem om die bedrag te spaar.

PvA | Opdrag 3 Opeenvolgende getalle

Leerdersboek bladsy 165

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Dit is beter om die opdrag in 'n groep te doen. Herinner leerders aan opeenvolgende getalle deur die voorbeeld deur te werk en dan saam met die klas met die opdrag te begin.
- Die groepe moet dan die aktiwiteit voltooi en een afskrif van hul antwoorde inhandig om gemerk te word.

Wenk

Paar leerders op so 'n manier dat hulle mekaar kan ondersteun.

Voorgestelde antwoord

- 1 $1 = 0 + 1; 3 = 2 + 1; 5 = 2 + 3; 6 = 3 + 2 + 1; 7 = 4 + 3; 9 = 4 + 5 = 2 + 3 + 4$
 $10 = 4 + 3 + 2 + 1$
 2 $2; 4; 8 \dots$

3 $16; 32; 64 \dots$

Hoofstuk 5 Hersiening

Leerdersboek bladsy 167

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te evalueer en om te bepaal of remediëring nodig mag wees.

Voorgestelde antwoord

- | | | |
|---|---|-------------|
| 1 a y^{27} | b k^6 | c p^{14} |
| d $\frac{t^{15}}{t^7} = t^8$ | e $125m^{12}$ | f $6a^6b^9$ |
| 2 a 1 | b $7(1) = 7$ | c 1 |
| d $-3(1) + 3 = 0$ | | |
| 3 a $4(1) = 4$. Onwaar | b $a^{2-5} = a^{-3} = \frac{1}{a^3}$. Onwaar | |
| c $n^2 \times n = n^3$. Onwaar | d $\frac{6m^4}{3m^4} = 2$. Onwaar | |
| 4 D | 5 $6,43 \times 10^6$ | 6 0,00032 |
| 7 a $3,36 \times 10^{14}$ | b $7,5 \times 10^{-19}$ | |
| 8 $300\ 000 \text{ km/s} = 1,08 \times 10^9 \text{ km/h}$ | | |

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 168 tot 188
Voorgestelde tydstoekening: 4,5 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1: Die ondersoek en uitbreiding van getalrye en meetkundige patronen

2 ure

Getalrye en meetkundige patronen met 'n konstante verskil

Getalrye en meetkundige patronen met 'n konstante verhouding

Getalrye en meetkundige patronen sonder 'n konstante verskil of verhouding

Eenheid 2: Die ontleding van patronen en voorspelling van hul terme

2,5 ure

Die bepaling van die algemene reël vir patronen met 'n konstante verskil

Die bepaling van die algemene reël vir eenvoudige patronen met 'n konstante verhouding (verryking)

Die gebruik van die algemene reël om posisies van terme in 'n patroon te voorspel

PvA Opdrag 4: PaTrone meT yuurhouTjies

HoofsTukhersiening

EENHEID

Die ondersoek en uitbreiding van getalrye en meetkundige patronen

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 169

Voorgestelde tydstoekening: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- uitbreiding van 'n getalpatroon
- bepaling van die ontbrekende terme in 'n getalrye
- skryf van 'n algemene stelling
- gebruik van algebra en veranderlikes om te help met die opstel van 'n algemene stelling
- voltooiing van 'n inset- en uitsettafel
- voltooiing van 'n vloeidiagram
- regverdiging van die patroon wat geïdentifiseer is.

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders die volgende gedoen:

- Ondersoek en uitbreiding van numeriese en meetkundige patronen om na verhoudings tussen getalle te soek, insluitende patronen:
 - wat voorgestel is in 'n fisiese of diagramformaat
 - wat nie beperk is tot rye wat 'n konstante verskil of verhouding behels nie
 - wat deur leerders self geskep is
 - wat voorgestel is in tabelle
 - wat algebraïes voorgestel is

In Graad 9 gaan leerders voort om patronen te ondersoek deur al die verskillende voorstellings van Grade 7 en 8 te gebruik. Leerders sal deur stappe geneem word om patronen en tabelle te gebruik om die algemene reël te bepaal. Die algemene reël, T_n , word dan gebruik om die posisie van 'n waarde in 'n spesifieke ry te bepaal of om te bepaal wat die waarde by 'n gegewe posisie sal wees.

Riglyne vir onderrig

Numeriese en meetkundige patronen is in Grade 7 en 8 behandel. In Graad 9 is die klem op die bepaling van die algemene reël sodat terme van die vorm T_n bereken kan word as die posisie in die ry bekend is.

Vaslegging van die werk wat in Graad 8 gedoen is, word aanbeveel. Dit behels die voltooiing van patronen, beskrywing van die patroon in woorde deur tabelle te gebruik en ook bepaling van formules. Patronen kan heelgetalle en breuke behels, en kan ook in eksponensiële vorm wees.

In Graad 9 gaan leerders weer numeriese en meetkundige patronen ondersoek deur patronen te voltooii, in hul eie woorde te beskryf hoe hulle dit doen, en ook tabelle en grafiese teken om hulle te help om 'n formule te vind. Daar word van leerders verwag om gemene verskille of verhoudings te vind indien dit bestaan.

Patrone met 'n konstante verskil

Getalrye met 'n konstante verskil

Aktiwiteit I

Brei getalrye met 'n konstante verskil uit

Leerdersboek bladsy 170

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Bespreek wat numeriese rye/patronen is en dat hulle gevorm kan word deur optelling/aftrekking van getalle van 'n vorige getal.
- Dit kan ook gevorm word deur vermenigvuldiging/deling van getalle van die vorige getal.
- Doen soveel as moontlik patronen op die bord.
- Onthou om ten minste vier getalle van 'n patroon te gee, omdat dit moontlik dubbelsinnig kan wees. Byvoorbeeld, in vraag 4a is leerders gevra om die konstante verskil te bepaal, wat maklik bereken kan word as 1. Om egter nie spesifiek vir die konstante verskil te vra nie, kan die derde term van 1; 2; 3; ... ook so ontstaan het:

$1 + 2 = 3$. Dit beteken dat die vierde term ook $2 + 3 = 5$ kon wees, en so aan.

- Onthou om 'n pretaspek in die patronen te behou.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir leerders nog 'n stel basiese voorbeelde waar hulle slegs die patroon moet uitbrei. Sodra hulle die patronen uitgebrei het, vra hulle om in hul eie woorde te beskryf hoe hulle die patroon uitgebrei het. Sodra hulle meer selfvertroue het, kan hulle die aktiwiteit weer op hul eie probeer.

Uitbreiding: Gee vir leerders meer kompleksse patronen met algebraïese veranderlikes, 'n kombinasie van twee of meer patronen en sommiges sonder konstante verskille of verhoudings. Vra leerders ook om ten minste drie van hul eie patronen te ontwerp (konstante verskil, konstante verhouding en een sonder enige van die twee).

Voorgestelde antwoorde

1	i	-1; 5; 11; 17; 23	2	1; 4; 7; 10; 13 en 3; 5; 7; 9; 11		
3	a	i 25; 33 b i 11; 27 c i -11; 1	ii	tel 8 elke keer by tel 4 elke keer by tel 3 elke keer by		
4	a	i Tel 1 elke keer by b i Tel -2 elke keer by c i Tel 5 elke keer by d i Tel -5 elke keer by e i Tel -6 elke keer by f i Tel 8 elke keer by g i Tel -9 elke keer by	ii	1 -2 5 -5 -6 8 -9	iii	4; 5; 6 -9; -11; -13 25; 30 35 -24; -29; -34 -18; -24; -30 50; 58; 66 -54; -63; -72
	h	i Tel $\frac{1}{2}$ elke keer by i i Tel $-\frac{1}{4}$ elke keer by j i Tel 2,5 elke keer by k i Tel $1\frac{1}{2}$ elke keer by l i Tel $\frac{1}{3}$ elke keer by	ii	$\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{4}$ 2,5 $1\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$	iii	$3\frac{1}{2}; 4; 4\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{4}; 2; 1\frac{3}{4}$ 13,5; 16; 18,5 $1\frac{1}{2}; 3; 4\frac{1}{2}$ $2; 2\frac{1}{3}; 2\frac{2}{3}$

Meetkundige patronen met 'n konstante verskil

Aktiwiteit 2 Brei meetkundige patronen met 'n konstante verskil uit

Leerdersboek bladsy 172

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeelde.
- Meetkundige patronen is visueel en kan ook fisies wees. Verskaf potlode, stokkies of gebruikte vuurhoutjies vir leerders om sommige van die patronen op hul eie te bou.
- Tandestokkies werk goed; dit is egter skerp en leerders moet gewaarsku word om versigtig te wees as hulle daarmee werk.
- Laat hulle die patronen wat in die uitgewerkte voorbeelde gegee is, bou en Gee vir leerders dan 'n geleentheid om die vrae op hul eie te beantwoord, voordat dit op die bord verduidelik word.

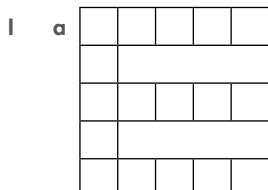
- Gee vir hulle tyd om op hulle eie die patronen met die stokkies te ontwikkel.
- Gee, indien nodig, nog 'n voorbeeld om seker te maak hulle verstaan die stappe.
- Laat leerders die aktiwiteit op hul eie voltooi.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Indien moontlik, Gee vir leerders stokkies of gebruikte vuurhoutjies om die patronen te bou en skryf dan die patroon numeries uit, of in die vorm van 'n tabel. In gevalle waar die vrae 'n tekening vereis, maak seker dat leerders wel die patronen teken. Deur te sien hoe die patronen ontwikkel, is die vrae minder abstrak.

Uitbreiding: Vra leerders om stokkies te gebruik of meetkundige patronen van hul eie te teken. Ruil dan uit met 'n maat en werk mekaar se patronen uit.

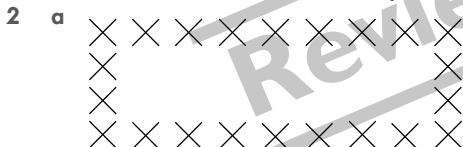
Voorgestelde antwoord



b

Term (n)	1	2	3	4	5
Getal vierkante (T_n)	8	11	14	17	20

c Tel drie vierkante elke keer by. d $T_{15} = 3(15) + 5 = 50$



b

Term (n)	1	2	3	4	5
Getal kruise (T_n)	10	14	18	22	26

c Tel nog twee kruise by elke horizontale ry kruise, d.i. tel vier kruise by.
d $T_{21} = 4(21) + 6 = 90$

3 a 9; 11

b Tel nog twee vierkante elke keer by.
c $T_{50} = 2(50) + 1 = 101$

Patrone met 'n konstante verhouding

Getalrye met 'n konstante verhouding; Meetkundige patronen met 'n konstante verhouding

Aktiwiteit 3–4

Brei getalrye met 'n konstante verhouding uit; Brei meetkundige patronen met 'n konstante verhouding uit

Leerdersboek bladsy 173–175

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Doen 'n kort hersiening van breuke en verhoudings. Gebruik sommige vrae van Hoofstukke 1 en 3 as hersiening.
- Sodra leerders gemaklik is om met verhoudings te werk, verduidelik hoe verhoudings in sommige patronen gevind word.
- Gebruik die voorbeeld in die Leerdersboek om aan te toon hoe om die verhoudings in dié tipe patroon te bepaal.
- Maak seker dat die verskil tussen hierdie patronen en die patronen met 'n konstante verskil duidelik is.
- Gee vir leerders 'n kans om een voorbeeld van elke tipe op hul eie te probeer.
- Voordat Aktiwiteit 4 aangepak word, herinner leerders hoe om die omtrek en oppervlak van reghoeke te bepaal.
- Hulle moet die aktiwiteit so vinnig as moontlik doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Laat leerders hul sakrekenaars gebruik as hulle dit moeilik vind om die patronen met hoofrekene te doen. Vir 'n patroon soos: 2; 6; 18; 54; ... Verhouding is $6 \div 2 = 3$.

Sleuteldrukke vir 'n nie-wetenskaplike sakrekenaar: $\boxed{2} \times \boxed{3} = = = =$

Sleuteldrukke vir 'n wetenskaplike sakrekenaar: $\boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{3} = = = =$

Uitbreiding: Daag leerders uit om die patronen met nog vier terme uit te brei in plaas van drie soos in die aktiwiteit. Hulle moet so vinnig as moontlik werk sonder om 'n sakrekenaar te gebruik.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 3

1	a	Verdubbel die laaste term	b	$\times 2$	c	8; 16; 32
2	a	Vermenigvuldig met -2	b	$\times (-2)$	c	16; -32; 64
3	a	Vermenigvuldig die laaste term met drie	b	$\times 3$	c	81; 243; 729
4	a	Vermenigvuldig met negatief drie	b	$\times (-3)$	c	81; -243; 729
5	a	Vermenigvuldig met vier	b	$\times 4$	c	256; 1 024; 4 096
6	a	Vermenigvuldig met negatief vyf	b	$\times (-5)$	c	625; -3 125; 15 625
7	a	Vermenigvuldig met $\frac{1}{2}$	b	$\times \frac{1}{2}$	c	$\frac{1}{16}; \frac{1}{32}; \frac{1}{64}$
8	a	Vermenigvuldig met negatief $\frac{1}{2}$	b	$\times \left(-\frac{1}{2}\right)$	c	$\frac{1}{16}; -\frac{1}{32}; \frac{1}{64}$
9	a	Vermenigvuldig met $\frac{1}{3}$	b	$\times \frac{1}{3}$	c	$\frac{1}{81}; \frac{1}{243}; \frac{1}{729}$

- 10 a Vermenigvuldig met negatief $\frac{1}{3}$
b $\times \left(-\frac{1}{3}\right)$
c $-\frac{1}{81}; \frac{1}{243}; -\frac{1}{729}$
- II a Vermenigvuldig met $\frac{1}{4}$
b $\times \frac{1}{4}$
c $\frac{1}{256}; \frac{1}{1024}; \frac{1}{4096}$
- 12 a Vermenigvuldig met negatief $\frac{1}{5}$
b $\times \left(\frac{1}{5}\right)$
c $\frac{1}{625}; -\frac{1}{3125}; \frac{1}{15625}$

Aktiwiteit 4

- 1 a 4; 12; 36; ...
b 4; 12; 36; 108; 324; 972
c Elke lynsegment verdeel in drie om die volgende vlak te vorm; Elke term het dus drie keer meer lynsegmente as die vorige term (Aantal lynsegmente $\times 3$)

a	Omtrek Term 1	Omtrek Term 2	Omtrek Term 3
	$2(l + b) = 2(2 + 1) = 6 \text{ cm}$	$2(l + b) = 2(4 + 2) = 12 \text{ cm}$	$2(l + b) = 2(8 + 4) = 24 \text{ cm}$

- b Patroon: Die omtrek verdubbel van een term tot die volgende.
c $2 \times 3; 2^2 \times 3; 2^3 \times 3; 2^4 \times 3$
d Omtrek van reghoek no. 10: $= 2(l + b) = 2(2^{10} + 2^9) = 2(1024 + 512) = 3072 \text{ cm}$
(Die verhouding van die langste sye van die reghoek van een term na die volgende is $2^1; 2^2; 2^3; 2^4$; en so aan en die kortste sye is $2^0; 2^1; 2^2; 2^3$; en so aan)

a	Oppervlak Term 1	Oppervlak Term 2	Oppervlak Term 3
	$A = l \times b = 2 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 2 \text{ cm}^2$	$A = l \times b = 4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^2$	$A = l \times b = 8 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 32 \text{ cm}^2$

- b Patroon: Die oppervlakte is 4 keer groter.
c $2^1; 2^2; 2^3; \dots$
d $A = l \times b = 2^{10} \times 2^9 = 1024 \times 512 = 524\,288 \text{ cm}^2$ (Die verhouding van die langste sye van die reghoek van een term na die volgende is $2^1; 2^2; 2^3; 2^4$; en so aan en die kortste sye is $2^0; 2^1; 2^2; 2^3$; en so aan) OF $2^{19} = 524\,288$

Patrone sonder 'n konstante verskil of verhouding

Patrone met vierkantsgetalle; Patrone met derdemagte; Patrone in die natuur

Aktiwiteit 5 Brei patrone sonder 'n konstante verskil of verhouding uit

Leerdersboek bladsy 178

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die patronen in hierdie afdeling het nie 'n konstante verskil of 'n konstante verhouding nie.
- Dit is 'n goeie geleentheid om kwadrate en derdemagte te hersien en leerders se kennis te toets van die eerste tien kwadrate en derdemagte.
- Gebruik die voorbeeld in die Leerdersboek om aan te toon hoe hierdie tipe patroon werk.
- Gee vir leerders 'n kans om een voorbeeld van elke tipe op hul eie te probeer, soos vraag 1h, en dan hul antwoorde met mekaar deel.

- Doen addisionele aktiwiteit waarin die eerste getal en die reël verskaf word, byvoorbeeld, $2; \dots$ (reël: $3n + 2$) of $1; \dots$ (reël: $n^2 + 2$); en so aan. Laat leerders die eerste vyf terme neerskryf, die patroon beskryf en die patroon in 'n tabel voorstel. (Laasgenoemde kan vir huiswerk gedoen word.)

Voorgestelde antwoorde

I **a** **i** Kwadrate

ii

n	1	2	3	4	5
T_n	1	4	9	16	25

iii $25; 36; 49$

iv $T_n = n^2$

b **i** $\frac{1}{\text{kwadraat}}$

ii

n	1	2	3	4	5
T_n	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{25}$

iii $\frac{1}{25}; \frac{1}{36}; \frac{1}{49}$

iv $T_n = \frac{1}{n^2}$

c **i** Een meer as 'n kwadraat.

ii

n	1	2	3	4	5
T_n	2	5	10	17	26

iii $26; 37; 50$

iv $T_n = n^2 + 1$

d **i** derdemagte

ii

n	1	2	3	4	5
T_n	1	8	27	64	125

iii $216; 343; 512$

iv $T_n = n^3$

e **i** $\frac{1}{\text{derdemag}}$

ii

n	1	2	3	4	5
T_n	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{125}$

iii $\frac{1}{125}; \frac{1}{216}; \frac{1}{343}$

iv $T_n = n^3$

f **i** Een meer as 'n derdemag

ii

n	1	2	3	4	5
T_n	2	9	28	65	126

iii $217; 344; 513$

iv $T_n = n^3 + 1$

g **i** Verdubbel die vorige term en minus een OF twee tot die mag van die termnommer plus een

ii

n	1	2	3	4	5
T_n	3	5	9	17	33

iii $65; 129; 257$

iv $T_n = 2^n + 1$

- h i Termnommer vermenigvuldig met die opeenvolgende termnommer OF termnommer gekwadreer plus termnommer

ii

n	1	2	3	4	5
T_n	2	6	12	20	30

iii 42; 56; 72

iv $T_n = n^2 + n = n(n + 1)$

- 2 a Tel die vorige twee terme bymekaar om die volgende term te kry.
 b 0; 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89; 144; 233; 377
 3 Leerders skep hul eie patroon sonder 'n konstante verskil of verhouding. Hulle kan byvoorbeeld verskillende getalle gebruik om 'n Fibonacci-getalry te begin, byvoorbeeld, 24; 7; 31; 38; 69; 107; 176; ...

EENHEID

2

Die ontleding van patronen en voorspelling van terme

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 179

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Die bepaling van die algemene reël vir patronen met 'n konstante verskil
- Die bepaling van die algemene reël vir eenvoudige patronen met 'n konstante verhouding (verryking)
- Die gebruik van die algemene reël om posisies van terme in 'n patroon te voorspel

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders die algemene reëls vir verhoudings wat tussen getalle waargeneem is, in hul eie woorde of in algebraïese taal beskryf en gestaaf. In Graad 9 word leerders die stap-vir-stap metodes gewys om 'n algemene reël te ontwikkel.

Riglyne vir onderrig

Leerders word gewys hoe om die verskillende terme van 'n patroon te analyseer deur na die konstante verskil te kyk en hoe dit 'n progressiewe patroon skep. Dit kan dan gebruik word om 'n algemene reël te ontwikkel. Sodra leerders die patroon en formule ontwikkel het, sal hulle in staat wees om nog 'n term te bereken. Tabelle word gebruik vir die ontwikkeling van moeiliker formules.

Dit is 'n baie belangrike vaardigheid en wys vir leerders hoe algebra ontwikkel kan word van getalle na 'n reël. Hierdie reël word dan ook gebruik om ander feite uit te vind oor die patroon wat ondersoek word. Heel dikwels word algebra in 'n aparte hoofstuk gedoen en word die verband tussen getalle en reëls nie duidelik genoeg beklemtoon nie.

Die werk wat in Graad 9 gedoen word, is die wegspringplek vir werk wat in die VOO-fase gedoen gaan word. Herinner leerders hoe belangrik dit is dat hulle algebra kan gebruik om algemene reëls van patronen in numeriese vorm te vind.

Die bepaling van die algemene reël vir patronen met 'n konstante verskil

Aktiwiteit I

Bepaal die algemene reël vir patronen met 'n konstante verskil

Leerdersboek bladsy 182

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die leerders deur al die voorbeeld in die Leerdersboek.
- Dié werk hersien die gebruik van tabelle en skryf van reëls in woorde.
 - Herinner leerders hoe om die konstante verskil te vind. Hierdie getal word dan vermenigvuldig met die termnommer, byvoorbeeld, $T_n = 4(n)$.
 - Vra hulle om te bepaal hoe ver bogenoemde antwoorde (die produk van die termnommer en die konstante verskil) vanaf die werklike getal in die patroon is. Hierdie waarde is wat bygetel word in die reël: $T_n = 4(n) + 1$. Dit is die algemene reël.
- Die voorbeeld wys verskillende tipes patronen met 'n konstante verskil.
- As leerders selfvertroue het, kan hulle sommige van die voorbeeld eers op hul eie doen en dan die antwoorde kontroleer.
- Leerders doen die aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders al die stappe in die voorbeeld verstaan. Hulle moet enige vrae in die aktiwiteit oordoen as dit nie reg is nie. Laat hulle hul foute hardop uitspreek sodat hulle bewus raak van wat hul foute is (en moontlike patronen van herhaalde foute), fokus op hoe om die foute te korrigeer sodat hulle nie weer dieselfde foute herhaal nie.

Uitbreiding: Gee vir leerders nog 'n paar uitdagende voorbeelde, soos vrae **Id** en **Ie**.

Voorgestelde antwoorde

1 a i

n	1	2	3	4	5
T_n	2	5	8	11	14

ii $T_n = 3n - 1$

iii $T_1 = 3(1) - 1 = 2; T_2 = 3(2) - 1 = 5; T_3 = 3(3) - 1 = 8; T_4 = 3(4) - 1 = 11$

iv $T_{150} = 3(150) - 1 = 449$

b i

n	1	2	3	4	5
T_n	150	165	180	195	210

ii $T_n = 15(n) + 135$

iii $T_1 = 15(1) + 135 = 150; T_2 = 15(2) + 135 = 165; T_3 = 15(3) + 135 = 180$

$T_4 = 15(4) + 135 = 195$

iv $T_{150} = 15(150) + 135 = 2 385$

c i

n	1	2	3	4
T_n	1 020	1 050	1 080	1 110

ii $T_n = 30n + 990$

iii $T_1 = 30(1) + 990 = 1 020; T_2 = 30(2) + 990 = 1 050; T_3 = 30(3) + 990 = 1 080$

$T_4 = 30(4) + 990 = 1 110$

iv $T_{150} = 30(150) + 990 = 5 490$

d i

n	1	2	3	4
T_n	-9	-6	-3	0

ii $T_n = 3n - 12$

iii $T_1 = 3(1) - 12 = -9; T_2 = 3(2) - 12 = -6; T_3 = 3(3) - 12 = -3; T_4 = 3(4) - 12 = 0$

iv $T_{150} = 3(150) - 12 = 438$

e i

n	1	2	3	4
T_n	-4	-8	-12	-16

ii $T_n = -4n$

iii $T_1 = -4(1) = -4; T_2 = -4(2) = -8; T_3 = -4(3) = -12; T_4 = -4(4) = -16$

iv $T_{150} = -4(150) = -600$

2 a i $T_n = 5n$

ii $T_1 = 5(1) = 5; T_2 = 5(2) = 10; T_3 = 5(3) = 15; T_4 = 5(4) = 20$

iii $T_{200} = 5(200) = 1 000$

iv Inset $\rightarrow \times 5 \rightarrow$ uitset

b i $T_n = 4n + 1$

ii $T_1 = 4(1) + 1 = 5; T_2 = 4(2) + 1 = 9; T_3 = 4(3) + 1 = 13; T_4 = 4(4) + 1 = 17$

iii $T_{200} = 4(200) + 1 = 801$

iv Inset $\rightarrow \times 4 \rightarrow +1 \rightarrow$ uitset

c i $T_n = 6n + 1$

ii $T_1 = 6(1) + 1 = 7; T_2 = 6(2) + 1 = 13; T_3 = 6(3) + 1 = 19; T_4 = 6(4) + 1 = 25$

iii $T_{200} = 6(200) + 1 = 1 201$

iv Inset $\rightarrow \times 6 \rightarrow +1 \rightarrow$ uitset

d i $T_n = 4n - 3$

Die bepaling van die algemene reël vir eenvoudige patronen met 'n konstante verhouding (verryking)

Aktiwiteit 2

Bepaal die algemene reël vir patronen met 'n konstante verhouding

Leerdersboek bladsy 184

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hierdie is 'n verrykingsaktiwiteit wat saam met die leerders, wat die konstante verskil-oefening voltooi het, gedoen kan word.
 - Maak seker dat leerders wat addisionele oefening met algemene reëls vir patronen met konstante verskille benodig, genoeg oefeninge het om te doen terwyl die ander leerders hierdie oefening aanpak.
 - Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek. Gee vir leerders 'n geleenthed om op hul eie uit te werk hoe om die algemene term van elke patroon te skryf.
 - Sodra leerders een of twee hipoteses gegee het, vra hulle om dit te toets deur sommige patronen as voorbeeld te gebruik.
 - Sodra hulle vasgestel het dat die patroon die algemene vorm van $T_n = (\text{konstante verhouding})_n$ het, behoort hulle geen probleem te hê om die algemene reëls van die vrae uit te werk nie.
 - Kies twee of drie van die vrae vir leerders om vinnig te doen voordat hulle die res van die aktiwiteit aanpak. Bespreek hul bevindinge.
 - Leerders kan in pare werk.

Remediëring en uitbreiding

Dit is 'n verrykingsaktiwiteit. Die oefening kan bietjie meer uitdagend gemaak word deur 'n konstante hoeveelheid af te trek of op te tel van 'n patroon met 'n konstante verhouding, byvoorbeeld, in plaas van 4; 16; 64; ... maak dit 5; 17; 65; Vra leerders om 'n paar van hul eie patronen te gee.

Voorgestelde antwoorde

- 1** **a** $T_1 = 4^1 = 4$; $T_2 = 4^2 = 4 \times 4 = 16$; $T_3 = 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

b $T_n = 4^n$ **c** $T_{10} = 4^{10} = 1\,048\,576$

2 **a** $T_1 = 5^1 = 5$; $T_2 = 5^2 = 5 \times 5 = 25$; $T_3 = 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

b $T_n = 5^n$ **c** $T_{10} = 5^{10} = 9\,765\,625$

3 **a** $T_1 = 6^1 = 6$; $T_2 = 6^2 = 6 \times 6 = 36$; $T_3 = 6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$

- 4** **b** $T_n = 6^n$ **c** $T_{10} = 6^{10} = 60\ 466\ 176$

a $T_1 = 7^1 = 7; T_2 = 7^2 = 7 \times 7 = 49; T_3 = 7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$

b $T_n = 7^n$ **c** $T_{10} = 7^{10} = 282\ 475\ 249$

5 **a** $T_1 = 8^1 = 8; T_2 = 8^2 = 8 \times 8 = 64; T_3 = 8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$

b $T_n = 8^n$ **c** $T_{10} = 8^{10} = 1\ 073\ 741\ 824$

6 **a** $T_1 = 9^1 = 9; T_2 = 9^2 = 9 \times 9 = 81; T_3 = 9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$

b $T_n = 9^n$ **c** $T_{10} = 9^{10} = 3\ 486\ 784\ 401$

7 **a** $T_1 = 10^1 = 10; T_2 = 10^2 = 10 \times 10 = 100; T_3 = 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$

b $T_n = 10^n$ **c** $T_{10} = 10^{10} = 1 \times 10^{10}$

Die gebruik die algemene reël om posisies van terme in 'n patroon te voorspel

Aktiwiteit 3 Voorspel terme en posisies in patronen

Leerdersboek bladsy 186

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Sodra ons 'n algemene term het, kan dit gebruik word om die waarde van 'n spesifieke term of die posisie van 'n spesifieke waarde in 'n ry te vind.
 - Verduidelik vir leerders dat wat ons probeer doen, is om te voorkom dat ons 'n spesifieke waarde 99 keer moet bytel om die 100ste term te vind. Die algemene term gee 'n kortpadmetode wat baie tyd en moeite kan spaar.
 - Dit is belangrik om te beklemtoon dat dit die waarde is van algebra – skryf van formules en vergelykings wat vinnige maniere verskaf om aan ons die inligting te gee wat ons benodig.
 - Die wiskundige vaardighede wat gebruik word om die posisies of waardes van terme te vind, is:
 - vervanging van getalle in 'n algebraïese reël
 - oplos van die onbekende waarde.
 - Dit is dalk nodig om 'n vinnige hersiening van vervanging en oplos van vergelykings te doen. Hou 'n kort oefening gereed wat hierdie vaardighede weer kan opskerp. 'n Oefening in Hoofstuk 9 kan hiervoor gebruik word.
 - Leerders doen die aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Leerders het baie oefening gehad met patronen, maar mag dit steeds moeilik vind om die algemene reël uit te werk. Dit is soms nodig om leerders in pare te laat werk sodat hulle bymekaar kan leer. Dit kan dalk 'n verskillende metode wees, maar steeds net so effektiief.

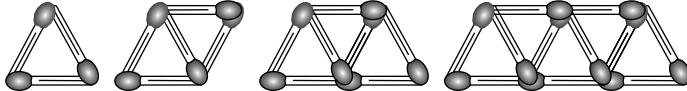
Uitbreidings: Laat leerders vir mekaar wys hoe hulle die algemene reëls ontwikkel.

Voorgestelde antwoorde

- | | |
|--|--|
| I
a
$5; 7; 9; 11$ | b
$T_n = 2n - 5$ |
| c
$T^{56} = 2(56) - 5 = 107$ | d
$59 = 2(n) - 5 \rightarrow n = 32$ |

- 2 a $T_n = 5n + 2$, dus $T_{10} = 5(10) + 2 = 52$; $T_{15} = 5(15) + 2 = 77$
 $T_{20} = 5(20) + 2 = 102$
b $317 = 5(n) + 2 \rightarrow n = 63$
- 3 a $T_n = 4n - 2$
b $T_{50} = 4(50) - 2 = 198$; $T_{100} = 4(100) - 2 = 398$; $T_{200} = 4(200) - 2 = 798$
c $4226 = 4(n) - 2 \rightarrow n = 1057$

4 a



b 15

c 51 ($T_n = 2n + 1$ dus $T_n = 2(25) + 1 = 51$)

d $T_n = 2n + 1$ dus: $303 = 2n + 1$

$$303 - 1 = 2n + 1 - 1$$

$$\frac{302}{2} = \frac{2n}{2}$$

$$\frac{302}{2} = n$$

$$151 = n$$

PvA | Opdrag 4

Patrone met vuurhoutjies

Leerdersboek bladsy 187

Voorgestelde antwoorde

Inleiding: Die doel van hierdie opdrag is om:

- 1 sekere vorms te konstrueer
- 2 die patrone raak te sien
- 3 die formule te bepaal.

I

Termnommer (n)	Aantal klein vierkante (s)	Omtrek van L-vorm (P)	Aantal vuurhoutjies (m)
1	3	8	10
2	5	12	16
3	7	16	22
4	9	20	28
5	11	24	34

- 2 a $s = 2n + 1$ b $P = 4n + 4$ c $m = 6n + 4$
- 3 a Die aantal klein vierkante vermeerder elke keer met twee, dus is 2 die koëffisiënt van n . Die aantal vierkante in die eerste term minus 2 is 1, dus is 1 die konstante.
b Die aantal vuurhoutjies in die omtrek vermeerder in elke term met 4, dus is 4 die koëffisiënt van n . Die omtrek van die eerste term minus 4 is 4, dus is die konstante 4.
c Die aantal vuurhoutjies in elke term vermeerder met 6, dus is 6 die koëffisiënt van n . Die aantal vuurhoutjies in die eerste term minus 6 is 4, dus is die konstante 4.

Hoofstuk 6 Hersiening

Leerdersboek bladsy 188

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te evalueer en om te bepaal of remediëring nodig mag wees.

- 1 a 31; 24; 17 b 23; 29; 31 c $\frac{\sqrt{10}}{81}, \frac{\sqrt{12}}{121}, \frac{\sqrt{14}}{169}$ d 21; 28; 36
- 2 3; -2; -7; -12; -17
- 3 a 1; 10
- 4 Inset $\rightarrow \times 4 - 1 \rightarrow$ Uitset
- 5 a 10
- b 15
- c 1; 3; 6; 10; 15; 21; 28; 36; 45; 55
- 6 a 4; 7; 10; 13; 16
- b Aantal kolletjies = $3n + 1$
- c 1 kolletjie in die middel en 3 takke van n kolletjies

Review Copy

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 189 tot 204

Voorgestelde tydstoekening: 4 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:**Eenheid 1: Inset- en uitsetwaardes**

2 ure

Bepaling van insetwaardes, uitsetwaardes en/of reëls

Eenheid 2: Ekwivalente vorme

2 ure

Die beskrywing van verwantskappe deur ekwivalente vorme te gebruik

*Hoofstukhersiening***EENHEID**

Inset- en uitsetwaardes

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 190

Voorgestelde tydstoekening: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Bepaling van uitsetwaardes
- Teken 'n vloeidiagram en skryf 'n vergelyking
- Bepaling van insetwaardes
- Skryf 'n formule.

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek; blokkiespapier

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders die volgende gedoen:

- insetwaardes, uitsetwaardes of reëls vir patronen en relasies bepaal deur vloeidiagramme, tabelle, formules en vergelykings te gebruik
- ekwivalensie van verskillende beskrywings van dieselfde relasie of reël bepaal wat in woorde, in vloeidiagramme, in tabelle, deur formules, deur vergelykings en deur grafiese op die Cartesiese vlak voorgestel is.

In die Intermediére Fase was die fokus op patronen met getalle en/of prentjies. Leerders het patronen ondersoek om verwantskappe tussen die terme te vind. Hulle het woorde gebruik om die reëls van die patronen te beskryf.

In die Senior Fase is leerders blootgestel aan meer en meer geleenthede om reëls in algebraïese vorm te skryf wanneer patronen ondersoek word. In die vorige hoofstuk het leerders na numeriese en meetkundige patronen gesoek en die patronen in woorde, tabelle, algebraïese sinne, vloeidiagramme en soms in grafiese beskryf. Dit het leerders ook die geleenthed gegee om die konvensies te leer van algebraïese of simboliese vorme wanneer uitdrukings vereenvoudig word.

Riglyne vir onderrig

In Hoofstuk 7 Funksies en relasies word die ontwikkeling van die konsepte deur patronen te gebruik om verwantskappe te identifiseer, voortgesit. Die hoofstuk begin met inset- en uitsetwaardes. Dit is nie 'n nuwe konsep vir leerders nie, aangesien hulle met vloeidiagramme werk sedert die Grondslagfase.

In Funksies en relasies word die proses 'n stappie verder geneem, waar die stappe in die vloeidiagram gebruik word om die proses in 'n vergelyking te formuleer (of algemene reël, soos dit genoem word as daar met patronen gewerk word). Dit is belangrik om aan leerders uit te wys dat die vergelyking soortgelyk is aan die algemene reël en dat ons, volgens konvensie, verskillende veranderlikes soos x en y gebruik waar, in die formules vir patronen, die y -waarde T_n was en die x -waarde n was.

x en y verteenwoordig die inset- en uitsetwaardes van die vloeidiagramme in relasies. Dit is belangrik dat die konsepte goed verstaan word voordat daar gekyk word na die omgekeerde proses. Die omgekeerde prosesse word gebruik om insetwaardes te vind as uitsetwaardes gegee is. Leerders het hierdie prosesse reeds informeel gedoen sedert die Grondslag- en Intermediére Fase. Hersiening en vaslegging van woordeskat mag dalk nodig wees.

Die tweede eenheid van hierdie hoofstuk kyk na die ekwivalente vorme van relasies. Leerders het reeds al die verskillende ekwivalente vorme in patronen gebruik en dit verskaf 'n uitstekende vaslegging tussen die verskillende aspekte van relasies in woorde na vloeidiagramme, tabelle, formules en vergelykings, asook grafiese.

Gebruik hierdie afdeling om leerders gereeld daaraan te herinner dat wiskunde 'n stuk gereedskap is wat gebruik kan word om sin te maak van goed in ons alledaagse lewe. Sodra 'n relasie soos spoed en petroloverbruik in woorde beskryf kan word, vorm dit die basis vir die opbou na 'n formeel algebraïese vergelyking wat gebruik kan word om voorspellings te maak vir latere gebruik.

Bepaling van uitsetwaardes

Die skryf van 'n formule; Die teken van 'n vloeidiagram en die skryf van 'n vergelyking; Die gebruik van tabelle om uitsetwaardes te bepaal

Aktiwiteit I Bepaal uitsetwaardes

Leerdersboek bladsy 192

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Stel inset- en uitsetwaardes bekend deur die inleiding in die Leerdersboek deur te werk. Kontroleer leerders se begrip van die betekenis van *relasie*, *insetwaarde*, *reël* en *uitsetwaarde*. Leerders wat verduidelikings wil gee, mag dalk 'n vloeidiagram op die bord wil teken omdat dit vir hulle bekend is. Laat leerders toe om dit te doen, en moedig dit selfs aan deur te vra: Hoe kan ons 'n relasie voorstel? Wat kan jy onthou in verband met die voorstelling van 'n relasie? Gebruik die leerder se vloeidiagram as 'n beginpunt.
- Werk deur die eerste voorbeeld in die Leerdersboek deur dit in verband te bring met die vloeidiagram op die bord en lei die formule daarvan af. Die aantal mense is die *inset*; die *reël* is $(\times 2)$ en die *uitset* is die aantal skeppies (byvoorbeeld, 4).
- Skryf nou die volgende vloeidiagram en vergelyking op die bord deur veranderlikes in plaas van die werklike waardes te gebruik. Herinner leerders dat 'n veranderlike 'n letter van die alfabet is wat 'n getal verteenwoordig.
 - Vloeidiagram: $x \rightarrow [\times 2] \rightarrow y$
 - Vergelyking: $y = 2x$. Herinner leerders aan die volgende algebraïese konvensie: $x \times 2$ is dieselfde as $2x$.
- Werk deur die tweede voorbeeld. Verduidelik vir leerders dat ons x met enige waarde kan vervang. Dit sal ons die waarde van y gee.
- Laat leerders addisionele vervangings in hul oefenboeke doen, byvoorbeeld: As $x = 9; 70; 110$; en so meer, wat sal die waarde van y wees?
- Herinner leerders dat hulle insetwaardes (x) ingestel het en 'n reël $(\times 2)$ toegepas het om die ooreenstemmende uitsetwaardes (y) te vind.
- Werk deur Voorbeeld 3 (of laat leerders deur die voorbeeld werk, op hul eie of in pare, en terugvoer gee oor wat hulle hieruit geleer het).
- Kontroleer om te kyk of leerders Voorbeeld 4 op hul eie of in pare kan doen, en laat hulle terugvoer gee oor wat hulle geleer het.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Leerders werk reeds met vloeidiagramme sedert die Grondslagfase. Daar kan dalk 'n probleem wees met die begrip van die taal van funksies en relasies, maar sodra die konsepte vasgelê is, behoort dit makliker te wees om te begryp. Maak seker dat die taal en terminologie dikwels herhaal word. Hoe meer kere leerders dit hoor, hoe beter. Die addisionele en uitgewerkte voorbeeld wat in bogenoemde riglyne leerders aanmoedig om op hul eie of in pare te werk, behoort die konsepte vas te lê. Gee nog addisionele voorbeeld indien nodig, en maak seker dat hulle al die vrae in die aktiwiteit doen.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n paar voorbeeld met multi-stap vloeidiagramme. Vra hulle om te wys hoe hulle die vloeidiagram sal konstrueer as die uitsetwaardes gegee word en hulle die insetwaardes moet vind.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a $1 \rightarrow [x3] \rightarrow 3; 2 \rightarrow [x3] \rightarrow 6; 4 \rightarrow [x3] \rightarrow 12; 7 \rightarrow [x3] \rightarrow 21; 9 \rightarrow [x3] \rightarrow 27$
b $1 \rightarrow [+2] \rightarrow 3; 2 \rightarrow [+2] \rightarrow 4; 4 \rightarrow [+2] \rightarrow 6; 7 \rightarrow [+2] \rightarrow 9; 9 \rightarrow [+2] \rightarrow 11$
c $1 \rightarrow [x3] \rightarrow +1 \rightarrow 4; 2 \rightarrow [x3] \rightarrow +1 \rightarrow 7; 4 \rightarrow [x3] \rightarrow +1 \rightarrow 13;$
 $7 \rightarrow [x3] \rightarrow +1 \rightarrow 22; 9 \rightarrow [x3] \rightarrow +1 \rightarrow 28;$
d $1 \rightarrow [x4] \rightarrow -1 \rightarrow 3; 2 \rightarrow [x4] \rightarrow -1 \rightarrow 7; 4 \rightarrow [x4] \rightarrow -1 \rightarrow 15;$
 $7 \rightarrow [x4] \rightarrow -1 \rightarrow 27; 9 \rightarrow [x4] \rightarrow -1 \rightarrow 35$
- 2 a Uitsetwaardes = $-2; 1; 4; 7; 10; 13$ b Uitsetwaardes = $2; 5; 10; 17; 26; 37$
c Uitsetwaardes = $4; 9; 16; 25; 36; 49$ d $4; 28; 52; 76; 100; 124$
3 a Uitsetwaardes = $80; 150; 200$ b Uitsetwaardes = R40; R72; R112
4 a

Inset	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Uitset	5	9	13	17	21	25	29	33	37	41

b

Inset	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Uitset	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

c

Inset	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Uitset	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1 024

Bepaling van insetwaardes

Die skryf van 'n formule; Die teken van 'n vloeidiagram en die skryf van 'n vergelyking; Die gebruik van tabelle om inset- en uitsetwaardes te bepaal

Aktiwiteit 2

Bepaal insetwaardes

Leerdersboek bladsy 194

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die terminologie van 'n formule, vloeidiagram, tabel en vergelyking. Maak ook seker dat leerders herinner word aan die omgekeerde bewerkings:
 - Optelling is die omgekeerde van aftrekking, en omgekeerd.
 - Vermenigvuldiging is die omgekeerde van deling, en omgekeerd.
 - Kwadrering is die omgekeerde van die vierkantswortel van 'n getal, en omgekeerd.
- Werk deur Voorbeeld 1 in die Leerdersboek. Wys daarop dat die voorwaartse relasie vermenigvuldiging as die bewerking gebruik en die omgekeerde relasie gebruik deling.
- Herinner leerders dat as daar agteruit gewerk word, die omgekeerde bewerking gebruik word. In plaas daarvan om vorentoe te stap, sal ons terugstap; as ons iets oplig in die voorwaartse aksie, sal ons dit neersit in die omgekeerde aksie. Dit kan pret wees om vir leerders te wys hoe 'n kort stukkie film lyk as dit agteruit gespeel word, indien moontlik.
- Help hulle om die insetwaarde van x te bepaal deur omgekeerde bewerkings te gebruik.

- Werk deur Uitgewerkte voorbeeld 2 en 3 in die Leerdersboek. Spandeer meer tyd aan Uitgewerkte voorbeeld 3. Baie leerders sal dit intuïtief kan oplos, maar daag hulle uit om aan die inverse bewerkings te dink wat in die proses gebruik is.
- Voorbeeld 4 is 'n uitbreiding van Voorbeeld 3, waar die waardes in 'n tabel geplaas is.
- Leerders voltooi hierdie aktiwiteit op hul eie.
- Dit is 'n goeie idee om hierdie aktiwiteit te merk, om presies te sien hoe leerders hierdie vrae hanteer.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Werk weer deur die voorbeeld. Vra leerders om aan 'n reeks aksies te dink wat hulle agteruit kan doen, byvoorbeeld stap na hul banke, gaan sit, haal Wiskundeboeke en skryfgoed uit. Hoe sal hierdie aksies lyk as dit agteruit gedoen word? Wys op die verband tussen agteruit werk en omgekeerde aksie. Gaan sit word staan op; haal boek uit sak word plaas boek in sak. In Wiskunde verander aftrekking na optelling as ons agteruit werk, omdat dit die omgekeerde bewerking is. Herinner hulle weer aan die omgekeerde bewerkings: optelling is die omgekeerde van aftrekking; en vermenigvuldiging is die omgekeerde van deling. Laat leerders die omgekeerde bewerkings in potlood of gekleurde penne skryf en dan die vloeidiagram teken.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n paar multi-stap voorbeelde om agteruit te doen.

Voorgestelde antwoorde

- a $3 \rightarrow \boxed{\div 3} \rightarrow 1; 15 \rightarrow \boxed{\div 3} \rightarrow 5; 24 \rightarrow \boxed{\div 3} \rightarrow 8; 33 \rightarrow \boxed{\div 3} \rightarrow 11$
b $3 \rightarrow \boxed{-2} \rightarrow 1; 5 \rightarrow \boxed{-2} \rightarrow 3; 16 \rightarrow \boxed{-2} \rightarrow 14; 29 \rightarrow \boxed{-2} \rightarrow 27$
c $7 \rightarrow \boxed{-1} \rightarrow \boxed{\div 3} \rightarrow 2; 16 \rightarrow \boxed{-1} \rightarrow \boxed{\div 3} \rightarrow 5; 25 \rightarrow \boxed{-1} \rightarrow \boxed{\div 3} \rightarrow 8;$
 $31 \rightarrow \boxed{+1} \rightarrow \boxed{\div 3} \rightarrow 10$
d $7 \rightarrow \boxed{+1} \rightarrow \boxed{\div 4} \rightarrow 2; 15 \rightarrow \boxed{+1} \rightarrow \boxed{\div 4} \rightarrow 4; 19 \rightarrow \boxed{+1} \rightarrow \boxed{\div 4} \rightarrow 5;$
 $26 \rightarrow \boxed{+1} \rightarrow \boxed{\div 4} \rightarrow \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$
- a $12 \rightarrow \boxed{\div 3} \rightarrow 4; 21 \rightarrow \boxed{\div 3} \rightarrow 7; 36 \rightarrow \boxed{\div 3} \rightarrow 12; 66 \rightarrow \boxed{\div 3} \rightarrow 22$
b $12 \rightarrow \boxed{-1} \rightarrow 11; 21 \rightarrow \boxed{-1} \rightarrow 20; 36 \rightarrow \boxed{-1} \rightarrow 35; 66 \rightarrow \boxed{-1} \rightarrow 65$
c $12 \rightarrow \boxed{+20} \rightarrow 32; 21 \rightarrow \boxed{+20} \rightarrow 41; 36 \rightarrow \boxed{+20} \rightarrow 56; 66 \rightarrow \boxed{+20} \rightarrow 86$
- a $48 \rightarrow \boxed{\div 8} \rightarrow 6; 64 \rightarrow \boxed{\div 8} \rightarrow 8; 100 \rightarrow \boxed{\div 8} \rightarrow 12\frac{1}{2} \rightarrow 13$ tafels
b $20 \rightarrow \boxed{\div 5} \rightarrow 4; 55 \rightarrow \boxed{\div 5} \rightarrow 11; 70 \rightarrow \boxed{\div 5} \rightarrow 14$ sjokoladestafies

- a

Inset	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Uitset	3	7	11	15	19	23	27	31	37	39

b

Inset	1	2	3	4	5	7	8	20	25	50
Uitset	3	5	7	9	11	15	17	41	51	101

c

Inset	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Uitset	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1 024

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 196
Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Ekwivalente vorme wat bymekaar pas
- Vergelykings, vloeidiagramme, tabelle en woordelikse beskrywings as pasmaats
- Grafieke, tabelle en vergelykings.

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek, tekenmateriaal vir grafieke insluitende lang liniale, potlode, uitveërs en moontlik blokkiespapier

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders die ekwivalensie van verskillende beskrywings van dieselfde relasie of reël bepaal, geïnterpreteer en wat op die volgende maniere voorgestel is:

- in woorde
- in vloeidiagramme
- in tabelle
- deur formules
- deur vergelykings

In Graad 9 gaan leerders werk wat in Graad 8 met inset- en uitsetwaardes gedoen is, vaslê. Hulle gaan voort om inset- of uitsetwaardes in vloeidiagramme, tabelle, formules en vergelykings te vind. Leerders gaan ook relasies of reëls in die vorm van grafieke op 'n Cartesiese vlak aantoon.

Riglyne vir onderrig

Gebruik elke geleentheid om vir leerders die ekwivalensie te wys om patronen en relasies te beskryf, veral wanneer dit kom by wiskundige uitdrukings en grafieke. Soos leerders meer ondervinding van die verskillende vorme opdoen, sal hulle in staat wees om die mees toepaslike manier te vind om 'n spesifieke situasie voor te stel.

As hulle sien hoe die relasies tussen tabelle, die formules en grafieke ontwikkel, sal hulle ook grafieke en hul kenmerke beter verstaan. Om te kan sien hoe die verskillende aspekte van wiskunde met mekaar skakel, is baie belangrik vir goeie begrip en ook om Wiskunde in ander situasies toe te pas en op te los, veral in die alledaagse lewe.

Ekwivalente vorme wat bymekaar pas

Vergelykings, vloeidiagramme, tabelle en woordelikse beskrywings van relasies as pasmaats

Aktiwiteit 1

Bepaal ekwivalente vorme

Leerdersboek bladsy 197

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die woorde en terme *woordelikse beskrywings* ('n relasie in woorde); *vloeidiagramme; inset- en uitsetwaardes; formules* en *vergelykings*. Verduidelik weer die woord *ekwivalente*: dit kan verskillend lyk, maar dit verteenwoordig dieselfde relasie.
- Skryf die woordelikse beskrywings 1 en 2 in die Leerdersboek op die bord en vra leerders om dit in hul oefenboeke te skryf. Ondersteer die woorde "vermenigvuldig" en "trek af". Vra leerders om die wiskundige simbole vir hierdie beskrywings woorde bokant die woorde in 'n ander kleur te skryf.
 - Insetwaarde → $\times 5 - 3 \rightarrow$ uitsetwaarde.
 - Netso, insetwaarde → $\times 3 - 1 \rightarrow$ uitsetwaarde
- Sodra leerders die woordsin herlei het na 'n vloeidiagram, sal hulle dit dalk makliker vind om die ander ekwivalente vorme te vind.
- Vra leerders om die vloeidiagramme, tabelle en vergelykings by elkeen van hierdie beskrywings te pas voordat hulle na die antwoorde kyk wat gegee is.
- Doen ook die voorbeeld op die bord om seker te maak dat elkeen die verskil raaksien tussen die korrekte en dié wat die aandag aflei
- Leerders kan in pare saamwerk vir vrae 1 tot 3 en dan vraag 4 en 5 op hul eie doen, afhangende van elke unieke klaskamersituasie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Werk weer saam met die leerders deur die voorbeeld in die Leerdersboek. As daar op die bord geskryf word, gebruik gekleurde bordkryt om leerders te wys hoe die verskillende vorme met mekaar skakel.

Uitbreiding: Vra leerders om so vinnig as moontlik sonder 'n sakrekenaar deur die aktiwiteit te werk. Gee vir hulle twee of drie addisionele vrae met meer kompleksse vergelykings. vraag 5 is ook nogal uitdagend en leerders kan soortgelyke vrae opmaak om hul maats te toets.

Voorgestelde antwoorde

	KOLOM A	KOLOM B
a	Verdubbel die insetgetal en trek 3 af	4 $x \rightarrow \times 2 \rightarrow -3 \rightarrow$
b	Vermenigvuldig die insetgetal met 2 en tel 3 by	1 $x \rightarrow \times 2 \rightarrow +3 \rightarrow$
c	Tel 3 by 'n getal en verdubbel die antwoord	2 $x \rightarrow +3 \rightarrow \times 2 \rightarrow$
d	Trek 3 af van die insetgetal en vermenigvuldig met 2	3 $x \rightarrow -3 \rightarrow \times 2 \rightarrow$

- 2 a $y = 2x - 3$ b $y = 2x + 3$
 c $y = (x + 3) \times 2 = 2x + 6$ d $y = (x - 3) \times 2 = 2x - 6$

3	Vloeidiagram	Vergelyking	Tabel										
a		$y = 3x - 2$	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr> <td>y</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td><td>10</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	y	1	4	7	10
x	1	2	3	4									
y	1	4	7	10									
b		$y = 3x + 5$	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr> <td>y</td><td>8</td><td>11</td><td>14</td><td>17</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	y	8	11	14	17
x	1	2	3	4									
y	8	11	14	17									
c		$y = 5x + 3$	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr> <td>y</td><td>8</td><td>13</td><td>18</td><td>23</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	y	8	13	18	23
x	1	2	3	4									
y	8	13	18	23									

4	Vergelyking	Vloeidiagram	Korrekte insetwaarde (x)
	$2x + 7 = 25$	$x \rightarrow \times 2 \rightarrow +7 \rightarrow 25$	$x = 9$
	$7x + 2 = 23$	$x \rightarrow \times 7 \rightarrow +2 \rightarrow 23$	$x = 3$
	$2x - 7 = 23$	$x \rightarrow \times 2 \rightarrow -7 \rightarrow 23$	$x = 15$
	$7x - 2 = 26$	$x \rightarrow 7 \rightarrow -2 \rightarrow 26$	$x = 4$
	$\frac{x}{2} + 7 = 23$	$x \rightarrow \div 2 \rightarrow +7 \rightarrow 23$	$x = 32$

- 5 Laat x die getal wees, dan:

$$\begin{aligned}
 [(2x + 17) \div 3 + 4] \times 4 &= 60 \text{ of } 4\left(\frac{2x + 17}{3} + 4\right) = 60 \\
 (2x + 17) \div 3 + 4 &= 15 \\
 (2x + 17) \div 3 &= 11 \\
 (2x + 17) &= 33 \\
 2x &= 16 \\
 x &= 8
 \end{aligned}$$

Grafieke, tabelle en vergelykings

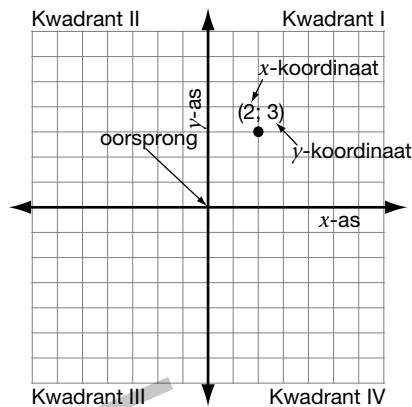
Aktiwiteit 2

Bepaal die verwantskap

Leerdersboek bladsy 201

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders wat 'n Cartesiese vlak is. Hersien die woordeskat wat geassosieer word met Cartesiese vlakke soos x -as, y -as, oorsprong, kwadrante.
- Hersien koördinaatpare met die leerders. Die x -waarde is 'n horisontale beweging en die y -waarde is 'n vertikale beweging. Die koördinaatpaar wys die x -waarde eerste en die y -waarde tweede.
- Vra leerders om die koördinaatpare eers af te lees voordat hulle na die antwoorde kyk. Dit is goeie oefening. Vyf leerders kan ook gevra word om elkeen 'n koördinaatpaar uit te roep en vyf ander vrywilligers kan dit op 'n Cartesiese vlak stip wat op die bord geteken is.
- Sodra leerders gemaklik is met koördinaatpare, vra hulle om die pare vanaf die grafiek in 'n tabel te skryf soos in Stap 2 van Voorbeeld 1 in die Leerdersboek.
- Verduidelik vir leerders dat grafieke gebruik kan word om inset- en uitsetwaardes te stip.
- Die waardes op 'n grafiek kan in 'n tabel geskryf word.
- Die tabel en/of die grafiek kan gebruik word om 'n formule of 'n vergelyking te skryf.
- In Voorbeeld 2 teken leerders 'n vergelyking om 'n tabel te genereer. Die waardes in die tabel word dan gestip om 'n grafiek te trek. Maak seker dat leerders 'n hoë standaard van akkuraatheid en netheid handhaaf as grafieke geteken word. Hulle moet skerp potlode en 'n lang liniaal gebruik.
- Voorbeelde 3 en 4 hersien die gebruik van ekwivalente vorme van relasies.
- Leerders voltooi die aktiwiteit op hul eie.



Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Sommige leerders vind dit makliker om met waardes in 'n grafiek te begin en dit te stip. Gee vir leerders 'n paar voorbeeld. Die belangrike ding is dat hulle besef dat 'n grafiek van 'n tabel gemaak kan word of 'n tabel vanaf 'n grafiek. Beide hierdie ekwivalente vorme help om die formule of vergelyking vir die relasie te bepaal.

Uitbreiding: Vra leerders om 'n grafiek te teken van die tipe relasie in vraag 5 van Aktiwiteit 1. Gee vir leerders 'n grafiek met 'n negatiewe gradiënt en vra hulle om 'n tabel te teken en die formule te vind.

Voorgestelde antwoorde

1 a $y = 2x + 2$

b

x	1	2	3	4	5	6	10	15	50	100
y	4	6	8	10	12	14	22	32	102	202

2 a

x	1	2	3	4	5	6	10	15	50	100
y	1	5	9	13	17	21	37	57	197	397

b $y = 4x - 3$

3 a

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11

b

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21

c

x	-2	$-1\frac{3}{4}$	$-1\frac{1}{2}$	$-1\frac{1}{4}$	-1	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
y	3	$-2\frac{1}{2}$	-2	$-1\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2

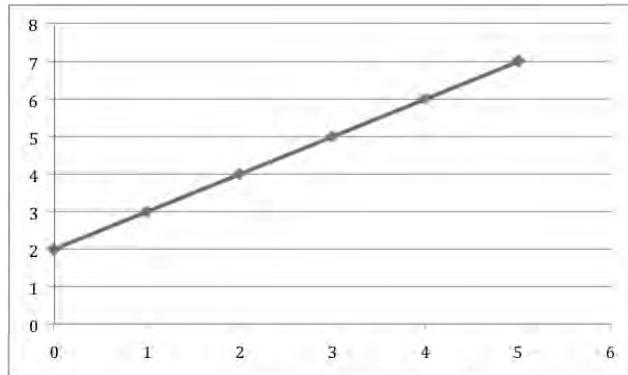
x	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	2
y	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5

4 $y = -4x - 7$

a

x	-5	-3	-1	0	2	10
y	13	5	-3	-7	-15	-47

5 a



b $y = x + 2$

Hoofstuk 7 Hersiening

Leerdersboek bladsy 203

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te evalueer en om te bepaal of remediëring nodig mag wees.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a $-10 \rightarrow [\times 2] \rightarrow -20; -6 \rightarrow [\times 2] \rightarrow -12; -1 \rightarrow [\times 2] \rightarrow -2;$
 $0 \rightarrow [\times 2] \rightarrow 0; 3 \rightarrow [\times 2] \rightarrow 6; 5 \rightarrow [\times 2] \rightarrow 10; 11 \rightarrow [\times 2] \rightarrow 22; 20 \rightarrow [\times 2] \rightarrow 40$
- b $-10 \rightarrow [\div 2] \rightarrow -5; -6 \rightarrow [\div 2] \rightarrow -3; -1 \rightarrow [\div 2] \rightarrow -\frac{1}{2};$
 $0 \rightarrow [\div 2] \rightarrow 0; 3 \rightarrow [\div 2] \rightarrow 1\frac{1}{2}; 5 \rightarrow [\div 2] \rightarrow 2\frac{1}{2}; 11 \rightarrow [\div 2] \rightarrow 5\frac{1}{2}; 20 \rightarrow [\div 2] \rightarrow 10$
- c $-10 \rightarrow [\times 2] \rightarrow [-3] \rightarrow -23; -6 \rightarrow [\times 2] \rightarrow [-3] \rightarrow -15;$
 $-1 \rightarrow [\times 2] \rightarrow [-3] \rightarrow -5; 0 \rightarrow [\times 2] \rightarrow [-3] \rightarrow -3; 3 \rightarrow [\times 2] \rightarrow [-3] \rightarrow 3;$
 $5 \rightarrow [\times 2] \rightarrow [-3] \rightarrow 7; 11 \rightarrow [\times 2] \rightarrow [-3] \rightarrow 19; 20 \rightarrow [\times 2] \rightarrow [-3] \rightarrow 37$
- d $-10 \rightarrow [+2] \rightarrow [\times 2] \rightarrow -16; -6 \rightarrow [+2] \rightarrow [\times 2] \rightarrow -8;$
 $-1 \rightarrow [+2] \rightarrow [\times 2] \rightarrow 2; 0 \rightarrow [+2] \rightarrow [\times 2] \rightarrow 4; 3 \rightarrow [+2] \rightarrow [\times 2] \rightarrow 10;$
 $5 \rightarrow [+2] \rightarrow [\times 2] \rightarrow 14; 11 \rightarrow [+2] \rightarrow [\times 2] \rightarrow 26; 20 \rightarrow [+2] \rightarrow [\times 2] \rightarrow 44$

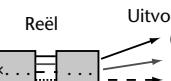
2

x	-2	0	2	4	6
a $y = 4x - 3$	-11	-3	5	13	21
b $y = x^2 - 1$	3	-1	3	15	35
c $y = (x - 1)^2$	9	1	1	9	25
d $y = (x - 1)(x + 1)$	3	-1	3	15	35

- 3 a inset $\rightarrow [\times 4] \rightarrow [-1] \rightarrow$ uitset
b Vermenigvuldig die insetwaarde met vier en trek dan een af.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	-13	-9	-5	-1	3	7	11	15	19

- 4 a $40 \rightarrow [+20] \rightarrow 60; 84 \rightarrow [+20] \rightarrow 104; 106 \rightarrow [+20] \rightarrow 126$
- b $-15 \rightarrow [\times 3] \rightarrow [\div 4] \rightarrow -3; 25 \rightarrow [+3] \rightarrow [\div 4] \rightarrow 7;$
 $37 \rightarrow [+3] \rightarrow [\div 4] \rightarrow 10; 69 \rightarrow [+3] \rightarrow [\div 4] \rightarrow 18$
- c $-8 \rightarrow [\div 2] \rightarrow [-1] \rightarrow -5; -2 \rightarrow [\div 2] \rightarrow [-1] \rightarrow -2;$
 $8 \rightarrow [\div 2] \rightarrow [-1] \rightarrow 3; 12 \rightarrow [\div 2] \rightarrow [-1] \rightarrow 5$
- d $3 \rightarrow [\times 3] \rightarrow 9; 9 \rightarrow [\times 3] \rightarrow 27; 11 \rightarrow [\times 3] \rightarrow 33; 32 \rightarrow [\times 3] \rightarrow 96$

KOLOM 1			KOLOM 2	KOLOM 3											
	Vloeidiagram	Vergelyking	Tabel												
a	Invoer  Reël Uitvoer	$y = 3x - 3$	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>-1</td><td>8</td><td>13</td><td>41</td></tr> <tr> <td>y</td><td>-6</td><td>21</td><td>36</td><td>120</td></tr> </table>	x	-1	8	13	41	y	-6	21	36	120		
x	-1	8	13	41											
y	-6	21	36	120											
b	Invoer  Reël Uitvoer	$y = 3x - 4$	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>-3</td><td>5</td><td>7</td><td>11</td></tr> <tr> <td>y</td><td>-13</td><td>11</td><td>17</td><td>29</td></tr> </table>	x	-3	5	7	11	y	-13	11	17	29		
x	-3	5	7	11											
y	-13	11	17	29											
c	Invoer  Reël Uitvoer	$y = 3x + 1$	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr> <td>y</td><td>4</td><td>7</td><td>10</td><td>13</td></tr> </table>	x	1	2	3	4	y	4	7	10	13		
x	1	2	3	4											
y	4	7	10	13											

Review Copy

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 205 tot 230
 Voorgestelde tydstoekenning: 4,5 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1: Terminologie	45 minute
Hersiening: Algebraïese taal	
Eenheid 2: Bewerkings met algebraïese uitdrukkings	2,25 ure
Optelling en aftrekking van terme	
Vermenigvuldiging van algebraïese faktore	
Deling van algebraïese uitdrukkings	
Vermenigvuldiging van 'n eenterm met 'n tweeterm	
Vermenigvuldiging van 'n eenterm met 'n drieterm	
Deling met 'n eenterm	
Eenheid 3: Meer ingewikkelde algebraïese manipulasies	2,5 ure
Die produk van twee tweeterme	
Die produk van twee indentiese tweeterme	
Vermenigvuldiging van tweeterme van die tipe $(a - b)(a + b)$	
Vereenvoudiging van uitdrukkings	
Kwadrate, derdemagte, vierkants- en derdemagswortels van algebraïse eenterme	
Substitusie	

Hoofstukhersiening

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 206

Voorgestelde tydstoekening: 45 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende die volgende:

- Hersiening: Algebraïese taal
- Terme en faktore
- Veranderlikes, konstantes en koëffisiënte
- Benoeming van algebraïese uitdrukings
- Algebraïese skryfwyse
- Gebruik van algebraïese taal
- Die gebruik van algebraïese taal

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek; blokkiespapier/grafiekpapier

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders die volgende hersien:

- herkenning en interpretasie van reëls of verhoudings voorgestel in simboliese vorm
- identifisering van veranderlikes en konstantes in gegewe formules en/of vergelykings

Leerders het konvensies vir die skryf van algebraïese uitdrukings herken en geïdentifiseer en het ook gelyksoortige en ongelyksoortige terme in algebraïese uitdrukings herken en geklassifiseer. Koëffisiënte en eksponente in algebraïese uitdrukings is ook herken en geïdentifiseer.

In Graad 9 sal leerders die werk hersien wat in Graad 8 gedoen is. Hulle sal leer om eenterme, tweeterme en drieterme te herken en tussen hulle te onderskei.

Riglyne vir onderrig

Elke vak wat ons bestudeer, het 'n stel terme wat ons vlot moet kan gebruik om die beste waarde uit daardie vak te ontvang. Wiskunde is glad nie anders nie en elke onderwerp in Wiskunde het unieke terminologie. As ons 'n nuwe taal leer, moet ons oefen om dit te praat en ons moet die woorde dikwels gebruik sodat dit deel word van ons gereelde woordeskat.

Eenheid 1 Terminologie hersien die taal wat leerders in Algebra gebruik. Dit is belangrik om leerders 'n geleentheid te gee om die nuwe terme te leer en te absorbeer. Gebruik elke geleentheid in klaskamerbesprekings om die woorde wat in hierdie eenheid genoem word, te gebruik, sodat leerders weer aan hulle gewoond raak. Vra gereeld vrae oor die aantal terme en of 'n polinoom 'n een-, twee-, drie- of veelterm is. Dit is ook nuttig

om 'n plakkaat teen die muur te hê wat die terme verduidelik sodat leerders daarna kan verwys. Ons moet te alle tye verhoed dat taal leerders verhinder om hulle volle potensiaal in Wiskunde te bereik.

Hersiening: Algebraïese taal

Terme en faktore; Veranderlikes, konstante en koëffisiënte; Benoeming van algebraïse uitdrukkings

Aktiwiteit I–2

Vind terme in uitdrukkings; Verstaan algebraïese taal

Leerdersboek bladsy 206–208

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien al die woorde wat moontlik vergeet is of dalk vantevore nie ten volle verstaan is nie.
- Leerders kan gevra word om 'n verwysingsafdeling agter in hul oefenboeke te maak.
- Nog 'n manier om seker te maak dat leerders *wel* die woorde gebruik en dit leer, is om hulle te vra om in groepe te werk en plakkate te maak met eenvoudige verduidelikings vir die woorde. Kontroleer egter net die definisies of verduidelikings voordat die plakkaat voltooi word.
- Plakkate kan van kartondose gemaak word of deur A4-velle papier aan mekaar te plak as plakkaatpapier of karton nie beskikbaar is nie.
- Leerders doen die aktiwiteit so vinnig as moontlik, aangesien dit hersiening is.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Herhaling is noodsaaklik as nuwe woorde geleer word. Deur 'n lys woorde te skryf, lê leerders ook die woorde vas. Gebruik die wortels van woorde om dit makliker te maak om te onthou wat die woorde beteken, byvoorbeeld, binoom (tweeterm): die bi-voorvoegsel beteken twee; soortgelyk beteken trinoom (drieterm) drie, ensovoorts.

Uitbreiding: As leerders die aktiwiteit vinnig voltooi, kan hulle gevra word om 'n plakkaat te ontwerp, soos hierbo genoem, terwyl die ander leerders nog oefeninge doen.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 1

1 2 2 1 3 3 4 2 5 3 6 1

Aktiwiteit 2

- | | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|-----------------|
| 1 a 4 | b $4x$ | c $\frac{6}{5}$ |
| d -2 ; drie x faktore; y | e Graad is 3 | f -5 |
| 2 a Nee, slegs een term | b Ja | |
| c Ja | d Nee, veranderlike in die noemer | |
| e Nee, veranderlike in die noemer | f Ja | |
| g Nee, veranderlike in die noemer | h Ja | |

Algebraïese skryfwyse

Gelyksoortige en ongelyksoortige terme

Aktiwiteit 3

Gebruik van algebraïese notasie en vereenvoudig uitdrukings

Leerdersboek bladsy 209

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- In hierdie afdeling hersien leerders meer van die algebraïese taal wat hulle reeds mee te doen gehad het.
- Dit is baie belangrik om tyd te spandeer aan *gelyksoortige* en *ongelyksoortige* terme, omdat dit iets is wat leerders dikwels uitdagend vind.
- Beklemtoon ook dat gelyksoortige terme slegs nodig is vir optelling en aftrekking. Deling en vermenigvuldiging kan tussen enige twee of meer terme plaasvind.
- Onthou, vir gelyksoortige terme:
 - is die letters dieselfde?
 - as dit dieselfde is, het dit dieselfde eksponent?
- Herinner leerders aan die kommutatiewe eienskap van vermenigvuldiging, byvoorbeeld, abc^2 is dieselfde as c^2ab en dit is dus 'n goeie idee om altyd die veranderlikes volgens die algebraïese konvensie van alfabetiese volgorde te rangskik en in dalende magte van die eerste veranderlike.
- Leerders doen Aktiwiteit 3 op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Een manier om gelyksoortige terme te beklemtoon is vir leerders om "speelgeld" te maak of om munte en/of note af te rol en uit te knip. Vra leerders om die volgende uitdrukking te vereenvoudig: $3x + 2xy + 5x$. As hulle die antwoord gee as $10xy$, vra hulle om die volgende te doen: $3 \times R50 + 2 \times R100 + 5 \times R50$. Leerders behoort te sien dat daar $8 \times R50$ note + $2 \times R100$ note is en altesaam gee dit NIE $10 \times R150$ note nie! Gee vir leerders nog 'n paar voorbeeld om met geld te probeer voordat hulle die aktiwiteit weer aanpak.

Uitbreiding: Gee vir leerders nog 'n paar voorbeeld wat meer ingewikkeld is. Sluit 'n paar voorbeelde met breuke en desimale koëffisiënte in.

Voorgestelde antwoorde

- | | | |
|---|---|----------------------------|
| 1 | a $6p^3 + 7p^3 = 13p^3$ | b $5a + 3b$ |
| | c $13y$ | d $7x^2 - 2x$ |
| | e $9ab - 7xy$ | f $7r^2t - 10rt$ |
| | g $-6xy + 12xy^2$ | h $9x^3 - 7y^2$ |
| 2 | a $-5 + 7x - 2x^2 - x^3 + 3x^4 + 19x^5$ | b $7 + 19y + 2y^2 - 18y^3$ |
| | c $-18 + 4x + 10x^2$ | d $-10 + 5x^2 + 6x^3$ |
| | e $2 + 8x - 5x^2 - 3x^3 + 2x^4$ | |
| 3 | a 5 b 3 c 2 d 3 e 4 | |

Die gebruik van algebraïese taal

Vertolking van algebraïse taal

Aktiwiteit 4–6

Vertaal na algebraïese taal; Vertolk algebra; Skryf in algebraïese taal

Leerdersboek bladsy 210–211

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Voordat die afdeling begin word, herinner leerders daaraan dat wiskunde 'n instrument is om probleme op te los en dat ons probleme wat in woorde is moet omskakel na wiskundige simbole en bewerkings sodat dit geïnterpreteer kan word.
- Hierdie afdeling behoort nuttig te wees vir leerders wanneer "woordprobleme" of probleemoplossing gedoen word.
- Die afdeling *Gebruik van algebraïese taal* in die Leerdersboek kan as 'n plakkaat voorgestel word vir die Wiskunde-klaskamer.
- Laat leerders Aktiwiteit 4 saam met 'n maat doen. Dit help as hulle die woorde hardop uitspreek en hulle kan ook mekaar se begrip kontroleer.
- Herinner leerders dat die vrae in Aktiwiteit 4 uitdrukkings genereer en nie vergelykings nie. Hulle benodig insetwaardes om uitsetwaardes te bepaal.
- Aktiwiteit 5 kan ook in pare gedoen word. Stel voor dat leerders die algebraïese taal gebruik wat in die Leerdersboek gelys is om hulle te help waar nodig.
- Leerders kan Aktiwiteit 6 op hul eie doen omdat hulle reeds oefening hiermee gehad het.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Met woordsomme en woordprobleme sal dit help as leerders hardop lees en hulle denke bespreek totdat hulle meer selfvertroue het. As hulle hardop voorlees, kan hulle denkrigtings gekontroleer word en gekorrigeer word waar nodig. Leerders kan ook gevra word om die woorde in die Leerdersboek op 'n "wenkblad" te skryf waarna hulle vinnig kan verwys. As hulle die woorde neerskryf, vind vaslegging van leer ook plaas.

Uitbreiding: Gee vir leerders Olimpiade-probleme om deur te werk. Vorige vraestelle van die Suid-Afrikaanse Wiskunde Olimpiade kan gevind word by <http://www.samf.ac.za/QuestionPapers.aspx?AspxAutoDetectCookieSupport=1> of kontak die Suid-Afrikaanse Wiskundestigting by:

South African Maths Foundation Privaatsak X173 Pretoria 0001

Tel +27 (0)12 392 9372

Faks +27 (0)12 392 9312

Epos: info@samf.ac.za

Fisiese adres:

Didacta-gebou Skinnerstraat 211 Pretoria-Sentraal 0002

Moedig leerders aan om aan alle Wiskunde-kompetisies deel te neem wat beskikbaar is. Deelname moedig entoesiasme oor Wiskunde aan en een van die ander byvoordele is dat leerders wat wel deelneem dikwels beurse na universiteite en kolleges aangebied word.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 4

1 $x + 5$

6 $x - 5$

II $2x$

16 $\frac{1}{2}x - 10$

2 $x + 3$

7 $2x - 4$

I2 $\frac{10}{x}$

17 $\frac{1}{2}x + 2y$

3 $x + 8$

8 $4 - x$

I3 $5x - 11$

18 $4(x + 5)$

4 $x + 3$

9 $x - 10$

I4 $x + 2y$

15 $x - 2x$

5 $x + 7$

10 $10x$

Aktiwiteit 5

Daar kan dalk meer as een korrekte antwoord wees. Van die voorstelle is:

- 1 'n Getal minus drie.
- 2 'n Getal vermenigvuldig met drie word by drie getel.
- 3 Twee minus 'n getal
- 4 'n Getal bygetel by 'n ander getal.
- 5 'n Getal bygetel by dubbel 'n ander getal.
- 6 Helfte van 'n getal of 'n getal gedeel deur twee.
- 7 Die som van 'n derde van 'n getal en dubbel dieselfde getal.
- 8 Vyf gedeel deur 'n getal en bygetel by vyf keer 'n ander getal.

Aktiwiteit 6

1 $6k$

4 a $2m$

5 a $P = 2(2x^2 + x^2) = 2(3x^2) = 6x^2$

b $P = 2(5x + x + 5x + x + 3x + 8) = 2(15x + 8) = 30x + 16$

2 $3n$

b $3m$

3 $4y$

c $4 \times 3m = 12m$

EENHEID

2

Bewerkings met algebraïese uitdrukings

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 212

Voorgestelde tydstoekening: 2,25 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende die volgende:

- Optelling van uitdrukings
- Aftrekking van polinome
- Vermenigvuldiging van uitdrukings
- Deling van algebraïese uitdrukings

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

In Graad 8 is leerders bekendgestel aan die uitbreiding en vereenvoudiging van algebraïese uitdrukings. Die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe wette vir rasionale getalle en wette van eksponente is gebruik om:

- gelyksoortige terme in algebraïese uitdrukings op te tel en af te trek
- heelgetalle en eenterme te vermenigvuldig met eenterme, tweeterme en drieterme
- eenterme, tweeterme, drieterme te deel met heelgetalle of eenterme

In Graad 9 word werk wat in Graad 8 gedoen is, hersien en nog voorbeeld word gedoen.

Riglyne vir onderrig

Die vaardighede wat in hierdie afdeling gebruik word is hersiening van werk wat in Graad 8 gedoen is. Sommige leerders het dalk nog nie die verskillende bewerkings begryp wat in Graad 8 gedoen is nie, of hulle het dit dalk vergeet, dus is dit nodig om hierdie aktiwiteit in detail oor te gaan. Dit is ook nodig om die werk wat in hierdie afdeling gedoen word, te korrigieer om foute wat aanhoudend gemaak word te identifiseer. Hoewel dit tydwend is, is dit die beste belegging wat gemaak kan word in leerders wat Wiskunde doen tot by Graad 12 en verder. Hou ekstra werkvelle byderhand vir oefening, indien nodig in hierdie afdeling.

Maak seker dat die terme wat leerders in Eenheid 1 hersien het dikwels in die klas gebruik word. Vra leerders voortdurend om te identifiseer, byvoorbeeld, wat die graad van 'n polinoom is, selfs al doen hulle optelling of ander vereenvoudigings met die polinoom; vra hoeveel terme is daar in 'n polinoom.

Optelling van uitdrukings

Aktiwiteit 1

Optelling van polinome

Leerdersboek bladsy 212

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders weer aan gelyksoortige terme. Gebruik die analogie met geld wat in die Remediering-afdeling van die vorige eenheid gebruik is, indien nodig.
- Herinner leerders aan die kommutatiewe en die assosiatiewe wet in wiskunde.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerdersboek. Sommige leerders mag verkies om die kolommetode te gebruik terwyl ander dalk verkies om die lineêre metode te gebruik.
- Gebruik dieselfde voorbeeld en wys hoe beide metodes werk. Dit sal vir leerders 'n geleentheid gee om te evalueer watter metode hulle verkies.
- Leerders doen Aktiwiteit 1 op hul eie.
- Optelling in algebra is so 'n belangrike basiese vaardigheid en dit sal goed wees om die werk te korrigieer en vir leerders terugvoer te gee oor enige foute wat hulle voortdurend maak.

Remediering en uitbreiding

Remediering: Gee baie addisionele oefening met die identifisering van gelyksoortige terme. Sodra hulle die gelyksoortige terme geïdentifiseer het, vra hulle om dit saam te groepeer en die gelyksoortige terme bymekaar te tel. As hulle nog steeds foute maak, vra hulle om weer die "speegeld" te gebruik.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n paar ingewikkeldere voorbeeld, insluitende woordprobleme, om te doen. Daag leerders uit om vyf uitdagende voorbeeldte ontwerp en dit op te los. Spandeer tyd daarvan om terugvoer te gee en kontroleer vir foute.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | |
|---|---|-----------------------------|----------------------|
| 1 | a $7x$ | b $4c + 3x + 5y$ | c $14y - 10p$ |
| | d 0 | e $3x^2 - x + 3$ | f $20y^3 - 4y^2 - 9$ |
| 2 | a $11x^2 - 5x + 5$ | b $-6x^3y - 2x^2y + 10xy$ | c 0 |
| | d $11x + 2$ | e $5a^2b^2 + 4abc^2 + 7b^2$ | f $-18t^2 + 17t$ |
| 3 | a $P = 4x - 1 + x + 2 + 7x - 3 = 12x - 2$ | | |
| | b $4x^2 - 2x + 1 + 2x^2 + x - 1 + x^2 + 2 + 7x^2 + x - 3$ | | |
| | $= 14x^2 - 1$ | | |

Aftrekking van polinome

Aktiwiteit 2 Skryf optellingsinverses en trek polinome van mekaar af

Leerdersboek bladsy 214

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders dat, soos optelling, ons slegs kan aftrek as daar gelyksoortige terme is.
- Verduidelik wat 'n *optellingsinverse* is. Gee 'n paar voorbeeld op die bord en laat leerders antwoorde uitroep of dit in hul oefenboeke skryf. Hulle moet dit baie vinnig doen.
- Voorbeeld 1 wys hoe om die optellingsinverse te gebruik om af te trek.
- In Voorbeeld 2 is dit nodig om 'n minusteken aan al die terme binne die hakies toe te ken of, met ander woorde, die optellingsinverse van al die terme binne die hakies by te tel. Dit is gewoonlik 'n baie algemene fout; leerders gee slegs die minusteken aan die eerste term en nie aan die res nie.
- Beklemtoon dat al die terme binne die hakies verander moet word na hul optellingsinverse as daar 'n negatiewe teken voor die hakies is.
- Leerders doen Aktiwiteit 2 op hul eie.
- Soos optelling in algebra, is dit 'n baie belangrike basiese vaardigheid. Wanneer die werk gemerk word, fokus spesifiek op die feit dat die minus aan al die terme binne die hakies gegee word.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee baie addisionele oefening om gelyksoortige terme te vind asook aan die gee van die optellingsinverse van terme. Laat leerders 'n potlood of kleurpotlode gebruik om seker te maak dat die minusteken toegeken word aan die terme binne die hakies.

Uitbreiding: Gee vir leerders nog 'n paar ingewikkelde voorbeelde. Sluit voorbeelde in met breuke en desimale koëffisiënte.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | |
|---|--------------|-------------|---------------------|
| 1 | a $-7x$ | b x^2 | c $9y^2$ |
| | d $-x + 2$ | e $-p - q$ | f $-x^3 - 5z + 3$ |
| 2 | a $-4p - 13$ | b $5x + 14$ | c $-x - 4y$ |
| | d $3x^2 - x$ | e $-2y^3$ | f $-2x^2 - 2x - 33$ |

- 3 Verskil: $-3x + 8y - 9z$; Som: $-x + 5y + 2z$; Finale verskil: $2x - 3y + 11z$
 4 $-23x + 6y - 11$

Vermenigvuldiging van uitdrukkingen

Die produk van twee eenterme; Die produk van 'n eenterm en 'n polinoom

Aktiwiteit 3–4

Bepaal produkte; Vermenigvuldig eenterme met polinome

Leerdersboek bladsy 215–216

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders van die begin af dat enige twee of meer terme in Algebra vermenigvuldig of gedeel kan word; dit hoef nie gelyksoortige terme te wees nie.
- Hersien die eksponentewette van vermenigvuldiging: $a^m \times a^n = a^{m+n}$. Maak seker dat leerders onthou dat dit van toepassing is op grondtalle wat dieselfde is.
- Werk deur Voorbeelde 1 en 2 in die Leerdersboek.
- Vra leerders om 'n patroon te volg by vermenigvuldiging, byvoorbeeld:
 - eerste die tekens
 - dan die getalkoëffisiënte
 - dan die verskillende letterveranderlikes, een vir een.
- Leerders doen Aktiwiteit 3 op hul eie.
- Doen die volgende Uitgewerkte voorbeelde 1 en 2 in die Leerdersboek saam met die leerders.
- Gebruik dikwels die terme eenterme, tweeterme, drieterme en polinome sodat leerders vertroud raak met hul betekenis.
- Maak seker dat leerders elke term in die hakies vermenigvuldig met die eenterm.
- Leerders doen Aktiwiteit 4 op hul eie.
- Aangesien beide die aktiwiteit baie belangrik is, moet leerders se werk gekorrigeer word en terugvoer gegee word.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Verskaf baie oefening met hierdie baie belangrike basiese instrument in Algebra. Maak seker dat die tekens, getalle en veranderlikes, in daardie volgorde, vermenigvuldig word. Kontroleer dat al die terme in die hakies vermenigvuldig word. Maak seker dat leerders enige vrae, wat hulle dalk verkeerd het in hierdie twee Aktiwiteit, korrigeer.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n paar ingewikkelde voorbeelde soos vraag 2 van Aktiwiteit 4.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 3

- | | | | |
|---|------------|--------------|---------------|
| 1 | a $60n$ | b $-10n$ | c $-24mn$ |
| | d $35p^2q$ | e $-5xy^2z$ | f $12ab^2c^2$ |
| 2 | a $8x^5$ | b $22a^4b^2$ | c $4x^3y^5$ |
| | d $24a^3$ | e $96x^4y$ | f $-48a$ |

Aktiwiteit 4

- | | | |
|---|---|-----------------------------------|
| 1 | a $21x^2y^2 + 15x^2y - 33xy$ | b $20x^5 - 4x^4 - 12x^3 - 16x^2$ |
| | c $10x^2y^2 - 40x^2y + 45xy^2$ | d $-48a^2 + 9ba^3 - 24a$ |
| | e $-3x^4 + x^3 - x^2$ | f $-15y^4 - 21y^3 + 9y^2$ |
| | g $4a^7 - a^6 + 2a^5$ | |
| 2 | a $12a^2 - 4ab - 15a^2 - 3ab = -3a^2 - 7ab$ | b $8p - 2pq + 4pq - 7p = p + 2pq$ |

Deling van algebraïese uitdrukkings

Deling van tweeterme en drieterme met 'n eenterm

Aktiwiteit 5–6 Deel algebraïese uitdrukkings; Deel polinome deur eenterme

Leerdersboek bladsy 217–218

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien deling en beklemtoon wat die deellyn in 'n breuk beteken, soos aangetoon in Voorbeeld 2 in die Leerdersboek.
- Maak seker dat leerders die distributiewe wet toepas en al die terme in die teller deel, indien moontlik.
- Verduidelik hoe om die terme van die teller te skei, soos aangetoon in Voorbeeld 2 in die Leerdersboek.
- Maak seker dat leerders al die vrae in Aktiwiteit 5 en Aktiwiteit 6 doen.
- Soos met die ander bewerkings, is dit een van die basiese vaardighede in Algebra en dit is goed om die werk na te sien en individuele terugvoer in leerders se oefenboeke te gee. Kontroleer vir enige foute wat voortdurend gemaak word en aandag benodig.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Spandeer tyd met leerders wat hierdie afdeling uitdagend vind. Gaan weer deur die stappe van die uitgewerkte voorbeeld totdat hulle elke stap verstaan en die berekening wat benodig word, kan doen. Vra leerders om 'n paar berekening saam met 'n maat te doen en elke stap hardop uit te spreek. Hulle kan ook gevra word om langs die stappe wat hulle uitset, neer te skryf wat hulle gedoen het. Dril en oefening maak 'n verskil, maar leerders moet die antwoorde hê sodat hulle hul eie werk kan kontroleer; of dit moet nagesien word. Rekenaarprogramme is beskikbaar wat ook onmiddellike terugvoer gee en daar is ook programme wat leerders op hul selfone kan doen, indien enige hiervan beskikbaar is. Goeie pen-en-papier-oefeninge en ekstra werkvelle is egter steeds die beste!

Uitbreiding: Hierdie algebraïese breuke kan nogal ingewikkeld raak en dit is moontlik om vir leerders baie uitdagende voorbeeldte gee om te doen. vraag **li** en **Ij** van Aktiwiteit 6 behels nog 'n paar algebraïese stappe en is 'n goeie voorbeeld van die tipe oefeninge wat vir leerders gegee kan word. Dit is ook nuttig om vir leerders te wys hoe om hulle werk te korrigieer en vra hulle om ander leerders te help deur saam met hulle deur die antwoorde te werk en foute uit te wys.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 5

1 a $5a$

b $-4m$

c ab

d $\frac{-2}{m}$

2 a $-3a$

b $-2xy$

c $5qr$

d $-\frac{16}{m}$

Aktiwiteit 6

1 $x - 3$

2 $-7x - 2y + 5$

3 $\frac{4}{3}x^2 - 2x$

4 $-4x$

5 $-2x^2 + 3x$

6 $x - 2$

7 $5x^2 - 4x + 2$

8 $\frac{9mn - 15}{2}$

9 $\frac{y^3 - 5y^2 + 7y + y^3}{y} = y^2 - 5y + 7 + y^2 = 2y^2 - 5y + 7$

10 $\frac{14x^3 - 28x^2 - 42x}{7x^2} = \frac{2x^3 - 4x^2 - 6x}{x^2} = 2x - 4 - \frac{6}{x}$

EENHEID

3

Meer ingewikkelde algebraïese manipulasies

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 219

Voorgestelde tydstoekening: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Die produk van twee tweeterme
- Vermenigvuldiging van twee identiese tweeterme
- Vermenigvuldiging van tweeterme van die tipe: $(a - b)(a + b)$
- Vereenvoudiging van uitdrukings
- Kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels van algebraïese terme
- Substitusie

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders die volgende gedoen:

- algebraïese uitdrukings vereenvoudig wat bogenoemde bewerkings behels
- die kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels bepaal van enkele algebraïese terme of gelyksoortige algebraïese terme
- die numeriese waarde van algebraïese uitdrukings bepaal deur middel van substitusie

In Graad 9 word die werk hersien wat in Graad 8 gedoen is en dan word algebraïese manipulasie uitgebrei om die volgende in te sluit:

- vermenigvuldiging van heelgetalle en eenterme met polinome
- deling van polinome met heelgetalle of eenterme
- die produk van twee tweeterme
- die kwadraat van 'n tweeterm

Riglyne vir onderrig

In hierdie eenheid gaan leerders die basiese vaardighede gebruik wat in Eenheid 1 en 2 hersien is en dit toepas op meer en meer ingewikkeld situasies. Maak seker dat die grondbeginsels goed gevestig is voordat daar voortgegaan word met hierdie afdeling. Neem 'n paar minute aan die begin van elke les om weer deur die grondbeginsels van die vier bewerkings in Algebra te gaan. Gee vir leerders elke dag vier of vyf voorbeelde as 'n opwarmingsoefening sodat hulle hul vaardighede kan slyp.

Werk deur die uitgewerkte voorbeelde en maak seker dat leerders elke stap verstaan. Herinner hulle dat hierdie vereenvoudigings slegs toepassings is van dít wat vantevore gedoen is. Vra leerders om hul stappe hardop uit te spreek, aangesien dit sal help om die denkrijetjie van die prosesse wat betrokke is, vas te lê.

Die produk van twee tweeterme

'n Makliker manier om te onthou hoe om twee tweeterme te vermenigvuldig; Meer ingewikkeld uitdrukkings

Aktiwiteit I-2

Vermenigvuldig twee tweeterme; Vermenigvuldig meer ingewikkeld uitdrukkings

Leerdersboek bladsy 221–222

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Spandeer 'n paar minute om die vier bewerkings in Algebra te hersien. Herinner leerders aan gelyksoortige en ongelyksoortige terme vir optelling en aftrekking; en in vermenigvuldiging en deling om die tekens, getalkoëffisiënte en veranderlikes in volgorde te doen. Skryf 'n paar voorbeelde op die bord wat leerders so vinnig as moontlik kan doen en kontroleer dit voordat daar voortgegaan word.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek oor vermenigvuldiging van twee tweeterme. Daar is 'n hele paar maniere om leerders te herinner hoe om te onthou van al die terme wat vermenigvuldig moet word, waarvan die 'VBBA'-metode net een is. Dit is belangrik dat leerders verstaan dat die distributiewe wet gebruik word en dat al die terme in die een hakie vermenigvuldig moet word met al die terme in die ander hakie.
- Laat leerders saam met 'n maat werk vir die eerste vier of vyf vrae van Aktiwiteit 1 en dan die res op hul eie doen. Maak seker dat hulle enige antwoorde korrigeer wat hulle nie die eerste keer reggekry het nie.
- Werk deur die voorbeelde in meer ingewikkeld uitdrukkings. Herinner leerders dat dit nie nuut is nie. Die volgorde van bewerkings is om hakies eerste te doen, dus moet die hakies eers vereenvoudig word voordat al die terme vermenigvuldig word met die term wat voor die hakies staan.
- Leerders werk deur Aktiwiteit 2 op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Wiskunde is regtig afhanglik van die grondbeginsels wat goed gevestig moet wees. Hersien hierdie grondbeginsels weer voordat die meer ingewikkelde toepassings aangepak word. Gee genoeg geleenthede om te oefen.

Uitbreiding: Gee vir leerders nog voorbeelde met breuke en desimale getalle en ook 'n paar waar al die veranderlikes verskillend is, byvoorbeeld:

$$(3a + 4b)(5c + 3d); \frac{1}{2}a(c - 3d)(p + q); \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{x}\right)\left(\frac{5x}{3} - \frac{1}{3x}\right); 0,9a\left(\frac{7a^3}{b^3} + 3c^5\right)\left(\frac{7a^3}{b^3} - 3c^5\right)$$

Voorgestelde antwoord

Aktiwiteit 1

1 $x^2 + 12x + 35$

4 $3p^2 + pq - 2q^2$

7 $2x^4 + 2x^2y - y^2$

10 $8a^2b - 12a^2 + 2b^2 - 3b$

2 $x^2 - 10x + 21$

5 $x^2 - xy - 6y^2$

8 $4a^2 - 27ab + 18b^2$

II $8x^2 + 2x^2y - 4y - y^2$

3 $x^2 + x - 12$

6 $28 + 3x - x^2$

9 $8x^2 - 2xy - 21y^2$

12 $8x^3 - 6x^2 - 12x + 9$

Aktiwiteit 2

1 $2(a^2 - ab - 12b^2) = 2a^2 - 2ab - 24b^2$

3 $-5(-x^2 - 5x - 6) = 5x^2 + 25x + 30$

2 $3(2x^2 - 5xy - 12y^2) = 6x^2 - 15xy - 36y^2$

4 $2p(3q^2 - 10q - 8) = 6pq^2 - 20pq - 16p$

Vermenigvuldiging van twee identiese tweeterme; Vermenigvuldiging van tweeterme van die tipe $(a - b)(a + b)$

Aktiwiteit 3–4

Vermenigvuldig identiese tweeterme; Vermenigvuldig spesiale tweeterme

Leerdersboek bladsy 223–224

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Maak seker dat leerders twee tweeterme kan vermenigvuldig. Hersien dit indien nodig, of verwys leerders na die vorige uitgewerkte voorbeeld om hulle te help.
- Herinner leerders aan die uitgebreide vorm, dit is, $x^2 = x \times x$.
- Op dieselfde manier word 'n tweeterm wat gekwadreer word in die uitgebreide vorm geskryf as byvoorbeeld, $(a + 2b)^2 = (a + 2b) \times (a + 2b) = (a + 2b)(a + 2b)$
- Nou kan leerders die VBBA-metode gebruik of enige ander metode waarmee hulle gemaklik is om die produk te vind en die antwoorde neer te skryf.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek.
- Leerders doen Aktiwiteit 3 op hul eie.
- Werk deur die spesiale tweeterme ook bekend as "die verskil van twee kwadrate". Laat leerders ontdek dat die middelterme die optellingsinverse van mekaar is.
- Beklemtoon weer en weer dat dit slegs die geval is waar die som van twee terme in een hakie vermenigvuldig word met die verskil van dieselfde terme in die ander hakie. Dit is nie van toepassing op tweeterme met dieselfde teken in beide hakies nie.
- Dit is 'n baie belangrike vereenvoudiging en leerders moet gedurig herinner word om uit te kyk vir die patroon $(a - b)(a + b)$.

- Aktiwiteit 4 is gemeng, dus moet leerders, voordat hulle begin, seker wees wat die verskil is tussen $(a - b)(a + b)$ en $(a - b)^2$.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Genereer 'n paar ekstra werkvelle wat soortgelyke vrae as in die aktiwiteit bevat vir leerders om te doen as addisionele oefening. Gaan saam met hulle deur die feit dat hierdie "spesiale gevalle" nie uniek is nie, maar 'n toepassing is van wat reeds vantevore gedoen is.

Uitbreiding: Moedig leerders aan om die antwoorde van tweeterme wat gekwadreer word en verskil van kwadrate in een stap neer te skryf. Kan hulle 'n formule skryf vir hoe hulle die een stap doen? Vra hulle om 'n paar voorbeeldte te toets as hulle voorgestelde formule werk.

Voorgestelde antwoord

Aktiwiteit 3

- 1 $4x^2 - 12x + 9$
- 3 $9m^2 - 12mq + 4q^2$
- 5 $4x^2 + 20x + 25$
- 7 $25a^2 + 30ab + 9b^2$
- 9 $x^2 - 2x + y^2$

- 2 $16x^2 - 24x + 9$
- 4 $4x^2 - 12x + 36$
- 6 $9y^2 - 42y + 49$
- 8 $36x^2 - 12x + 1$
- 10 $4x^2y^2 - 20xy + 25$

Aktiwiteit 4

- 1 $x^2 + 4x + 4$
- 3 $9x^2 - 6x + 1$
- 5 $p^2 - q^2$
- 7 $a^2 - 9$
- 9 $16p^2 - 49$
- II $25a^2 + 20ab + 4b^2$
- 13 $x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4$

- 2 $p^2 + 4pq + 4q^2$
- 4 $4x^2 - 4xy + y^2$
- 6 $9x^2 - 4y^2$
- 8 $9a^2 - 24ab + 16b^2$
- 10 $4p - \frac{1}{q^2}$
- 12 $64a^2 + 144ac + 81c^2$
- 14 $m^4 - 6m^2n^2 + 9n^4$

Vereenvoudiging van uitdrukkings

Aktiwiteit 5

Vereenvoudig gemengde uitdrukkings

Leerdersboek bladsy 224

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Gemengde voorbeeldte al die basiese vaardighede wat tot nou toe geoefen is.
- Spandeer 'n bietjie tyd aan die begin van elke les om die bewerkings weer te hersien. Werk deur die voorbeeld en gee moontlik nog 'n paar voordat leerders met Aktiwiteit 5 begin.
- Laat leerders wat kan voortgaan sonder die hersiening dadelik met Aktiwiteit 5 begin.
- Leerders kan in pare werk aan Aktiwiteit 5 sodat hulle mekaar kan herinner aan al die vaardighede wat toegepas moet word.
- Dit is 'n goeie idee om hierdie aktiwiteit na te sien om te kontroleer dat leerders

die nodige vaardighede onder die knie het.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Leerders vind dit soms makliker om die komponente van sulke ingewikkelde polinome in aparte terme op te breek. Hulle vereenvoudig dan die aparte terme sover as moontlik en tel hulle dan aan die einde bymekaar. Anders, kan leerders elke term in 'n ander kleur skryf en al die werk wat met daardie term gedoen word, in dieselfde kleur doen.

Uitbreiding: Vra leerders om vier ingewikkelde uitdrukkings vir hulle maat uit te dink. Hulle moet die antwoorde uitwerk voordat hulle met 'n maat uitruil.

Voorgestelde antwoorde

- 1 $x^2 + 6xy + 9y^2 - x^2 + 2xy + 15y^2 = 8xy + 24y^2$
- 2 $1 - a^2 + 2ab - b^2 = -a^2 + 2ab - b^2 + 1$
- 3 $x^2 - x - 2 + x^2 - 1 = 2x^2 - x - 1$
- 4 $5x(x^2 - 16) - 5x^3 + x = 5x^3 - 80x - 5x^3 + x = -79x$
- 5 $25y^2 - \frac{1}{25y^2} - \frac{1}{25y^2} = 25y^2 - \frac{2}{25y^2}$

Kwadrate, derdemagte, vierkantswortels en derdemagswortels van eenterme

Kwadrate en derdemagte van eenterme

Aktiwiteit 6 Bepaal kwadrate en derdemagte van eenterme

Leerdersboek bladsy 225

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders aan wat die uitgebreide vorm beteken.
- Hersien die eksponentwette. Maak seker dat leerders 'n paar voorbeeld oefen voordat met die les begin word.
- Werk deur al die voorbeelde in die Leerdersboek. Herinner leerders voortdurend aan die grondbeginsels wat toegepas word.
- Werk deur 'n voorbeeld of twee met negatiewe eenterme wat gekwadreer word of verhef word tot die derdemag. Wys duidelik die verskil uit tussen die negatiewe teken wat buite die hakies is en binne die hakies is, byvoorbeeld, $(-3mn^3)^2$ en $-(3mn^3)^2$.
- Daag leerders uit om so vinnig as moontlik deur die aktiwiteit te werk.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders algebraïese vermenigvuldiging baie goed verstaan. Herinner hulle daaraan dat vermenigvuldiging in volgorde gedoen word, tekens, getalkoëffisiënte en veranderlikes. Gee addisionele voorbeelde, veral waar die tekens binne en buite die hakies verskillend is.

Uitbreiding: vraag 7 en 8 is meer uitdagend vir leerders.

Voorgestelde antwoorde

1 $-8x^9$

2 $9y^6$

3 $3(25x^4) = 75x^4$

4 $225x^4$

5 $a^2b^4 \times a^3b^3 = a^5b^7$

6 1

7 $\frac{x^4}{4y^2}$

8 $\frac{8x^6y^3}{16x^4y^4} = \frac{x^2}{2y}$

Bepaling van die vierkants- en derdemagswortel van eenterme

Aktiwiteit 7 Bepaal vierkants- en derdemagswortels van eenterme

Leerdersboek bladsy 227

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Wortels veroorsaak dikwels 'n probleem vir leerders, dit is dus nodig om te hersien hoe om die numeriese vierkantswortels en derdemagswortels te bepaal. Herinner leerders hoe om priemfaktorisering te doen en hoe dit gebruik kan word om wortels te neem.
- Herinner leerders aan die volgorde van bewerkings waar wortels betrokke is. Verduidelik dat terme onder 'n wortelteken eintlik in 'n hakie is en eerste vereenvoudig moet word. Wortels kan ook nie geneem word van die individuele terme onder 'n wortelteken nie, slegs van faktore.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders van die begin af gemaklik is met wat 'n kwadraat, derdemag, vierkantswortel en derdemagswortel is, aangesien hulle dalk vergeet het. Dit is dalk nodig om die wette van eksponente weer te hersien voordat die numeriese vierkantswortels gedoen word, omdat die wette die proses vinniger kan laat verloop. Gee vir leerders ekstra oefening en kontroleer hulle werk om te kyk of daar enige konseptuele foute is.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n gemengde oefening wat hulle konseptuele begrip van die volgorde van bewerkings toets.

Voorgestelde antwoorde

1 a $4x^2$

b $9x^3y^2$

c $10m^4$

d $3y^4$

e $6m^3$

f $4x^2 \times 3y = 12x^2y$

g $2x + 3$

h $\frac{x}{10}$

i $2a^2$

j $3x^3$

k $\frac{x}{4}$

l $5x^6$

2 a $4n$

b $10x^2$

c $5n^3$

d $12y^2$

3 a $3x$

b $5y^3$

Substitusie

Aktiwiteit 8

Vervang waardes in algebraïese uitdrukkings

Leerdersboek bladsy 228

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Substitusie word dikwels in wiskunde gebruik.
- Herinner leerders aan die inset- en uitsetwaardes in verhoudings. Hersien ook ander ekwivalente verteenwoordigings van uitdrukkings soos tabelle.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek.
- Maak seker dat leerders hakies om die ingestelde waarde gebruik.
- Sodra hulle die uitdrukking geskryf het, kan hulle 'n sakrekenaar gebruik om die antwoord te vind, maar dit is nie noodsaaklik nie.
- Leerders doen die aktiwiteit op hul eie.
- Substitusie is 'n baie belangrike vaardigheid vir wiskunde. Sien die aktiwiteit na en kontroleer dat leerders hakies gebruik by substitusie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir leerders 'n paar maklike voorbeelde om mee te begin om hulle selfvertroue op te bou. Substitusie word dikwels gebruik, maar dit is nodig om dit ook dikwels te oefen. Gee driloeferinge en vra leerders om baie versigtig te wees om die regte waarde in hakies vir die toepaslike veranderlike in te stel.

Uitbreiding: vraag 5 en 6 is 'n goeie uitdaging vir leerders. Maak ook gebruik van vorige vraestelle van Olimpiades om leerders se belangstelling in Wiskunde-kompetisies aan te wakker. Dit is nuttig om 'n paar afskrifte van vorige Olimpiade-vraestelle in die klas beskikbaar te hê sodat leerders wat vinnig klaarmaak, hieraan kan werk. Dit is baie nuttig as hulle 'n maat het wat dieselfde doen, sodat hulle die antwoorde kan bespreek. Hou 'n afskrif van die antwoorde apart en gee dit slegs uit as 'n goeie poging aangewend is.

Voorgestelde antwoorde

1 a $-16 - 7 = -23$

b $\frac{13}{10}$

c $(-28)(-9) = 252$

2

m	1	2	3	4
$m + 3$	4	5	6	7

3

N	-2	0	2	4
L	-1	5	11	17

4

x	-2	-1	0	1	2
y	-3	-1	1	3	5

- 5 a $148,9^{\circ}\text{C}$
 b Nee, $220^{\circ}\text{F} = 104,4^{\circ}\text{C}$
- 6 a R135
 b $140 - 100 = 40$ minutes $\therefore 40 \times 60 + \text{R135} = \text{R24} + \text{R135} = \text{R159}$
 c $0,60(x - 100) + 135$

Hoofstuk 8 Hersiening

Leerdersboek bladsy 230

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, weer deur te gaan voordat die hersieningsaktiwiteit aangepak word. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesseer en om te kyk of enige remediëring dalk nodig is.

Voorgestelde antwoord

1	Polinoom	Graad	Getal terme	Konstante	Syferkoëffisiënt van x^2
	$4x^3 - 2xy + 7$	3	3	7	0
	$3x^2 + 5x^2 - 7x^4 + 8x$	4	3	0	8
	$4x + 5$	1	2	5	0
	$7x^2 + 3$	2	2	3	7
	$-3 + 5x^2$	2	2	-3	5
	$24x^4$	4	1	0	0

- 2 Laaste kolom van bogenoemde tabel.
- 3 a xy
 b $-8x^2y - 3xy^2$
- 4 $2(3x + y) + 2(2x + y) = 6x + 2y + 4x + 2y = 10x + 4y$
- 5 a $-8x^3$
 b $26n$
 c $3ab$
 d $12pq - 8p$
 e $2 - 5x + 10y = -5x + 10y + 2$
 f $x^2 - 2x - 8$
 g $4x^2 - 12x + 9$
 h $1 - 16p^2$
- 6 a $-4 + 18 = 14$
 b 5

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 231 tot 250

Voorgestelde tydstoekening: 4 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1: Hersiening: Lineêre vergelykings

1 uur

Vergelykings en uitdrukings

Die oplos van vergelykings

Eenheid 2: Meer ingewikkelde lineêre vergelykings

1 uur

Die vereenvoudiging van vergelykings

Eenheid 3: Vergelykings met breuke

1 uur

Oplos van vergelykings wat breuke bevat

Eenheid 4: Die gebruik van vergelykings om probleme op te los

1 uur

Probleme wat getalle behels

Probleme wat ouderdom behels

Probleme wat meetkunde behels

Probleme wat formules behels

Hoofstukhersiening

EENHEID

Hersiening: Lineêre vergelykings

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 232

Voorgestelde tydstoekening: 1 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Oplos van vergelykings
- Oplos van vergelykings deur inverse bewerkings te gebruik
- Oplos van vergelykings met veranderlikes

Hulpronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek; blokkiespapier of grafiekpapier

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders hersien hoe om:

- vergelykings op te stel wat probleemsituasies beskryf
- vergelykings wat 'n gegewe situasie beskryf te analyseer en te interpreteer
- vergelykings op te los met inspeksie
- die numeriese waarde van 'n uitdrukking deur substitusie te bepaal
- veranderlikes en konstantes in gegewe formules van vergelykings te identifiseer.

Leerders het ook geleer hoe om substitusie in vergelykings te gebruik om tabelle van geordende pare te genereer en die oplos van vergelykings uitgebrei om die volgende in te sluit:

- gebruik van optellingsinverse en vermenigvuldigingsinverse
- die gebruik van eksponentewette

In Graad 9 gaan leerders die werk hersien wat in Graad 8 gedoen is. Oplos van vergelykings word uitgebrei om die gebruik van faktorisering en vergelykings van die vorm: 'n produk van faktore = 0, in te sluit.

Riglyne vir onderrig

Die werk wat in Graad 7 en 8 gedek is, moet hersien word voordat daar voortgegaan word met oplos van vergelykings deur faktorisering en vergelykings waar die produk van hul faktore nul is.

In Hoofstuk 8 is Algebraïese uitdrukkings behandel wat leerders die terminologie en gereedskap gegee het om algebraïese uitdrukkings te manipuleer. Dit is belangrik om van die begin af te verduidelik wat die verskil is tussen uitdrukkings en vergelykings. 'n Uitdrukking verteenwoordig 'n verhouding tussen veranderlikes terwyl 'n vergelyking aantoon dat twee uitdrukkings gelyk is.

Leerders het vergelykings informeel en formeel opgelos sedert Graad 1. In Graad 7 en 8 is die metodes vir oplossing geformaliseer deur gebruik te maak van optellings- en vermenigvuldigingsinverse asook eksponentwette. Baie vergelykings kan opgelos word deur inspeksie en dit is belangrik om dit te beklemtoon by vergelykings.

As vergelykings meer ingewikkeld raak, is dit belangrik om inverse bewerkings te gebruik. Dit hou verband met werk wat gedoen is oor die omgekeerde orde en gebruik van die inverse bewerkings wat in Hoofstuk 7 Funksies en Relasies behandel is.

Die rede hoekom ons vergelykings ontwikkel is om probleme op te los, hoewel ons met die meganika van oplos van vergelykings begin. Dit is belangrik om te beklemtoon dat die woordprobleme verteenwoordigend is van werklikheidsituasies waar ons wiskunde kan gebruik om probleme op te los.

Vergelykings en uitdrukkings; Die oplos van vergelykings

Die oplos van 'n vergelyking deur inspeksie

Aktiwiteit I

Los op deur inspeksie

Leerdersboek bladsy 234

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Begin die les deur die verskil tussen uitdrukkings en vergelykings te verduidelik. Leerders het reeds met uitdrukkings in Hoofstuk 8 gewerk en behoort bekend te wees daarmee.
- Verduidelik dat vergelykings twee ekwivalente uitdrukkings deur 'n gelykaanteken met mekaar verbind. Die waarde van die uitdrukkings is gelyk, hoewel hulle verskillend kan lyk.
- Die eerste voorbeeld in die Leerdersboek begin met insetwaardes vir 'n uitdrukking. Beide die inset- en uitsetwaardes word in 'n tabel geplaas. Dit skakel met Hoofstuk 7 waar die verskillende ekwivalente vorme van verteenwoordiging van 'n relasie bespreek is.
- Vergelykings kan opgelos word, maar uitdrukkings kan nie.
- Beklemtoon dat oplossing deur inspeksie 'n baie handige instrument is. Leerders kan gevra word om sinne te skryf oor hoe hulle die proses deur inspeksie doen. Dit is 'n belangrike skakel vir oplossing deur inverse bewerkings te gebruik en om vloediagramme agteruit te doen in die volgende afdeling.
- Leerders moet Aktiwiteit 1 so vinnig as moontlik doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Ons doen reeds Wiskunde vir baie jare, maar ons vergeet soms hoe verwarring die magdom van simbole op 'n Wiskundeblad vir 'n leerder kan wees wat nog nie daarin geslaag het om alles te begryp nie. Dit is nuttig om die vergelykings met vierkante te skryf in plaas van 'n x as die veranderlike. Dit herinner leerders daaraan dat hulle dié werk reeds doen sedert die Grondslagfase. Sodra hulle meer selfvertroue het, verduidelik dat die x die vierkant voorstel vervang wat in laer grade gebruik is. Gee vir leerders nog voorbeeld om aan te werk.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n paar vergelykings met breuke om met inspeksie op te los.

Voorgestelde antwoorde

1 $x = 2$

2 $x = 7$

3 $x = -1$

4 $x = -1$

5 $x = 3$

6 $x = 5$

7 $x = -3$

8 $x = -3$

9 $x = 6$

10 $x = 12$

Die oplos van vergelykings deur inverse bewerkings

Aktiwiteit 2–3 Skryf omgekeerde vloeidiagramme; Los vergelykings op

Leerdersboek bladsy 235–236

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders aan die vloeidiagramme wat hulle in Hoofstuk 7 gebruik het. Gee een of tweewoordelike beskrywings en vra hulle om die vloeidiagramme te skryf. Hersien ook inverse bewerkings en omgekeerde vloeidiagramme.
- Vra leerders om $3x - 11 = 13$ deur inspeksie op te los. Vra hulle om in woorde en sinne te verduidelik hoe hulle dit deur inspeksie opgelos het.
- Vra een of twee leerders om hul verduidelikings op die bord te skryf.
- Vra leerders om die vloeidiagram vir die vergelyking te skryf en onderaan die omgekeerde vloeidiagram.
- Leerders doen Aktiwiteit 2 op hul eie.
- Verbind omgekeerde vloeidiagramme om vergelykings op te los deur inverse bewerkings te gebruik deur Voorbeeld 1 in die Leerdersboek te doen.
- Werk deur Voorbeelde 2 en 3 wat vir leerders die wiskundige denke agter elke stap gee.
- Leerders doen Aktiwiteit 3.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Herinner leerders wat 'n veranderlike is; dat dit net 'n letter is wat gebruik word om 'n getal te verteenwoordig wat ons nog nie weet nie. 'n Veranderlike is gewoonlik die waarde wat ons probeer vind. Indien nodig, gebruik weer vierkante in plaas van veranderlikes totdat leerders meer gemaklik is. Moedig leerders aan om "die stappe deur te praat" aan die onderwyser of 'n maat. Dit sal 'n aanduiding gee oor waar daar probleme is met begrip. Om die stappe hardop uit te spreek, maak Wiskunde ook minder vreemd.

Uitbreiding: Gee nog 'n paar probleme met desimale getalle en breuke om op te los. 'n Paar woordprobleme kan ook vir leerders gegee word om op te los, byvoorbeeld: *Daar is 800 leerders by 'n nuwe skool in 'n area wat baie vinnig groei. Dit lyk asof daar elke dag nog drie nuwe leerders by die skool inskryf. Die skool kan 'n maksimum van 1 200 leerders inneem. Hoe lank sal dit die skool neem om vol te wees as hierdie tendens voortgaan?* Moedig leerders aan om aan al die kompleksiteite hier te dink, byvoorbeeld: drie nuwe leerders op elke skooldag; hoeveel dae in 'n kwartaal?; as daar 800 leerders op 12 Januarie van 'n spesifieke jaar was, op watter presiese dag sal die skool vol wees? Vra hulle om meer kompleksiteite by te voeg en vergelykings te skryf en die vergelykings op te los waar toepaslik.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 2

1 $30 \rightarrow -12 \rightarrow x$

2 $16 \rightarrow -14 \rightarrow \div 3 \rightarrow x$

3 $y \rightarrow -5 \rightarrow \div 7 \rightarrow x$

Aktiwiteit 3

1 $x + 4 - 4 = 11 - 4; x = 7$

2 $x - 5 + 5 = 3 + 5; x = 8$

3 $-3x = -12; \frac{-3x}{-3} = \frac{-12}{-3}; x = 4$

4 $5x + 4 = 19; 5x + 4 - 4 = 19 - 4; 5x = 15; x = 3$

5 $3x - 61 = 19; 3x - 61 + 61 = 19 + 61; 3x = 80; x = \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}$

6 $3x + 2 = 29; 3x + 2 - 2 = 29 - 2; 3x = 27; x = 9$

7 $3x + 6 = -33; 3x + 6 - 6 = -33 - 6; 3x = -39; x = -13$

8 $2x - 25 = 17; 2x - 25 + 25 = 17 + 25; 2x = 42; x = 21$

9 $9x - 7 = -11; 9x - 7 + 7 = -11 + 7; 9x = -4; x = -\frac{4}{9}$

10 $4x + 88 = 91; 4x + 88 - 88 = 91 - 88; 4x = 3; x = \frac{3}{4}$

Vergelykings met uitdrukings wat die onbekende bevat aan beide kante

Aktiwiteit 4 Los vergelykings met die onbekende aan albei kante

Leerdersboek bladsy 236

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders aan die analogie van 'n vergelyking wat soos 'n skaal is. Wat ook al aan die een kant van die skaal gedoen word, moet aan die ander kant gedoen word. Optelling, aftrekking, vermenigvuldiging of deling moet aan beide kante van 'n vergelyking toegepas word om dit in balans te hou.
- As ons vergelykings oplos, is dit verkieslik dat die veranderlike aan die een kant van die vergelyking gehou word en die koëffisiënt van die veranderlike moet 1 wees. Dit word isolering van die veranderlike genoem.
- Met dié doel in gedagte, gebruik leerders inverse bewerkings om veranderlikes na een kant van die vergelyking te beweeg en konstantes na die ander kant.
- Werk deur die voorbeeld, maak seker dat leerders elke stap verstaan. Dit mag nodig wees om 'n addisionele voorbeeld te doen voordat leerders die aktiwiteit op hul eie aanpak.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Probeer om 'n werklike balansskaal te gebruik soos hieronder verduidelik word. 'n Balansskaal kan geleent word van die Natuurwetenskap of Fisiese Wetenskapklasse. Doe'n paar voorbeelde soos hierdie voordat die aktiwiteit aangepak word.

- Draai 'n paar gewigte toe en noem dit x .
- Skrif die vergelyking $3x + 2 = 11$ op die bord. Plaas drie toegedraaide gewigte plus twee gewone gewigte in een pan van die skaal en 11 gewone gewigte in die ander pan van die skaal.
- Verduidelik dat die toegedraaide pakkies die veranderlike, x , verteenwoordig. Drie x gewigte en twee gewone gewigte is ingesit om die 11 gewigte aan die ander kant te balanseer.

Remediëring en uitbreiding vervolg

- 4 Om die vergelyking op te los, moet net een toegedraaide pakkie aan die een kant wees omdat dit sal wys wat daardie veranderlike werd is.
 - 5 Om die skaal gebalanseerd te hou, moet dieselfde ding beide kante gedoen word.
 - 6 Daar moet begin word deur die twee gewigte van die pan met die toegedraaide pakkies weg te neem, maar dan moet dieselfde ook met die ander pan gedoen word.
 - 7 Skryf $3x + 2 - 2 = 11 - 2$ onderaan die vergelyking op die bord.
 - 8 Om een toegedraaide pakkie in plaas van drie te kry, moet daar deur drie aan beide kante gedeel word. (Daar kan ook vermenigvuldig word met $\frac{1}{3}$.)
- Uitbreiding:** Vra leerders hoe die antwoorde gekontroleer kan word. Vra dat hulle mekaar se antwoorde so vinnig as moontlik kontroleer.

Voorgestelde antwoorde

- 1 $5x + 4 = 3x - 10; 5x + 4 - 4 = 3x - 10 - 4; 5x = 3x - 14; 5x - 3x = 3x - 3x - 14$
 $2x = -14; x = -7$
- 2 $3n - 5 = 13 - 6n; 3n - 5 + 5 + 6n = 13 + 5 - 6n + 6n; 9n = 18; n = 2$
- 3 $9p - 2 = 7 + 6p; 3p = 9; p = 3$
- 4 $5q - 2 = q + 4; 4q = 6; q = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$
- 5 $7x - 2 = 2x + 3; 5x = 5; x = 1$
- 6 $8m - 13 = -6m + 7; 14m = 20; m = \frac{20}{14} = 1\frac{3}{7}$
- 7 $4a - 61 = 19 + a; 3a = 80; a = \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}$
- 8 $5a - 3 = 2a + 4; 3a = 7; a = \frac{7}{3}$
- 9 $-2y + 5 = 2y + 9; -4y = 4; y = -1$
- 10 $3x - 4 = 8 - x; 4x = 12; x = 3$
- II $13x + 4 = 5; 13x + 4 - 4 = 5 - 4; 13x = 1; x = \frac{1}{13}$
- 12 $6x + 9 = x + 4; 5x = -5; x = -1$

EENHEID

2

Meer ingewikkeld vergelykings

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 237

Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- oplos van vergelykings met veranderlikes
- oplos van vergelykings wat hakies bevat
- kontrolering van antwoorde van 'n vergelyking

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek; blokkiespapier

Agtergrondinligting

In die vorige eenheid het leerders metodes hersien vir die oplos van vergelykings wat hulle in Graad 8 geleer het. In hierdie eenheid los leerders meer ingewikkelde vergelykings op wat vereenvoudig moet word voordat die veranderlikes na een kant en konstantes na die ander kant beweeg word.

Riglyne vir onderrig

Dit is belangrik dat leerders onthou dat die volgorde van bewerkings in terme van hakies, vermenigvuldiging en deling, en laastens optelling en aftrekking, ook belangrik is by die oplos van ingewikkelde lineêre vergelykings wat verskeie terme en hakies het. Hersiening van die volgorde van bewerkings is dalk nodig asook 'n hersiening van vereenvoudiging van Hoofstuk 8.

Dit is regtig belangrik om goeie wiskundige denke te beklemtoon as leerders na meer ingewikkelde vergelykings beweeg. Die Dink-Doen voorbeeld voorbeeld verskaf die denke wat leerders by elke stap behoort te doen. Verwys leerders terug na hierdie voorbeeld om hul denke te kontroleer as hulle sekere vrae uitdagend vind.

Vereenvoudiging van vergelykings met hakies en baie terme aan beide kante

Vergelyking met hakies aan beide kante

Aktiwiteit I-2

Los moeiliker vergelykings op; Los vergelykings met hakkies beide kante op

Leerdersboek bladsy 238–239

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die volgorde van bewerkings deur 'n paar vinnige voorbeeld op die bord te doen. Anders kan 'n kort 10-punt toets of 'n werkvel opgestel word.
- Werk deur Voorbeeld 1 en 2 in die Leerdersboek. Beklemtoon dat hoewel daar meer terme is, die doel steeds is om die veranderlikes na die een kant te beweeg en dan die koëffisiënt een te maak. Dit word bereik deur inverse bewerkings te gebruik.
- Herinner leerders wat gelyksoortige en ongelyksoortige terme is.
- Leerders doen Aktiwiteit 1.
- Kontroleer leerders se antwoorde van Aktiwiteit 1 voordat voortgegaan word met die les.
- Hoewel leerders vereenvoudiging in Hoofstuk 8 gedoen het, is dit dalk nodig om addisionele oefening vir hierdie baie belangrike wiskundige vaardigheid te verskaf.
- Werk deur Voorbeeld 3 en 4 op die bord.
- Leerders voltooi Aktiwiteit 2 op hul eie in hul oefenboeke.
- Kontroleer dat leerders die minutsteken aan al die terme binne 'n hakie toeken, byvoorbeeld, Aktiwiteit 2, Vraag 2; 3; 6; en so aan.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Hersien weer die grondbeginsels van die inverse bewerkings. Gee vir leerders stadig meer en meer ingewikkelde vergelykings om op te los, byvoorbeeld:

$$\begin{array}{ll} x + 3 = 15 & [\text{Slegs die inverse bewerking van optelling}] \\ 2x + 3 = 15 & [\text{Inverse bewerking van optelling en vermenigvuldiging}] \\ 2x + 3 = x + 15 & [\text{Aparte veranderlikes; versamel aan een kant}] \\ 2x + 3 - x = 4x + x + 15 - x & [\text{Veelvuldige aparte veranderlikes; versamel aan een kant}] \\ 2(x + 3) = 22 & [\text{Vergelykings met hakies}] \end{array}$$

Uitbreiding: Gee vir leerders vergelykings met desimale getalle en breuke om op te los.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 1

- 1 $5x - 4 = 2x + 4x + 2; 5x - 4 + 4 = 6x + 2 + 4; 5x - 6x = 6; -x = 6; x = -6$
- 2 $8x + 3 = 4x - 12 + x; 3x = -15; x = -5$
- 3 $3x - 24 + 2x = 2x + 24; 3x = 48; x = 16$
- 4 $8x - 8 = 5x + 12 - 6x; 9x = 20; x = \frac{20}{9}$
- 5 $3a - 6 + 7a = -5a - 3; 15a = 3; a = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$
- 6 $7b - b = -b - 8 + 2b; 5b = -8; b = -\frac{8}{5}$

Aktiwiteit 2

- 1 $2x - 8 = 3x - 6; -x = 2; x = -2$
- 2 $3x - 3 - x - 3 = 0; 2x = 6; x = 3$
- 3 $2y - 6 = y - 3y - 6; 2y + 2y = 0; y = 0$
- 4 $2a - 2 + 2a + 2 = 0; 4a = 0; a = 0$
- 5 $5y + 10 + 3y - 15 = 9; 8y = 14; y = \frac{7}{4}$
- 6 $3b + 12 = 6b - 6 - 5b + 10; 2b = -8; b = -4$
- 7 $12k - 4 = 11k - 3k + 12; 4k = 16; k = 4$
- 8 $2x - 3x - 3 = 4; -x = 7; x = -7$
- 9 $2(3x + 1) = 3(x - 2); 6x + 2 = 3x - 6; 3x = -8; x = -\frac{8}{3}$
- 10 $-4(2x - 5) = -4x + 10; -8x + 20 = -4x + 10; -4x = -10; x = \frac{5}{2}$
- II $9(3x - 2) = 4(6x + 4); 27x - 18 = 24x + 16; 3x = 34; x = 11\frac{1}{3}$
- 12 $2(x + 3) = 2(11 - x); 2x + 6 = 22 - 2x; 4x = 16; x = 4$

Die toets van oplossings

Aktiwiteit 3

Toets oplossings

Leerdersboek bladsy 241

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Doe 'n vinnige hersiening van substitusie in vergelykings en oplossing.
- Herinner leerders hoe ons optelling kontroleer deur die inverse bewerking te gebruik en net so ook kan deling en vermenigvuldiging gebruik word om antwoorde te kontroleer.
- As ons oplossings van vergelykings kontroleer, vervang ons die waarde in die oorspronklike vergelyking.
- Dit kan gedoen word sonder om die stappe neer te skryf.
- As dit formeel gedoen word, moet leerders die LK-(Linkerkant) en RK-(Regterkant) metode gebruik wat in Voorbeeld 1 in die Leerdersboek getoon word.
- Dit is 'n baie belangrike instrument in Wiskunde en dit moet soveel as moontlik beklemtoon word dat leerders nie net die waarde in beide kante van die vergelyking kan instel nie. Die Linkerkant MOET APART van die Regterkant gedoen word en aan die einde vergelyk word.
- Leerders doen Aktiwiteit 3. Hierdie oefening moet gemerk word as gevolg van die belangrikheid van die kontrolering van antwoorde asook die gebruik van die LK- en RK metode.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders vrae 1a tot 1g doen. Laat hulle enige vrae herhaal wat hulle nie die eerste keer reg gedoen het nie. Kontrolering van antwoorde moet roetine raak.

Uitbreiding: Gee nog 'n paar woordprobleme waar leerders die vergelyking self moet skryf, dit moet oplos en dan hul antwoorde kontroleer deur al die stappe te wys. Vra hulle om saam te werk om te sien hoe hulle hul sakrekenaars gebruik om hul antwoorde te kontroleer.

Voorgestelde antwoorde

I a $7a - 3a = 3a - 3a + 20$

$$\frac{4a}{4} = \frac{20}{4}$$
$$a = 5$$

Kontroleer: LK = $7(5) = 35$

RK = $3(5) + 20 = 35$

∴ LK = RK, dus $a = 5$ is reg

c $1 - 1 + 2x + 5x = 22 - 5x + 5x$

$$\frac{7x}{7} = \frac{21}{7}$$
$$x = 3$$

Kontroleer: LK = $1 + 2(3) = 7$

b $7c - 6 = c + 6$

$$7c - c = c - c + 6$$
$$\frac{6c}{6} = \frac{6}{6}$$
$$c = 1$$

Kontroleer: LK = $7(1) - 6 = 1$

RK = 1

∴ LK = RK, dus $c = 1$ is reg

d $2k = 3k + 4 - 5k$

$$2k + 2k = -2k + 2k + 4$$
$$\frac{4k}{4} = \frac{4}{4}$$
$$k = 1$$

Kontroleer: LK = $2(1) = 2$

$$RK = 22 - 5(3) = 7$$

$\therefore LK = RK$, dus $x = 3$ is reg

e $9x - 5x + 4 - 4 = 5x - 5x + 6 - 4$

$$\frac{4x}{4} = \frac{2}{4}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Kontroleer: $LK = \frac{9}{2} + 4 = 8\frac{1}{2}$

$$RK = \frac{5}{2} + 6 = 8\frac{1}{2}$$

$\therefore LK = RK$, dus $x = \frac{1}{2}$ is reg

$$RK = 3(1) + 4 - 5(1) = 2$$

$\therefore LK = RK$, dus $k = 1$ is reg

f $2y - 3y - 8 + 8 = 3y - 3y - 6 + 8$

$$-y = 2$$

$$y = -2$$

Kontroleer $LK = 2(-2) - 8 = -12$

$$RK = 3(-2) - 6 = -12$$

$\therefore LK = RK$, dus $y = -2$ is reg

Review Copy

g $2a - 6 = a - 3a - 6$
 $2a + 2a - 6 + 6 = -2a + 2a - 6 + 6$
 $\frac{4a}{4} = \frac{0}{4}$
 $a = 0$
 kontroleer: $LK = 2(0) - 6 = -6$
 $RK = 0 - 3(0) - 6 = -6$
 $\therefore LK = RK$, dus $a = 0$ is reg

- 2** Kontroleer: $LK = 8 - 1 = 7$
 $RK = 5 - 4(1) + 6 = 7$
 \therefore Mseni is reg

- 3** Kontroleer: $LK = 2(10) = 20$
 $RK = 20 - 3(10) - 10 = -20$
 $\therefore LK \neq RK$ dus is haar oplossing verkeerd.

EENHEID

3

Vergelykings met breuke

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Oplos van vergelykings wat breuke bevat

Hulpronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Leerdersboek bladsy 242

Voorgestelde tydstoekening: 1 uur

Agtergrondinligting

Leerders het gewone breuke in Hoofstuk 4 hersien en het breuke sedert die Intermediêre Fase gebruik. Die vorige eenhede het die oplos van lineêre vergelykings van wisselende kompleksiteit gedek. In hierdie stadium word die vergelykings meer ingewikkeld gemaak deur koëffisiënte in te sluit wat rasionale getalle insluit.

Riglyne vir onderrig

Aangesien so baie leerders steeds breuke baie uitdagend vind, word dit aangeraai om die vier bewerkings te hersien deur breuke te gebruik. Maak seker dat leerders vertroud is met die KGV en hoe om dit numeries te bereken voordat veranderlikes in die tellers ingesluit word.

Beklemtoon weereens die belangrikheid van goeie wiskundige denke as hierdie vergelykings opgelos word. Vinnige metodes is soms goed op 'n minder ingewikkeld vlak, maar as breuke betrokke is, moet leerders seker maak dat nog 'n paar stappe gedoen word om akkuraatheid te verseker.

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling met breuke. Vra leerders om die hersieningsoefening aan die einde van Hoofstuk 4 weer te doen om hul geheue te verfris, en/of verskaf soortgelyke vrae vir hulle om te doen.
- Werk deur die uitgewerkte voorbeelde op die bord. Voorbeeld 1 begin met optelling waar die noemers almal dieselfde is. Voorbeeld 2 kyk na verskillende noemers insluitende die optelling van telgetalle met breuke. Voorbeeld 3 toon 'n effens meer ingewikkeld breuk.
- Beklemtoon dat sodra die vergelykings geskryf kan word deur tellers te gebruik, die beginsels vir die oplos van die vergelykings dieselfde is as wat leerders reeds geoefen het in die res van die hoofstuk.
- Leerders doen Aktiwiteit 1 op hul eie.
- Gee vir leerders individuele terugvoer deur hierdie aktiwiteit te merk en te korrigeer.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Hierdie aktiwiteit toets regtig leerders se begrip van getalle en van wiskundige vaardighede wat goed gevëstig moet wees. Maak seker dat leerders elke stap neerskryf. As die oefeninge gemerk word, identifiseer basiese foute en korrigeer foute wat voortdurend gemaak word in hul basiese begrip van die werk.

Uitbreiding: Moedig leerders aan om die stappe met hoofrekene te doen, maar hulle moet hul antwoorde kontroleer en seker maak dat hulle nie te groot sponse neem nie.

Voorgestelde antwoordde

$$1 \quad \frac{x}{2} = 4 \\ x = 8$$

$$2 \quad \frac{x}{2} - 4 = 6 \\ x = 20$$

$$3 \quad -\frac{x}{3} + 1 = 3 \\ x = -6$$

$$4 \quad \frac{2}{3}p + 6 = 22 \\ p = \frac{3}{2} \times 16 \\ p = 24$$

$$5 \quad \frac{2}{5}n - 2 = \frac{2}{5}n + 4 \\ \text{geen waarde van } n \text{ sal hierdie vergelyking bevredig nie.}$$

$$6 \quad \frac{1}{3}x - \frac{5}{3} = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}; x = 2$$

Meer ingewikkelde vergelykings met breuke

Aktiwiteit 2 Los meer ingewikkelde vergelykings met breuke op

Leerdersboek bladsy 244

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders hoe om die KGV te vind.
- Werk deur die stap-vir stap uitgewerkte voorbeeldie in die Leerdersboek.
- Maak seker dat leerders hierdie voorbeeldie goed verstaan voordat Aktiwiteit 2 aangepak word.
- Indien nodig, doen nog voorbeeldie op die bord.
- Laat leerders saam met 'n maat werk vir die eerste drie of vier vrae voordat hulle die res van die vrae op hul eie doen.
- Herinner leerders om hul stappe hardop vir hul maat, te sê terwyl hulle saamwerk. Hulle kan mekaar se begrip op hierdie manier kontroleer en mekaar dus korrigeer indien moontlik, of vir hulp vra.
- Korrigeer leerders se werk en laat hulle die vrae oordoen wat hulle verkeerd het.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker leerders verstaan elke stap van die Dink-Doen uitgewerkte voorbeeldie. Laat hulle die stappe uitskryf vir nog twee of drie berekeninge.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n paar voorbeeldie met veranderlikes in die noemers om hul begrip te toets. Maak seker dat hulle hul antwoorde kontroleer.

Voorgestelde antwoorde

$$1 \quad \frac{x}{7} = \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$$

$$2 \quad \frac{1-x}{2} = \frac{x+2}{3}$$

$$3 - 3x = 2x + 4 \\ x = -\frac{1}{5}$$

$$3 \quad \frac{x+1}{2} = \frac{x}{3}$$

$$3x + 3 = 2x \\ x = -3$$

$$4 \quad \frac{2x-1}{7} = \frac{2x}{5}$$

$$10x - 5 = 14x$$

$$-4x = 5$$

$$x = -\frac{5}{4}$$

$$5 \quad \frac{x+1}{2} = \frac{2x-3}{3}$$

$$3x + 3 = 4x - 6$$

$$-x = -9$$

$$x = 9$$

$$6 \quad \frac{1}{2}(3x+1) + \frac{1}{3}(2x+10) = 0$$

$$9x + 3 + 4x + 20 = 0$$

$$13x = -23$$

$$x = -\frac{23}{13}$$

$$7 \quad \frac{3x-4}{4} - \frac{3x-2}{2} = 2$$

$$3x - 4 - 6x + 4 = 8$$

$$-3x = 8$$

$$x = -\frac{8}{3}$$

$$8 \quad \frac{x+3}{4} - \frac{x-2}{8} = \frac{x}{2} + 1$$

$$2x + 6 - x + 2 = 4x + 8$$

$$-3x = 0$$

$$x = 0$$

Gebruik van vergelykings om probleme op te los

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Probleme met getalle
- Probleme wat ouerdom behels
- Probleme wat meetkunde behels
- Probleme wat formules behels.

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Leerdersboek bladsy 245

Voorgestelde tydstoekening: 1 uur

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders hersiening gedoen oor die opstel van vergelykings om probleemsituasies te beskryf. Dit is 'n baie belangrike aspek van Wiskunde. Opstel van vergelykings om probleemsituasies te beskryf word voortgesit in Graad 9.

Riglyne vir onderrig

Probleemoplossing is 'n grondbeginsel van wiskunde sedert Wiskunde-onderrig begin is. 'n Probleem is nie 'n probleem as dit roetine raak om dit op te los nie – dit is dan 'n oefening. Met dit in gedagte, neem leerders met hierdie eenheid oor probleemoplossing deur stappe wat die proses van probleemoplossing minder van 'n probleem maak en meer van 'n oefening.

Probleme word in vier verskillende tipes verdeel om dit makliker te maak om die unieke kenmerke van elke tipe te herken. Dit is probleme wat getal, ouerdom, meetkunde en formules behels.

Verskeie voorbeelde word gebruik om te wys hoe om vergelykings te skep om woordprobleme op te los. Dit is dikwels moeilik vir leerders om die belangrike inligting van 'n woordprobleem te onttrek. Selfs leerders wat baie goed is met Wiskunde, skram weg van woordprobleme.

Onlangse studies haal beplanning en kontrolering aan as noodsaaklike vaardighede vir die probleemoplosser. Help leerders om te vorder deur 'n probleem te beplan. Selfvertroue word gebou deur sukses te behaal en dit bou self-geloof wat ook 'n sleutelkenmerk van 'n goeie probleemoplosser is.

Die opstel van 'n vergelyking; Probleme met getalle

Aktiwiteit 1

Los probleme op wat getalle behels

Leerdersboek bladsy 246

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die stappe wat in die Leerdersboek gegee word om woordprobleme op te los.
- Vra leerders om 'n geheuebrug van die sleutelwoorde te ontwerp om hulself te herinner, byvoorbeeld,
LILVS: L Lees
I Identifiseer
L Laat die bedrag x wees
V Vergelyking
L Los op
- Moedig leerders aan om 'n beter geheuebrug te kry wat vir hulle meer betekenis het.
- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld.
- Laat leerders in pare werk om Aktiwiteit 1 te doen. Hulle moet sorg dat hulle die stappe volg en die woordprobleem in 'n vergelyking omskep.
- Bespreek elke probleem met hulle as daar tyd is.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Hou die probleme aanvanklik eenvoudig sodat leerders gewoond raak om die stappe te volg en selfvertroue opbou.

Uitbreiding: Gebruik vorige Olimpiade-eksamenvraestelle vir leerders om hul vaardighede te slyp. Die adres vir die Suid-Afrikaanse Wiskundestigting is reeds in Hoofstuk 8 gegee.

Voorgestelde antwoorde

- Laat x die getal wees. $2(x + 10) = 28; 2x + 20 = 28; 2x = 8; x = 4$
Die getal is 4.
- Laat x die getal wees. $2(x - 8) = 4x; 2x - 16 = 4x; -2x = +16; x = -8$
Die getal is -8.
- Laat x die getal wees. $\frac{1}{4}(7 + x) = 22 - 2x; \frac{7}{4} + \frac{x}{4} = 22 - 2x; 7 + x = 88 - 8x; 9x = 81$
 $x = 9$. Die getal is 9.

Probleme wat ouderdom behels

Aktiwiteit 2

Oplos van probleme wat ouderdom behels

Leerdersboek bladsy 247

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld.
- Herinner hulle om die stappe by elke voorbeeld te volg (LILVS in die geheuebrug

wat hier voorgestel is).

- Dit is 'n goeie idee om die veranderlike aan die jongste ouderdom toe te ken wanneer hierdie probleme gedoen word. Dit verhoed breuke wat altyd bietjie moeiliker is as wanneer telgetalle gebruik word.
- Laat leerders die aktiwiteit op hul eie doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Een van die maniere om probleemoplossing 'n oefening te maak en nie 'n probleem nie, is deur oefening. Probleemoplossing behoort op 'n gereelde basis deur die jaar gedoen te word sodat dit roetine word.

Uitbreiding: Daag leerders uit om 'n paar probleme van hul eie te ontwerp. Moedig hulle weereens aan om soveel as moontlik van die Wiskunde Olimpiade-tipe vrae te doen. Dikwels kan dit sonder vergelykings opgelos word, maar dit is steeds uitstekende oefening vir die proses van probleemoplossing.

Voorgestelde antwoorde

1 Laat die aantal jare = x

$$32 + x = 3(8 + x)$$

$$32 + x = 24 + 3x$$

$$8 = 2x$$

$$x = 4$$

Oor vier jaar.

2 Laat die seun se ouderdom = x

$$5x - x = 36$$

$$4x = 36$$

$$x = 9$$

Die seun is nou nege jaar oud.

Probleme wat meetkunde behels

Aktiwiteit 3

Los probleme op wat meetkunde behels

Leerdersboek bladsy 248

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien omtrek en oppervlakte en hul formules voordat met hierdie aktiwiteit oor probleemoplossing begin word.
- Herinner leerders ook kortlik aan die som van die binnehoeke van driehoeke. Hulle het nie hierdie werk gedoen sedert Graad 8 nie en mag dalk hersiening nodig hê.
- Algebra word nie net gebruik in die algebra-afdeling van die Wiskunde-handboek nie, maar in alle afdelings. Beklemtoon hierdie feit as meetkundeprobleme behandel word. Verduidelik vir leerders hoe belangrik dit is dat hulle die vaardighede wat in Algebra behandel word, bemeester, sodat hulle uitstekend kan vaar in alle afdelings van Wiskunde.
- Laat leerders die geheuebrug van probleemoplossing gebruik om deur die voorbeeld te werk en dan Aktiwiteit 3 op hul eie te doen.

Remediëring en uitbreiding

Gee 'n paar addisionele vrae vir leerders om te oefen.

Voorgestelde antwoorde

1 $3x + 2x + x + 30^\circ = 180^\circ$

$$6x = 150^\circ$$

$$x = 25^\circ$$

2 $2(3x + 1 + 2x) = 22$

$$6x + 2 + 4x = 22$$

$$10x = 20$$

$$x = 2$$

Lengte van reghoek = $3x + 1 = 3(2) + 1 = 7$ cm

Breedte van reghoek = $2x = 2(2) = 4$ cm

3 $x + x + 3 + 4 + 7 = 26$

$$2x + 14 = 26$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$
 cm

Die ontbrekende sye is 6 cm lank.

Probleme wat formules behels

Aktiwiteit 4

Los probleme op wat formules behels

Leerdersboek bladsy 249

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik wat 'n formule is as dit met 'n vergelyking vergelyk word, soos beskryf in die Leerdersboek.
- Werk deur die voorbeeld oor spoed, afstand en tyd wat in die Leerdersboek gegee word.
- Moedig leerders aan om die stappe vir probleemoplossing te volg.
- Doen 'n addisionele voorbeeld of twee indien nodig, om seker te maak dat leerders die selfvertroue het om die aktiwiteit op hul eie aan te pak.
- Leerders doen die aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Leerders moet in staat wees om die woorde na wiskundige taal om te skakel. Moedig leerders aan om 'n vergelyking neer te skryf en nie net 'n antwoord met hoofrekene uit te werk nie. Hulle sal hierdie vaardigheid nodig hê in die hoër grade. As hulle sukkel om 'n vergelyking te vorm, vra hulle om terug te gaan na die lys wat hulle in Hoofstuk 8 gemaak het.

Uitbreiding: Hou 'n paar uitdagende probleme op kaarte of werkvelle byderhand.

Dit kan regdeur die jaar vir leerders gegee word sodat hulle kan aanhou om hul probleemoplossingsvaardighede te slyp.

Voorgestelde antwoorde

1 $S = 3 \text{ km/h}$

2 a $F = \frac{9}{5}(72) + 32 = 161,6^\circ\text{F}$

b $97 = \frac{9}{5}C + 32$
 $485 = 9C + 160$
 $9C = 325$
 $C = 36,1^\circ\text{C}$

3 a $V = A \times h$
 $45,54 = 2,3 \times 3,6 \times h$
 $h = 5,5$

4 $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(30)^3 = 113\ 097,34 \text{ cm}^3$

b $V = A \times h = 8 \times 3,5 \times 4 = 112$

Hoofstuk 9 Hersiening

Leerdersboek bladsy 250

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is gaan voordat die hersieningsaktiwiteit aangepak word. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesseer, en om te kyk of enige remedièreng dalk nodig is.

Voorgestelde antwoorde

1 a $x - 5 + 5 = 8 + 5$

b $\frac{-2x}{2} = \frac{6}{2}$
 $x = -3$

c $x \times \frac{3}{3} = 5 \times \frac{3}{1}$
 $x = 15$

2 a $2x + 3 - 3 = 9 - 3$

b $\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$
 $x = 3$

c $3 - 3 - x = -2 - 3$
 $\frac{-x}{-1} = \frac{-5}{-1}$
 $x = 5$

d $3a - 7a + 5 - 5 = 7a - 10 - 5$
 $\frac{-4a}{-4} = \frac{-15}{-4}$
 $a = \frac{15}{4}$

e $3b - b + 2 - 2 = b - b + 5 - 2$
 $\frac{2b}{2} = \frac{3}{2}$
 $b = \frac{3}{2}$

3 a $3x - 4x - 12 + 12 = 4x + 28 + 12$

$-x = 40$
 $x = -40$

b $a - a - 5 = 3a + 2$
 $-3a - 5 + 5 = 3a - 3a + 2 + 5$

$-3a = 7$
 $a = -\frac{7}{3}$

c $27x - 18 = 21x + 18$
 $6x = -36$
 $x = -6$

4 $-3b - 4b - 2 + 2 = 4b - 4b - 16 + 2$

$$\frac{-7b}{-7} = \frac{-14}{-7}$$
$$b = 2$$

Kontroleer: LHS = $-3(2) - 2 = -8$

RHS = $4(2) - 16 = -8$

LHS = RHS $\therefore b = 2$ is korrek

5 a $\frac{3 \times 3}{7 \times 3} = \frac{y \times 7}{3 \times 7}$ (LCD = 21)

$$\frac{9}{7} = \frac{7y}{7}$$

$$y = \frac{9}{7}$$

b $3\frac{y-3}{4 \times 3} = 2\frac{2y+5}{6 \times 2}$ (LCD = 12)

$$3y - 4y - 9 + 9 = 4y - 4y + 10 + 9$$

$$-y = 19$$

$$y = -19$$

6 Laat die kleinste getal = x

$$x + x + 1 + x + 2 = 108$$

$$3x + 3 = 108$$

$$3x = 105$$

$$x = 35$$

Die getalle is 35, 36 en 37.

7 a Laat dienste = y en die aantal tafels = x

$$y = 125 + 25x$$

b $425 = 125 + 25x$

$$300 = 25x$$

$$x = 12$$

8 Laat die breedte = x

$$2(x + 5 + x) = 38$$

$$2(2x + 5) = 38$$

$$4x + 10 = 38$$

$$4x = 28$$

$$x = 7$$

Lengte = $x + 5 = (7) + 5 = 12$ cm

Breedte = $x = 7$ cm

q Afstand = spoed \times tyd = $90 \times 5 = 450$ km

Spoed = = 112,5 km/h



1 Los die volgende probleme op.

- a 'n Motor beweeg teen 30 m/s. Hoe ver sal dit in $1\frac{1}{4}$ h beweeg?
b Jy leen R800 teen 5% p.j. saamgestelde rente. Hoeveel skuld jy na 3 jaar?

2 Bereken:

a $-24(-20 + 5) \div 5(-3) + 14(-2 + 3)$ b $(-4)2 - (-3 - (-2))$

c $(-50 \div -5) \times 6$ d $\sqrt[3]{216} \div \sqrt{144}$

3 a Bereken: $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8}$

b Skryf $\frac{39}{60}$ as 'n desimale breuk en as 'n persentasie.

c Bereken:

(i) $\frac{15}{36} \times \frac{6}{5}$ (ii) $\frac{4}{7} \div \frac{8}{49}$

d Bereken: $1\frac{2}{3} \times 2\frac{3}{4} - 3\frac{5}{8}$

4 Bereken sonder om 'n sakrekenaar te gebruik.

a $24,7 + 2,47$ b $37,39 - 3,739$ c $19 \times 26,3$

d $41 \times 5,78$

g $\sqrt[3]{0,125}$

e $56 \div 3,2$

h $0,8(0,6 \div 0,06)$

f $7,5 \div 1,25$

i $(0,12)^2$

5 Bereken die volgende.

a $3^2 \times 2^3$

c $(2^3)^2$

e $(4^5 \times 5^4)^0$

b $5^9 \div 5^7$

d $(-4 \times 5^2)^3$

f $(6,5 \times 10^{12}) \div (1,3 \times 10^6)$

6 Skryf in wetenskaplike notasie:

a $4\ 173\ 800$ b $0,000652$

7 Vir ry A: 2; 5; 8; 11; ... en ry B: 2; 4; 8; 16; ..., bepaal die volgende.

a Die algemene term vir T_n .b Die waarde van T_6 .

c Die posisie van die term met die waarde 512.

8 Kyk na die tabel hieronder.

x	-2	-1	0	1	2	79	n
y	-7	-5	-3	-1	1	m	79

a Bepaal die vergelyking wat die verwantskap tussen x en y beskryf.

b Gebruik die vergelyking om die waardes van m en n te bepaal.

c Vereenvoudig.

a $-4(x^3 - x) + x(1 - x^2)$

d $\frac{12x^4 - 15x^3 + 3x(-2x)}{3x^2}$

b $(x - 6)(x + 7)$

e $\sqrt{16x^2 + 9x^2}$

c $(2x - 5)^2$

f $\sqrt[3]{(27x^6)} - \sqrt{(16x^4)} + x^2$

10 Los op vir x.

a $2^x = 64$

d $7(x + 1) - 2 = 4(x + 5)$

b $3^{x-4} = 1$

e $\frac{x}{4} + \frac{x}{3} - 5 = \frac{x}{6}$

c $3(7x - 2) = 120$

f $\frac{2(3x-7)}{5} = 8$

Toets I Memorandum

1 a 162 km
b R926,10

2 a -10
b -7
c 60
d $\frac{1}{2}$

3 a $\frac{5}{8}$
b 0,65; 65%
c (i) $\frac{1}{2}$
(ii) $\frac{7}{2}$
d $\frac{23}{24}$

4 a 27,17

d 236,98

g 0,5

5 a 72

d $-1\ 000\ 000$

6 a $4,1738 \times 10^6$

7 Ry A:

a $T_n = 3n - 1$

Ry B:

a $T_n = 2n$

8 a $y = 2x - 3$

q a $-5x^3 + 5x$

d $4x^2 - 5x - 2$

10 a $x = 6$

d $x = 5$

b 33,651

e 17,5

h 8

b 25

e 1

b $6,52 \times 10^{-4}$

b $T_6 = 17$

b $T_6 = 64$

b $m = 155; n = 41$

b $x^2 + x - 42$

e $5x$

b $x = 4$

e $x = 12$

c 499,7

f 6

i 0,0144

c 64

f $5\ 000\ 000$

c $n = 171$

c $n = 512$

c $4x^2 - 20x + 25$

f 0

c $x = 6$

f $x = 9$

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 251 tot 271

Voorgestelde tydstoekening: 9 uur

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:**Eenheid 1 Hersiening: Konstruksies van lyne en hoeke**

4,5 uur

Die hersiening van woordeskat oor lyne en hoeke

Die konstruksie van lyne en hoeke

Die konstruksie van spesiale hoeke: 90° , 45° , 60° en 30° **Eenheid 2 Hersiening: Eienskappe van meetkundige figure**

4,5 uur

Die hersiening van woordeskat oor meetkundige figure

Ondersoek eienskappe van driehoekse

Ondersoek voorwaardes vir driehoekse om kongruent te wees

Ondersoek voorwaardes vir driehoekse om gelykvormig te wees

Ondersoek eienskappe van vierhoeke

Ondersoek eienskappe van veelhoeke (poligone)

*Hoofstukhersiening***Hersiening: Konstruksies van lyne en hoeke****Eenheidsoorsig**

Leerdersboek bladsye 252

Voorgestelde tydstoekening: 4,5 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- die konstruksie van lyne en hoeke
- die meting van die lengtes van reguit lyne
- die meting van hoeke
- die konstruksie van regte hoeke
- die konstruksie van spesiale hoeke: 90° , 45° , 60° .

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; wiskunde-instrumente (liniaal, gradeboog, uitveér, skerp potlood, pen)

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders die volgende gedoen:

- Reguit lyne met behulp van 'n liniaal en 'n skerp potlood gekonstrueer
- Lynsegmente vanaf die beginpunt tot by die eindpunt in millimeter (mm) of sentimeter (cm) gemeet
- 'n Gradeboog gebruik om hoeke in grade ($^{\circ}$) te meet
- 'n Passer gebruik om sirkels, boë (dele van sirkels), loodlyne en spesiale hoeke te teken
- Loodlyne gekonstrueer
- Ewewydige lyne gekonstrueer

Hierdie eenheid hersien hierdie basiese konstruksies.

Riglyne vir onderrig

Die konstruksie van meetkundige figure is fundamenteel in die vestiging van natuurlike eienskappe van meetkundige figure. Deur meetkundige figure te konstrueer, ontdek die leerders wiskundige verwantskappe wat eeue gelede deur die eerste wiskundiges ontdek is. Leer deur ontdekking vestig 'n waardering en liefde vir meetkunde by die leerders. Ons moet beklemtoon dat konstruksies nie wiskundige bewyse is nie, maar 'n bekratiging daarvan dat 'n wiskundige verwantskap bestaan. Aangesien die leerders die meeste van die konstruksies in hierdie eenheid in vorige grade gedoen het, is hierdie eenheid 'n belangrike hersiening-inleiding en dien dit die doel van hersiening en konsolidasie van hierdie belangrike vaardighede en konsepte. Maak seker dat al die nodige toerusting beskikbaar is, óf vir die leerders om op hul eie daarmee te werk, óf in pare of klein groepe. Sorgvuldige beplanning is nodig om te verseker dat alle leerders in 'n paar of in 'n klein groep die konstruksies op 'n rotasiebasis doen.

Die hersiening van woordeskat oor lyne en hoeke

Aktiwiteit I

Hersien woordeskat oor lyne en hoeke

Leerdersboek bladsy 252

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die leerders behoort vertrouyd te wees met die woordeskat wat in hierdie aktiwiteit hersien word. Vra hulle om vraag 1 op hul eie te beantwoord en bespreek dan die antwoorde as 'n klas.
- Maak deurgaans en doelbewus gebruik van die woordeskat in vraag 1 deur die Aktiwiteit, en kontroleer die leerders se begrip daarvan. Weet hulle wat loodreg beteken? Wanneer die opdrag lui "Konstrueer 'n boog", weet hulle wat om te doen? Wanneer die instruksie lui "Teken 'n loodregte halveerlyn", weet hulle wat van hulle verwag word?
- Vra die leerders om vraag 2 op hul eie te voltooi en bespreek dan die antwoorde as 'n klas.

Remediëring en uitbreiding

Sommige leerders mag addisionele verduideliking verlang vir woorde wat hulle nie meer so goed onthou nie. Hersien hierdie woorde aan die begin van elke les om seker te maak dat leerders ken en verstaan die woordeskot. Gebruik ook, soos hierbo verduidelik, doelbewus die woordeskot in Aktiwiteit 1 deurgaans deur hierdie hoofstuk en kontroleer hulle begrip daarvan.

Voorgestelde antwoorde

- 1
 - a Reguit lyn: die kortste afstand tussen twee punte. Verduidelik vir die leerders dat ander lyne tussen hierdie twee punte geboë lyne sou wees.
 - b Straal: 'n reguit lyn wat vanaf 'n punt uitgaan.
 - c Lynstuk: 'n lyn wat 'n beginpunt en 'n eindpunt het.
 - d Lengte: die meting langs 'n lyn of kromme
 - e Snydende lyne: lyne wat mekaar kruis. Die punt waar hulle kruis, word die snyding genoem.
 - f Loodregte lyne: lyne wat mekaar teen 90° ontmoet.
 - g Ewewydige lyne: lyne wat oral ewe ver van mekaar af is; hulle kruis mekaar nooit.
 - h Snylyn: 'n reguit lyn wat 'n gegewe stel van twee of meer reguit lyne sny.
 - i Loodlyn: 'n lyn wat 'n ander reguit lyn reghoekig ontmoet.
 - j Middelloodlyn: 'nloodlyn wat 'n lynsegment in twee ewe groot dele sny.
 - k Halveerlyn van 'n hoek: 'n lyn wat 'n hoek in twee ewe groot hoeke verdeel.
 - l Boog: deel van die omtrek van 'n sirkel
- 2
 - a Hoek: 'n hoeveelheid rotasie (draaiing) gemeet in grade.
 - b Skerphoek: 'n hoek waarvan die grootte tussen 0° en 90° is.
 - c Regte hoek: 'n hoek waarvan die grootte tussen 90° en 180° is.
 - d Gestrekte hoek: 'n hoek waarvan die grootte 180° is.
 - e Inspiringe hoek: 'n hoek waarvan die grootte tussen 180° en 360° is.
 - f Omwenteling: 'n hoek waarvan die grootte 360° is.
 - g Aanliggende hoeke: hoeke wat langs mekaar lê (met een gemeenskaplike been).
 - h Komplementêre hoeke: twee hoeke wat saam 90° is.
 - i Supplementêre hoeke: twee hoeke waarvan die som 180° is.
 - j Verwisselende hoeke: hoeke wat tussen twee ewewydige lyne aan teenoorgestelde kante van die snylyn lê.
 - k Ooreenkomsstige hoeke: hoeke wat in dieselfde posisie aan dieselfde kant van die snylyn lê.
 - l Ko-binnehoeke: hoeke wat tussen twee lyne aan dieselfde kant van die snylyn lê.

Die konstruksie van lyne en hoeke

Konstrueer en meet 'n reguit lyn; Meet 'n gestrekte hoek (hoek op 'n reguit lyn); Meet 'n hoek waar twee snydende lyne kruis; Konstrueerloodregte lyne; Konstrueer ewewydige lyne

Aktiwiteit 2

Konstrueer lyne en hoeke

Leerdersboek bladsy 255

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die leerders werk deur die stappe vir elke konstruksie in die Leerdersboek. Hulle behoort hierdie konstruksies in Graad 7 en Graad 8 te gedoen het, dus behoort dit

- hersiening van hierdie basiese vaardighede te wees. Dit is egter belangrik dat die leerders al die konstruksies doen, en dat jy met 'n eenvoudige konstruksie begin om leerders van alle vermoëns aan te moedig om betrokke te raak.
- Laat die leerders in pare of klein groepe werk sodat hulle, indien nodig, instrumente kan deel. Dit sal afhang van die grootte van die klas en die beskikbaarheid van hulpbronne. Maak seker dat hulle die toerusting, veral passers, veilig gebruik. Stap rond in die klaskamer terwyl hulle met die konstruksies besig is ten einde hierna op te let, asook om hul vordering te monitor en hulp te verleen, waar nodig.
 - Gebruik doelbewus die woordeskat wat in die Riglyne vir onderrig hierbo behandel is.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Verdere verduideliking en demonstrasie mag nodig wees, asook addisionele oefening-Aktiwiteit, veral met die gebruik van die konstruksie-instrumente (liniale, passers en gradeboë).

Uitbreiding: Leerders mag in pare werk om soortgelyke konstruksies vir hul maats uit te dink.

Voorgestelde antwoorde

Kontroleer die konstruksies van die leerders om seker te maak dat hulle verstaan het wat van hulle verwag was en dat hulle die opdragte korrek voltooi het.

Die konstruksie van spesiale hoeke: 90° , 45° , 60° en 30°

Konstrueer 'n regte hoek (90°) deur 'n gestrekte hoek te halveer; Konstrueer 'n hoek van 45° deur 'n reghoek te halveer; Konstrueer 'n hoek van 60° deur 'n gelyksydige driehoek te teken; Konstrueer 'n hoek van 30° deur 'n hoek van 60° te halveer

Aktiwiteit 3 Konstrueer hoeke sonder om 'n gradeboog te gebruik

Leerdersboek bladsy 257

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hierdie aktiwiteit bou voort op die vorige aktiwiteit. Begin deur aan die leerders te demonstreer hoe om 'n passer te gebruik om 'n sirkel of boog te trek, of laat 'n leerder dit aan die klas demonstreer.
- Hersien hoe om 'n hoek van 180° met behulp van 'n passer te halveer. Beklemtoon die woord *halveer* en maak seker dat hulle die tegniek van die halvering van 'n reguitlyn baasgeraak het voordat hulle voortgaan om 'n regte hoek te halveer. Basies word dieselfde tegniek gebruik om hoeke te halveer.
- Die konstruksie van 'n gelyksydige driehoek met 'n passer is nog 'n taak wat die leerders moeilik mag vind as hulle nie behoorlike leiding kry nie. Doen 'n paar demonstrasies, indien nodig, om seker te maak dat die leerders die proses en die korrekte gebruik van die toerusting onder die knie kry ten einde akkurate konstruksies te verseker. Laat een of twee leerders met hul eie demonstrasies opvolg.
- Die leerders vind dit baie interessant om te ontdek dat, ongeag die grootte van die gelyksydige driehoek wat hulle teken, elke binnehoek presies 60° is. Indien daar

tyd is, laat hulle ten minste twee of drie oefenrondtes doen voordat hulle die formele konstruksies doen. Hoe meer die leerders oefen om hoeke te konstrueer, hoe meer gemaklik en seker sal hulle wees om hierdie konstruksies te doen. Dit sal help om hulle begrip van die stap-vir-stap-proses te vestig.

Remediëring en uitbreiding

Help elke groep, soos benodig. Sodra al die leerders 'n gelyksydige driehoek maklik kan konstrueer, kan hulle voortgaan en die tegnieke vir die halvering van 'n hoek gebruik om hoeke van 30° te konstrueer.

Voorgestelde antwoorde

Die doel van hierdie aktiwiteit is om die vaardigheid wat nodig is vir die konstruksie van hoeke te ontwikkel. Kontroleer die leerders se konstruksies en gee terugvoering.

EENHEID

2

Hersiening: Eienskappe van meetkundige figure

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 258

Voorgestelde tydstoekening: 4,5 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Akkurate en behoorlike konstruksie van meetkundige figure deur 'n passer, liniaal en gradeboog te gebruik, insluitend die halvering van die hoeke van 'n driehoek
- Die konstruksie van hoeke van 45° , 30° , 60° en hulle veervoude sonder om 'n gradeboog te gebruik
- Die ondersoek na die eienskappe van meetkundige figure deur konstruksie
- Die ondersoek na die hoeke in 'n driehoek, met die klem op die verwantskap tussen die buitehoek van 'n driehoek en sy binnehoeke
- Die ondersoek, deur middel van konstruksie, na die minimum voorwaardes vir twee driehoekte om kongruent te wees
- Die ondersoek, deur middel van konstruksie, van die sye, hoeke en hoeklyne van vierhoeke, met die klem op hoeklyne van reghoeke, vierkante, parallelogramme, ruite en vlieërs
- Die ondersoek, deur middel van konstruksie, na die som van die binnehoeke van veelhoeke.

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; wiskunde-instrumente (liniaal, gradeboog, uitveér, skerp potlood, pen, ens.)

Agtergrondinligting

Die leerders behoort vertroud te wees met die meetkundige figure wat in hierdie eenheid behandel gaan word. In Graad 9 is die fokus op die ondersoek van die eienskappe van

driehoeke en ander veelhoeke deur middel van konstruksie.

Konstruksies verskaf 'n nuttige konteks vir die ondersoek na of konsolidasie van hoeke en vorms.

Die konstruksie van spesiale hoeke sonder die gebruik van 'n gradeboog word gedoen deur:

- die halvering van 'n regte hoek om 45° te kry
- die teken van 'n gelyksydige driehoek om 60° te kry
- die halvering van die hoeke van 'n gelyksydige driehoek om 30° te kry.

Riglyne vir onderrig

Die doel van hierdie eenheid is om die leerders die kans te gee om die meetkundige figure te ondersoek en hul eienskappe te ontdek, alvorens die eienskappe formeel geformuleer word.

Hierdie eenheid vereis dus die toepassing van die praktiese vaardighede van konstruksie wat in die eenhede in die vorige aktiwiteit verwerf is.

"Ontdekte" eienskappe sal aanleiding gee tot formele definisies van meetkundige figure en hul eienskappe. Dit is belangrik dat die leerders aktief by die proses betrokke is en dat hulle toegelaat word om deur die stappe in elke ondersoek in hierdie eenheid te werk, ten einde hulle in staat te stel om die eienskappe van figure deur praktiese ondersoek te ontdek.

In latere hoofstukke gaan die leerders hierdie formele definisies en eienskappe van veelhoeke gebruik om meetkundige probleme op te los.

Maak seker dat alle konstruksie-toerusting byderhand is en dat die leerders maklike toegang daartoe het (hetsy individueel of in klein groepe/pare).

Maak seker dat die leerders bevoeg en gemaklik is met die gebruik van 'n passer en weet hoe om hoeke met 'n gradeboog te meet en af te lees. Hersien die konstruksie van hoeke, indien nodig, voordat die leerders met die nuwe konstruksie aangaan. Begin met die konstruksie van lyne, sodat die leerders eers hoekverwantskappe op reguit lyne kan bestudeer.

Die hersiening van woordeskat oor meetkundige figure

Aktiwiteit I

Hersien woordeskat oor meetkundige figure

Leerdersboek bladsy 258

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Leerders is vertrouyd met die woordeskat wat in hierdie aktiwiteit hersien is. Vra hulle om die vrae op hul eie te beantwoord en bespreek dan die antwoorde in klasverband.

Remediëring en uitbreiding

Sekere leerders mag addisionele verduidelikings benodig vir woorde wat hulle nie meer so goed onthou nie. Groepeer sulke leerders in pare saam met ander leerders wat die woorde goed ken en vra hulle om mekaar te toets.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a Veelhoek: enige geslote 2D-vorm met reguit sye.
 b Driehoek: enige veelhoek met drie sye. Die som van die binne hoeke is 180° .
 c Gelyksydige driehoek: 'n driehoek waarvan al die sye en hoeke ewe groot is.
 d Gelykbenige driehoek: 'n driehoek waarvan twee sye en twee hoeke ewe groot is.
 e Reghoekige driehoek: 'n driehoek met 'n regte hoek.
 f Ongelyksydige driehoek: 'n driehoek: met geen sye en geen hoeke gelyk nie.
- 2 a Vierhoek: 'n veelhoek met vier sye. Die som van die binnehoeke is 360° .
 b Ewewydige lyne: lyne wat altyd ewe ver van mekaar is. Ewewydige lyne kruis nooit.
 c Loodregte lyne: lyne wat mekaar reghoekig ontmoet.
 d Parallelogram: 'n vierhoek met teenoorstaande sye ewewydig aan mekaar.
 e Ruit: 'n vierhoek met vier ewe lang sye en teenoorstaande sye ewewydig. 'n Ander woord daarvoor is 'n rombus.
 f Reghoek: 'n vierhoek met vier regtinhoede en alle sye ewe lank. Teenoorstaande sye is gewoonlik ewewydig.
 g Vierkant: 'n vierhoek met vier regtinhoede en alle sye ewe lank.
 h Vlieër: 'n vierhoek met twee paar aanliggende sye ewe lank en een paar ewe groot hoeke.

Ondersoek eienskappe van driehoeke

Die binnehoeke van 'n driehoek; die buitehoek van 'n driehoek

Aktiwiteit 2 Konstrueer driehoeke deur hul eienskappe te gebruik

Leerdersboek bladsy 259

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk met die klas deur die voorbeeld in die Leerdersboek. Maak seker dat alle leerders aktief by hierdie praktiese ondersoeke betrokke is en dat hulle die toerusting veilig en korrek gebruik.
- Werk saam met die leerders deur die eerste voorbeeld en wys op die belangrikheid van die verskaffing van 'n rede vir elke stap tydens die oplos van meetkundige probleme. In hierdie stadium is redes beperk tot die resultate wat verkry is in die gevolg trekking in elke stap van elke stap-vir-stap-konstruksie, byvoorbeeld: Die som van die hoeke van elke driehoek wat ek geteken het, is 180° .
- Moedig die leerders aan om, in pare, soveel driehoeke van verskillende groottes en vorms as moontlik te teken en om hulle te meet en hul resultate in woorde uit te druk en hul gevolg trekkings neer te skryf.
- Laat hulle ook mekaar se driehoeke meet en hul gevolg trekkings in woorde gee.
- Help leerders, waar nodig, om hul hoeke te meet, aangesien akkurate meting fundamenteel is in die bepaling van hul resultate.

Remediëring en uitbreiding

Laat leerders in pare werk om hierdie aktiwiteit te voltooi. Hulle moet egter hul antwoorde individueel neerskryf.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a Die binnehoeke van 'n driehoek se som is 180° , dus $\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 40^\circ$.

- b AB = BC = 6 cm omdat dit 'n gelykbenige driehoek is. Ons weet dit reeds, want $\hat{B} = \hat{C}$.
- 2 a Alle snye is ewe lank, wat dit 'n gelyksydige driehoek maak. Dus is alle hoeke $= \hat{D} = 60^\circ$.
- b EFG is 'n reguit lyn wat gelyk is aan 180° en $\hat{E}\hat{F}\hat{D} = 60^\circ$. Dus is $\hat{D}\hat{F}\hat{G} = 120^\circ$.
- 3 a $\hat{K} + \hat{M} = 90^\circ$ omdat $\hat{L} = 90^\circ$ en die som van die binnehoeke van 'n driehoek gelyk is aan 180° .
- b Leerders konstrueer LM. $K\hat{M}N + K\hat{M}L = 180^\circ$ (\angle 's is op 'n reguit lyn).

Ondersoek voorwaardes vir driehoeke om kongruent te wees

Drie ooreenstemmende sny (SSS); Twee sny en die ingeslotte hoek (SHS); Twee hoeke en 'n sny (HHS); Skuinssy en een sny van 'n reghoekige driehoek (RHS)

Aktiwiteit 3 Konstrueer driehoeke en toets of hulle kongruent is

Leerdersboek bladsy 262

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die doel van hierdie aktiwiteit is om die leerders die kans te gee om ondersoek in te stel na kongruensie in terme van die feit dat enige twee driehoeke kongruent is as hulle perfek op mekaar pas sonder dat enige dele van die driehoeke oorvleuel.
- Hersien die eerste voorwaarde vir kongruensie deur saam met die leerders deur die inleiding te werk.
- Dit is belangrik dat die leerders verstaan dat kongruensie twee afsonderlike driehoeke behels.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek en maak seker dat die leerders aktief by die konstruksies betrokke is, aangesien hulle hierdie eienskappe deur praktiese ondersoek moet ontdek. Terselfdertyd oefen hulle ook die basiese konstruksievaardighede wat hulle aangeleer het. Hierdie vaardighede moet noukeurig gemonitor word om seker te maak dat leerders dit onder die knie het.
- Laat die leerders meer as een konstruksie-aktiwiteit per ondersoek doen.
- Gee vir die leerders verskillende afmetings vir verskillende voorbeelde sodat hulle kan sien dat elke gevval geldig is, ongeag die afmetings wat gekies word.
- Moedig die leerders aan om die voorwaardes in hul eie woorde te gee en om 'n opsomming van die vier voorwaardes te gee.
- Sodra al die ondersoeke afgehandel is, hersien hierdie voorwaardes vir kongruensie mondelings.

Remediëring en uitbreidung

Remediëring: Laat leerders wat probleme ondervind in pare saamwerk. Gee vir hulle ekstra oefeninge om by die huis aan te werk.

Uitbreidung: Leerders wat die aktiwiteit sonder probleme voltooi, mag hul eie aktiwiteit uitdink en vir 'n maat gee om te voltooi.

Voorgestelde antwoorde

- Nee, hulle is nie kongruent nie. \hat{F} is nie ingesloten soos \hat{B} nie.
- Nee, hulle is nie kongruent nie. KL en PR is nie ooreenstemmende snye nie.
- Ja, hulle is kongruent. Beide is reghoekige driehoeke (RHS).

Ondersoek voorwaardes vir driehoeke om gelykvormig te wees

Ooreenstemmende hoeke ewe groot (HHH); Ooreenstemmende sye eweredig

Aktiwiteit 4 Konstrueer driehoeke

Leerdersboek bladsy 264

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die riglyne vir hierdie aktiwiteit is soortgelyk aan dié vir die vorige aktiwiteit.
- Werk as 'n klas deur die voorbeeld in die Leerdersboek. Maak seker dat jy vir die leerders genoeg geleenthede gee om vrae te vra en om addisionele konstruksies te doen, soos in die vorige aktiwiteit verduidelik.
- Toets die klas oor elkeen van die voorwaardes vir gelykvormigheid van driehoeke voordat hulle die aktiwiteit aanpak.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Laat leerders wat sukkel in pare saamwerk. Gee vir hulle addisionele oefeninge om by die huis te voltooi.

Uitbreiding: Leerders wat hierdie aktiwiteit sonder probleme afhandel, kan hul eie aktiwiteit opstel en vir 'n maat gee om te voltooi.

Voorgestelde antwoorde

- Ja, hulle is gelykvormig, aangesien hulle gelykhoekig is.
- Ja, hulle is gelykvormig, omdat hul sye in verhouding is.

Ondersoek die eienskappe van vierhoeke

Die parallellogram; Die ruit; Die reghoek; Die vierkant; Die vlieër; Die definisies van die vyf vierhoeke

Aktiwiteit 5 Konstrueer vierhoeke deur hul eienskappe te gebruik

Leerdersboek bladsy 267

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die leerders moes in die vorige grade met vierhoeke kennis gemaak het. In Graad 9 gaan hulle die geldigheid van 'n aantal van die eienskappe prakties ondersoek.
- Werk saam met die klas deur die voorbeeld in die Leerdersboek, en maak seker dat alle leerders aktief by elke praktiese ondersoek betrokke is.
- Elke konstruksie vereis ook 'n groot mate van akkuraatheid. Dit is waar die vaardighede van konstruksie en meting wat hulle in die vorige aktiwiteite geoefen het, toegepas gaan word. Maak seker dat die leerders elke konstruksie volgens die voorskrifte doen en dat hulle nie bloot lyne trek nie. Byvoorbeeld, wanneer die leerders 'n parallellogram konstrueer, moet hulle die ewewydige lyne met behulp van die nodige toerusting konstrueer en nie "ewewydige" lyne trek nie. Dit is baie belangrik.
- Gee verdere voorbeelde vir die leerders om in pare te probeer voordat hulle die aktiwiteit aanpak. Nadat hulle elke vierhoek in die ondersoek afgehandel het, gee vir hulle dieselfde vierhoek, maar met ander afmetings en vra hulle dan om die ondersoek met die nuwe vierhoek te herhaal.

- Laat die leerders hul bevindinge gee soos dit is voordat jy vir hulle 'n opsomming van die vernaamste punte gee.
- Herhaal die bostaande proses met die konstruksie van 'n ruit, 'n vierkant en 'n vlieër.

Remediëring en uitbreiding

Dit mag nodig wees dat jy bykomstige take vir die leerders gee ten einde te verseker dat hulle die vaardighede van konstruksie baasgeraak het, veral daardie wat die konstruksie van gelykbenige driehoeke, parallelogramme, ruite en vlieërs behels. Bestee tyd aan hierdie konstruksies en moenie haastig wees om formele definisies en formules te gee nie, aangesien dit op 'n later tydstip doeltreffend hanter sal word. As die leerders eers hierdie resultate ontdek het, sal hulle baie beter in die volgende hoofstukke vaar.

Voorgestelde antwoorde

Kontroleer en modereer die leerders se werk en maak seker dat hulle die stappe korrek verstaan en gevolg het.

Ondersoek die eienskappe van veelhoeke

Som van die binnehoeke van veelhoeke

Aktiwiteit 6 Kontrueer veelhoeke deur hul eienskappe te gebruik

Leerdersboek bladsy 269

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeeld in die tabel in die Leerdersboek en hersien die basiese eienskappe van die eerste ses veelhoeke.
- Verduidelik dat die som van die binnehoeke van 'n veelhoek met n sye altyd bereken kan word deur gebruik te maak van die vergelyking: $n - 2 \times 180^\circ$.
- Begin deur die leerders te wys op verwantskap tussen die voorvoegsel van die naam van 'n veelhoek en die aantal sye wat dit het. Byvoorbeeld, drie = 3 sye van 'n driehoek, vier = 4 sye van 'n vierhoek, vyf = 5 sye van 'n vyfhoek, ensovoorts.
- Lei die leerders om die verwantskap tussen die aantal sye van 'n veelhoek en die aantal driehoeke waarin die veelhoek verdeel kan word, te ontdek. Dit moet met behulp van praktiese ondersoek gedoen word. Laat die leerders die stappe volg en die bewerings in hul oefenboeke voltooi.
- Lei die leerders om die verwantskap tussen die aantal driehoeke in 'n veelhoek en die som van die binnehoeke van die veelhoek te ontdek.
- Laastens moet die leerders 'n verwantskap tussen die aantal sye van 'n veelhoek en die som van sy binnehoeke vasstel.
- Doe 'n paar ekstra voorbeelde op die bord om te wys dat dit waar is.

Remediëring en uitbreidings

Dit is baie belangrik dat alle leerders prakties by hierdie ondersoeke betrokke is en dat hulle die eienskappe van veelhoeke op hierdie manier ondersoek. Laat hulle saam in pare of klein groepe deur die stappe werk, indien nodig, en monitor hulle vordering en begrip baie noukeurig.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a $180^\circ \times 4 = 720^\circ$
b Al die binnehoede = 120° , aangesien hulle som 720° is en daar 6 van hulle is.
- 2 Die som van die hoeke is 720° . Dit is omdat die vorm uit 3 driehoeke bestaan.
- 3 Om die som van al die binnehoede te bepaal, gebruik die vergelyking:
 $5 - 2 \times 180^\circ$. Om die grootte van een hoek te bepaal, deel hierdie getal deur 5 = 108°

Hoofstuk 10 Hersiening

Leerdersboek bladsy 270

Voorgestelde antwoorde

1

ITEM	BESKRYWING
'n Gelyksydige driehoek	'n Veelhoek met drie gelyke reguit sye
'n Parallelogram	'n Veelhoek met twee pare ewewydige sye
'n Regte hoek	Het 'n grootte van 90°
'n Seshoek	'n Meetkundige vorm met ses reguit sye
Halveer 'n hoek	Verdeel in twee gelyke dele
'n Vierhoek	'n Veelhoek met vier reguit sye

- 2a Verifieer die leerders se konstruksies
- 3a a en d (SSS)
c c en f (90° SsS)
- 4a Twee driehoeke
b $1800 \times 2 = 3600$
- 5 Aangesien enige vierhoek in twee driehoeke verdeel kan word, en die som van die binnehoede van enige driehoek 180° is, is die som van die binnehoede van enige vierhoek 360° .
- 6a $n = 20$, dus is die aantal driehoeke = $(n - 2) = 20 - 2 = 18$
b som van binnehoede = $180^\circ \times 18 = 3240^\circ$
- 7a aantal driehoeke = $\frac{1620^\circ}{180^\circ} = 9$
b aantal sye word gegee deur:
 $n - 2 = 9$, waar n = aantal sye van 'n driehoek
Los op vir n : $n = 9 + 2 = 11$

HOOFTUK

11

Meetkunde van 2D-vorms

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 272 tot 294

Voorgestelde tydtoekenning: 9 uur

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1 Eienskappe van driehoek

3 uur

Hersiening: Woordeskat oor driehoek

Driehoek en hul eienskappe

Probleemoplossing: Driehoek en hul eienskappe

Eenheid 2 Eienskappe van vierhoeke

3 uur

Hersiening: Woordeskat oor vierhoeke

Vierhoeke en hul eienskappe

Probleemoplossing: Vierhoeke en hul eienskappe

Eenheid 3 Kongruente en gelykvormige driehoeke

3 uur

Hersiening: Kongruensie en gelykvormigheid

Kongruente driehoeke

Probleemoplossing: Kongruente driehoeke

Gelykvormige driehoeke

Probleemoplossing: Gelykvormige driehoeke

Hoofstukhersiening

EENHEID

1

Eienskappe van driehoek

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

Leerdersboek bladsy 273

Voorgestelde tydstoekening: 3 uur

- Soorte driehoek
- Driehoek-teoremas
- Probleemoplossing: deur middel van driehoek-teoremas

Hulpbronne: Leerdersboek; oefeningboek; wiskunde-instrumente; uitveér; skerp potlood; pen

Agtergrondinligting

Die verkenning van meetkundige figure in die vorige hoofstuk het die grondslag vir formele definisies van verskillende soorte veelhoeke, soos geformuleer in terme van hul eienskappe,

gelê. Die volgende stap is om die unieke eienskappe van bepaalde veelhoeke (veral dié wat die verwantskappe tussen sye en hoeke uitdruk) te bestudeer, naamlik driehoek en vierhoeke. 'n Goeie begrip van hierdie eienskappe sal handig te pas kom by die oplos van meetkundige probleme. Hierdie eenheid fokus op die eienskappe van driehoek.

Riglyne vir onderrig

Leerders het in vorige grade met die verskillende soorte driehoek gewerk, en dit is nodig om, as 'n voorloper vir driehoek-stellings, die soorte driehoek in Graad 9 te hersien. Die algemene eienskappe van driehoek wat die verwantskappe tussen die hoeke en sye van sekere driehoek uitdruk, word in die vorm van formele wiskundige stellings, saamgevat. Dit is nie vir die leerders nodig om hierdie resultate te bewys nie, maar hulle moet dit verstaan sodat hulle dit kan gebruik om meetkundige probleme op te los. Bestee tyd aan die sorgvuldige ondersoek van hierdie stellings en hul toepassing in die uitgewerkte voorbeeld wat hier aangebied word, ten einde optimale bedrewenheid te verseker. Hierdie fondament is baie belangrik vir die VOO-fase, wanneer probleme meer ingewikkeld raak, en wanneer van die leerders verwag sal word om die basiese kennis wat hulle in Graad 9 verwerf het, te gebruik om hulle te help om meer ingewikkelde meetkundige probleme op te los. In die algemeen moet jy sorg dat hulle te alle tye hulle werk netjies en logies uiteensit, dat hulle altyd die nodige bewyse gee waar dit gevra word, en dat hulle hou by die basiese konvensies wat in meetkunde van toepassing is.

Hersien die eienskappe van driehoek elke dag aan die begin van die les.

Hersiening: Woordeskat oor driehoek

Aktiwiteit I Hersien begrieppe oor driehoek

Leerdersboek bladsy 273

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders behoort reeds vertroud te wees met die soorte driehoek en hul eienskappe. Spoor die leerders aan om hierdie definisies in die klas op te sê en bespreek hul antwoorde in die klas. Laat individuele leerders rowwe diagramme van die eienskappe op die bord teken terwyl jy daardeur werk.
- Luister na die taal wat die leerders gebruik en maak seker dat dit korrek is, en let op na die konvensies wat hulle gebruik om seker te maak dat dit korrek is. Die konvensies en taal wat vereis word wanneer daar na die eienskappe van driehoek verwys word, kom almal in die tabel en die uitgewerkte voorbeeld in die Leerdersboek voor.
- Gebruik hierdie woordeskat en konvensies so dikwels as moontlik sodat die leerders daaraan gewoond kan raak en dit gemaklik kan gebruik.

Remediëring en uitbreidung

Die leerders moet hierdie definisies ken ten einde met hierdie afdeling van Wiskunde te kan voortgaan. Soek geleenthede om die woordeskat in die klas te gebruik, en vra gedurig vrae wat die leerders dwing om die woordeskat te gebruik.

Voorgestelde antwoorde

- Driehoek: enige veelhoek met drie sye.
- Gelyksydige driehoek: 'n driehoek waarvan al die sye ewe lank is.

- 3 Reghoekige driehoek: 'n driehoek wat een regte hoek bevat. Die langste sy word die skuinssy genoem.
- 4 Gelykbenige driehoek: 'n driehoek waarvan twee sye ewe lank is.
- 5 Skewe driehoek: 'n driehoek waarvan geen sye ewe lank is nie; die hoeke het almal verskillende groottes.
- 6 Binnehoek: 'n hoek wat binne-in 'n meetkundige figuur gevorm word.
- 7 Buitehoek: 'n hoek wat deur een sy van 'n driehoek en die verlenging van die aanliggende sy gevorm word.
- 8 Basishoeke: die hoeke van 'n driehoek wat die basis as een van die sye het.

Driehoeke en hul eienskappe; Probleemoplossing: Driehoeke en hul eienskappe

Aktiwiteit 2 Los probleme oor driehoeke op

Leerdersboek bladsy 277

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hierdie aktiwiteit is bedoel vir die leerders om probleemoplossing te oefen deur hul kennis van driehoeke te gebruik. Dit ontwikkel verder hul vermoë om hierdie kennis vir probleemoplossing te gebruik.
- Die voorbeelde in die Leerdersboek gee 'n aanduiding van die soort probleme wat die leerders met behulp van driehoek-stellings moet kan oplos. Werk saam met die klas deur die voorbeelde in die Leerdersboek. Verduidelik sorgvuldig die rasional agter elke stap om seker te maak dat hulle elke stap verstaan.
- Berei een of twee voorbeelde vooraf vir die leerders voor om in die klas/op die bord/ in pare in hul oefenboeke te doen voordat hulle Aktiwiteit 1 aandurf.
- Beklemtoon die belangrikheid daarvan om te alle tye netjies en logies te werk. Dit gebeur dikwels dat leerders wat nie hulle werk netjies uiteensit nie, maklik verwarr word en die proses en hul eie denke of logika uit die oog verloor. Dit is belangrik dat dit in Graad 9 reg gedoen word om 'n kritieke fondament vir die VOO-fase, wanneer meetkunde-probleme meer ingewikkeld raak, te lê

Remediëring en uitbreiding

Gee addisionele huiswerk-oefeninge.

Baie leerders ervaar meetkunde as uitdagend. Maak seker van die volgende om hulle te help.

- Verskaf altyd inligting op 'n gestruktureerde manier, byvoorbeeld, as 'n driehoek gelykbenig is, noem altyd die gelyke sye van bo af na die basishoeke. Dit help om 'n duideliker prentjie te vorm. Voorbeeld 3 in die Leerdersboek illustreer dit.
- Verskaf inligting wanneer dit benodig word. In vraag 2 van Voorbeeld 3 in die Leerdersboek, is die inligting oor AF, FC en DF slegs op vraag 2 van toepassing, dus moet dit hier verskaf word. Dikwels word al die inligting deur onderwysers aan die begin of in die eerste vraag gegee, waar dit nie van toepassing is nie. Gevolglik vind die leerders dikwels die vrae verwarrend.
- Verder is dit altyd beter om die gebruik van die letters i, I, l, o en O in Meetkunde te vermy, omdat leerders dit maklik met die syfers 1 en 0 kan verwarr.

Werk deur die opsomming aan die einde van hierdie eenheid en vra dat die leerders 'n voorbeeld gee van elke punt in die opsomming.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a Gelykbenige driehoek: 'n driehoek waarvan twee snye ewe lank is.
b Reghoekige driehoek: 'n driehoek wat een regte hoek bevat. Die langste sy word die skuinssy genoem.
c Gelyksydige driehoek: 'n driehoek waarvan al drie snye ewe lank is.
d Skewe driehoek: 'n driehoek waarvan geen snye ewe lank is nie. Die groottes van die hoeke is almal verskillend.
- 2 a $x = M\hat{K}L + M\hat{K}K$ (x is die buitehoek)
 $= 40^\circ + 90^\circ$
 $\therefore x = 130^\circ$
b $y = 180^\circ - (40^\circ + 90^\circ)$ (hoeke van 'n driehoek $= 180^\circ$)
 $= 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$
 $x = 130^\circ$ (bewys) en $y = 50^\circ$ (bewys)
 $\therefore x + y = 130^\circ + 50^\circ = 180^\circ$
- 3 a $H = 60^\circ$ (binnehoek van 'n gelyksydige driehoek)
b $K = 60^\circ$ (binnehoek van 'n gelyksydige driehoek)
c $H\hat{K}K = 60^\circ$ (binnehoek van 'n gelyksydige driehoek)
d $N = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$ (^MLN $= 60^\circ$ regoorstaande hoeke; som van die binnehoekte van 'n driehoek)
e $ML^2 = LN^2 - MN^2$ (Pyth.)
 $= 52 - 42$
 $= 25 - 16$
 $= 9$
 $ML = \sqrt{9} = 3$
- 4 a $a = 75^\circ$ (basishoeke van gelykbenige driehoek)
b $b = 105^\circ$ (hoeke op 'n reguit lyn)
c $c = 35^\circ$ (binnehoek van 'n driehoek)
d $d = 45^\circ$ (binnehoek van 'n driehoek)
e $e = 90^\circ$ (hoeke op 'n reguit lyn)
f $f = 35^\circ$ (binnehoek van 'n driehoek)
- 5 a $\hat{A}_1 = 60^\circ$ (binnehoek van 'n gelyksydige driehoek); $\hat{B}_2 = 60^\circ$ (binnehoek van 'n gelyksydige driehoek); $\hat{C}_3 = 120^\circ$ ((hoeke op 'n reguit lyn); $\hat{D}_4 = 30^\circ$ (basishoeke van 'n gelykbenige driehoek)
b $A\hat{B}D = \hat{A}_1 + \hat{A}_5 = 60^\circ$ (bewys) $+ 30^\circ$ (basishoeke van gelykbenige driehoek ACD) $= 90^\circ$. Dus is $\triangle ABD$ 'n reghoekige driehoek.
c $\hat{D}_4 = 30^\circ$ (bewys); $\therefore \hat{E}_7 = 30^\circ$ (basishoeke van gelykbenige $\triangle AED$)
d $A\hat{B}E = 120^\circ$ (hoeke op 'n reguit lyn); $\hat{E}_7 = 30^\circ$ (bewys); $\therefore \hat{A}_8 = 30^\circ$ (binnehoek van 'n driehoek); $\therefore \triangle BAE$ is 'n gelykbenige driehoek (basishoeke E_7 en A_8 is gelyk)
- 6 a $180^\circ = 60^\circ + (2p + 10^\circ) + (p + 35^\circ)$ (binnehoek van 'n driehoek)
 $180^\circ = 105^\circ + 3p$
 $180^\circ - 105^\circ = 105^\circ + 3p - 105$
 $75^\circ = 3p$
 $\frac{75^\circ}{3} = \frac{3p}{3}$ dus, $p = 25^\circ$
b $\hat{B} = (2p + 10^\circ) = 60^\circ$ en $\hat{C} = (p + 35^\circ) = 60^\circ$ $\therefore \hat{A} = 60^\circ$ (binnehoek van 'n driehoek)
c Alle lengtes is 80 mm (Alle hoeke is dieselfde)
d Gelyksydige driehoek
- 7 a $q + 3q - 0,4^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ (som van die binnehoekte van 'n driehoek $= 180^\circ$)
 $\therefore 4q = 180^\circ - 90^\circ + 0,4^\circ$
 $\therefore 4q = 90,4^\circ$
 $\therefore q = 22,6^\circ$

$$\hat{D} = q = 22,6^\circ$$

$$\hat{E} = 3q - 0,4^\circ = 3(22,6^\circ) - 0,4^\circ = 67,4^\circ$$

b $EF^2 = DE^2 - DF^2$ (Pyth.)

$$= 13 \text{ cm}^2 - 12 \text{ cm}^2$$

$$= 169 - 144 = 25$$

$$\therefore EF = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

EENHEID

2

Eienskappe van vierhoeke

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- eienskappe van vierhoeke.

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; wiskunde-stel; uitveer; skerp potlood

Leerdersboek bladsy 279

Voorgestelde tydstoekening: 3 uur

Agtergrondinligting

In Hoofstuk 10 het die leerders die eienskappe van vierhoeke deur middel van konstruksies ondersoek. Hierdie konstruksies het uitgeeloop op formele definisies van hierdie veelhoeke. In hierdie eenheid kyk die leerders na daardie eienskappe wat die verwantskappe tussen die sye, hoeke en hoeklyne van vierhoeke uitdruk.

Riglyne vir onderrig

Begin hierdie afdeling deur na die resultate van die ondersoek van die eienskappe van vierhoeke in Hoofstuk 10 te verwys. Klassifiseer die eienskappe van elke vierhoek in terme van sye, hoeke en hoeklyne.

Hersien die eienskappe van vierhoeke elke dag voor die begin van elke les.

Hersiening: Woordeskat oor vierhoeke

Aktiwiteit I Hersien begrippe oor vierhoeke

Leerdersboek bladsy 279

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders behoort reeds vertroud te wees met die eienskappe van en die wordeskat oor vierhoeke.
- Spoor die leerders aan om, net soos met driehoeke, hierdie definisies vir die hele klas op te sê en bespreek die antwoorde as 'n klas. Laat leerders rowwe diagramme op die bord teken om die eienskappe te toon terwyl jy daardeur werk.
- Luister na die taal wat hulle gebruik om seker te maak dat dit korrek is en let op die konvensies wat hulle gebruik om seker te maak dat dit toepaslik is. Die konvensies en taal wat benodig word wanneer na die eienskappe van vierhoeke verwys word, kom almal in die tabel en die uitgewerkte voorbeeld in die Leerdersboek voor.

- Gebruik hierdie woordeskata so dikwels as moontlik sodat die leerders gewoond raak daaraan en dit gemaklik kan gebruik.

Remediëring en uitbreiding

Die leerders moet hierdie definisies ken ten einde met hierdie afdeling van Wiskunde te kan voortgaan. Soek geleenthede om die woordeskata in die klas te gebruik, en vra gedurig vrae wat die leerders dwing om die woordeskata te gebruik.

Werk deur die opsomming aan die einde van hierdie eenheid en vra die leerders om 'n voorbeeld van elke punt in die opsomming te gee.

Voorgestelde antwoorde

- 1 Vierhoek : 'n veelhoek met vier sny.
- 2 Parallelogram: 'n 4-sydige veelhoek met teenoorstaande sny gelyk en ewewydig.
- 3 Ruit: 'n veelhoek met vier gelyke sny; teenoorstaande sny is ewewydig. Alle sny is ewe lank. Dit is die korrekte naam vir 'n ruitvormige figuur.
- 4 Reghoek: 'n veelhoek met vier regte hoeke en ewe lang teenoorstaande sny.
- 5 Vierkant: 'n veelhoek met vier ewe lang sny en vier regte hoeke.
- 6 Vlieër: 'n 4-sydige veelhoek met twee paar aanliggende sny ewe lank en een paar ewe groot hoeke.
- 7 Trapezium: 'n 4-sydige veelhoek met een paar ewewydgelyke sny.
- 8 Teenoorstaande sny: sny van 'n figuur wat oorkant mekaar is.
- II Ewewydgelyke sny: sny van 'n figuur wat oral ewe ver van mekaar is.
- 12 Hoeklyn: 'n reguit lyn wat enige twee hoekpunte van 'n figuur verbind.

Vierhoeke en hul eienskappe; Probleemoplossing: Vierhoeke en hul eienskappe

Aktiwiteit 2 Los probleme oor vierhoeke op

Leerdersboek bladsy 282

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Vra die leerders om eienskappe te identifiseer wat gemeenskaplik is vir twee of meer vierhoeke. Vra hulle om alternatiewe definisies te gee van sekere vierhoeke in terme van ander vierhoeke met soortgelyke eienskappe. Byvoorbeeld, 'n vierkant is 'n reghoek met al vier sny ewe lank.
- Die voorbeeld in die Leerdersboek is bedoel om vir die leerders te wys hoe hierdie eienskappe gebruik kan word om meetkunde-probleme op te los.
- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld in die Leerdersboek, en maak seker dat hulle elke voorbeeld, asook die eienskappe wat as redes in die antwoorde gebruik word, verstaan. Verwys die leerders terug na die tabel van eienskappe, indien nodig.
- Berei een of twee voorbeelde vooraf voor vir die leerders om in die klas/op die bord/in pare in hul oefenboeke te doen voordat hulle Aktiwiteit 2 aanpak.
- Beklemtoon die belangrikheid daarvan om netjies en sistematies te werk en kontroleer die leerders se werk om seker te maak dat hulle dit reg doen.
- Leerders voltooi Aktiwiteit 2.

Remediëring en uitbreiding

Gee addisionele voorbeelde vir die leerders om mee te oefen. Oefening verbeter hulle begrip van die eienskappe en die toepassing van hierdie begrip op probleme. Verder bou dit ook hul selfvertroue op om probleme aan te durf wat andersins aanvanklik skrikwekkend lyk. Oefening is dus 'n manier om lig te werp op dit wat deur die leerders as 'n "moeilike" afdeling van Wiskunde ervaar word. Laat die leerders in pare of klein groepe werk om hul antwoorde te bespreek en hulle begrip en beredenering onderling te deel. Die leerders moet egter hul antwoorde individueel in hul oefenboeke neerskryf.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | |
|---|----------|----------|----------|
| 1 | a Onwaar | b Onwaar | c Onwaar |
| | d Waar | e Waar | f Waar |
| | g Waar | h Onwaar | |
- 2 a $\hat{1} = 75^\circ$ (basishoede van gelykbenige driehoek)
 $\hat{2} = 30^\circ$ (binnehoede van driehoek)
 $\hat{3} = 75^\circ$ (teenoorst. hoeke in parallelogram is gelyk)
 $\hat{4} = 75^\circ$ (basishoede van gelykbenige driehoek)
 $\hat{5} = 30^\circ$ (binnehoede van driehoek)
- b $\hat{1} = 35^\circ$ (basishoede van gelykbenige driehoek)
 $\hat{2} = 110^\circ$ (binnehoede van driehoek)
 $\hat{3} = 110^\circ$ (teenoorst. hoeke in ruit is gelyk)
 $\hat{4} = 35^\circ$ (basishoede van gelykbenige driehoek)
 $\hat{5} = 35^\circ$ (basishoede van gelykbenige driehoek)
- c $\hat{1} = 60^\circ$ (binnehoede van gelyksydige driehoek)
 $\hat{2} = 120^\circ$ (hoeke op reguit lyn)
 $\hat{3} = 30^\circ$ (hoekyne is ewe lank; basishoede van gelykbenige driehoek)
 $\hat{4} = 60^\circ$ (komplementêre hoeke)
 $\hat{5} = 30^\circ$ (binnehoede van driehoek)
- 3 a $\hat{1} = \hat{2} = 45^\circ$ (basishoede van gelykbenige driehoek)
 $\hat{3} = 45^\circ$ (basishoede van gelykbenige driehoek)
 $\hat{4} = 90^\circ$ (binnehoede van driehoek)
- b $\hat{1} = 50^\circ$; $\hat{2} = 50^\circ$; $\hat{3} = 75^\circ$; $\hat{4} = 15^\circ$
- c $\hat{1} = 90^\circ$; $\hat{2} = 45^\circ$; $\hat{3} = 45^\circ$
- 4 a $p + 4 = 17$ (teenoorst. hoeke in parallelogram is gelyk)
 $\therefore p = 13$ eenhede
 $\therefore AB = 2p - 3 = 2(13) - 3 = 23$ eenhede
- b $q + 8 = 12$ (alle sye van 'n ruit is ewe lank)
 $\therefore q = 4$ eenhede
 $5r - 8 = 12$ (alle sye van 'n ruit is ewe lank)
 $\therefore 5r = 20$ eenhede
 $\therefore r = 4$ eenhede
$$\frac{1}{2}s + 9 = 12$$
$$\therefore \frac{1}{2}s = 3$$
$$\therefore s = 6$$
 eenhede
- c $JK^2 + JM^2 = KM^2$ (Pyth.)
 $\therefore 24^2 + 18^2 = KM^2$
$$\therefore 576 + 324 = 900$$
$$\therefore KM = \sqrt{900} = 30$$
$$KM = 3t = 30$$
$$\therefore t = 10$$
 eenhede

- 5 a parallelogram b ruit c vlieër
- 6 a $RT = 8 \text{ cm}$
- b $\text{POS} = 90^\circ$ (hoeklyne van 'n vierkant is loodreg op mekaar)
- c In $\triangle SQR$, $QS^2 = QR^2 + RS^2$ (Pyth.)
 $= (8 \text{ cm})^2 + (8 \text{ cm})^2$
 $= 128 \text{ cm}^2$
 $\therefore QS = \sqrt{128} \text{ cm}^2 = 11,31 \text{ cm}$
- d In $\triangle QST$, $ST^2 = SR^2 + RT^2$ (Pyth.)
Dus, $ST = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128}$
 $= 11,31 \text{ cm}$
- e $ST = QS = 11,31 \text{ cm}$ (bewys)
 $\therefore \triangle QST$ is 'n gelykbenige driehoek (2 sye ewe lank)
- f $PR = QS$ (hoeklyne van 'n vierkant is ewe lank)
 $\therefore PR = 11,31 \text{ cm}$
Maar $PR = 2OP$ (hoeklyne van 'n vierkant halveer mekaar)
 $\therefore OP = \frac{PR}{2}$
 $= 5,66 \text{ cm}$
- 7 $\hat{D} = 85^\circ$ (teenoorst. hoeke van parallelogram is gelyk)
 $\hat{A} = 95^\circ$ ($190^\circ \div 2$; teenoorst. hoeke van parallelogram is gelyk)
 $\hat{C} = 95^\circ$ ($190^\circ \div 2$; teenoorst. hoeke van parallelogram is gelyk)
- 8 a Trapezium ($AD = BE$, dus $AB \parallel DE$; een paar teenoorst. sye ewewydig)
- b $AD = BC$, dus $BC = BE$
- c $\hat{B}_1 = 56^\circ$ (teenoorst. hoeke van parallelogram is gelyk)
 $\hat{A} = \hat{C}_1 = 124^\circ$ (teenoorst. hoeke van parallelogram is gelyk; som van binnehoeke = 360°)
- d $\hat{C}_2 = \hat{E} = 56^\circ$ (\hat{C}_2 , C_2 is 'n supplementêre hoek; $\triangle BCE$ is gelykbenig, bewys dat $BC = BE$)
 $\hat{B} = 68^\circ$ (binnehoeke van 'n driehoek)
- q a Teenoorst. $\angle e$ van parallelogram is gelyk (As $Q_2 = 30^\circ$ dan is $Q_1 = 30^\circ$; $^\circ$; teenoorst. aan $P\hat{S}T$)
b $\hat{T}_1 = 60^\circ$ (binnehoeke van 'n driehoek)
 $\hat{T}_3 = 30^\circ$ (basishoeke van gelykbenige driehoek)
c $\hat{T}_2 = 90^\circ$ ($\angle e$ op 'n reguit lyn) $\therefore \triangle PQT$ is reghoekig
d $\hat{P}_2 = 60^\circ$ (binnehoeke van driehoek)

EENHEID

3

Kongruente en gelykvormige driehoeke

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 285
Voorgestelde tydstoekenning: 3 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- kongruent driehoede
- gelykvormig driehoede

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; wiskunde-stel; uitveer; skerp potlood; pen

Agtergrondinligting

Voorwaardes vir kongruensie is deur die leerders in Hoofstuk 10 ondersoek, waar die fokus op die begrip van kongruensie as 'n uitdrukking van superponeerbaarheid was. In

hierdie hoofstuk is die fokus op die formalisering van die voorwaardes vir kongruensie. Leerders pas ook hul kennis van kongruente driehoeke toe wanneer hulle meetkundige probleme oplos.

Die verwante konsep van gelykvormigheid word ook ingebring.

Die inbring van voorwaardes vir gelykvormigheid van driehoeke maak kongruensie 'n spesiale geval van gelykvormigheid. Onthou dat gelykvormigheid nie kongruensie impliseer nie.

Riglyne vir onderrig

Lei die afdeling oor kongruente driehoeke in deur die leerders te verwys na die ondersoek wat in Hoofstuk 10 gedoen is. Gee spesiale aandag aan die konsep van ooreenstemming van sye (hoekpunte) van driehoeke wanneer jy kongruensie definieer.

Beklemtoon deurgaans dat die volgorde van hoekpunte in kongruensie baie belangrik is. Byvoorbeeld, die feit dat $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$ beteken nie dat $\triangle ABC \equiv \triangle PRQ$ nie.

Kontroleer die leerders se werk om seker te maak dat hulle hierdie reël konstant toepas. Hersien die voorwaardes vir kongruensie en gelykvormigheid elke dag voor die begin van die les.

Aktiwiteit 1 Hersien kongruentsie en gelykvormigheid

Leerdersboek bladsy 285

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders behoort reeds vertroud te wees met die woordeskat in verband met kongruensie en gelykvormigheid.
- Werk met die beskrywings en voorwaardes op dieselfde manier as in Eenheid 2, Aktiwiteit 1.

Remediëring en uitbreiding

Leerders moet hierdie definisies ken ten einde met hierdie afdeling van Wiskunde voort te gaan. Soek geleenthede om die woordeskat in die klas te gebruik en te beklemtoon, en vra voortdurend vrae wat leerders dwing om die woordeskat te gebruik.

Voorgestelde antwoorde

- 1
 - a Kongruente driehoeke: identies in vorm en grootte
 - b Gelykvormige driehoeke: dieselfde vorm, maar nie noodwendig ewe groot nie
- 2
 - a SSS, SHS, HHS, RHS
 - b Ooreenstemmende hoeke is gelyk en sye is in verhouding
 - c Hulle het twee identiese hoeke; ooreenstemmende sye is in dieselfde verhouding; twee sye se lengtes is in dieselfde verhouding

Kongruente driehoeke; Probleemoplossing: Kongruente driehoeke

Aktiwiteit 2 Los probleme oor kongruente driehoeke op

Leerdersboek bladsy 287

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die simbool vir kongruensie (\equiv) en maak seker dat die leerders dit ken en weet hoe om dit te gebruik.

- Werk deur die eerste voorwaarde in die tabel in die Leerdersboek. Gee veral aandag aan die aantekening in die tabel (hoe ons 'n stelling van kongruensie skryf om ooreenstemming tussen ewe lang sye te toon). Dit is baie belangrik.
 - Beklemtoon dat ons altyd die patroon van die hoekpunte volg. Benoem, in die eerste voorwaarde in die tabel in Eenheid 3, eers AB, dan BC, dan CA.
 - Teken twee driehoeke op die bord met verskillende byskrifte, asook die nodige merktekens wat kongruensie aandui en vra die leerders om 'n stelling van kongruensie (met bewyse) te skryf. Laat hulle boeke uitruil en mekaar se werk kontroleer met die fokus op die volgende:
 - Het hulle redes verskaf?
 - Het hulle die patroon van die hoekpunte gevolg?
 - Toon die stelling ooreenkoms tussen die sye?
 - Herhaal met addisionele voorbeeld(e), indien nodig.
 - Werk deur die tweede voorwaarde in die tabel in die Leerdersboek. Gee veral aandag aan die aantekening in die tabel (die gegewe of ingeslote hoek moet tussen die paar gegewe sye lê). Dit is baie belangrik.
 - Fokus op die wenk wat in die tabel gegee word. Die gelykhede moet in 'n volgorde wees wat met die volgorde in die kongruensie-geval ooreenstem.
 - Gee addisionele voorbeelde op die bord en werk deur hulle op dieselfde manier as in die eerste voorbeeld hierbo beskryf.
 - Herhaal die bostaande met die oorblywende voorwaardes in die tabel.
 - Werk deur die uitgewerkte voorbeeld in die Leerdersboek as 'n manier om die konsepte en konvensies wat in die tabel behandel is, te konsolideer.

Wenk

Wanneer 'n mens met kongruensie werk, moet elke gelykheid altyd gestaaf word deur 'n rede te verskaf.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Spoor die leerders aan om, soos jy deur die stappe in die tabel werk, die volgende stap en die redes vir hierdie stappe te gee. Verbalisering van hierdie voorwaardes sal help met die vaslewing van die leerders se kennis.

Uitbreiding: Gee baie geleenthede vir die leerders om te oefen om kongruente driehoeke af te paar en bewyse te skryf. Modereer hulle werk en monitor hul vordering om seker te maak dat hulle hou by die konvensies in die tabel in die Leerdersboek.

Voorgestelde antwoorde

- 1**

 - a $\triangle A$, $\triangle G$ en $\triangle H$
 - b $\triangle C$ en $\triangle K$
 - c $\triangle B$, $\triangle D$, $\triangle E$, en $\triangle I$
 - d $\triangle A$ en $\triangle G$ (SSS); $\triangle B$ en $\triangle I$ (90° HS); $\triangle D$ en $\triangle E$ (90° HS)

2

 - a $BA = CA$ (oordeensstemmende sye van gelykbenige driehoek)
 $AD = AD$ (gemeenskaplike sy)
 $\hat{B}AD = \hat{C}AD$ (AD sny $\hat{B}\hat{A}\hat{C}$)
 $\therefore \triangle BAD \equiv \triangle CAD$ (SHS)
 - b $KM = LM$ (M is die gegewe middelpunt van KL)
 $HM = HM$

$KH = LH$ (ooreenstemmende sye van gelykbenige driehoek)

$\therefore \triangle HKM \equiv \triangle HLM$ (SSS)

c PS = PS (gemeenskaplike sy)

$P\hat{S}Q = P\hat{S}R = 90^\circ$

$\therefore \triangle SPQ \equiv \triangle SPR$ (RHS)

3 a $AB = DC$ (teenoorstaande sye van 'n parallelogram)

$AD = BC$ (teenoorstaande sye van 'n parallelogram)

$AC = AC$ (gemeenskaplike sy)

$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (SSS) Dit kan ook kogruent aan SHS bewys word

b $HE = EF = FG = GH$ (sye van 'n ruit is =)

$\hat{E} = \hat{G}$ (teenoorstaande hoeke van kongruente driehoeke)

$HF = HF$ (gemeenskaplike sy)

$\therefore \triangle HEF \equiv \triangle HGF$ (SHS)

$\therefore \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = \hat{F}_1 = \hat{F}_2$

c In $\triangle NML$ en $\triangle NKL$:

$NL = NL$ (gemeenskaplike sy)

$NM = NK$ (kort sye van 'n vlieër is =)

$ML = KL$ (lang sye van 'n vlieër is =)

$\therefore \triangle NML \equiv \triangle NKL$ (SSS)

$\hat{N}_1 = \hat{N}_2$ en $\hat{L}_1 = \hat{L}_2$

$\therefore LN$ sny \hat{L} en \hat{N} .

4 a $PT = PT$ (gemeenskaplike sy)

$P\hat{T}S = P\hat{T}Q$ (90° \perp hoeklyn van 'n vierkant)

$ST = TQ$ (gehalveerde hoeklyn van 'n vierkant)

$\therefore \triangle PTS \equiv \triangle PTQ$ (SHS)

b $PQ = SR$ (sye van 'n vierkant)

$S\hat{T}R = P\hat{T}Q = 90^\circ$ (hoeke van hoeklyne van 'n vierkant is loodreg op mekaar)

$\therefore \triangle PTQ \equiv \triangle RTS$ (RHS)

Gelykvormige driehoeke; Probleemoplossing: Gelykvormige driehoeke

Aktiwiteit 3 Los probleme oor gelykvormige driehoeke op

Leerdersboek bladsy 292

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Vierkante en reghoeke is baie nuttige vorms om te gebruik wanneer 'n mens gelykvormigheid verduidelik om die leerders te lei tot die ontdekking van die twee voorwaardes vir gelykvormigheid.
- Verduidelik dat enige twee gelykhoekige driehoeke gelykvormig is. Dit is die essensiële punt wat leerders in hierdie afdeling van gelykvormige driehoeke moet verstaan en toepas. Let op die belangrikheid van notasie wanneer 'n mens gelykvormige driehoeke benoem.
- Maak seker dat leerders gelykvormige driehoeke op so 'n manier teken dat gelyke hoeke ooreenstem, soos dit in die Leerdersboek aangedui word.
- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld, en doen addisionele voorbeeld waarin dieselfde benadering as vir kongruensie gevvolg word, indien nodig, om seker te maak dat leerders elke stap en die beredenering agter dit verstaan.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Verskaf baie addisionele voorbeelde om leerders te help om die nodige vaardighede vir die hantering van gelykvormigheid te bemeester. Gee addisionele voorbeelde vir huiswerk.

Uitbreiding: Beveel aan dat die leerders in pare werk om soortgelyke vrae as in hierdie aktiwiteit op te stel, vir hulle maats om te doen.

Werk deur die opsomming aan die einde van hierdie eenheid en vra die leerders om 'n voorbeeld van elke punt in die opsomming te gee.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a Twee driehoeke is gelykvormig as hul ooreenstemmende hoeke gelyk is.
b Twee driehoeke is gelykvormig as hul sye in verhouding is.

2 a $\hat{A}BC = \hat{E}FD = 90^\circ$
 $\hat{B}CA = \hat{F}DE = 60^\circ$
 $\therefore \hat{B}\hat{A}C = \hat{F}\hat{E}D$ (som van die binnehoeke van 'n driehoek = 180°)
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle EFD$ (HHH)

b-c Al hierdie pare driehoeke is gelykvormig, vanweë HHH.

3 $FE = \frac{2}{3}$ van AB

$FD = \frac{2}{3}$ van BC

$DE = \frac{2}{3}$ van CA

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EFD$ (sye in verhouding)

Al hierdie pare driehoeke is gelykvormig, vanweë sye wat in verhouding is.

- 4 a $\triangle ABC \sim \triangle EFD$; $\triangle HGK \sim \triangle LNM$; $\triangle PQR \sim \triangle TUS$
b $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FD} = \frac{CA}{DE}$; $\frac{HG}{LN} = \frac{GK}{NM} = \frac{KH}{ML}$; $\frac{PQ}{TU} = \frac{QR}{US} = \frac{RP}{ST}$
c $AB = 8$; $DE = 5$; $HK = 18$; $LN = 7$; $QR = 9$; $TU = 6$

Hoofstuk II Hersiening

Leerdersboek bladsy 294

Voorgestelde antwoorde

- 1 a Waar c Onwaar e Onwaar
b Onwaar d Onwaar

2 a $x + 53^\circ = 90^\circ$ (buite. \angle van 'n \triangle , stelling)

Dus, $x = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$

b $a^2 = 5^2 - 3^2$ (Pyth.)

$= 25 - 9 = 16$

$a = \sqrt{16} = 4$

3 a $AD = 8$ en $AB = 6$ (teenoorstaande sye van 'n parallelogram is gelyk)

b $\hat{D} = 80^\circ$ (teenoorst. \angle e van 'n parallelogram is gelyk)

c In $\triangle ABC$ en $\triangle CDA$,

$AB = DC$ (teenoorstaande sye van 'n parallelogram)

$BC = DA$ (teenoorstaande sye van 'n parallelogram)

$\hat{B} = \hat{D}$ (teenoorstaande hoeke van 'n parallelogram)

Dus, $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (SHS)

4 a $6\text{ cm}; 3\text{ cm}; 3\text{ cm}$ b $PF = 6,7\text{ cm}; QF = 5,8\text{ cm}$

c $90^\circ; 59^\circ$ d (SHS) e (SSS)

f Nee; $\frac{ER}{FR} = \frac{3}{3} = 1$, maar $\frac{EP}{FQ} = \frac{6,7}{5,8} \neq 1$. Die ooreenstemmende sye moet eweredig wees.

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 295 tot 313

Voorgestelde tydstoekening: 9 uur

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1 Snydende lyne

3 uur

Hersiening: Woordeskat oor snydende lyne en hoeke

Hoekpare wat deur snydende lyne gevorm word

Probleemoplossing: Snydende lyne en hul hoekpare

Eenheid 2 Ewewydige lyne

3 uur

Hersiening: Woordeskat oor ewewydige lyne en hoeke

Hoekpare wat deur ewewydige lyne gevorm word

Probleemoplossing: Ewewydige lyne en hul hoekpare

Eenheid 3 Gemengde meetkundige probleme

3 uur

Hersiening: Hoekpare

Die oplos van gemengde meetkundige probleme

Hoofstukhersiening

EENHEID

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Aanliggend supplementêre hoeke
- Hoeke op 'n reguit lyn
- Regoorstaande hoeke
- Ooreenkomsige hoeke
- Verwisselende hoeke
- Probleemoplossing met behulp van hoekverwantskappe.

Hulpbronne: : Leerdersboek; oefenboek; wiskunde-stel; uitveër; skerp potlood; pen

Leerdersboek bladsy 296

Voorgestelde tydstoekening: 3 uur

Agtergrondinligting

In vorige grade het die leerders die volgende geleer:

- Die som van die hoeke langs 'n reguit lyn is 180° .
 - Loodlyne het aanliggend supplementêre hoeke wat gelyk is aan 90° .
 - Snydende lyne het regoorstaande hoeke wat ewe groot is.
 - Ewewydige lyne wat deur 'n hoeklyn gesny word, het ooreenkomsstige hoeke wat ewe groot is.
 - Ewewydige lyne wat deur 'n snylyn gesny word, het verwisselende hoeke wat ewe groot is.
 - Ewewydige lyne wat deur 'n snylyn gesny word, het ko-binnehoeke wat supplementêr is.
- In Graad 9 hersien en skryf die leerders duidelike beskrywings van verwantskappe langs reguit lyne om meetkundige probleme op te los. Daar word van die leerders verwag om redes aan te voer ter stawing van hul oplossings vir elke geskrewe stelling.

Riglyne vir onderrig

Werk noukeurig deur die voorbeeld in die Leerdersboek en maak seker dat jy so dikwels as moontlik saamvat ten einde die leerders se kennis te versterk en om hulle te help om hierdie afdeling te begryp.

Gee soveel addisionele voorbeelde as moontlik, aangesien die leerders oefening nodig het om hierdie afdeling baas te raak.

Maak seker dat die leerders toegang het tot al die nodige instrumente wat vir hierdie eenheid benodig word, en dat hulle, indien nodig, in pare of groepe werk. Maak altyd seker dat die leerders alle toerusting, veral passers, veilig gebruik.

Maak seker dat die leerders skerp potlode in alle konstruksies gebruik, en dat hulle so akkuraat as moontlik meet sodat hul antwoorde akkuraat is.

Maak altyd baie seker dat die leerders te alle tye hulle werk netjies en logies uiteensit, dat hulle altyd die nodige bewyse verskaf wanneer hulle daarvoor gevra word, en dat hulle hou by die basiese konvensies wat in meetkunde van toepassing is.

Opmerking: Regdeur hierdie hoofstuk word redes soms voluit geskryf en soms word hulle afgekort. Dit word gedoen om hierdie twee verskillende maniere wat die leerders mag gebruik om hul redes te skryf, en om die opsie te kies waarmee hulle die gemaklikste is, te demonstreer. Duidelikheid is van die uiterste belang.

Hersiening: Woordeskat oor snydende lyne en hoeke

Aktiwiteit I Hersien begrippe oor snydende lyne en hoeke

Leerdersboek bladsy 296

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders moet vertroud wees met die woordeskat in Aktiwiteit 1. Spoor hulle aan om hierdie definisies in die klas op te sê en om die antwoorde as 'n klas te bespreek. Laat individuele leerders rowwe diagramme op die bord teken waarin die betrokke lyne en hoeke genoem word.
- Gebruik hierdie woordeskat so dikwels as moontlik sodat die leerders daarmee vertroud kan raak en dit gemaklik gebruik.

Remediëring en uitbreiding

Leerders moet hierdie definisies ken ten einde vordering met hierdie afdeling van Wiskunde te maak. Soek geleenthede om die woordeskat in die klas te gebruik en te beklemtoon, en vra voortdurend vrae wat die leerders dwing om die woordeskat te gebruik.

Voorgestelde antwoorde

- 1 Reguit lyn: die kortste afstand tussen twee punte. (Verduidelik vry die leerders dat enige ander lyn tussen punte 'n geboë lyn sal wees.)
- 2 Straal: 'n reguit lyn wat vanaf 'n punt uitgaan.
- 3 Lynstuk: 'n lyn wat 'n beginpunt en 'n eindpunt het.
- 4 Hoeke op 'n reguit lyn: drie of meer hoeke waarvan die som 180° is.
- 5 Loodregte lyne: lyne wat reghoekig tot mekaar is.
- 6 Snydende lyne: lyne wat mekaar kruis. Die punt waar hulle kruis, word die snypunt genoem.
- 7 Aanliggende hoeke: hoeke wat 'n gemeenskaplike hoekpunt het en aan teenoorgestelde kante van 'n gemeenskaplike sy lê.
- 8 Supplementêre hoeke: twee hoeke wat saam 180° is.
- 9 Regoorstaande hoeke: hoeke wat 'n gemeenskaplike hoekpunt het en met sye wat twee snydende lyne vorm.
- 10 Skerphoek: 'n hoek wat groter as 0° en kleiner as 90° is.
- 11 Regte hoek: 'n hoek van 90° .
- 12 Stomphoek: 'n hoek wat groter as 90° maar kleiner as 180° is

Hoekpare wat deur snydende lyne gevorm word; Probleemoplossing: Snydende lyne en hul hoekpare

Hoeke op 'n reguit lyn; Aanliggend supplementêre hoeke; Aanliggend komplementêre hoeke; regoorstaande hoeke

Aktiwiteit 2 Los probleme oor snydende lyne en hul hoekpare op

Leerdersboek bladsy 299

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Beklemtoon die doel van elke opdrag in die aktiwiteit en beklemtoon ook die hoekverwantskappe wat uit die opdrag voortspruit.
- Werk noukeurig deur elke konstruksie met die leerders.
- Laat die leerders elke konstruksie doen soos jy daardeur werk ten einde hul begrip, nie slegs van die hoekverwantskappe nie, maar ook van die konstruksie self, te verhelder.
- Hersien woorde soos *punt*; *loodreg*; *gemeenskaplike hoekpunt*; *gemeenskaplike sy*; *aanliggende hoeke*; *supplementêre hoeke*; *aanliggend supplementêre hoeke*; *aanliggend komplementêre hoeke* en *regoorstaande hoeke*, soos die leerders deur die konstruksies werk, deur hierdie woorde betekenisvol in konteks te gebruik, en in die vorm van ondersoekende vrae, soos in die volgende punt verduidelik word.
- Formuleer die punte in elke afdeling (*Jy behoort die volgende te onthou*) as vrae tydens die konstruksie, byvoorbeeld, die stelling, "R \hat{M} B en R \hat{M} P het 'n gemeenskaplike hoekpunt, M, en lê aan teenoorgestelde kante van MR, dus is hulle *aanliggende hoeke*", kan soos volg geformuleer word: "Wat is die gemeenskaplike sy wat deur R \hat{M} B en R \hat{M} P loop?" "Wat noem ons hierdie hoeke?" "R \hat{M} B en R \hat{M} P is

komplementêre hoeke – wat beteken dit?” Ensovoorts.

- Moedig die leerders aan om hul bevindinge op hul eie manier uit te druk voordat jy 'n formele stelling van die verwantskap gee.
- Nadat jy op hierdie manier deur al die konstruksies gewerk het, besoek weer die punte in elke afdeling (*Jy behoort die volgende te onthou*), en werk deur hulle asof hulle behoort deel van 'n hersieningsopsomming is.
- Laat die leerders toe om in pare deur die stellings te werk en terug te rapporteer oor hulle begrip daarvan. Konsolideer alle terugvoer deur die stellings op te som.
- Werk stelselmatig deur die uitgewerkte voorbeeld in die Leerdersboek. Moet nie net deur die oplossing werk nie. Vra eerder die leerders uit oor die probleem by elke stap, ten einde hulle aan die dink te kry oor die probleem en laat hulle self met die volgende stappe in die oplossing vorendag kom.
- Doe 'n addisionele voorbeeld, indien nodig, of laat die leerders toe om 'n addisionele voorbeeld in pare of klein groepe te doen. Werk dan saam met die klas deur hul oplossings voordat hulle die aktiwiteit aandurf.
- Laat die leerders in pare of in klein groepe werk wanneer hulle Aktiwiteit 2 doen.

Remediëring en uitbreiding

- Beklemtoon voortdurend die name van hoeke en verskaf, waar moontlik, 'n strategie wat dit maklik sal maak om name te onthou.
- Die leerders verwar dikwels regoorstaande hoeke met hoeke langs 'n vertikale lyn. Byvoorbeeld, in die onderstaande diagram mag dit gebeur dat die leerders $\angle 1$ en $\angle 2$ as regoorstaande hoeke beskou, maar NIE $\angle 3$ en $\angle 4$ nie. Hierdie wanbegrip kan oorkom word deur aan die leerders te verduidelik dat die term "regoorstaande" beteken dat die "hoekpunte" van die hoeke "oorkant" mekaar lê.
- Leerders aanvaar ook dikwels dat ooreenkomsige en verwisselende hoeke ewe groot is. Beklemtoon dit dat hierdie hoekpare ewe groot is slegs as die twee lyne ewewydig is.

Voorgestelde antwoorde

- 1
 - 60° (regoorstaande hoeke)
 - 120° (supplementêre hoek op reguit lyn)
 - 120° (regoorstaande hoeke)
 - 90° (hoek op 'n reguit lyn)
 - 90° (hoek op 'n reguit lyn)
 - 50° (aanliggende hoek in 'n paar wat regoorstaande is aan 90°)
 - 78° (verskil tussen 180° en bekende supplementêre hoeke)
 - 78° (regoorstaande hoeke)
 - 50° (regoorstaande hoeke)
 - 52° (regoorstaande hoeke)
- 2 A Diagram A is korrek
B & C Diagramme B en C is verkeerd (hoeke se som is nie 180° nie)
- 3
 - $x + 2x = 90^\circ \therefore 3x = 90^\circ \therefore x = 30^\circ$
 $\therefore 2x = 60^\circ$
 - $4y + 3y + 2y = 180^\circ \therefore 9y = 180^\circ \therefore y = 20^\circ$
 $\therefore 4y = 80^\circ; 3y = 60^\circ$ en $2y = 40^\circ$

- c $7z + 10^\circ + z = 90^\circ \therefore 8z + 10^\circ = 90^\circ \therefore 8z = 80^\circ \therefore z = 10^\circ$
 $\therefore 7z + 10 = 80^\circ; z = 10^\circ; \angle \text{RMS} = 80^\circ; z = 10^\circ$
($\angle \text{RMS}$ en z is aanliggend komplementêre hoeke)
- 4 a 144° (aanliggend supplementêre hoeke)
b 144° (regoorstaande hoeke)
c 36° (regoorstaande hoeke)
d 126° (buitehoek)
e 126° (regoorstaande hoeke)
f 125° (aanliggend supplementêre hoeke)
g 125° (regoorstaande hoeke)
h 55° (regoorstaande hoeke)
j 120° (regoorstaande hoeke)
k 60° (aanliggend supplementêre hoeke)
m 65° (som van die binnehoeke van 'n driehoek)
n 115° (aanliggend supplementêre hoeke)
p 60° (regoorstaande hoeke)
q 55° (regoorstaande hoeke)
r 65° (som van die binnehoeke van 'n driehoek)
s 65° (regoorstaande hoeke)
- 5 a Grootte van $\hat{D}\hat{M}\hat{F}$: $\hat{1} = 90^\circ$ (regoorstaande regte hoek); $\hat{2} = 90^\circ$ (hoeke op 'n reguit lyn)
 $\therefore \hat{D}\hat{M}\hat{F} = 120^\circ [360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 60^\circ); \text{binnehoeke van vierhoek AFMD}]$
Grootte van $\hat{F}\hat{M}\hat{E}$: $\hat{1} = 90^\circ$ (regoorstaande regte hoek/hoeke op 'n reguit lyn); $\hat{2} = 90^\circ$ (regoorstaande regte hoek)
 $\therefore \hat{F}\hat{M}\hat{E} = 125^\circ [360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 55^\circ); \text{binnehoeke van vierhoek FCEM}]$
Grootte van $\hat{D}\hat{M}\hat{E}$: $\hat{1} = 90^\circ$ (hoeke op 'n reguit lyn); $\hat{2} = 90^\circ$ (hoeke op 'n reguit lyn);
 $\hat{D}\hat{B}\hat{E} = 65^\circ$ (binnehoeek van $\triangle ABC$)
 $\therefore \hat{D}\hat{M}\hat{E} = 115^\circ [360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 65^\circ)]; \text{binnehoeke van vierhoek MEBD}]$
- b Grootte van $\hat{P}\hat{S}\hat{Q}$: $\hat{1} = 25^\circ$ ($\frac{1}{2}$ van regoorstaande hoek);
 $\hat{2} = 35^\circ$ ($\frac{1}{2}$ van 70° ; hoeke op 'n reguit lyn)
 $\therefore \hat{P}\hat{S}\hat{Q} = 180^\circ - (25^\circ + 35^\circ) = 120^\circ$ (binnehoeke van driehoek)
Grootte van $\hat{P}\hat{S}\hat{R}$: $\hat{2} = 25^\circ$ ($\frac{1}{2}$ van regoorstaande hoek); $\hat{1} = 30^\circ$ ($\frac{1}{2}$ van 60° ; hoeke op 'n reguit lyn)
 $\therefore \hat{P}\hat{S}\hat{R} = 180^\circ - (25^\circ + 30^\circ) = 125^\circ$ (binnehoeke van driehoek)
Grootte van $\hat{R}\hat{S}\hat{Q}$: $\hat{2} = 30^\circ$ ($\frac{1}{2}$ van 60° ; hoeke op 'n reguit lyn); $\hat{1} = 35^\circ$ ($\frac{1}{2}$ van 70° ; hoeke op 'n reguit lyn)
 $\therefore \hat{R}\hat{S}\hat{Q} = 180^\circ - (35^\circ + 30^\circ) = 115^\circ$
- c Kleinstes hoek = 60° ((komplementêre hoeke; boom teen 90° met die grond); grootste hoek = 120° [$(180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$; hoeke op XZ (reguit lyn)])

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Ewewydige lyne
- Hoekpares.

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; wiskunde-stel; pen

Leerdersboek bladsy 301

Voorgestelde tydstoekennung: 3 uur

Agtergrondinligting

Leerders sal dieselfde agtergrondkennis van snydende lyne en hoekverwantskappe as vir Eenheid 1 gebruik.

Hulle gaan voort met die hersiening en skryf van duidelike beskrywings van hoekverwantskappe op reguit lyne, asook die gebruik van hoekverwantskappe en eienskappe van hoekpare op ewewydige lyne, om meetkundige probleme op te los. Die leerders moet redes verskaf om hul oplossings vir elke geskrewe stelling te staaf.

Riglyne vir onderrig

Werk sorgvuldig deur die konsepte en voorbeelde in die Leerdersboek. Praktiese hersiening en konsolidasie van vorige leer, soos hier beskryf, sal die doeltreffende toepassing van bekende konsepte op probleemoplossing in die nuwe kontekste wat in hierdie eenheid aangebied word, vergemaklik. Dit sal nie help om net op die bord te skryf en deur die konsepte en voorbeelde te lees en dan te aanvaar dat die leerders dit alles ingeneem het nie. 'n Praktiese, stap-vir-stapbenadering is die beste vorm van konsolidasie en remediëring. Met hierdie benadering kan vrae wat 'n bietjie meer van die leerders verwag ook ingesluit word.

Die leerders moet in Graad 9 redes gee om hul oplossings vir elke geskrewe stelling te staaf. Verskaf soveel moontlik addisionele voorbeelde om die selfvertroue wat die leerders nodig het om probleme wat aanvanklik skrikwekkend lyk, aan te pak, op te bou. Oefening is die beste manier om ontslae te raak van die persepsie wat baie leerders het dat hierdie afdeling van Wiskunde "moeilik" is.

Maak seker dat leerders toegang tot die nodige instrumente het en dat hulle in pare of groepe werk, indien nodig.

Maak altyd baie seker dat die leerders te alle tye hulle werk netjies en logies uiteensit, dat hulle altyd die nodige bewyse verskaf wanneer hulle daarvoor gevra word, en dat hulle hou by die basiese konvensies wat in meetkunde van toepassing is.

Hersiening: Woordeskat oor ewewydige lyne en hoeke

Aktiwiteit I

Hersien begrippe oor ewewydige lyne en hoeke

Leerdersboek bladsy 301

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die leerders behoort reeds vertroud te wees met die woordeskat in Aktiwiteit 1.

- Spoor hulle aan om hierdie definisies in die klas op te sê en om die antwoorde as 'n klas te bespreek. Laat individuele leerders rowwe diagramme op die bord teken waarin die betrokke lyne en hoeke genoem word.
- Baie geleenthede vir die gebruik van hierdie woorde kom in hierdie eenheid voor. Gebruik hierdie woordeskot so dikwels as moontlik sodat die leerders daarmee vertrouyd kan raak en dit gemaklik kan gebruik

Remediëring en uitbreiding

Leerders moet hierdie definisies ken ten einde vordering met hierdie afdeling van Wiskunde te maak. Soek geleenthede om die woordeskot in die klas te gebruik en te beklemtoon, en vra voortdurend vrae wat die leerders dewing om die woordeskot te gebruik.

Voorgestelde antwoorde

- 1 Ewewydige lyne: lyne wat altyd ewe ver van mekaar af is. Ewewydige lyne kruis mekaar nooit.
- 2 Snylyn: 'n reguit lyn wat deur twee ander lyne sny.
- 3 Aanliggend supplementêre hoeke: Twee hoeke wat saam 180° is.
- 4 Regoorstaande hoeke: hoeke tussen twee snydende lyne en wat 'n gemeenskaplike hoekpunt het.
- 5 Ooreenkomsstige hoeke: hoeke wat aan dieselfde kant van die snylyn en aan *dieselfde kant* van elk van die twee lyne lê (hul posisies stem ooreen).
- 6 Verwisselende hoeke: hoeke wat aan teenoorgestelde kante van die snylyn en altyd *tussen* die twee lyne lê (hul posisies wissel van een kant van die snylyn na die ander).
- 7 Ko-binnehoeke: hoeke wat aan dieselfde kant van die snylyn en *tussen* die twee lyne lê.

Hoekpare wat gevorm word deur ewewydige lyne; Probleemoplossing: Ewewydige lyne en hul hoekpare

Aanliggend supplementêre hoeke; Regoorstaande hoeke; Ooreenkomsstige hoeke; Verwisselende hoeke; Ko-binnehoeke

Aktiwiteit 2 2 Los probleme oor ewewydige lyne en hul hoekpare op

Leerdersboek bladsy 305

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die sketse aan die begin van hierdie eenheid bied 'n kragtige visuele voorstelling van die konsepte wat gedek moet word. Verwys die leerders na hierdie sketse, waar en wanneer nodig.
- Werk sorgvuldig deur elke konsep met die leerders.
- Laat die leerders die werklike konstruksies doen. Doen ook die konstruksies op die bord. 'n Alternatief vir die kopiering van die hoeke uit die Leerdersboek nadat hulle die konstruksies gedoen het, is die volgende benadering:
 - Laat die leerders hulle handboeke toemaak nadat hulle die lyne en die snylyne geteken het.
 - Vra hulle om 'n beginhoek in te vul, byvoorbeeld, hoek a , deur dit op die bord te demonstreer.

- Gee die instruksie: Vul die *aanliggend supplementêre hoek*, b , in. Stap rond in die klas en kyk of hulle dit korrek gedoen het.
- Vul die *aanliggend supplementêre hoek*, b , ook op die bord in.
- Gee die volgende instruksie: Vul al die *aanliggend supplementêre hoeke* in jou diagram in. Stap weer deur die klas en kontroleer die leerders se werk terwyl hulle besig is.
- Vra hulle om die aantal pare *aanliggend supplementêre hoeke* te tel wat gevorm word wanneer twee nie-ewewydige lyne deur 'n snylyn gesny word (8 pare). Maak seker dat hulle die *aanliggend supplementêre hoeke* langs die snylyn (vertikaal) ook getel het.
- Vra hulle om die gevolgtrekkings, soos in die Leerdersboek getoon (Leerdersboek nog altyd toe), neer te skryf, byvoorbeeld, $a + b = 180^\circ$.
- Herhaal die proses met al die begrippe.
- Moedig die leerders aan om hul bevindinge op hul eie manier uit te druk voordat jy 'n formele stelling van die verwantskap gee.
- Nadat jy deur al die konstruksies op hierdie manier gewerk het, besoek weer die punte in elke afdeling (*Jy behoort die volgende te onthou*), en werk deur hulle asof hulle deel van 'n hersieningsopsomming is.
- Laat die leerders toe om in pare deur die stellings te werk en terug te rapporteer oor hulle begrip daarvan. Konsolideer alle terugvoer deur die stellings op te som.
- Laat die leerders in pare of klein groepe deur die voorbeeldige werk en hul bevindinge met die klas vergelyk ten einde hulle aan die dink te sit oor die probleem en met hul eie oplossings vorendag te kom.
- Hierdie aktiwiteit, soos met die stappe en uitgewerkte voorbeeldige hierbo, bied vir leerders die geleentheid om sommige van die resultate wat in vroeëre eenhede verkry is, te hersien. Dit is baie belangrik om in elke meetkunde-aktiwiteit voortdurend na hierdie resultate te verwys sodat die leerders meetkunde as 'n kennisgeheel, in teenstelling met geïsoleerde stukkies kennis, kan hanteer.

Remediëring en uitbreiding

Die proses waarvolgens die leerders deur die begrippe en voorbeeldige werk op die manier wat hierbo beskryf word, is gemik op die versekering dat die leerders hulle voorkennis van hoekverwantskappe hersien en vaslê, asook om die verkryging van nuwe kennis en vaardighede, veral ten opsigte van probleemplossing en die stawing van oplossings, makliker te maak. Dit sal nie help om net op die bord te skryf en deur die konsepte en voorbeeldige te lees en dan te aanvaar dat die leerders alles ingeneem het nie. 'n Praktiese, stap-vir-stap-benadering is die beste vorm van vaslegging en remediëring. Met hierdie benadering kan vrae wat 'n bietjie meer van die leerders verwag, ook ingesluit word.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a $\hat{1} = 130^\circ$ (aanliggend supplementêre hoeke); $\hat{2} = 130^\circ$ (ko-binne hoeke)
 b $\hat{1} = 54^\circ$ (regoorstaande hoeke); $\hat{2} = 126^\circ$ (ko-binnehoeke)
 c $\hat{1} = 114^\circ$ (aanliggend supplementêre hoeke); $\hat{2} = 114^\circ$ (ooreenkomsstige hoeke)
- 2 a $\hat{a} = 105^\circ$ (regoorstaande hoeke); $\hat{b} = 105^\circ$ (ooreenkomsstige hoeke); $\hat{c} = 105^\circ$ (verwisselende hoeke)
 b $\hat{d} = 110^\circ$ (ooreenkomsstige hoeke); $\hat{e} = 110^\circ$ (regoorstaande hoeke); $\hat{f} = 110^\circ$ (ooreenkomsstige hoeke)

- c $\hat{g} = 40^\circ$ (regoorstaande hoeke); $\hat{h} = 40^\circ$ (verwisselende hoeke); $\hat{k} = 40^\circ$ (regoorstaande hoeke)
- 3 a $\hat{a} = \hat{b} = \hat{c}$ (ooreenkomstige hoeke) $= \hat{d}$ (verwisselende hoeke) $= \hat{e}$ (regoorstaande hoeke)
 $\therefore \hat{a} = \hat{e}$
- b $\hat{a} = \hat{b}$ (regoorstaande hoeke) $= \hat{c}$ (ooreenkomstige hoeke) $= \hat{d}$ (verwisselende hoeke) $= \hat{e}$ (verwisselende hoeke)
 $\therefore \hat{a} = \hat{e}$
- c $\hat{a} = \hat{b}$ (verwisselende hoeke) $= \hat{c}$ (ooreenkomstige hoeke) $= \hat{d}$ (ooreenkomstige hoeke)
 $= \hat{e}$ (verwisselende hoeke)
 $\therefore \hat{a} = \hat{e}$
- 4 a Ja, ko-binnehoeke is supplementêr [regoorstaande hoek van 77° tussen snydende lyne; ko-binnehoek van 77° word gevorm; $103^\circ + 77^\circ = 180^\circ$, dus is die lyne ewewydig (ko-binnehoeke is supplementêr)]
- b Nee, hulle som is slegs 170° (ko-binnehoeke is nie supplementêr nie)
- c Ja, ooreenkomstige hoeke is gelyk [binnehoek = 139° (hoeke op reguit lyn); Ooreenkomstige hoeke is dus gelyk]
- 5 a $\hat{x} = \hat{3}$ (ooreenkomstige hoeke); $\therefore x + 3x = 180^\circ$ (hoeke op reguit lyn)
 $\therefore 4x = 180^\circ \therefore x = 45^\circ$
- b $4x = \hat{5}$ (regoorstaande hoeks); $\therefore x + 4x = 180^\circ$ (ko-binnehoeke)
 $\therefore 5x = 180^\circ$
 $\therefore x = 36^\circ$
- c $2x - 30^\circ = \hat{4}$ (ooreenkomstige hoeke)
 $\therefore (2x - 30^\circ) + (x - 15^\circ) = 180^\circ$ (hoeke op reguit lyn)
 $\therefore 3x - 45^\circ = 180^\circ$
 $\therefore 3x = 180^\circ + 45^\circ = 225^\circ$
 $\therefore x = 75^\circ$
- 6 a $\hat{1} = \hat{2} = 28^\circ$ ((helfte van komplementêre hoek 56°)
 $\hat{3} = \hat{4} = 56^\circ$ (regoorstaande hoeke; verwisselende hoeke)
- b $\hat{1} = 24^\circ$ (verwisselende hoeke); $\hat{2} = 156^\circ$ (ko-binnehoeke)
 $\hat{3} = 66^\circ$ (komplementêre hoeke); $\hat{4} = 114^\circ$ (ko-binnehoeke tot die supplementêre hoek van 66°); $\hat{5} = 90^\circ$ (ooreenkomstige hoeke)
- c $\hat{1} = 50^\circ$ (verwisselende hoeke)
 $\hat{2} = 40^\circ$ (komplementêre hoeke)
 $\hat{3} = 40^\circ$ (verwisselende hoeke)
 $\hat{4} = 90^\circ$ (verwisselende hoeke)
 $\hat{5} = 56^\circ$ (ko-binnehoek; suppl met 124°)
- 7 a $\hat{B} = 135^\circ$ (supplementêre hoeke); $\hat{C} = 45^\circ$ (verwisselende hoeke) $\hat{D} = 90^\circ$ (gegee); $\hat{A} = 90^\circ$ (som van binnehoeke van vierhoek = 360°)
- b $\hat{N} = 70^\circ$ (gegee); $\hat{K} = 110^\circ$ ($KL \parallel NM$; ko-binnehoeke supplementêr); som van binnehoeke van vierhoek = $360^\circ \therefore 4p = 180 \therefore p = 45^\circ$
 $\therefore \hat{L} = 135^\circ$ en $\hat{M} = 45^\circ$
- c $\hat{S} = 64^\circ$ (gegee); $\hat{P} = \hat{Q} = 116^\circ$ ($SP \parallel PQ$ ko-binnehoeke supplementêr); $\hat{R} = 64^\circ$ (som van binnehoeke van vierhoek = 360°)
- 8 a $\hat{D} = \hat{B} = 68^\circ$ en $\hat{A} = \hat{C} = 112^\circ$ (Teenoorstaande hoeke van parallelogram; som van die binnehoeke van vierhoek = 360°)
- b $\hat{M}_1 = 42^\circ$ (verwisselende hoeke; teenoorstaande sye van parallelogram is ewewydig); $\hat{K}_1 = 64^\circ$ (verwisselende hoeke; teenoorstaande sye van parallelogram is ewewydig) $= \hat{N} = \hat{L} = 74^\circ$ [regoorstaande hoeke van parallelogram gelyk: $(360 - 212) \div 2$]
- c $\hat{P}_1 = 90^\circ$ (verwisselende hoeke; $PQ \parallel SR$); $\hat{P}_1 = 36^\circ$ (verwisselende hoeke; $PQ \parallel SR$); $\hat{S} = \hat{Q} = 54^\circ$ [regoorstaande hoeke van parallelogram gelyk: $(360 - 252) \div 2$]

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Hoekpare
- Gemengde meetkundige probleme

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; wiskunde-stel; pen

Leerdersboek bladsy 308
Voorgestelde tydstoekening: 3 uur

Agtergrondinligting

Die leerders sal dieselfde agtergrondinligting van snydende lyne en hoekverwantskappe as vir Eenhede 1 en 2 gebruik.

Hulle gaan voort met die hersiening en skryf van duidelike beskrywings van hoekverwantskappe op reguit lyne, asook die gebruik van hoekverwantskappe en eienskappe van hoekpare op ewewydige lyne om meetkundige probleme op te los.

Leerders gaan voort met die hersiening en skryf van duidelike beskrywings van hoekverwantskappe op reguit lyne, asook die gebruik van hoekverwantskappe en eienskappe van driehoeke, vierhoeke en ander veelhoeke om meetkundige probleme op te los.

Die leerders moet redes verskaf om hul oplossings vir elke geskrewe stelling te staaf.

Riglyne vir onderrig

Werk noukeurig deur die voorbeelde in die Leerdersboek en hersien begrippe so dikwels as moontlik om leerders se kennis en begrip van hierdie afdeling te versterk.

Gee soveel addisionele voorbeelde as moontlik.

Die oplos van meetkundige probleme gaan daaroor om oefening te kry, klein doelwitte te bereik, gemotiveerd te bly en, die meeste van alles, pret te hê. Entoesiasme van die onderwyser se kant speel 'n belangrike rol en skep die toon en etos vir 'n positiewe, gemotiveerde benadering tot die oplos van meetkunde-probleme.

Hersiening: Hoekpare**Aktiwiteit 1 Hersien hoekpare**

Leerdersboek bladsy 308

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Die woordeskat in Aktiwiteit 1 behoort nog vars in die leerders se geheue te wees. Hersien die woordeskat en laat die leerders rowwe tekeninge op die bord maak om die hoekverwantskappe waarna hier verwys word, te toon. Moenie te veel tyd hieraan bestee nie.

Voorgestelde antwoorde

- I Aanliggende hoeke: wanneer twee lyne sny, word vier hoeke gevorm; enige hoekpaar wat langs 'n reguit lyn ontmoet, is aanliggende hoeke.

- 2 Komplementêre hoeke: 'n hoekpaar waarvan die som 90° is.
- 3 Aanliggend komplementêre hoeke: aanliggende hoeke waarvan die som 90° is.
- 4 Supplementêre hoeke: 'n hoekpaar waarvan die som 180° is.
- 5 Aanliggend supplementêre hoeke: twee aanliggende hoeke waarvan die som 180° is.
- 6 Teenoorstaande hoeke: Wanneer twee lyne mekaar sny, word vier hoeke gevorm. Enige paar van hierdie hoeke wat by die snypunt ontmoet, is teenoorstaande hoeke. Teenoorstaande hoek is ewe groot.
- 7 Regoorstaande hoeke: 'n ander naam vir teenoorstaande hoeke.
- 8 Ooreenkomsstige hoeke: enige hoekpaar wat aan dieselfde kant van 'n snylyn en aan dieselfde betrokke kante van die ewewydige lyne lê. Ooreenkomsstige hoeke is ewe groot.
- 9 Verwisselende hoeke: enige hoekpaar wat aan teenoorgestelde kante van die snylyn en aan teenoorgesêtelde kante van die ewewydige lyne lê. Verwisselende hoeke is ewe groot.
- 10 Ko-binnehoeke: enige hoekpaar wat aan dieselfde kant van die snylyn en tussen die ewewydige lyne lê. Ko-binnehoeke se som is 180° .

Die oplos van gemengde meetkundige probleme

Aktiwiteit 2 Los gemengde meetkundige probleme op

Leerdersboek bladsy 310

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk noukeurig deur die voorbeeld in die Leerdersboek. Teken die diagramme in elke voorbeeld op die bord en laat die leerders hul handboeke toemaak. Verseker optimale leerderbetrokkenheid deur soos volg deur die voorbeeld te werk:
 - Laat die leerders in pare of klein groepe deur elke vraag in elke voorbeeld werk en beurte maak om hul oplossings te gee. Bespreek en werk deur hierdie oplossings met die klas en laat die res van die leerders dit met hul eie oplossings vergelyk.
 - Maak seker dat pare of klein groepe hul individuele oplossings in elke voorbeeld deel – nie al die oplossings per voorbeeld nie – om seker te maak dat al die groepe/ pare 'n geleentheid kry om hul oplossings aan die klas voor te lê.
- Stryk al die probleme uit soos jy deur die voorbeeld met die leerders werk. Maak seker dat die leerders altyd redes verskaf om hul oplossings te staaf en dat hulle te alle tye die korrekte woordeskat gebruik. Maak ook seker dat hulle elke stap, asook die rasional agter die stappe, verstaan.
- Let op dat hierdie hoekverwantskappe die leerders in staat stel om sommige van die resultate wat in vroeëre hoofstukke bepaal is, te hersien. Dit is baie belangrik om aanhoudend na hierdie resultate in elke meetkunde-aktiwiteit te verwys, sodat die leerders meetkunde as 'n kennisgeheel, in teenstelling met geïsoleerde stukkies kennis, kan hanteer.

Remediëring en uitbreiding

Gee addisionele huiswerk-voorbeeld. Hoe meer die leerders hierdie meetkundige probleme oefen, hoe meer selfvertroue sal hulle kry, hoe meer gemotiveerd sal hulle wees om hierdie probleme op te los, en hoe beter sal hulle word in die oplos van hierdie probleme. Maak seker dat, indien nodig, eenvoudige voorbeeld aanvanklik gegee word om sukses te verseker, wat op sy beurt weer 'n positiewe ingesteldheid sal bewerkstellig en die leerders gemotiveerd sal hou.

Voorgestelde antwoorde

- 1 $b = 80^\circ$ (aanliggend supplementêre hoeke)
 $c = b = 80^\circ$ (regoorstaande hoeke)
 $d = 100^\circ$ (regoorstaande hoeke OF aanliggend supplementêr)
 $e = 100^\circ$ (ko-binnehoeke, $AB \parallel CD$)
 $f = b = 80^\circ$ (verwisselende hoeke, $AB \parallel CD$ of aanliggend supplementêr)
 $g = b = 80^\circ$ (ooreenkomsstige hoeke, $AB \parallel CD$ of aanliggend supplementêr)
 $h = d = 100^\circ$ (ooreenkomsstige hoeke, $AB \parallel CD$ of aanliggend supplementêr)
- 2 a $\angle W_3 = 90^\circ$
b
 - (i) $\angle O_4 = 80^\circ$ (aanliggend supplementêre $\angle e$)
 - (ii) $\angle U_1 = \angle T = 50^\circ$ (Verw. $\angle e$, $SU \parallel TW$)
 - (iii) $\angle W_1 = 180^\circ - (\angle T + \angle O_2)$
Maar $\angle O_2 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ (hoeke op reguit lyn)
 $\therefore \angle W_1 = 180^\circ - 50^\circ - 80^\circ = 50^\circ$.
 - (iv) $\angle W_2 = 90^\circ - \angle W_1$ ($\angle W_1 + \angle W_2 = 90^\circ$)
 $= 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$
 - (v) $\angle V = \angle W_1$ (ooreenk. $\angle e$, $SU \parallel TW$)
 $= 50^\circ$
 - (vi) $\angle S = \angle V$ (teenoorst. $\angle e$ van $\parallel m$)
 $= 50^\circ$
 - (vii) $\angle U_3 = 90^\circ - \angle V$ (som van binnehoeke. $\angle e$ van $\triangle UWV$)
 $= 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$
c $\angle U_2 = 180^\circ - (\angle T + \angle W_1 + \angle W_2)$ (som van binnehoeke. $\angle e$ van $\triangle UWT$)
 $= 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$
 $\therefore \angle U_2 = \angle W_2 = 40^\circ$
Maar hierdie is basishoeke van $\triangle UOW$
Dus is $\triangle UOW$ gelykbenig.
- d In
- $\triangle SUW$
- en
- $\triangle VWU$
- ,
-
- $\angle S = \angle V$
- (teenoorst.
- $\angle e$
- van 'n
- $\angle m$
-)
-
- $\angle VUW = \angle SUW$
- (verw.
- $\angle e$
- ;
- $SU \parallel T$
-)
-
- $SW = VU$
- (teenoorst. sye van a
- $\parallel m$
-)
-
- $\therefore \triangle SUW \equiv \triangle VWU$
- (HHS)
e In
- $\triangle TOW$
- en
- $\triangle TUV$
-
- $\angle T$
- is gemeenskaplik
-
- $\angle W_1 = \angle V$
- (ooreenk.
- $\angle e$
- ;
- $SU \parallel TW$
-)
-
- $\therefore \triangle TOW$
- en
- $\triangle TUV$
- is gelykhoekig
-
- Dus,
- $\triangle TOW \parallel \triangle TUV$
- 3 a $\hat{D}_3 = \hat{C}$ (gegee); $\hat{B} = \hat{D}_1 = 75^\circ$ (ooreenk. hoeke; $DE \parallel BC$)
 $\therefore \hat{D}_3 = \hat{D}_1 = 75^\circ$ (regoorstaande hoeke)
 $\therefore \hat{C} = 75^\circ$ ($\hat{D}_3 = \hat{C}$; gegee)
 $\therefore \hat{E}_1 = 75^\circ$ (ooreenk. hoeke; $DE \parallel BC$)
 $\therefore \hat{E}_2 = 105^\circ$ (supplementêre hoeke)
- b $\hat{G}\hat{H}\hat{L} = 41^\circ$ (gegee); $\hat{H}\hat{M}\hat{N} = 122^\circ$ (gegee)
 $\therefore \hat{H}_1 = 58^\circ$ (ko-binnehoeke; $GHK \parallel LN$)
 $\therefore \hat{H}_2 = 81^\circ$ (supplementêre hoeke)
- c $\hat{Q} = 70^\circ$ (verwisselende hoeke; $PQ \parallel RT$); $\hat{S}_1 = 70^\circ$ (binnehoeke van gelykbenige driehoek)
 $\therefore \hat{P} = 40^\circ$ (binnehoeke van gelykbenige driehoek is 180°)

- 4** **a** $\hat{A} = 40^\circ$ (gegee); $\hat{B} = 70^\circ$ (gegee)
 $\therefore \hat{C}_2 = 70^\circ$ (som van hoeke van driehoek is 180°)
 $\hat{C}_1 = 40^\circ$ (verwisselende hoeke); $\hat{A}_1 = \hat{C}_2 = 70^\circ$ (verwisselende hoeke);
 $\hat{D} = \hat{B} = 70^\circ$ (teenoorste. hoeke van 'n parallelogram is gelyk)
 $\therefore \triangle CAD$ is gelykbenig (basishoeke is gelyk)
- b** $\hat{N}_1 = \hat{N}_2$ (gegee, LN halveer KNM); $\hat{L}_1 = \hat{N}_2$ (verwisselende hoeke; teenoorste. sye van parallelogram is parallel); $\hat{L}_2 = \hat{N}_1$ (verwisselende hoeke)
Aangesien $\hat{N}_1 = \hat{N}_2$ kan ons sê dat NL vir KLM halveer
 $\therefore \hat{N} = \hat{L}$
 $\hat{K} = \hat{M}$ (teenoorste. hoeke van 'n parallelogram is gelyk)
 $\therefore KLM$ is 'n ruit (alle teenoorste. hoeke is gelyk)
- c** $\hat{P} = 50^\circ$ (gegee); $TQS = \hat{S}$
 $\therefore 2y = y + 25^\circ$ (verwisselende $\angle e$)
 $\therefore y = 25^\circ$
 $\therefore 2y = 50^\circ$
 $\therefore \triangle QPS$ is 'n gelykbenige driehoek (basishoeke is gelyk)
- 5** **a** DE DE is 'n reguit lyn $\therefore \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ$
 $\hat{A}_1 = \hat{B}$ (verwisselende hoeke) en $\hat{A}_3 = \hat{C}$ (verwisselende hoeke)
 $\therefore \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ = \hat{A}_2 + \hat{B} + \hat{C}$
 \therefore die som van die binnehoeke van $\triangle ABC$ is 180°
- b** $\hat{R}_1 = \hat{R}_1$ (gemeenskaplik); $\hat{P} = \hat{R}_2$ (verwisselende hoeke); $\hat{Q} = \hat{R}_3$ (ooréenkomslike hoeke)
 \therefore die buitheuk van $\triangle PQR$ = die som van die twee teenoorstaande binnehoeke
- c** $\hat{R}_1 + \hat{R}_2 + \hat{R}_3 = 180^\circ$ (aanliggend supplementêre hoeke)
Uit die bewyse uit vraag 5b sien ons dat die som van die binnehoeke van $\triangle PQR$ is 180°
- 6** **a** $\hat{B} = D\hat{E}C$ (ooréenkomslike hoeke); $\hat{C} = \hat{C}$ (gemeenskaplik);
 $\hat{A} = \hat{D}$ (ooréenkomslike hoeke)
 $\therefore \triangle ABC \parallel \triangle DEC$ (HHH).
- b** $DE^2 + EC^2 = DC^2$ (RK)
 $\therefore 3^2 + 4^2 = 25$
 $\therefore DC = 5 \text{ cm}$
- c** $BE = 8 \text{ cm}$ wat $2 \times EC$ is (gegee, $EC = 4 \text{ cm}$)
 $BE + EC = 12 \text{ cm}$
 $\therefore \frac{12}{4} = 3 \text{ cm}$ ($ABC \parallel \triangle DEC$ bewys)
 \therefore verhouding van gelykvormige driehoeke is 3
 $\therefore AC = 15 \text{ cm}$ ($\frac{15}{5} = 3$: verhouding van AC)
 $\therefore AD = 15 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$
- d** $AB^2 = AC^2 - BC^2$ (RK)
 $= 15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81$
 $\therefore AB = \sqrt{81} = 9 \text{ cm}$
- 7** **a** $A\hat{E}B = G\hat{E}F$ (regoorstaande hoeke); $A\hat{B}E = G\hat{F}E$ (verwisselende hoeke); $B\hat{A}E = F\hat{G}E$ (verwisselende hoeke)
 $\therefore \triangle ABE \parallel \triangle GFE$ (HHH).
- b** $CE = EG$ (gegee, E halveer CG/middelpunt); $E\hat{C}D = E\hat{G}F$ (verwisselende hoeke);
 $C\hat{E}D = G\hat{E}F$ (regoorstaande hoeke) $\therefore \triangle ECD \equiv \triangle GFE$ (ASA).
CDFG moet 'n parallelogram wees want snylyn FD halveer snylyn CG en $CD \parallel FG$.
- 8** **a** Om te bewys dat $ABGF$ 'n ruit is:
G is die middelpunt van die sirkel met radius GB.
Radius van sirkel rondom gewone seshoek = lengtes van sye van seshoek
Dus: $AB = BG = GF = FA$
Dus is $ABGF$ 'n ruit (vierkant met vier gelyke sye)
- b** Om te bewys dat $LKPQ$ 'n reghoek is:
R is die middelpunt van die sirkel met radius RK

Dus: $RK = RL = RP = RQ$ (raduise van dieselfde sirkel)

En $KP = LQ$ (Hoeklyne van dieselfde sirkel)

Dis is $KLPQ$ 'n reghoek (hoeklyne halveer mekaar)

Om te bewys dat $HKQR$ 'n trapezium is:

Som van binnehoeke van agthoek = $6 \times 180^\circ = 1080^\circ$

Dus: $^{\text{R}}\text{HK} = 1080^\circ \div 8 = 135^\circ$ (hoeke van gewone agthoek is gelyk)

en $^{\text{H}}\text{KQ} + ^{\text{Q}}\text{KL} = 135^\circ$

maar $^{\text{Q}}\text{KL} = 90^\circ$ (hoek van 'n reghoek)

Dus: $^{\text{H}}\text{KQ} = 45^\circ$

$\therefore ^{\text{R}}\text{HK} + ^{\text{H}}\text{KQ} = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$

Maar hule is binnehoeke

$\therefore \text{HR} \parallel \text{KQ}$ (ko-binnehoeke: hoeke supplementêr)

$\therefore \text{HKQR}$ is 'n trapezium (een paar parallel sye)

c Om te bewys dat UWXZ 'n trapezium is:

Som van binnehoeke van sewehoek = $5 \times 180^\circ = 900^\circ$

$\therefore ^{\text{T}}\text{U} = 900^\circ \div 7 = 128,5714^\circ$

$\therefore ^{\text{T}}\text{UZ} = \frac{1}{2}(180^\circ - 128,5714^\circ) = 25,7143^\circ$

$\therefore ^{\text{W}}\text{UZ} = 128,5714^\circ - 2(25,7143^\circ) = 77,1428^\circ$ (kongruente driehoek)

en $^{\text{U}}\text{WX} = 128,5714^\circ - 25,7143^\circ = 102,8571^\circ$

$\therefore ^{\text{W}}\text{UZ} + ^{\text{U}}\text{WX} = 77,1428^\circ + 102,8571^\circ = 180^\circ$

$\therefore \text{UZ} \parallel \text{WX}$ (ko-binnehoeke: hoeke supplementêr)

$\therefore \text{UWXZ}$ is 'n trapezium (een paar parallel sye)

OF GEBRUIK VERANDERLIKES:

Laat $^{\text{T}}\text{U} = a$ en $^{\text{T}}\text{UZ} = ^{\text{T}}\text{TZU} = b$ (basishoeke van gelykbenige driehoek)

$\therefore a + 2b = 180^\circ$ (hoeke van 'n driehoek)

$\therefore b = [1/2](180^\circ - a) = 90^\circ - [1/2]a$

$\therefore ^{\text{U}}\text{U} = ^{\text{V}}\text{V} = ^{\text{W}}\text{W} = a$ (hoeke van 'n gewone sewehoek)

En $^{\text{Z}}\text{UW} = a - 2b$ en $^{\text{U}}\text{WX} = a - b$ (basishoeke van kongruente driehoek)

$\therefore ^{\text{Z}}\text{UW} + ^{\text{U}}\text{WX} = a - 2b + a - b = 2a - 3b = 2a - 3(90^\circ - [1/2]a) = 3[1/2]a - 270^\circ$

Maar $a = (5 \times 180^\circ) \div 7 = 900^\circ \div 7$ (hoeke van 'n gewone sewehoek is gelyk)

$\therefore ^{\text{Z}}\text{UW} + ^{\text{U}}\text{WX} = 3\frac{1}{2}(900^\circ \div 7) - 270^\circ = 450^\circ - 270^\circ = 180^\circ$

$\therefore \text{UZ} \parallel \text{WX}$ (ko-binnehoeke supplementêr)

$\therefore \text{UWXZ}$ is 'n trapezium (een paar parallel sye)

Hoofstuk 12-Hersiening

Leerdersboek bladsy 313

Moedig die leerders aan om die inhoud wat gedek is, weer deur te gaan voordat die hersieningaktiwiteit aangepak word. Die hersieningaktiwiteit moet gebruik word om die leerders se vordering tot dusver te assesseer, en om te kyk of enige remediëring dalk nodig is.

Voorgestelde antwoord

- I a (i) $\angle C = 65^\circ$ (binne \angle e van 'n gelykbenige \triangle)
(ii) $\angle A = 50^\circ$ ($180^\circ - 65^\circ - 65^\circ$)(binne \angle e van 'n \triangle)
(iii) $\angle F_2 = \angle C = 65^\circ$ (verw. $\angle e$, EG||BC)
(iv) $\angle E_1 = \angle B = 65^\circ$ (oorseenk $\angle e$, EG||BC)
(v) $\angle F_1 = \angle E_1 + \angle A$ (buite \angle van 'n \triangle ; stelling)
 $\angle F_1 = 65^\circ + 65^\circ = 130^\circ$

- b** In $\triangle ABC$ en $\triangle AEF$
 $\angle A$ is gemeenskaplik
 $\angle B = \angle E_1$ (bewys)
 $\therefore \triangle ABC$ en $\triangle AEF$ AEF is gelykhoekig.
Dus, $\triangle ABC \equiv \triangle AEF$
- 2 a**
- (i) $HF = 2 \times OF$ (hoeklyne van 'n vierkant halver mekaar)
 - $HF = 2 \times 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$
 - (ii) $OE = 5 \text{ cm}$ (hoeklyne van 'n vierkant is ewe lank en halver mekaar)
 - (iii) $EH^2 = OE^2 + OH^2$ (Pythagoras)
 $= (5 \text{ cm})^2 + (5\text{cm})^2 = 25\text{cm}^2$
 $EH = \sqrt{50} \text{ cm}^2 = 7,07 \text{ cm}$
 - (iv) $\angle JFG = \angle FGO$ (verw. $\angle e$, $JK \parallel EG$)
 $= 45^\circ$ (gegee)
 - (v) $\angle FOG = \angle EOH = 90^\circ$ (regoorstaande $\angle e$)
 - (vi) $\angle KFL = \angle EOH = 90^\circ$ (ooreenk $\angle e$, $JK \parallel EG$)
 - (vii) $\angle OEH = \angle EHI - \angle EOH$ (buite \angle van 'n \triangle , stelling)
 $= 135^\circ - 90^\circ$
 $= 45^\circ$
 - (viii) $\angle OGH = 90^\circ - \angle OGF$ ($\angle FGH = 90^\circ$ en binne $\angle e$ van 'n vierkant = 90°)
 $= 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$
- b** In driehoede $\triangle EFG$ en $\triangle EOF$,
 $\angle EFG = 90^\circ$ (binne \angle van 'n vierkant)
Maar $\angle EOF = 90^\circ$ (hoeklyne van 'n vierkant is loodreg op mekaar)
 $\therefore \angle EFG = \angle EOH$
 $\angle OEH = \angle OGF = 45^\circ$
 $\therefore \triangle EFG$ en $\triangle EOF$ is gelykhoekig
Dus, $\triangle EFG \equiv \triangle EOF$
- 3 a** $R_1 = 86^\circ$ (teenoorst. $\angle e$ van 'n $\parallel m$ OPRQ)
- b** $5x - 1 = 86^\circ$ (ooreenk. $\angle e$, AB \angle CD)
- $$5x = 86^\circ + 1 = 87^\circ$$
- $$x = \frac{87^\circ}{5} = 17^\circ$$
- c** $P_1 = 5x - 1 = 5 \times 17 - 1 = 84^\circ$
 $F_2 = 180^\circ - 86^\circ$ (aanliggend supplementêre $\angle e$)
 $= 94^\circ$
 $R_3 = 5x - 1 = 84^\circ$ (ooreenk. $\angle e$)
 $Q_2 = R_3 = 84^\circ$ (ooreenk. $\angle e$, AB \parallel CD)

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 314 tot 348

Voorgestelde tydstoekenning: 10 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1 Die Stelling van Pythagoras

2 ure

Die hersiening van die Stelling van Pythagoras

Die toepassing van die Stelling van Pythagoras

Eenheid 2 Omtrek van veelhoeke

2 ure

Die hersiening van veelhoeke en herleidings tussen SI eenhede vir lengte

Die bepaling van die omtrek van driehoek

Die bepaling van die omtrek van vierhoek

Die bepaling van die omtrek van ander veelhoeke

Eenheid 3 Oppervlakte van veelhoeke

2 ure

Die hersiening van herleidings tussen SI eenhede

Die bepaling van die oppervlakte van driehoek

Die bepaling van die oppervlakte van vierhoek

Die bepaling van die oppervlakte van ander veelhoeke

Eenheid 4 Omtrek en oppervlakte van sirkels

2 ure

Die hersiening van die sirkel en sy komponente

Die bepaling van die omtrek van sirkels

Die bepaling van die oppervlakte van sirkels

Eenheid 5 Die uitwerking op omtrek of oppervlakte wanneer afmetings verdubbel word

2 ure

Ondersoek: *Die verandering in omtrek of oppervlakte van 2D-vorms wanneer*

een of meer afmetings verander

Probleemoplossing

PvA Ondersoek 3: *Stelling van Pythagoras*

Hoofstukhersiening

Die Stelling van Pythagoras

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 315

Voorgestelde tydstoekening: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Hersiening van die Stelling van Pythagoras
- Toepassing van die Stelling van Pythagoras

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; liniaal; sakrekenaar; pen

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders die volgende gedoen:

- Ondersoek ingestel na die verwantskap tussen die lengtes van die sye van reghoekige driehoeke ten einde die Stelling van Pythagoras te ontwikkel
- Bepaal of 'n driehoek 'n reghoekige driehoek is wanneer die sylengtes van die driehoek bekend is
- Gebruik die Stelling van Pythagoras om 'n ontbrekende lengte in 'n reghoekige driehoek te bereken

In Graad 9 is die gebruik van die Stelling van Pythagoras om probleme oor onbekende lengtes van meetkundige figure wat reghoekige driehoeke bevat, op te los, nuut.

Riglyne vir onderrig

Dit is belangrik dat die leerders hulle begrip van die Stelling van Pythagoras vaslê, omdat hulle dit dikwels in Wiskunde gaan gebruik, byvoorbeeld, in Trigonometrie, Euklidiese meetkunde en Analitiese meetkunde. Die doel van hierdie eenheid is om hierdie stelling op so 'n manier te hersien dat dit praktiese ondersoek aanmoedig. Dit is ook belangrik dat alle leerders aktief by hierdie ondersoek betrokke raak.

Wie was Pythagoras?; Die hersiening van die Stelling van Pythagoras

Aktiwiteit I Werk met die Stelling van Pythagoras

Leerdersboek bladsy 317

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die verwantskap tussen die lengtes van die sye van driehoeke word in die stappe in die Leerdersboek ondersoek. Dit is belangrik dat die leerders prakties betrokke raak by stappe 2 tot 4 deur die aantal vierkante te tel ten einde hulle begrip van die stelling vas te lê. Wanneer hulle die woorde van die stelling onthou, moet hulle die vierkante in hul gedagtes sien.
- Werk saam met die leerders deur die stappe, of laat hulle self in klein groepe van drie (nie meer as vier nie) deur die stappe werk.

- Stap in die klas rond en let op hul vordering en begrip.
 - Kyk wat hulle doen: Tel hulle die vierkante? Werk hulle saam? Byvoorbeeld, maak hulle beurte met sekere take in die stap (tel vierkante, teken die waarnemings aan in die tabel, ensovoort.)?
 - Luister na wat hulle sê en die woordeskat wat hulle gebruik. Wie doen al die praatwerk? Wat sê hulle? Gebruik hulle die toepaslike woordeskat? Kry elkeen 'n beurt om sy of haar gedagtes uit te spreek? Is daardie leerders wat aanvanklik stil is, besig om selfvertroue op te bou om later 'n bydrae te maak namate hulle begrip groei?
- Bespreek die punte wat na die ondersoek ter sprake kom nadat die leerders stappe 5 en 6 voltooi het. Sien die leerders hierdie feite in die diagramme? Lé hierdie feite vas deur weer die diagramme in stappe 2, 3 en 4 te raadpleeg, indien nodig.
- Lé die simboliese weergawe van die stelling vas. Sommige leerders mag dit uit hulle Graad 8-dae onthou, maar maak seker dat hulle weet wat dit beteken deur 'n meer gedetailleerde verduideliking daarvan te gee (gebaseer op die ondersoek wat hulle so pas voltooi het)
- Sluit sleutelvrae in hierdie afdeling in wanneer jy die leerders aan die begin van elke volgende les vinnig toets.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Dit is belangrik dat die leerders op 'n praktiese manier deur die ondersoek werk. Gee vir die leerders addisionele driehoeke ('n kombinasie van reghoekige, skerphoekige en stomphoekige driehoeke waarvan die sy lengtes gegee word). Laat hulle die oppervlaktes van die sye teken, soos in die ondersoek geïllustreer, en die inligting in 'n tabel aanteken vir verdere ondersoek na die Stelling van Pythagoras. Alle leerders moet deurgaans hulle idees in woorde uitdruk ten einde hul begrip vas te lê.

Voorgestelde antwoorde

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| 1 Reghoekig | 2 Skerphoekig | 3 Skerphoekig |
| 4 Stomphoekig | 5 Stomphoekig | 6 Reghoekig |
| 7 Reghoekig | 8 Reghoekig | 9 Reghoekig |
| 10 Reghoekig | 11 Reghoekig | 12 Reghoekig |
| 13 Reghoekig | 14 Reghoekig | 15 Reghoekig |

Die toepassing van die Stelling van Pythagoras

Aktiwiteit 2 Pas die Stelling van Pythagoras toe

Leerdersboek bladsy 319

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hierdie afdeling fokus op die praktiese toepassing van die Stelling van Pythagoras. Maak seker dat die leerders verstaan wanneer ons hierdie stelling gebruik:
 - om die lengte van 'n onbekende sy van 'n reghoekige driehoek te bereken
 - om te bepaal of 'n driehoek 'n reghoekige, skerphoekige of stomphoekige driehoek is
 - om probleme uit die alledaagse lewe op te los

- Die tweede en derde voorbeeldel stel probleme uit die leefwêreld voor en is die soort probleme wat jy vir die leerders kan gee om op te los, indien nodig. Werk op 'n stap-vir-stap-basis deur die voorbeeldel in die Leerdersboek. Doen die voorbeeldel op die bord en doen addisionele voorbeeldel indien nodig.
- Benader altyd die probleem deur, as 'n eerste stap, te vra: Wat weet ons? Watter inligting oor die probleem word gegee?
- Skryf soveel feite as moontlik neer op 'n afsonderlike plek op die bord, voordat jy deur die stappe begin werk. Gebruik hierdie gegewe feite in elke stap om vir die leerders 'n voorbeeld te gee van hoe 'n probleem uiteengesit, benader en opgelos word.

Voorgestelde antwoorde

Wenk

Werk in klein groepe met die leerders, indien nodig, en/of laat die leerders in groepe van gemengde vermoëns werk.

1	a $a^2 = b^2 + c^2$ $a^2 = 49 + 576$ $a^2 = 625$ $a = 25$	b $b^2 = a^2 - c^2$ $b^2 = 1\ 369 - 1\ 225$ $b^2 = 144$ $b = 12$	c $c^2 = a^2 - b^2$ $c^2 = 5\ 625 - 441$ $c^2 = 5\ 184$ $c = 72$
	d $d^2 = a^2 - b^2$ $d^2 = 841 - 400$ $d^2 = 441$ $d = 21$	e $e^2 = b^2 + c^2$ $e^2 = 81 + 484$ $e^2 = 565$ $e \approx 23,77$	f $a^2 = b^2 + c^2$ $a^2 = (f)^2 + (2f)^2$ $(\sqrt{320})^2 = 5f^2$ $[320/5] = f^2$ $64 = f^2$ $8 = f$ $\therefore 2f = 16$
2	a $b^2 = a^2 + c^2$ $b^2 = 14\ 400 + 8\ 100$ $b^2 = 22\ 500$ $b = 150 \text{ mm}$	b $b^2 = a^2 + c^2$ $b^2 = 40\ 000 + 22\ 500$ $b^2 = 62\ 500$ $b = 250 \text{ mm}$	c $c^2 = b^2 - a^2$ $c^2 = 260\ 100 - 57\ 600$ $c^2 = 202\ 500$ $c \approx 450$
	d $a^2 = c^2 - b^2$ $a^2 = 122\ 500 - 14\ 400$ $a^2 = 108\ 100$ $a = 328,79$	e $b^2 = a^2 + c^2$ $b^2 = 10\ 000 + 67\ 600$ $b^2 = 77\ 600$ $b \approx 278,6 \text{ mm}$	f $b^2 = a^2 + c^2$ $b^2 = 10\ 000 + 67\ 600$ $b^2 = 77\ 600$ $b \approx 278,6 \text{ mm}$
3	a $b^2 = AB^2 + BD^2$ $b^2 = 64 \text{ cm} + 36 \text{ cm}$ $b^2 = 100 \text{ cm}$ $b = 10 \text{ cm}$	b $x^2 = PQ^2 - PS^2$ $x^2 = 1\ 369 \text{ cm} - 144 \text{ cm}$ $x^2 = 1\ 225$ $x \approx 35$	
	$d^2 = AB^2 + BC^2$ $d^2 = 64 \text{ cm} + 225 \text{ cm}$ $d^2 = 289 \text{ cm}$ $d = 17 \text{ cm}$	$y^2 = PR^2 - PS^2$ $y^2 = 169 \text{ cm} - 144 \text{ cm}$ $y^2 = 25 \text{ cm}$ $y = 5 \text{ cm}$	
4	a $BD^2 = 2AB^2$ $BD^2 = 2(40 \text{ mm})^2$ $BD^2 = 2(1\ 600)$ $BD^2 = 3\ 200$ $BD \approx 57 \text{ mm}$	$LN^2 = 56^2 + 65^2$ $LN^2 = 3\ 136 + 4\ 225$ $LN \approx 86 \text{ mm}$	$a^2 = 625 + 2\ 500$ $a \approx 56 \text{ m}$
	b $LN^2 = LM^2 + MN^2$	c $a^2 = b^2 + c^2$ $a^2 = 25^2 + 50^2$	

5 $a^2 = 2b^2$
 $(80 \text{ mm})^2 = 2b^2$

$6\ 400 = 2b^2$

$3\ 200 = b^2$

$56,57 \text{ mm} \approx b$

6 (Distance 1) $^2 = a^2 - b^2$ (Distance 2) $^2 = c^2 - d^2$
(Distance 1) $^2 = 19,5^2 - 18^2$ (Distance 2) $^2 = 19,5^2 - 7,5^2$
(Distance 1) $^2 = 380,25 - 324$ (Distance 2) $^2 = 380,25 - 56,25$
(Distance 1) $^2 = 56,25$ (Distance 2) $^2 = 324$
Distance 1 = 7,5 m Distance 2 = 18 m
and

∴ the width of the road is 18 m + 7,5 m = 25,5 m

7 $a^2 = 2b^2$
 $a^2 = 2(60 \text{ mm})^2$
 $a^2 = 2(3\ 600)$
 $a^2 = 7\ 200$
 $a \approx 84,85 \text{ mm}$

EENHEID

2

Omtrek van veelhoeke

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 321

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Die hersiening van veelhoeke en herleidings tussen SI eenhede van lengte
- Die bepaling van die omtrek van driehoeke
- Die bepaling van die omtrek van vierhoeke
- Die bepaling van die omtrek van ander veelhoeke

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; liniaal; sakrekenaar; pen

Achtergrondinligting

In Graad 8 het die leerders die volgende gedoen:

- Hersien en ondersoek die omtrek van veelhoeke
- Formules vir die berekening van die omtrek van veelhoeke, soos driehoeke en vierhoeke.

In Graad 9 hersien die leerders die omtrek van driehoeke en vierhoeke en hulle leer hoe om die omtrek van ander veelhoeke te bereken.

Riglyne vir onderrig

In Graad 7 en Graad 8 het die leerders met die omtrek van vierkante en reghoeke gewerk. Hulle sukkel egter dikwels om tussen omtrek en oppervlakte te onderskei. Dus is dit baie belangrik dat hierdie onderskeid aan die leerders verduidelik word voordat omtrek en oppervlakte (in die volgende eenheid) aangepak word. Doen dit deur hersiening te doen van basiese vorms en die verskil tussen oppervlakte en omtrek voordat jy met hierdie

eenheid begin en deur die leerders eenvoudige berekening oor omtrek en oppervlakte aan die begin van elke les te laat doen.

Die hersiening van veelhoeke en herleidings tussen SI-eenhede vir lengte

Aktiwiteit 1 Hersien veelhoeke en herleidings tussen SI eenhede van lengte

Leerdersboek bladsy 321

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Bestee tyd aan die hersiening van veelhoeke en herleidings deur Aktiwiteit 1 deur te werk. Maak aan die begin van elke les seker dat die leerders duidelikheid het omtrent hierdie beskrywings en herleidings.

Voorgestelde antwoorde

- Veelhoek: 'n plat figuur wat deur drie of meer reguit rande ingesluit word.
 - Driehoek: 'n veelhoek met 3 rande. Die som van sy binnehoeke is 180° .
 - Vierhoek: 'n veelhoek met 4 rande. Die som van sy binnehoeke is 360° .
 - Vyfhoek: 'n veelhoek met 5 rande.
 - Seshoek: 'n veelhoek met 6 rande.
 - Sewehoek: 'n veelhoek met 7 rande.
 - Aghoek: 'n veelhoek met 8 rande.
 - Sirkel: 'n geslote kromme. Elke punt op die kromme is ewe ver vanaf 'n vaste punt, die middelpunt.
 - Omtrek: die totale afstand langs die rande van 'n 2D-vorm.
-
- $\text{km na m} = \times 1\ 000$; $\text{km na cm} = \times 100\ 000$; $\text{km na mm} = \times 1\ 000\ 000$
 - $\text{m na cm} = \div 100$; $\text{m na mm} = \times 1\ 000$; $\text{m na km} = \div 1\ 000$
 - $\text{cm na mm} = \times 10$; $\text{cm na m} = \div 100$; $\text{cm na km} = \div 100\ 000$
 - $\text{mm na cm} = \div 10$; $\text{mm na m} = \div 1\ 000$; $\text{mm na km} = \div 1\ 000\ 000$

Die bepaling van die omtrek van driehoeke

Aktiwiteit 2 Bepaal die omtrek van driehoeke

Leerdersboek bladsy 322

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Lei hierdie les met 'n reghoekige driehoek in om die verwantskap tussen die basissy en 'n loodregte hoogte van driehoeke te toon.
- Demonstreer dan aan die leerders dat enige sy van 'n driehoek (insluitend 'n reghoekige driehoek) as basis met 'n unieke hoogte gebruik kan word. Watter sy ook al as basis gekies word, die oppervlakte van die driehoek bly dieselfde.
- Gee vir leerders die geleentheid om verskillende hoogtes van 'n driehoek te teken deur elk van die sye as basis te neem. Sodra die leerders die verwantskap tussen die basis en die hoogte verstaan, kan hulle die formule gebruik om meetkundige

probleme op te los.

- Die gegewe voorbeeld wys vir die leerders die soort meetkundige probleme wat hulle sal moet kan oplos deur die formule vir die oppervlakte van 'n driehoek, asook die Stelling van Pythagoras, te gebruik.
- Werk deur die voorbeeld en maak seker dat die leerders elke vraag en die betrokke stappe om by die antwoord uit te kom, verstaan.
- Dit mag nodig wees om meer as een voorbeeld te doen. Wissel die afmetings wat gegee word, asook die sye waarvoor die afmetings gegee word, maar verskaf altyd die afmetings van ten minste twee sye

Remediëring en uitbreiding

Gee addisionele voorbeeld, soortgelyk aan die vroeë in die Aktiwiteit, vir huiswerk sodat die leerders die konsepte wat in hierdie eenheid behandel is, kan vaslê en versterk. Maak seker dat die leerders vorder vanaf die oplos van eenvoudige probleme na meer ingewikkelde probleme. In die Riglyne vir onderrig, aan die begin van hierdie hoofstuk het ons aanbeveel dat die leerders ook, aan die begin van die les, eenvoudige voorbeeld kry om op te los.

Vorgestelde antwoorde

1 $s_2^2 = s_1^2 - s_3^2$
 $s_2^2 = 30^2 - 24^2$
 $s_2^2 = 900 - 576$
 $s_2^2 = 324$
 $s_2 = 18 \text{ cm}$
 $P = s_1 + s_2 + s_3$
 $P = 30 + 18 + 24$
 $P \triangle ABC = 72 \text{ cm}$

2 $s_1^2 = s_2^2 + s_3^2$
 $s_1^2 = 12^2 + 35^2$
 $s_1^2 = 144 + 1225$
 $s_1^2 = 1369$
 $s_1 = 37 \text{ cm}$
 $P = s_1 + s_2 + s_3$
 $P = 37 + 12 + 35$
 $P \triangle DEF = 84 \text{ cm}$

3 $s_2^2 = s_1^2 - s_3^2$
 $s_2^2 = 75^2 - 21^2$
 $s_2^2 = 5625 - 441$
 $s_2^2 = 5184$
 $s_2 = 72 \text{ cm}$
 $P = s_1 + s_2 + s_3$
 $P = 75 + 21 + 72$
 $P \triangle GHK = 168 \text{ cm}$

4 $s_1^2 = 2s_2^2$
 $80^2 = s_2^2 + s_3^2$
 $6400 = 2s_2^2$
 $3200 = s_2^2$
 $56,57 = s_2$
 $P = s_1 + s_2 + s_3$
 $P = 80 + 56,57 + 56,57$
 $P \triangle LMN = 193,2 \text{ cm}$

5 $s_1^2 = s_2^2 + s_3^2$
 $s_1^2 = 23^2 + 46^2$
 $s_1^2 = 529 + 2116$
 $s_1^2 = 2645$
 $s_1 = 51,43 \text{ cm}$
 $P = s_1 + s_2 + s_3$
 $P = 51,43 + 23 + 46$
 $P \triangle PQR = 120,4 \text{ cm}$

6 $(\sqrt{432})^2 = x^2 + (2x)^2$
 $432 = 5x^2$
 $86,4 = x^2$
 $9,3 = x$
 $P = s_1 + s_2 + s_3$
 $P = 20,78 + 9,3 + 18,6$
 $P \triangle TSU = 48,68 \text{ cm}$

Die bepaling van die omtrek van vierhoeke; Die bepaling van die omtrek van ander veelhoeke

Aktiwiteit 3-4

Bepaal die omtrek van vierhoeke; Bepaal die omtrek van ander veelhoeke

Leerdersboek bladsy 325–326

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Wys vir die leerders hoe formules voortspruit uit die definisies van hierdie konsepte vir elke vierhoek, soos in die inleidende voorbeeld in hierdie afdeling getoon word. Dit maak dit makliker vir die leerders om die formules te verstaan.

- Hierdie inleidende voorbeeld, asook die uitgewerkte voorbeeld, wys vir die leerders die soort meetkundige probleme wat hulle moet kan oplos deur van die formule vir omtrek en die toepassing van die Stelling van Pythagoras gebruik te maak. Gaan noukeurig saam met die leerders deur hierdie voorbeeld en maak seker dat hulle elke stap verstaan voordat jy hulle vra om die aktiwiteit te doen.

Remediëring en uitbreiding

Aktiwiteit 4, vraag 3 is 'n uitbreidingsvraag. Werk deur een of twee vrae in klein groepe om die leerders wat sukses te help, maar maak seker dat hulle van die vroeg op hul eie en met die minimum ondersteuning doen.

Laat die leerders daardie vroeg wat hulle verkeerd beantwoord het, oordoen. Werk egter eers saam met hulle deur die probleemareas voordat jy hulle 'n tweede kans gee. Laat hulle vir jou sover moontlik in woorde vertel wat die probleem is, sodat hulle nie weer dieselfde foute maak nie.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 3

1 In $\triangle AKD$

$$AD^2 = DK^2 + AK^2$$

$$AD^2 = 81 + 144$$

$$AD = 15 \text{ cm}$$

$$P = 2(l + b)$$

$$P = 2(24 + 15)$$

$$P_{ABCD} = 78 \text{ cm}$$

3 In $\triangle JBM$

$JL \perp KM$ (hoeklyne van 'n ruit is loodreg)

$$JM^2 = JB^2 + MB^2$$

$$JM^2 = 6^2 + 8^2$$

$$JM^2 = 100$$

$$KM = 10 \text{ cm}$$

$$P = 4s$$

$$P_{JKLM} = 40 \text{ cm}$$

4 $PA = QA$ ((hoeklyne van 'n vierkant is ewe lank en halveer mekaar)

$$PQ^2 = 2PA^2$$

$$PQ^2 = 2(64)$$

$$PQ^2 = 128$$

$$PQ = 11,3$$

$$P = 4s$$

$$P = 11,3 \times 4$$

$$P_{NPQR} = 45,3 \text{ cm}$$

5 $ST = MN = 10 \text{ cm}$ (STMN is 'n vierkant)

TU = SV (ooreenkomsstige snye van kongruente driehoeke SMV en TNU (SHS))

In $\triangle SMV$:

$$SV^2 = SM^2 + VM^2$$

$$SV^2 = 100 + 56,25$$

$$SV^2 = 156,25$$

$$SV = 12,5 \text{ cm}$$

$$P = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$$

2 In $\triangle FGH$

$$HG^2 = FH^2 - FG^2$$

$$HG^2 = 289 - 64$$

$$HG = 15 \text{ cm}$$

$$P = 2(l + b)$$

$$P = 2(15 + 8)$$

$$P_{EFGH} = 46 \text{ cm}$$

$$P = 10 + 12,5 + 25 + 12,5$$

$$P \text{ STUV} = 60 \text{ cm}$$

6 In $\triangle WXY$

$$XY^2 = WY^2 - WX^2$$

$$XY^2 = 210,25 - 110,25$$

$$XY^2 = 100$$

$$XY = 10 \text{ cm}$$

$$P = 2(s_1 + s_2)$$

$$P = 2(10 + 10,5)$$

$$P \text{ WXYZ} = 41 \text{ cm}$$

Aktiwiteit 4

1 $AB = CD = \frac{1}{2} FE = 45 \text{ mm} = BC = DE$ (gegee)

En $FE = 90 \text{ mm} = AF$ (gegee)

$P = \text{som van al die sye}$

$$P = 45 + 45 + 45 + 45 + 90 + 90$$

$$P \text{ ABCDEF} = 360 \text{ cm}$$

2 In $\triangle HBK$

$$HK^2 = HB^2 + BK^2$$

$$HK^2 = 300 + 100$$

$$HK^2 = 400$$

$$HK = 20$$

$P = \text{som van al die sye}$ (alle sye is ewe lank)

$$P = 20 \times 6$$

$$P = 120 \text{ cm}$$

3 In $\triangle QZY$

$$QY^2 = QZ^2 + YZ^2$$

$$QY^2 = 25 + 25$$

$$QY^2 = 50$$

$$QY = 7,07 \text{ cm}$$

$P = \text{som van al die sye}$

$$P = 7,07 \times 8$$

$$P = 56,57 \text{ cm}$$

EENHEID

3

Oppervlakte van veelhoeke

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 327
Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Die hersiening van herleidings tussen SI-eenhede
- Die bepaling van die oppervlakte van driehoeke
- Die bepaling van die oppervlakte van vierhoeke
- Die bepaling van die oppervlakte van ander veelhoeke

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; liniaal; sakrekenaar; pen

Agtergrondinligting

In Graad 8 het die leerders die volgende gedoen:

- Berekening van die oppervlakte van vierhoeke, regghoede, driehoeke en veelhoeke, tot ten minste 2 desimale syfers
- Oplos van probleme met of sonder 'n sakrekenaar

In Graad 9 hersien die leerders die konsepte wat hulle in Graad 8 geleer het, en pas die Stelling van Pythagoras toe om probleme wat die berekening van die lengtes van sye behels, op te los.

Riglyne vir onderrig

Aangesien die leerders in Graad 7 en Graad 8 redelik omvattend met oppervlakte en omtrek gewerk het, is baie van die konsepte hier hersiening van die basiese begrippe. Dit is belangrik dat die leerders hierdie basiese dinge goed onder die knie het. As, in die leerders oor die algemeen met hierdie konsepte sukkel, maak seker dat jy vir hulle eenvoudige voorbeelde gee om mee te oefen (Graad 6-, 7- en 8-vlakke), en dan geleidelik na meer uitdagende voorbeelde aangaan.

Die hersiening van herleiding tussen SI eenhede

Aktiwiteit I Hersien herleidings tussen SI eenhede

Leerdersboek bladsy 327

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Lei hierdie aktiwiteit in deur herleidings te hersien.
- Sluit hierdie herleidings in wanneer jy aan die begin van elke les kort verva-sessies hou.

Voorgestelde antwoorde

- | | | | | |
|---|--|---|--|--|
| 1 | a cm na mm = $\times 10$; cm^2 na mm^2 = $\times 100$ | b m na cm = $\times 100$; m^2 na cm^2 = $\times 10\ 000$ | c mm na cm = $\div 10$; mm^2 na cm^2 = $\div 100$ | d cm na m = $\div 1\ 000$; cm^2 na m^2 = $\div 10\ 000$ |
| 2 | a $200\ mm^2$ | b $30\ 000\ cm^2$ | c $4\ cm^2$ | d $0,05\ m^2$ |
| | e $60\ cm^2$ | f $0,7\ m^2$ | g $800\ cm^2$ | h $9\ m^2$ |

Die bepaling van die oppervlakte van driehoek

Basis en hoogte van 'n driehoek; Formule vir die oppervlakte van 'n driehoek

Aktiwiteit2 Bepaal die oppervlakte en hoogte van driehoek

Leerdersboek bladsy 330

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Begin hierdie les deur die leerders se aandag te vestig op die feit dat enigeen van die drie sye van 'n driehoek as basis geneem kan word. Die hoogte is altyd loodreg op die basis. Vra dat die leerders hulle handboeke toemaak. Teken dieselfde driehoek drie maal op die bord, volgens die eerste voorbeeld in die Leerdersboek, en vra een leerder om die hoogtes (een vanaf elke hoekpunt) te teken. Herhaal 'n paar keer, indien nodig, en beklemtoon die bostaande.
- Herhaal bostaande met reghoekige driehoekte en stomphoekige driehoekte en werk deur hierdie spesifieke driehoekte terwyl jy die feite soos dit in die Leerdersboek beskryf word, uitwys.

- Die leerders het al voorheen die eienskappe van reghoede bestudeer. Hersien, indien nodig, hierdie eienskappe vinnig. Hulle het ook al met kongruente driehoede gewerk, en 'n kort hersiening van hierdie konsep mag ook nodig wees. As hulle die basiese dinge onthou, behoort hulle te verstaan hoekom die oppervlakte van 'n driehoek as die helfte van die oppervlakte van 'n reghoek beskou kan word. Werk deur hierdie basiese dinge wat in die inleidende voorbeeld verskaf word ten einde hierdie kennis vas te lê.
- Maak seker dat die leerders die formule vir die oppervlakte van 'n driehoek:
 $A = \frac{1}{2} \times b \times h$, reg gebruik. Dit is 'n vereenvoudiging van links na regs, en nie 'n toepassing van die distributiewe wet nie, soos sommige leerders geneig is om te dink. Dit is baie belangrik en moet versigtig gemonitor word wanneer hulle die aktiwiteit doen.
- Doen die voorbeeld in die Leerdersboek noukeurig op die bord, asook 'n addisionele voorbeeld, indien nodig

Voorgestelde antwoorde

- | | |
|---|---|
| 1
a Oppervlakte = 216 cm ²
b Hoogte tot by die skuinssy = 14,4 cm | 2
a 210 cm ²
b 11,35 cm |
| 3
a 756 cm ²
b 20,16 cm | 4
a 3 200 cm ²
b 80 cm |
| 5
a 529 cm ²
b 20,57 cm | 6
a 86,4 cm ²
b 8,31 cm |

Die bepaling van die oppervlakte van vierhoeke; Die bepaling van die oppervlakte van ander veelhoeke

Aktiwiteit 3–4 Bepaal die oppervlakte van vierhoeke; Bepaal die oppervlakte van ander veelhoeke

Leerdersboek bladsy 333–334

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Werk deur die voorbeeld in die Leerdersboek om seker te maak dat sekere van die basiese konsepte genoegsaam hersien word en dat die leerders die formules ken en korrek kan toepas.
- Maak seker dat die leerders netjies werk en hul werk korrek en logies, met die nodige bewyse, uiteensit.

Remediëring en uitbreiding

Werk saam met die leerders deur die eerste vraag in elke aktiwiteit terwyl jy die nodige ondersteuning en raad gee deur op spesifieke probleme te fokus en dit dan reg te stel. Laat die leerders enige vrae wat hulle verkeerd beantwoord het, oordoen. Verwys die leerders na die tabel in die opsomming aan die einde, vir die formules en die interpretasie daarvan, as hulle dit nodig het. Die leerders moet egter daarteen waak dat dit vir hulle 'n "kruk" word om op te leun. Moedig hulle aan om, sover moontlik, die formules te memoriseer.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 3

- | | | |
|--|--|--|
| 1 Oppervlakte = $l \times b$
= 24×12
= 288 cm^2 | 2 Oppervlakte = $l \times b$
= $8 \times \sqrt{225}$
= 120 cm^2 | 3 Oppervlakte = $4(\frac{1}{2}bh)$
= $4(\frac{1}{2}6 \times 8)$
= 96 cm^2 |
| 4 Oppervlakte = s^2
= $(\sqrt{128})^2$
= 128 cm^2 | 5 Oppervlakte = $2(\frac{1}{2}bh) + s^2$
= $2(\frac{1}{2}(7,5 \times 10)) + 10 \times 10$
= $75 + 100$
= 175 cm^2 | 6 Oppervlakte = $2(\frac{1}{2}bh)$
= $2(\frac{1}{2} \times 10,5 \times \sqrt{100})$
= 105 cm^2 |

Aktiwiteit 4

- 1 A = som van die oppervlaktes van driehoede waaruit die veelhoek bestaan
ABCDEF bestaan uit 6 kongruente driehoede.

$$\begin{aligned}\text{Oppervlakte } \triangle ABC &= \frac{1}{2} bh \\ &= \frac{1}{2} 45 \times 45 \\ &= 101,25 \text{ mm}^2 \\ \text{Oppervlakte } ABCDEF &= 101,25 \text{ mm}^2 \times 6 \\ &= 6075 \text{ mm}^2\end{aligned}$$

- 2 HKLMNP bestaan uit 4 kongruente driehoede

$$\begin{aligned}\text{Oppervlakte } \triangle HKP &= \frac{1}{2} bh \\ &= \frac{1}{2} \times 20 \times \sqrt{300} \\ &= 173,21 \text{ cm}^2 \\ \text{Oppervlakte } HKLMNP &= 173,21 \text{ cm}^2 \times 4 \\ &= 692,82 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

- 3 Oppervlakte = som van al die veelhoeke waaruit die veelhoek bestaan

$$\begin{aligned}&= 4(\frac{1}{2} bh) (4 \text{ driehoede}) + 2(lb) (2 \text{ klein reghoede}) + (lb) (\text{groot reghoek}) \\ &= 4(\frac{1}{2} 5 \times 5) + 2(5 \times \sqrt{50} + \sqrt{50} \times (10 + \sqrt{50})) \\ &= 50 + 70,71 + 120,71 \\ &= 241,41 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Omtrek en oppervlakte van sirkels

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Hersien die sirkel en sy komponente
- Die bepaling van die omtrek van sirkels
- Die bepaling van die oppervlakte van sirkels

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; liniaal; sakrekenaar; pen

Leerdersboek bladsy 335
Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Agtergrondinligting

In Graad 8 het die leerders die volgende gedoen:

- Die gebruik en beskrywing van verwantskappe tussen die radius, middellyn en omtrek van 'n sirkel in berekening
- Die gebruik en beskrywing van verwantskappe tussen die radius en oppervlakte van 'n sirkel in berekening
- Die oplos van probleme oor die omtrek en oppervlakte van sirkels, met of sonder sakrekenaars
- Berekening tot ten minste 2 desimale syfers
- Die gebruik en beskrywing van die betekenis van die irrasionale getal Pi (π) in berekening.

In Graad 9 gebruik die leerders nou toepaslike formules en herleidings tussen SI eenhede om probleme op te los en omtrek en oppervlakte te bereken.

Riglyne vir onderrig

Die leerders moet versigtig en stelselmatig deur die inhoud van hierdie eenheid werk en hul begrip van die verskille tussen omtrek en oppervlakte moet deeglik gemonitor en gereeld gekonsolideer word.

Hersien die sirkel en sy komponente

Aktiwiteit I Hersien die sirkel en sy komponente

Leerdersboek bladsy 335

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Lei hierdie aktiwiteit in deur konsepte wat in vorige grade geleer is, te hersien.
- Die sirkel is die enigste meetkundige vorm waarvan die eienskappe nog nie in vorige hoofstukke ondersoek is nie. Alhoewel Graad 9-leerders met die idee van 'n sirkel vertrou behoor te wees, begin hierdie eenheid met die verduideliking van die terminologie wat op *sirkels* van toepassing is.
- Verwantskappe tussen die dele van 'n sirkel kan uit hulle definisies afgelei word. Byvoorbeeld $\text{middellyn} = \text{radius} + \text{radius} = 2 \times \text{radius}$, ensovoorts.
- Sluit hierdie soort vrae in by kort vasvra-sessies aan die begin van elke les in hierdie eenheid.

Voorgestelde antwoorde

1	a Omtrek	b Middelpunt	c Radius	d Koord
	e Middellyn	f Segment		
2	a Sektor	b Segment	c Halfsirkel	d Halfsirkel
3	a Waar	b Waar	c Waar	d Waar
	e Waar	f Waar	g Onwaar	h Onwaar
	i Onwaar	j Onwaar		

Die bepaling van die omtrek van sirkels

Aktiwiteit 2 Bepaal die omtrek van 'n sirkel

Leerdersboek bladsy 337

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die konstante verhouding, Pi (π), en sy benaderings, $\frac{22}{7}$ en 3,14. Sodra die leerders duidelikheid oor hierdie terme het, kan die formules vir die berekening van die omtrek en oppervlakte van 'n sirkel ingebring word.
- Net soos die verskil tussen omtrek en oppervlakte verduidelik is toe ons met vierhoeke gewerk het, kan die verskil tussen die omtrek en die oppervlakte van 'n sirkel op 'n soortgelyke manier verduidelik word.
- Voorbeeld wat volg na die formules vir sirkels illustreer vir die leerders die soort probleme wat sirkel-formules insluit, wat hulle moet ken.
- Werk noukeurig deur die voorbeeld in die Leerdersboek en doen addisionele voorbeeld, indien moontlik. Die sleutel tot sukses is oefening.
- Indien sakrekenaars beskikbaar is, kan leerders die π -sleutel op die rekenaar gebruik. Ons beveel aan dat, sodra die leerders met die waarde van Pi kennis gemaak en daarmee gewerk het, hulle dit onthou as : 3,14 of $\frac{22}{7}$.
- Gee aandag aan die korrekte afronding van antwoorde.

Remediëring en uitbreiding

Verskaf soveel as moontlik addisionele voorbeeld vir huiswerk, veral na die her-insetting van die oppervlakte van 'n sirkel in die volgende eenheid. Dit sal die leerders help om hulle begrip van die twee verskillende konsepte (oppervlakte en omtrek van 'n sirkel) en hul gebruik van die formules, te konsolideer. Die vaardigheid van berekening van omtrek en oppervlakte van sirkels, verbeter slegs met oefening.

Voorgestelde antwoorde

1	a 157,1 cm	b 301,71 mm	c 19,76 m
2	a 157,15 mm	b 786,71 m	c 197,55 cm
3	C = $10 \text{ cm} \times r$ = $15 \times 2\pi$ = $6,286 \times 15 \text{ Minuutwyser} = 94,29 \text{ cm elke uur}$ = $94,29 \text{ cm Uurwyser} = 5,24 \text{ cm in een uur}$		

Die bepaling van die oppervlakte van sirkels

Aktiwiteit 3 Bepaal die omtrek en oppervlakte van sirkels

Leerdersboek bladsy 338

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die inleiding sluit 'n kragtige visuele voorstelling in wat ten doel het om die leerders se begrip van die rasional agter die formule vir die oppervlakte van 'n sirkel verder te ontwikkel.
 - Werk noukeurig deur die inleiding en voorbeeld in die Leerdersboek en maak seker dat die leerders die betekenis van die formule begryp.
 - Afronding wanneer 'n mens met Pi werk, het implikasies vir die antwoord. Beveel aan dat die leerders altyd tot twee desimale syfers afrond, en wanneer jy hul antwoorde nasien, aanvaar klein afwykings wat as gevolg van afronding (of die gebrek daarvan), voorkom. Wat saak maak, is die metodologie.

Remediëring en uitbreiding

Gee soveel addisionele voorbeelde as moontlik ten einde die leerders se begrip van die twee verskillende konsepte (omtrek en oppervlakte van 'n sirkel) en hul toepassing van die formules vas te lê konsolideer. Let op dat vraag **3c** van Aktiwiteit 3 'n uitbreidingsvraag is.

Voorgestelde antwoorde

- Review**

1 a 30 mm e $1963,50 \text{ mm}^2$	b 600 mm^2	c 25 mm	d 157,08 mm
2 a 31,83 cm c $796,22 \text{ cm}^2$ (die radius is tot twee desimale syfers afgerond)	b 15,92 cm		
3 Elke halfsirkel in vraag 3a en 3b is die helfte van die omtrek en oppervlakte van 'n volledige sirkel. a 109,9 mm; $1932,25 \text{ mm}^2$			
b 43,96 cm; $307,72 \text{ cm}^2$			
c Die oppervlakte en omtrek van die deel van die gegewe sirkel is $\frac{2}{3}$ van die oppervlakte en omtrek van die halfsirkel met radius 7 m ($3 \times 60^\circ = 180^\circ$; een deel van die sirkel = 60° ∴ twee dele van die halfsirkel = 120° gegee) \therefore Omtrek van die halfsirkel = $\frac{1}{2}$ (Omtrek van volledige sirkel) $= \frac{1}{2} (43,96) = 21,98$. Omtrek van $\frac{2}{3}$ van die halfsirkel = $2(21,98 \div 3) = 2(7,33) = 14,66 \text{ m}$ Oppervlakte van die halfsirkel = $\frac{1}{2}$ (Oppervlakte van die volledige sirkel) = $\frac{1}{2}(153,86)$ $= 76,93$. Oppervlakte van $\frac{2}{3}$ van die halfsirkel = $2(76,93 \div 3) = 2(25,64) = 51,28 \text{ m}$			

Die uitwerking op omtrek of oppervlakte wanneer afmetings verdubbel word

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 339

Voorgestelde tydstoekening: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Ondersoek: die verandering in omtrek of oppervlakte van 2D-vorms wanneer een of meer afmetings verander
- Probleemoplossing

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; liniaal; sakrekenaar; pen

Agtergrondinligting

In Graad 8 het die leerders die volgende gedoen:

- Ondersoek ingestel na oppervlakte en omtrek van 2D-vorms

In Graad 9 is die uitwerking van veranderde afmetings op oppervlakte en omtrek, nuut.

Riglyne vir onderrig

Die uitwerking van 'n verandering in afmetings word met behulp van die eenvoudige algebraïese konsepte van substitusie, assosiatiewe en kommutatiewe wette ondersoek. Diagramme is nuttig om die leerders se begrip van die uitwerking van veranderings op die oorspronklike veelhoek te vergemaklik. Ons beveel aan dat baie addisionele aktiwiteit verskaf word oor die identifikasie van toegelate veranderings in afmetings op elke veelhoek, asook die nuwe afmetings wat uit sulke veranderings ontstaan. Voorbeeld van vierhoeke met interessante verwantskappe oor oppervlaktes en omtrekke is vierkante, reghoeke en vlieërs.

Die verandering in omtrek of oppervlakte van 2D-vorms wanneer een of meer afmetings verander; Probleemoplossing

Aktiwiteit I Werk met afmetings wat verander

Leerdersboek bladsy 343

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die ondersoek fokus op die uitwerking van 'n verandering in afmetings op 'n vierkant, reghoek, driehoek en sirkel en skoei die toepassing van algebraïese vaardighede op die metodes wat gebruik word. Gebruik 'n soortgelyke benadering om die uitwerking van 'n verandering in afmetings op ander, addisionele vierhoeke te ondersoek om sodoende te verseker dat die leerders oefening kry in die integrasie en toepassing van hierdie algebraïese vaardighede. Kennis van die gebruik van algebra om meetkunde-probleme op te los vergemaklik probleemoplossing en die verkryging van antwoorde in die algemeen. Oefening is noodsaaklik.

- Beperk veranderinge in afmetings by driehoek tot veranderinge in hoogte en basis, aangesien hierdie veranderinge die oppervlakte direk beïnvloed.
- 'n Verandering in enige van 'n sirkel se komponente (radius, middellyn en omtrek), veroorsaak 'n verandering in ander komponente. Byvoorbeeld, wanneer die middellyn van 'n sirkel verdubbel word, verdubbel die radius en die omtrek ook.
- Die voorbeeld wat volg na die ondersoek toon die soort meetkunde-berekening wat 'n begrip van die uitwerking van 'n verandering in afmetings op veelhoeke vereis.
- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld terwyl jy, waar nodig, na die resultate van die ondersoek van die uitwerking van 'n verandering in afmetings verwys. Dit sal help as die leerders rowwe sketse van meetkundige figure maak, as 'n diagram nie in die vraag voorsien word nie. Moedig die leerders aan om dit te alle tye te doen.

Wenk

Die belangrikheid van oefening kan nie genoeg beklemtoon word nie.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a $A = l \times b$
 $\therefore b = \frac{A}{l}$
 $= \frac{200 \text{ m}^2}{20 \text{ m}}$
 $= 10 \text{ m}$
- d $P = 2(\text{lengte}) + 2(\text{breedte}) = 180 \text{ m}$
- e $A = \text{lengte} \times \text{breedte}$
 $= 30 \text{ m} \times 60 \text{ m}$
 $= 1\,800 \text{ m}^2$
- 2 a $A = s^2$
 $\therefore s = \sqrt{A}$
 $\therefore s = \sqrt{400 \text{ m}^2}$
 $= 20 \text{ mm}$
- b $P = 4s$
 $= 4 \times 20 \text{ mm}$
 $= 80 \text{ mm}$
- c $A = s^2$
 $\therefore s = \sqrt{A}$
 $= \sqrt{200 \text{ m}^2}$
 $= 14,14 \text{ mm}$
 $= 1,414 \text{ cm}$
- d $P = 4s$
 $= 4 \times 1,414 \text{ cm}$
 $= 5,656 \text{ cm}$
- 3 a $c^2 = a^2 - b^2$
 $c^2 = 100 \text{ cm} - 64 \text{ cm}$
 $c^2 = 36 \text{ cm}$
 $c = 6 \text{ cm}$
- b $A = \frac{1}{2} b \times h$
 $= \frac{1}{2} 8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$
 $= 4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$

- = 24 cm²
- c A = $\frac{1}{2} b \times h$
 $= \frac{1}{2} 8 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$
 $= 4 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$
 $= 48 \text{ cm}^2$
- 4 a C = $2\pi r$
 $\therefore r = \frac{C}{2\pi}$
 $r = \frac{100 \text{ cm}}{6286}$
 $= 15,9 \text{ cm}$
- b Radius word gehalveer $\therefore (\text{nuwe})r = 15,9 \text{ cm} \div 2 = 7,96 \text{ cm}$
 $(\text{nuwe})d = (\text{nuwe})r \times 2 = 15,9 \text{ cm}$
- c A = πr^2
 $= 3,143 \times (15,9 \text{ cm})^2$
 $= 794,58 \text{ cm}^2$
- d A = πr^2
 $= 3,143 \times (7,96 \text{ cm})^2$
 $= 199,15 \text{ cm}^2$

PvA | Ondersoek 3 Stelling van Pythagoras

Voorgestelde antwoorde

$$XK = KA = AL = LY = 2 \text{ m} \text{ (kongruensie)}$$

$$XY^2 = XA^2 + AY^2$$

$$= 42 + 42$$

$$= 32 \text{ m}^2$$

$$\therefore XY = 2R(32 \text{ m}^2) \approx 5,6 \text{ m} \text{ (rond af met inagneming van die dikte van die staalplaat)}$$

Hoofstuk 13 Hersiening

Leerdersboek bladsy 346

- I a $CD^2 = BC^2 - BD^2$ (Pythagoras)
 $= (50 \text{ mm})^2 - (40 \text{ mm})^2$
 $= 900 \text{ mm}^2$
 $CD = \sqrt{900} \text{ mm}^2 = 30 \text{ mm}$
- b Oppervlakte($\triangle CBD$) = $\frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte}$
 $= \frac{1}{2} \times 40 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$
 $= 600 \text{ mm}^2$
- c Oppervlakte($\triangle CAB$) = $\frac{1}{2} \times 30 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$
 $= 450 \text{ mm}^2$
- d Oppervlakte van $\triangle CAD$ = $\frac{1}{2} \times 70 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$
 $= 1 050 \text{ mm}^2$
- e $\frac{\text{oppervlakte } \triangle CBD}{\text{oppervlakte } \triangle CAB} = \frac{600 \text{ mm}^2}{450 \text{ mm}^2} = \frac{4}{3}$
 $\frac{BD}{AB} = \frac{40 \text{ mm}}{30 \text{ mm}} = \frac{4}{3}$
- Die twee verhoudings is gelyk.
- f Oppervlakte van $\triangle CAD = 1 050 \text{ mm}^2$ (uit (d) hierbo)
Ook, oppervlakte van $\triangle ABC$ + oppervlakte van $\triangle CBD$

$$= 450 \text{ mm}^2 + 600 \text{ mm}^2$$

= 1 050 mm^2 = oppervlakte van $\triangle ACD$, soos gevra.

2 Oppervlakte = $\frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte} = 100 \text{ m}^2$

$$\text{Hoogte} = 2 500 \text{ cm} = 25 \text{ m}$$

$$\text{Dus, basis} = \frac{100 \text{ m}^2 \times 2}{25 \text{ m}}$$

$$= \frac{200 \text{ m}^2}{25 \text{ m}} = 8 \text{ m} + b$$

- 3 a $GB = CH$ (teenoorstaande sye van 'n parallelogram)

$$CH = 50 \text{ mm} \text{ (gegee)}$$

$$\therefore GB = 50 \text{ mm}$$

- b $\angle DHI = \angle CDH$ (verw. hoeke, AE//FI)

Maar $\angle CDH = 90^\circ$ ($\angle CDH$ is 'n regte hoek)

$$\therefore \angle DHL = 90^\circ$$

- c $\triangle CDH$ is 'n reghoekige driehoek.

$$CD^2 = CH^2 - DH^2 \text{ (Pythagoras)}$$

$$= (50 \text{ mm})^2 - (40 \text{ mm})^2$$

$$= 2500 \text{ mm}^2 - 1600 \text{ mm}^2$$

$$= 900 \text{ mm}^2$$

$$\therefore CD = \sqrt{900 \text{ mm}^2}$$

$$= 30 \text{ mm}$$

- d $\triangle BDH$ 'n reghoekige driehoek.

$$BH^2 = BD^2 + DH^2 \text{ (Stelling van Pythagoras)}$$

Maar, $BD = BC + CD$, en $BC = GH$ (teenoorstaande sye van 'n parallelogram)

$$\therefore BC = 40 \text{ mm}$$

$$BD = 40 \text{ mm} + 30 \text{ mm} \text{ (uit 1c hierbo)}$$

$$= 70 \text{ mm}$$

$$BH^2 = BD^2 + DH^2$$

$$= (70 \text{ mm})^2 + (40 \text{ mm})^2$$

$$= 6 500 \text{ mm}^2$$

$$\therefore BH = \sqrt{6 500 \text{ mm}^2}$$

$$= 80,62 \text{ mm}$$

- e $BCHG$ is 'n parallelogram met hoogte $DH = 40 \text{ mm}$.

Oppervlakte $BCHG$ = basis \times hoogte = $GH \times DH$

$$= 40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$$

$$= 1 600 \text{ mm}^2$$

- f $FBDH$ is 'n trapeesium met hoogte $DH = 40 \text{ mm}$.

Oppervlakte $FBDH = \frac{1}{2}$ (somw van ewewydige sye) \times hoogte

$$= \frac{1}{2}(BD + FH) \times DH$$

$$= \frac{1}{2}(BD + FG + GH) \times DH \text{ (onthou } FH = FG + GH\text{)}$$

$$= \frac{1}{2}(70 \text{ mm} + 15 \text{ mm} + 40 \text{ mm}) \times 40 \text{ mm}$$

$$= \frac{1}{2}(125 \text{ mm}) \times 40 \text{ mm}$$

$$= 2 500 \text{ mm}^2$$

- 4 a Omtrek van vierkant = $4s$

$$4s = 60 \text{ mm}$$

$$s = \frac{60 \text{ mm}}{4}$$

$$= 15 \text{ mm}$$

- b Oppervlakte van vierkant = s^2

$$= (15 \text{ mm})^2$$

$$= 225 \text{ mm}^2$$

Oppervlakte in cm^2 : $10 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$, dus $(10 \text{ mm})^2 = (1 \text{ cm})^2$

$$\therefore 100 \text{ mm}^2 = 1 \text{ cm}^2$$

$$225 \text{ mm}^2 = 225 \text{ mm}^2 \times \frac{1 \text{ cm}^2}{100 \text{ mm}^2} = 2,25 \text{ cm}^2$$

- 5 Ons herlei eers die gegewe hoeveelhede na dieselfde eenheid. Aangesien die finale antwoord in meter moet wees, moet ons cm na m herlei.

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

\therefore Lengte van gegewe hoeklyn

$$= 400 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}}$$

= 4 m (let op hoe *eenhede* (cm) tydens die herleiding uitkanselleer)

$$\text{Oppervlakte van vlieër} = \frac{1}{2} (d_1 \times d_2)$$

Stel bekende waardes in die formule.

$$\frac{1}{2} (4 \text{ m} \times d_2) = 6 \text{ m}^2$$

$$4 \text{ m} \times d_2 = 12 \text{ m}^2$$

$$d_2 = \frac{12 \text{ m}^2}{4 \text{ m}} = 3 \text{ m}$$

- 6 a $CH = 3 \text{ cm}$

b $DG^2 = GH^2 - HD^2$ (Pythagoras)

$$= (5 \text{ cm})^2 - (4 \text{ cm})^2$$

$$= 25 \text{ cm}^2 - 16 \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2$$

$$\therefore DG = \sqrt{9 \text{ cm}^2} = 3 \text{ cm}$$

c $BD = 2 \times DG$ (punt G halverre lyn BD)

$$\therefore BD = 2 \times 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

d Omtrek = $2(l + w) = 2(7 \text{ cm} + 6 \text{ cm})$

$$= 2(13 \text{ cm})$$

$$= 26 \text{ cm}$$

e Oppervlakte = $l \times b$

$$= 7 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$$

$$= 42 \text{ cm}^2$$

f $HI = DG = 3 \text{ cm}$

g $\therefore GHI = 900$ (hoeklyne van 'n vlieër is loodreg)

h $GI = 4 \text{ cm}$

i $FI = 3 \text{ cm}$

j $FH^2 = HI^2 + FI^2 = (3 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2$

$$= 18 \text{ cm}^2$$

$$\therefore FH = 4,4 \text{ cm}$$

k Oppervlakte(vlieër) = $\frac{1}{2}$ (hoeklyn 1 \times hoeklyn 2)

$$= \frac{1}{2} (FG \times HE)$$

$$= \frac{1}{2} (7 \text{ cm} \times 6 \text{ cm})$$

$$= 21 \text{ cm}^2$$

- 7 a Oppervlakte = $10,6 \text{ m} \times 6,5 \text{ m}$

$$= 68,9 \text{ m}^2$$

b Oppervlakte (afdak) = $1,6 \text{ m} \times 1,6 \text{ m} = 2,56 \text{ m}^2$

c Oppervlakte(hoofslaapkamer)

$$= (3,4 \text{ m} \times 1,6 \text{ m}) + (3,2 \text{ m} \times 2,4 \text{ m})$$

$$= 5,44 \text{ m}^2 + 7,68 \text{ m}^2$$

$$= 13,12 \text{ m}^2$$

- 8 a Breedte (basis) = $2,5 \text{ m} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 250 \text{ cm}$

b Oppervlakte = $l \times w = 25 000 \text{ cm}^2$, en $w = 250 \text{ cm}$

As ons vir l oplos, kry ons,

- $l \times 250 \text{ cm} = 25000 \text{ cm}^2$
- $$l = \frac{25000 \text{ cm}^2}{250 \text{ cm}} = 100 \text{ cm}$$
- c Omtrek = $2(l + w) = 2(250 \text{ cm} + 100 \text{ cm})$
 $= 700 \text{ cm}$
- q a DE = 5 eenhede (teenoorst. sye van 'n ruit is ewe lank)
- b $\angle \text{HEF} = \angle \text{EHG} = 900$ (verw. $\angle e$, DE||BC)
- c $\text{GH}^2 = \text{GE}^2 - \text{HE}^2$ (Pythagoras)
maar GE = 5 eenhede (BDEG is 'n rhombus)
 $\therefore \text{GH}^2 = 5^2 - 4^2 = 9$
 $\text{GH} = \sqrt{9} = 3 \text{ eenhede}$
- d Oppervlakte($\triangle \text{ECG}$) = $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 \text{ vk. eenhede}$
- e Oppervlakte (BDEG) = $s \times h = 5 \times 4 = 20 \text{ vk. eenhede}$
- f Oppervlakte (BDEH) = $\frac{1}{2}(\text{DE} + \text{BH}) \times \text{HE}$
 $= \frac{1}{2}(5 + 8) \times 4 = 26 \text{ vk. eenhede}$
- g Oppervlakte ($\triangle \text{ABC}$) = $\frac{1}{2} \times \text{BC} \times (2 \times \text{HE}) = \frac{1}{2} \times 11 \times 8 = 44 \text{ vk. eenhede}$
- h Oppervlakte(BDEC) = $\frac{1}{2} (\text{DE} + \text{BC}) \times \text{HE}$
 $= \frac{1}{2}(5 + 11) \times 4 = 32 \text{ vk. eenhede}$
Maar oppervlakte (BDEG) + oppervlakte $\triangle \text{GCE} = 20 \text{ vk. eenhede} + 12 \text{ vk. eenhede}$
 $= 32 \text{ vk. eenhede} = \text{oppervlakte van BDEC}$
- i In $\triangle \text{ABC}$ en $\triangle \text{ADE}$,
 $\angle A$ gemeenskaplik
 $\angle B = \angle ADE$ (ooreenk. $\angle e$, DE||BC)
 $\therefore \triangle \text{ABC}$ en $\triangle \text{ADE}$ is gelykhoekig
Dus is $\triangle \text{ABC} \equiv \triangle \text{ADE}$
- j In $\triangle \text{ADE}$ en $\triangle \text{EGC}$,
 $\angle \text{ADE} = \angle B$ (ooreenk. $\angle e$, DE||BC)
Maar $\angle B = \angle \text{EGC}$ (ooreenk. $\angle e$, BD||GE)
 $\therefore \angle \text{ADE} = \angle \text{EGC}$
 $\angle \text{AED} = \angle \text{CEF}$ (vert. regoorst. $\angle e$, DF||BC)
 $\therefore \angle \text{AED} = \angle \text{ECG}$
Verder, DE = GE (BDEG is 'n ruit)
Dus is $\triangle \text{ADE} \equiv \triangle \text{EGC}$ (AAS)
- 10 a Oppervlakte = $8 \text{ m} \times 6 \text{ m} = 48 \text{ m}^2$
- b Radius = $\frac{1}{2} \times 6 \text{ m} = 3 \text{ m}$
- c Omtrek = $2\pi r = 2 \times 3,14 \times 3 \text{ m} = 18,84 \text{ m}$
- d Oppervlakte (plaveisel) = oppervlakte (reghoekige ingeslotte gedeelte) – oppervlakte (swembad)
 $= 48 \text{ m}^2 - (3,14 \times 9 \text{ m}^2)$
 $= 48 \text{ m}^2 - 28,26 \text{ m}^2 = 19,74 \text{ m}^2$
- II a $s^2 = 625 \text{ mm}^2$
 $s = \sqrt{625 \text{ mm}^2} = 25 \text{ mm} = 2,5 \text{ cm}$
Omtrek = $4 \times s = 4 \times 2,5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$
- b Oppervlakte (m^2) = $(0,1 \text{ m})^2 = 0,01 \text{ m}^2$
- c Oppervlakte (nuwe vierkant) = $\frac{1}{4} \times (\text{oorspronklike oppervlakte})$
 $= 0,0025 \text{ m}^2$

Modeleksamenvraestel (Junie): Memorandum



Vraestel I Algebra

(Punte: 75)

Vraag 1

Getal	N	Z	Q	Q'
$-\frac{3}{7}$			✓	
$\sqrt{5}$				✓
$\frac{3}{7}$		✓	✓	
$-\sqrt{16}$		✓	✓	

[6]

Vraag 2

- 2.1 $4,62 \times 10^6$ ✓ (1)
2.2 $2,37 \times 10^{-4}$ ✓ (1)
2.3 $2,982 \times 10^7$ ✓ (1)
2.4 $3,75 \times 10^7$ ✓ (2)
2.5 $2,062 \times 10^7$ ✓ (3)
- [8]

Vraag 3

3.1 1 4 9 16 25
✓ ✓
 $\therefore 7^2 = 49$ (3)

3.2 1^2 2^2 3^2 4^2 5^2
✓ ✓
 $T_n = n^2$ (3)

3	7	13	21	31	43	
4	6	8	10	12	14	
57	73	91	111	133		
157	183	211	241	273		
26	28	30	32			
307	343	381	421	463		
34	36	38	40	42		
507	553	601	(651)			
44	46	48	50		✓ ✓ ✓ ✓	

(4)

[10]

Vraag 4

- 4.1 $\sqrt{7^2 + 1} = 50$ ✓✓ (2)
4.2 $\frac{5^6}{5^2} = 5^4$ ✓✓ (2)
4.3 $2^2 x^4 = 4x^4$ ✓✓ (2)
4.4 $-27a^3$ ✓✓ (2)
4.5 $\frac{p^2r^4}{p^2r^7} = \frac{1}{r^3}$ ✓✓ (2)
4.6 $\frac{2b^2}{3a^2}$ ✓✓✓ (3)
[13]

Vraag 5

5.1 $2x + 7 = 6x - 9$
 $4x = -16$
 $x = -4$ (2)

5.2 $2x - 6 - 6x + 3 = 17$
 $-4x - 3 = 17$
 $-4x = 20$
 $x = -5$ (3)

5.3 $2(2x + 1) - 3 \times 4 = x - 1$
 $4x + 2 - 12 = x - 1$
 $3x - 10 = -1$
 $3x = 9$
 $x = 3$ (5)
[10]

Vraag 6

- 6.1 $-0,300; -\frac{1}{4}; 0,60; \frac{2}{3}; 1\frac{1}{2}; \frac{31}{20}$ ✓✓✓ (3)
- 6.2.1 0,571428 ✓✓
6.2.2 0,3 ✓
6.2.3 2,16 ✓✓
6.2.4 0,952380 ✓✓ (4)
- 6.3.1 $\frac{13}{20}$ ✓ (1)
- 6.3.2 $1,2 = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$ ✓✓ (2)
- 6.3.3 $\frac{54}{99} = \frac{6}{11}$ ✓✓ (2)
[12]

Vraag 7

- 7.1
- | | | | | | |
|-----|------|----|------|----|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 5 |
| y | (-7) | -5 | (-3) | -1 | 7 |
- ✓
- 7.2 $x \rightarrow \times 2 \rightarrow -3 \rightarrow y$ ✓✓ (3)
7.3 $x = 1$ ✓ (2)
 $y = -7$ ✓ (2)
[7]

Vraag 8

8.1 $310 \times 12 \times 3 = R11\ 160$
- R10 000

Rente = R1 160

✓ ✓

8.2 $A = 3\ 000(1 + 0,0945)^4$
= R4 305,11 ✓

8.3 $2\ 800 = 2\ 000(1 + i \cdot \frac{18}{12})$ ✓

$\frac{7}{5} = 1 + i \cdot \frac{3}{2}$

$14 = 10 + 5i$

$4 = 15i$

$i = 0,26$

d.w.s. 26,6%

(2)

(3)

(4)

[9]

Vraestel 2 Meetkunde

(Punte: 80)

Vraag 1

1.1 Leerders konstrueer n gelyksydige driehoek met elke hoek = 60° en elke sy = 70 mm

✓ ✓ ✓

1.2 Leerders halveer al drie hoeke soos per opdrag.

✓ ✓ ✓

(3)

(3)

[6]

Vraag 2

2.1.1 $\angle ACB = 180^\circ - (\angle A + \angle ABC)$ ✓ (Som van die binnehoeke van 'n \triangle) ✓

= $180^\circ - (34^\circ + 90^\circ)$ ✓

= 56° ✓

(3)

2.1.2 $\angle ACD = \angle A + \angle ABC$ ✓ (binnehoek van 'n driehoek \triangle teorema) ✓

= $34^\circ + 90^\circ$ ✓

$\therefore \angle ACB = 124^\circ$ ✓

(3)

2.1.3 $BC = 56$ mm ✓ ✓ ✓ ✓ ✓

(2)

2.1.4 $AB = \sqrt{100^2 - \sqrt{56^2}}$ (Pythagoras)

(4)

2.2.1 $x = 105^\circ$ ✓ (teenoorstaande hoeke van ||rm) ✓

(2)

2.2.2 In $\triangle HEF$ en $\triangle EGH$

$EF = GH$ ✓ (teenoorstaande hoeke van ||rm) ✓

$HE = FG$ ✓ (teenoorstaande hoeke van ||rm) ✓

HF is gemeenskaplik ✓ (hoeklyne)

$\therefore \triangle HEF \cong \triangle FGH$ (SSS) ✓

(6)

2.3.1 10 sye ✓

(1)

2.3.2 8 driehoeke ✓ ✓

(2)

2.3.3 Som van binnehoeke = 180° ✓ $\times 8$ ✓

= $1\ 440^\circ$ ✓ ✓

(4)

[29]

Vraag 3

3.I.1 $\angle A = 60^\circ \checkmark$ ($\triangle ABC$ is gelykbenig) \checkmark (2)

3.I.2 $\angle ADF = \angle B \checkmark = 60^\circ \checkmark$ (ooreenstemmende hoeke $DE \parallel BC$) \checkmark (2)

3.I.3 $FE = \frac{1}{2} DE \checkmark$
Maar $DE = BC = 40 \text{ mm} \checkmark$ (teenoorstaande sye van 'n ||rm) \checkmark

$$\therefore FE = \frac{1}{2}(40) \text{ mm} \\ = 20 \text{ mm } \checkmark \quad (3)$$

3.I.4 $\angle EFC = \angle AFD \checkmark$ (regoorstaande hoeke) \checkmark

Maar $\angle AFD = 60^\circ \checkmark$ (som van die binnehoeke van $\triangle AFD$) \checkmark

$$\therefore \angle EFC = 60^\circ \checkmark \quad (5)$$

3.I.5 In $\triangle ABC$ en $\triangle EDF$
 $\angle A$ is gemeenskaplik \checkmark

$\angle ADF = \angle B \checkmark$ (ooreenstemmende hoeke, $DE \parallel BC$) \checkmark

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADF \checkmark \checkmark \quad (3)$$

3.I.6 $\triangle AFD \cong \triangle CFE$
Aangesien $\angle A = \angle FCE \checkmark$ (verwisselende hoeke, $AB \parallel CE$) \checkmark

$\angle CFE = \angle AFD \checkmark$ (regoorstaande hoeke)

$DF = FE$ (gegee)

\therefore voorwaarde HHS is bevredig \checkmark (4)

3.2.1

Huisvorm	Afmetings	Omtrek	Oppervlakte
Vierkantig	$Sy = 7,5 \text{ m} \checkmark$	30 m	$A = s^2 \checkmark$ $= (7,5)^2$ $= 56,25 \text{ m}^2 \checkmark$
Reghoekig	Lengte = 10 m Breedte = $5 \text{ m} \checkmark \checkmark$	30 m	$A = l \times w \checkmark$ $= (10 \times 5)$ $= 50 \text{ m}^2 \checkmark$
Sirkelvormig	$Radius = 30 \text{ m} \checkmark / 2\pi \checkmark$ $= 4,78 \text{ m} \checkmark$	30 m	$A = \pi r^2 \checkmark$ $= 71,74 \text{ m}^2 \checkmark$

(15)

3.2.2 Ronde (sirkelvormige) vorm \checkmark (1)

3.2.3 Dit gee die grootste oppervlakte vir enige omtrek in vergelyking met ander vorms \checkmark (1)

3.2.4 Wanneer die omtrek verdubbel, verdubbel die radius en oppervlakte ook. \checkmark

$$\text{Nuwe oppervlakte} = 2(\text{oorspronklike oppervlakte}) \checkmark \\ = 2(71,74 \text{ m}^2) \checkmark = 143,48 \text{ m}^2 \checkmark \quad (4)$$

[45]

[Totaal: 80]

Modeleksamen (Junie): Addisioneel

(Punte: 135)

Instruksies

- Beantwoord al die vrae.
- Toon al jou bewerkings.
- Werk netjies en skryf leesbaar.

Vraag 1

1.1 Vereenvoudig:

1.1.1 $7x - 3 = 10$ (2)

1.1.2 $\frac{2}{3}x = 6$ (1)

1.1.3 $\frac{2x + 1}{5} = 1 + \frac{x + 1}{2}$ (3)

1.1.4 $10 \geq 8 - (x - 7) - 3(2x - 5)$ (3)

1.2 Sue en Dean stel oplossings voor vir die vergelyking: $3(x - 2) = 4x - (x + 2)$.

Sue beweer die antwoord is 0. Dean beweer daar is geen korrekte antwoorde nie. Besluit wie het gelyk en verduidelik hoekom. (3)

1.3 Toon aan, sonder om die vergelyking op te los, dat $x = -4$ 'n oplossing is vir die vergelyking:

$3 + x = \frac{2(-7 - x)}{6}$ (3)

[15]

Vraag 2

2.1 Vereenvoudig:

2.1.1 $4q^0$ (1)

2.1.2 $a^2 \times a$ (1)

2.1.3 $\frac{a^m}{a^m + 1}$ (1)

2.2.1 Vereenvoudig, deur jou antwoord met positiewe eksponente te skryf:

$\frac{(a^3b^{-2})^3 - ab^8}{a^2b^2}$ (3)

2.2.2 Gebruik wetenskaplike notasie om te vereenvoudig: $1,2 \times 10^{-3} \times 9,3 \times 10^{-2}$ (3)

[9]

Vraag 3

3.1 Die volgende vrae verwys na die uitdrukking: $-7x^4 + 5x^3 - x^2 + x + 1$

3.1.1 Skryf neer die konstante term. (1)

3.1.2 Gee die graad van die uitdrukking. (1)

3.1.3 Wat is die koëffisiënt van x^2 ? (1)

3.2 'n Fabriek bestee R250 000 aan die opleiding van sy personeel in die verhouding 5:3 vir ongeskoolede werkers tot geskoolede werkers. Hoeveel bestee hulle aan die opleiding van ongeskoolede werkers? (2)

3.3 As 23 speelgoed R2 573,24 kos, hoeveel kos 15 speelgoed, tot die naaste sent? (2)

3.4 Watter twee getalle in die onderstaande lys is rasionaal?

$0,333\dots; \sqrt[3]{-8}; \pi; \sqrt{3}; \frac{3}{0}; \sqrt{-4}$

(2)

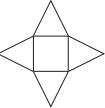
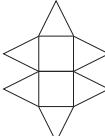
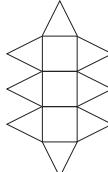
3.5 Druk die volgende verhoudings in hul eenvoudigste vorm uit.

3.5.1 $9\text{ h} : 12\text{ h}$ (1)

- 3.5.2** $30 \text{ g} : 2 \text{ kg}$ (2)
3.6 Bepaal x as $13 : 17 = 91 : x$ (2)
- [14]

Vraag 4

Die onderstaande patrone word uit vuurhoutjies gebou.

Patroonnommer	1	2	3
Patroon			
Aantal vuurhoutjies	12	19	26

- 4.1** Skryf neer hoeveel vuurhoutjies vir die vierde patroon nodig sal wees. (1)
4.2 Skryf 'n vergelyking om die aantal vuurhoutjies in enige ry voor te stel. (2)
4.3 Wat is die nommer van die patroon wat uit 54 vuurhoutjies bestaan? (2)
[5]

Vraag 5

- 5.1** Bepaal die grootste gemene faktor (GGF) van 54 en 72. (3)
5.2 Bepaal die kleinste gemene veelvoud (KGV) van 24 en 36. (3)
5.3 Bereken, deur eers die getal as 'n produk van sy priemfaktore uit druk, sonder 'n sakrekenaar: $\sqrt[3]{1\ 728}$ (3)
5.4 Bereken: $-\sqrt{9}(\sqrt{49} + \sqrt[3]{8})^2$ (3)

[12]

Vraag 6

Vereenvoudig:

- 6.1** $(6a - 4) - 3a$ (2)
6.2 $-3(2a^2b^3c)^2$ (3)
6.3 $7a \times 2a^2 - 5 \times 3a^3$ (2)
6.4 $5(a + 4) - 3a(2a + 3a)$ (4)
6.5 $\sqrt{\frac{32x^4}{18y^2}}$ (3)
6.6 $(2x + 3)(x - 4)$ (3)
6.7 $2(x - y)(x + 3y)$ (4)
6.8 $(3p - 4)^2$ (4)

[25]

Vraag 7

- 7.1** James en Oliver wil albei R150 000 by hulle oomleen. Hy bied hulle elkeen 'n verskillende opsie aan waarvolgens hulle die geld kan terugbetaal:
Opsie A vir James: 12,5% enkelvoudige rente vir 5 jaar
Opsie B vir Oliver: 9,75% enkelvoudige rente vir $6\frac{1}{2}$ jaar
Bereken wie van hulle die meeste rente gaan betaal. (5)
7.2 'n Kleinhandelaar koop 'n item vir R101,43 en verkoop dit vir R95,34.

Bereken sy verlies as 'n persentasie. (3)

- 7.3 Mnr van Wyk besluit om sy gesin vir die vakansie te verras deur 'n nuwe motorkar te koop. Hy moet daarvoor in 54ewe groot maandelikse paaiememente betaal. Die motorkar kos R124 560. Mnr van Wyk betaal 'n 20% deposito en moet 17,25% saamgestelde rente per jaar rente betaal. Bereken wat sy maandelikse paaiemement gaan beloop. (5)

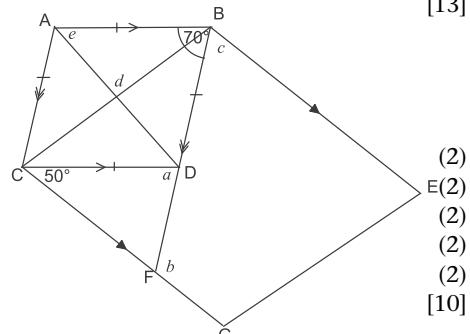
[13]

Vraag 8

- 8.1 Beskou die diagram langsaan.

Bepaal die groottes van die volgende hoeke, en verskaf redes vir jou antwoord:

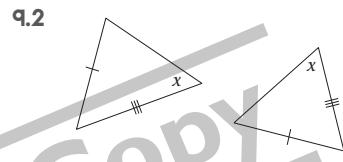
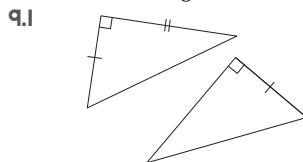
- 8.I.2 *a*
8.I.3 *b*
8.I.4 *c*
8.I.5 *d*
8.I.6 *e*



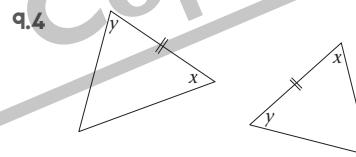
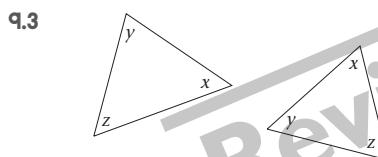
(2)
(2)
(2)
(2)
(2)
[10]

Vraag 9

Bestudeer die pare driehoeke hieronder. As hulle kongruent is, gee die voorwaarde vir kongruensie. As hulle nie kongruent is nie, verduidelik waarom dit so is.



(2)
(2)



(2)
(2)

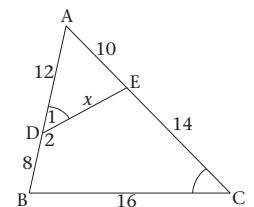
[8]

Vraag 10

- 10.1 Gegee driehoek ABC met D op AB en E op AC sodat $\hat{D}_1 = \hat{C}$.

- 10.I.1 Voltooi: $\triangle ADE \parallel \triangle \dots \dots \dots$.

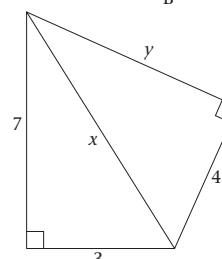
- 10.I.2 Voltooi en los op vir x : $\frac{x}{16} =$



(3)
(2)
[5]

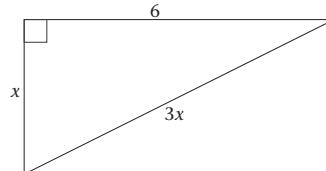
Vraag 11

- II.1 Bepaal die waarde van x , dan die waarde van y (los $\sqrt{}$ tekens in jou antwoord).



(5)

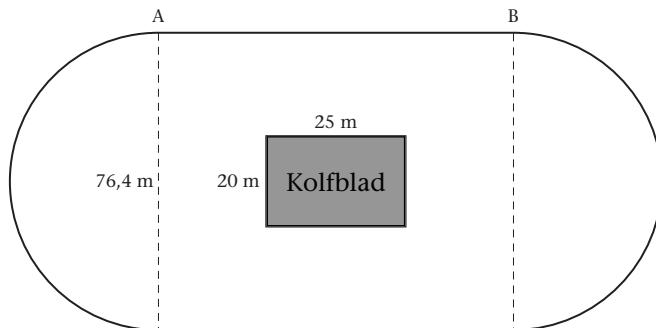
- II.2 Bepaal die waarde van x korrek tot 2 desimale syfers.



(4)
[9]

Vraag 12

Die onderstaande diagram stel 'n atletiekbaan voor. Dit bestaan uit 'n reghoek, ABCD, en twee halfsirkels. Die lengte van AD is 76,4 m. Die omtrek van die baan is 400 m.



- 12.1 Toon aan dat, as 'n atleet antiklokgewys (linksom) vanaf A na D hardloop, die afstand 120 m is. (3)
- 12.2 Bereken, voorts, die lengte van die reguit gedeelte AB. (2)
- 12.3 Die kolfblad is buite perke vir toeskouers en is afgegrens. Die afmetings van die afgegrensde gebied is 25 m by 20 m. Wat is die grootte van die oorblywende gedeelte binnekant die atletiekbaan wat beskikbaar is, dit wil sê, die gedeelte wat nie ingekleur is nie? (6)
[11]

Modeleksamen (Junie): Addisioneel Memorandum



Vraag 1

I.I.1 $7x - 3 = 10$

$$-3x = -3$$

$$x = 1$$

(2)

I.I.2 $\frac{2}{3}x = \frac{6 \times 3}{1 \times 3}$

$$\frac{2x}{3} = \frac{18}{2}$$

$$x = 9$$

(1)

I.I.3 $\frac{2(2x + 1)}{5 \times 2} = \frac{1 \times 10}{1 \times 10} + \frac{5(x + 1)}{1 \times 10}$

$$4x + 2 = 10 + 5x + 5$$

$$4x + 2 = 5x + 15$$

$$-x = 13$$

$$x = -13$$

(3)

I.I.4. $10 \geq 8 - x + 7 - 6x + 15$

$$10 \geq 30 - 7x$$

$$7x \geq 20$$

$$x = \frac{20}{7}$$

(3)

∴ Geen oplossing, dus is Dean reg

I.2 $3(x - 2) = 4x - (x + 2)$

$$3x - 6 = 4x - x + 2$$

$$-6 \neq +2$$

∴ Geen oplossing, dus is Dean reg

(3)

I.3. $LK = 3 - 4 = -1$

$$RK = \frac{2(-7 + 4)}{6} = \frac{2(-3)}{6} = -1$$

∴ $LK = RK$

Dus is die antwoord korrek.

(3)

Vraag 2

[15]

2.I.1 4

(1)

2.I.2 a^3

(1)

2.I.3 $a^m - m - 1 = a^{-1}$

(1)

2.2.1 $\frac{a^9 b^{-6} \times ab^8}{a^2 b^2}$

(3)

$$\frac{a^{10} b^2}{a^2 b^2} = a^8$$

2.2.2 $0,0012 \times 0,093$

(3)

$$= 1,116 \times 10^{-4}$$

[9]

Vraag 3

3.I.1 1

(1)

3.I.2 4

(1)

3.I.3 -1

(1)

3.2 $5 + 3 = 8$ dele

$$\frac{250\ 000}{8} = 31\ 250$$

$$\text{ongeskoolde} = 31\ 250 \times 5 = \text{R}156\ 250$$

3.3 1 speelding kos R111,88

$$\times 15 = \text{R}1\ 678,20$$

3.4 $0,333 \dots ; \sqrt[3]{-8}$

3.5.1 $\frac{3}{4} = 3 : 4$

$$\frac{30}{2\ 000} = 3 : 200$$

3.5.2 $\frac{13}{17} = \frac{91}{x}$

$$13x = 91 \times 17$$

$$x = \frac{91 \times 17}{13}$$

$$x = 119$$

Vraag 4

4.1 33 vuurhoutjes ✓

(1)

4.2 Vuurhoutjes = $\{[(\text{patroonnummer} + 2) + 2] \times 3\} + (\text{patroonnummer} - 1)$ ✓✓

(2)

4.3 Patroon 7 ✓✓

(2)

[5]

Vraag 5

5.1 Priemfaktore van 54: 2×3^3 ✓

Priemfaktore van 72: 2×3^2 ✓

$$\therefore \text{GGD} = 2 \times 3^2$$

$$= 18$$

(3)

5.2 Priemfaktore van 24 = $2^3 \times 3$ ✓

Priemfaktore van 36 = $2^2 \times 3^2$

$$\therefore \text{KGV} = 2^3 \times 3^2$$

$$= 8 \times 9$$

$$= 72$$

(3)

5.3 Priemfaktore van 1 728 ✓ = $2^6 \times 3^3$ ✓

$$\therefore \sqrt[3]{1\ 728} = -3(7 + 2)^2$$

(3)

5.4 $-\sqrt{9}(\sqrt{49} + \sqrt[3]{8})^2 = -3(7 + 2)^2$ ✓✓

$$= -243$$

(3)

[12]

Vraag 6

6.1 $3a \sqrt{-4}$ ✓

(2)

6.2 $3(4a^4b^6c^2) \sqrt{\sqrt{}} = -12a^4b^6c^2$ ✓

(3)

6.3 $14a^3 - 15a^3$ ✓

(2)

6.4 $5a + 20 \sqrt{-6a^2 - 9a^2}$ ✓ = $-15a^2 + 5a + 20$ ✓✓

(4)

6.5 $\sqrt{\frac{16x^4}{9y^2}} \sqrt{\sqrt{}} = \frac{4x^2}{3y}$ ✓

(3)

6.6 $2x^2 \sqrt{+ 3x - 8x - 12} \sqrt{=} 4x^2 - 5x - 12$ ✓

(3)

6.7 $2(x^2 - xy \sqrt{+ 3xy - 3y^2}) \sqrt{=} 2x^2 + 4xy - 6y^2$ ✓✓

(4)

6.8 $9p^2 \sqrt{- 24p \sqrt{\sqrt{}} + 16} \sqrt{=}$

(4)

[25]

Vraag 7

- 7.1 A: James: 12% enkelvoudige rente vir 5 jaar.
B: Oliver: 9,75% enkelvoudige rente vir 6,5 jaar.
Rente = Hoofsom × Koers × Aantal jaar
James: $R150\ 000 \times 12,5\% \times 5 \checkmark$
= R93 750,00 ✓
Oliver: $R150\ 000 \times 9,75\% \times 6,5 \checkmark$
= R95 062,50 ✓
✓ Oliver sal meer rente betaal ✓ (5)
- 7.2 $R101,43 - R95,34 = R6,09 \checkmark$
 $R6,09 \div R101,43 = 6,00\%$ verlies ✓✓ (3)
- 7.3 Motor se prys = R124 560,00
Deposito = 20%
Aantal paaiemende = 54 maande ✓ = 6 jaar
Saamgestelde rente = 17,25%
Deposito = 20% van R124 560,00
= R24 912,00✓
∴ Balans = R99 648,00
∴ Maandelikse paaiemende ✓✓ (5)

[13]

Vraag 8

- 8.I.1 $a = 70^\circ$ (ooreenstemmende ∠s) (2)
8.I.2 $b = 120^\circ$ (buitehoek ∠ van Δ) (2)
8.I.3 $c = 60^\circ$ (verwisselende ∠s) (2)
8.I.4 $d = 90^\circ$ (regoorstaande ∠s) (2)
8.I.5 $e = 55^\circ$ (∠e van Δ) (2)

[10]

Vraag 9

- q.1 Kongruent ✓ (SHS) ✓ (2)
q.2 Nie kongruent, ✓ hoek nie ingesluit. ✓ (2)
q.3 Nie kongruent, ✓ gelykvormige Δe ✓ (2)
q.4 Kongruent ✓ (SAS) ✓ (2)

[8]

Vraag 10

- $\Delta ABC \parallel\!|\!| \Delta ACB$ (HHH) (3)
 $\frac{x}{10} = \frac{10}{20}$ (2)
 $x = 8$ [5]

Vraag 11

- II.1 $x^2 = 7^2 + 3^2$ (Pythagoras)
 $x^2 = 49 + 9$
 $x^2 = 58$
 $x = \sqrt{58}$
 $y^2 = (\sqrt{58})^2 - 4^2$ (Pythagoras)
 $y^2 = 58 - 16$
 $y^2 = 42$
 $y = \sqrt{42}$ (5)

II.2 $(3x)^2 = x^2 + 6^2$
 $9x^2 = x^2 + 36$
 $8x^2 = 36$
 $x^2 = 4$
 $x = \pm 2; x = 2$ (4)
[9]

Vraag I2

- I2.1** omtrek = $\frac{\pi(D)}{20}$
= $\frac{\pi^2(76,4)}{20}$
= 120m (3)
- I2.2** AB + DA = 400 - 2(120)
2AB = 160
AB = 80 mm (2)
- I2.3** Oppervlakte van sirkel = πr^2
= $\pi\left(\frac{76,1}{2}\right)^2$
= 4 584,35 m²
Oppervlakte reghoek = 80 × 76,4
= 6 112 m²
Oppervlakte van kolfblad = 25 × 20
= 500 m²
Gedeelte wat nie ingekleur is nie = 4 584,36 + 6 112 - 500
= 10 196,34 m² (6)
[8]
[Totaal: 135]

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 354 tot 363

Voorgestelde tydstoekenning: 5 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1 Hersiening: Inset- en uitsetwaardes

2 ure

Bepaling van uitsetwaardes vir vergelykings

Eenheid 2 Ekwivalente vorms

3 ure

Die voorstelling van 'n verwantskap met 'n grafiek

Die ekwivalensie van verskillende voorstellings

Hoofstukhersiening

EENHEID

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 355

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Inset- en uitsetwaardes
- Bepaling van uitsetwaardes
- Gebruik woordelikse beskrywings
- Gebruik vloeidiagramme
- Gebruik tabelle
- Gebruik vergelykings

Hulbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek; blokkiespapier/grafiekpapier)

Agtergrondinligting

In Grade 7 en 8 het leerders woordelikse beskrywings, vloeidiagramme, tabelle, formules en/of getalsinne of vergelykings gebruik om verwantskappe te beskryf. Leerders het ook Funksies en Verwantskappe in Hoofstuk 7 in Kwartaal 1 bestudeer. Hierdie eenheid hersien hierdie beskrywings voordat grafieke op 'n Cartesiese vlak in Eenheid 2 van hierdie hoofstuk aangepak word.

Riglyne vir onderrig

Hierdie eenheid hersien werk wat leerders reeds sedert Graad 7 gedoen het en ook reeds in Kwartaal 1 gedoen het. Dit behoort dus vir hulle bekend te wees. Dieselfde konsepte word ook gebruik en beoefen in patronen en rye en sommige leerders kan die werk dalk vervelig vind omdat dit so bekend is. Herinner leerders aan hoe belangrik dit is om probleme wat in die alledaagse lewe voorkom, om te skakel in wiskundige terme sodat ons dit kan oplos.

Indien nodig, gebruik 'n goeie voorbeeld en werk deur die ekwivalente vorms op die bord, hoewel leerders regtig hierdie afdeling op hul eie behoort te hersien. Leerders kan ook gevra word om die sleutelkenmerke op 'n kopkaart op te som as 'n alternatiewe vorm van hersiening.

Bepaling van uitsetwaardes

Die gebruik van woordelikse beskrywings; Die gebruik van vloeidiagramme

Gebruik woorde om uitsetwaardes te

Aktiwiteit I-2

bepaal; Gebruik vloeidiagramme om uitsetwaardes te kry

Leerdersboek bladsy 356

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Laat leerders op hul eie deur Voorbeeld 1 in die Leerdersboek werk.
- Bespreek enige probleme wat kan voorkom, maar moedig leerders aan om so vinnig as moontlik deur Aktiwiteit 1 te werk.
- Leerders het vloeidiagramme in verskeie vorme sedert Graad 1 gebruik. Hulle kan die ekwivalente "spinnekopdiagramme" gebruik en al die insetwaardes aan een kant en die uitsetwaardes aan die ander kant plaas.
- Die vloeidiagram behoort die eerste stap te wees om 'n woordelike beskrywing om te skakel na 'n wiskundige verwantskap.
- Leerders behoort op hul eie deur Aktiwiteit 2 te werk.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak vloeidiagramme, gee vir leerders 'n paar eenvoudige woordelikse sinne en vra hulle om dit om te skakel na vloeidiagramme. Daar mag dalk 'n probleem wees met taal vir sommige leerders; moedig hulle dus aan om die sleutelwoorde te ondersteep of in te kleur om hulle te help.

Uitbreiding: Sommige leerders mag verveeld raak, vra hulle dus om 'n kopkaart te ontwerp wat gebruik kan word as 'n opsomming van die afdeling. Om verskillende studiemetodes te leer, is altyd nuttig en kan ook in ander vakke toegepas word.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit I

- I a $(15 \times 3) - 2 = 43$
 b $(22 \times 3) - 2 = 64$

- c $(38 \times 3) - 2 = 112$
d $(124 \times 3) - 2 = 370$
- 2** a $48 \div 2 = 24$
b $12 \div 2 = 6$
c $42 \div 2 = 21$
d $110 \div 2 = 55$

Aktiwiteit 2

- 1 Uitsetwaardes van $\{7; 12; 17; 22; 27; 32\}$
- 2 Uitsetwaardes van $\{3; 9; 15; 21; 27; 33\}$
- 3 Uitsetwaardes van $\{1; 5; 9; 13; 17; 21\}$
- 4 Uitsetwaardes van $\{3; 8; 13; 18; 23; 28\}$
- 5 Uitsetwaardes van $\{-3; -1; 1; 3; 5; 7\}$
- 6 Uitsetwaardes van $\{2; 7; 12; 17; 22; 27\}$

Die gebruik van tabelle; Die gebruik van vergelykings

Aktiwiteit 3–4

Gebruik formules om uitsetwaardes te bepaal; Gebruik vergelykings om uitsetwaardes te kry

Leerdersboek bladsy 357

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders behoort ook bekend te wees met formules en tabelle en behoort op hul eie, so vinnig as moontlik, deur Voorbeeld 3 en Aktiwiteit 3 te werk.
- Leerders kan gewys word hoe om hul sakrekenaars te gebruik om die waardes te bepaal, maar die funksies wat in Aktiwiteit 3 gegee is, is nie moeilik nie en is goeie oefening vir hoofrekene. Leerders kan ook dalk agterkom dat die uitsetwaardes 'n patroon vorm en hoef dus nie noodwendig die formules elke keer te gebruik nie.
- Vra leerders om op hul eie deur Voorbeeld 4 en Aktiwiteit 4 te werk.
- Kontroleer dat leerders ten minste een van die substitusies vir elke vraag neergeskryf het en ook hakies gebruik het om te wys waar hulle substitusie gebruik het.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Deur formules na tabelle te herlei, gebruik leerders substitusie. As daar 'n probleem is met substitusie, laat hulle elke substitusie neerskryf deur hakies te gebruik om die getal wat ingestel word, elke keer te beklemtoon. Maak seker dat leerders wat die berekening doen, die korrekte volgorde van bewerkings doen.

Uitbreiding: Gee vir leerders nog 'n paar meer ingewikkeld vergelykings om waardes in te stel. Dit kan lineêr wees en moontlik ook 'n paar kwadratiese vergelykings. Daag leerders uit om die punte op 'n grafiek te stip en bespreek die vorms van die grafieke.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 3

	insetwaarde	1	2	3	4	5	6
1	uitsetwaarde	5	9	13	17	21	25
2	uitsetwaarde	9	12	15	18	21	24
3	uitsetwaarde	2	7	12	17	22	27
4	uitsetwaarde	1	4	9	16	25	36

Aktiwiteit 4

- 1 Uitsetwaardes van {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}
- 2 Uitsetwaardes van {-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5}
- 3 Uitsetwaardes van {-9; -5; -1; 3; 7; 11}
- 4 Uitsetwaardes van {7; 5; 3; -1; -3}

EENHEID

2

Ekwivalente vorms van 'n verwantskap

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

Leerdersboek bladsy 358
Voorgestelde Tyd: 3 ure

- Die trek van grafieke
- Verteenwoordiging van die verwantskap met 'n grafiek
- Bepaling van ekwivalensie van voorstellinge

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek; blokkiespapier

Agtergrondinligting

In Grade 7 en 8 het leerders woordelikse beskrywings, vloediagramme, tabelle, formules en/of getalsinne of vergelykings gebruik om verwantskappe te beskryf. Leerders het ook Funksies en Verwantskappe in Hoofstuk 7 in Kwartaal 1 bestudeer. Hoewel grafieke nie nuut is vir Graad 9 Leerders nie, is die stipping van verwantskappe op grafieke op 'n Cartesiese vlak nie in Graad 7 of 8 gedoen nie.

Riglyne vir onderrig

Dit is baie nuttig om grafiekpapier byderhand te hê, verkieslik blokkiespapier. Daar is webwerwe op die Internet wat voorbeelde van blokkiespapier het, anders kan jy die voorbeeld op die volgende bladsy fotokopieer. Dit kan ook vergroot word.

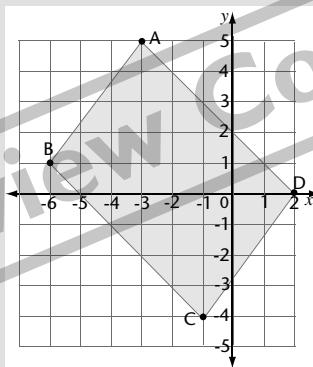
Herinner leerders aan die Cartesiese vlak en koördinaatpare. Wys hoe die koördinaatpare aanpas by 'n tabel met x - en y -waardes. Maak seker dat leerders hoë standarde van netheid handhaaf en die punte nougeset stip. Skerp potlode en liniale moet gebruik word om die punte en lyne te teken wanneer die punte verbind word. Die verwantskappe wat hier gebruik word, gee lineêre grafieke. Maak seker dat leerders bewus is van die verskille tussen hierdie soort grafieke en 'n gebrokelynggrafiek.

Die trek van grafieke

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Leerders moet dalk herinner word aan wat die koördinaatpaar beteken. Daar is baie speletjies wat vir leerders gegee kan word om hul geheue te verfris en hulle kan dit in pare speel, byvoorbeeld, gee vir leerders 'n dobbelsteen en 'n muntstuk. As die dobbelsteen opgeskiet word, gee die eerste opskiet die x -waarde en die tweede een die y -waarde. Dan moet hulle die muntstuk opskiet: munt is positief en kruis is negatief. Laat hulle die waardes op die koördinaatvlak stip.

Uitbreiding: Vra leerders om 'n ontwerp op vierkante-net papier te teken en 'n lys te maak van die koördinaatpare. Hulle moet dan hul ontwerpe met 'n maat uitruil en die ontwerp teken deur die koördinaatpare te gebruik.:



Voorgestelde antwoord

- 1 a B $(-2; 2)$
 b E $(0; -2)$
- 2 a D
 b C

'n Grafiek as voorstelling van 'n verwantskap

Aktiwiteit 2 Verteenwoordig die verwantskap met 'n grafiek

Leerdersboek bladsy 359

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Sodra leerders weer gemaklik is met koördinaatpare, wys hulle hoe die koördinaatpare in 'n tabel gestip kan word.

- Leerders gebruik dan die tabel om die punte op 'n grafiek te stip.
- Maak seker leerders werk baie netjies wanneer hulle grafiese teken. Moenie onnet werk aanvaar nie en laat leerders eerder die grafiese oordoen totdat dit netjies is.
- Die eerste twee verwantskappe in Aktiwiteit 2 gee lineêre grafiese. Enige punte wat nie op die lyn lê nie, is nie korrek gestip nie. Kontroleer dat leerders nie die koördinate omgeruil het nie.
- Vraag 3 gee die grafiek en leerders lees die koördinaatpare van die grafiek af.
- Leerders behoort op hul eie deur Aktiwiteit 2 te werk.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Die aktiwiteit verskaf voorbeelde om vanaf koördinaatpare van 'n tabel na 'n grafiek te gaan en omgekeerd. Maak seker dat leerders grafiese kan lees en dit ook kan teken.

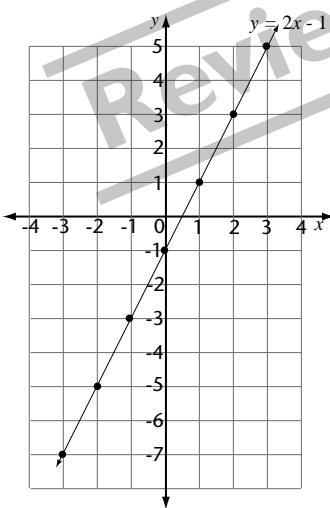
Uitbreiding: Gee vir leerders papier meetkundige vorm soos 'n ruit of 'n parallelogram en vra hulle om dit op rooster te teken. Vra hulle om die koördinaatpare uit te werk en vergelykings van al die lyne te teken. Hulle behoort kommentaar te lewer oor alles wat hulle opmerk as hulle na die vergelyking wat hulle aflei, kyk.

Voorgestelde antwoord

I a

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2x - 1$	-7	-5	-3	-1	1	3	5

b en c



d Die lyn is 'n toenemende reguitlyngrafiek.

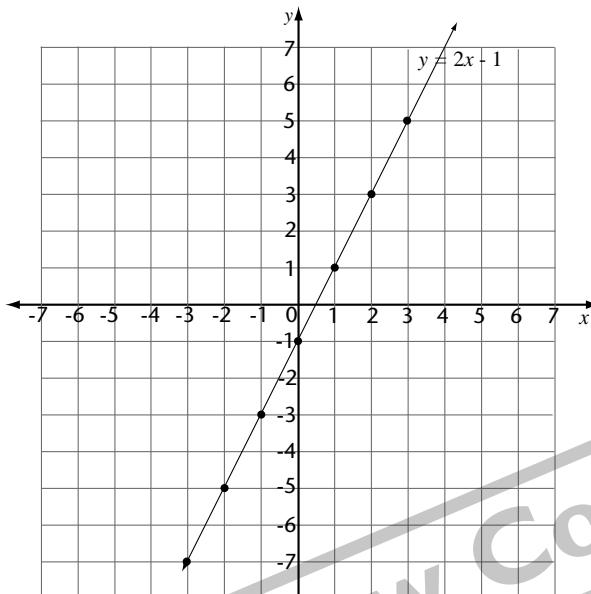
2 a $x \rightarrow \times 2 \rightarrow -1 \rightarrow y$

b

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	-13	-11	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11

c $y = 2x - 1$

d



3 a

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

b $x \rightarrow +1 \rightarrow y$

c $y = x + 1$

Bepaling van ekwivalensie van voorstellings

Aktiwiteit 3 Bepaal ekwivalensie van voorstellings

Leerdersboek bladsy 361

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- In Aktiwiteit 3 is leerders gevra om een ekwivalente vorm na 'n ander te herlei.
- Leerders behoort die aktiwiteit op hul eie te kan doen.
- Versaf hulp indien benodig.
- Die aktiwiteit vereis nogal baie werk en kan die grootste gedeelte van die les in beslag neem. Leerders werk dalk nog baie stadig op hierdie stadium aan die teken van grafiese.
- In vraag 1 Aktiwiteit 3 is leerders gevra om te kontroleer om te sien of 'n tabel ekwivalent is, en dan die waardes reg te maak wat nie aan die verwantskap voldoen nie.

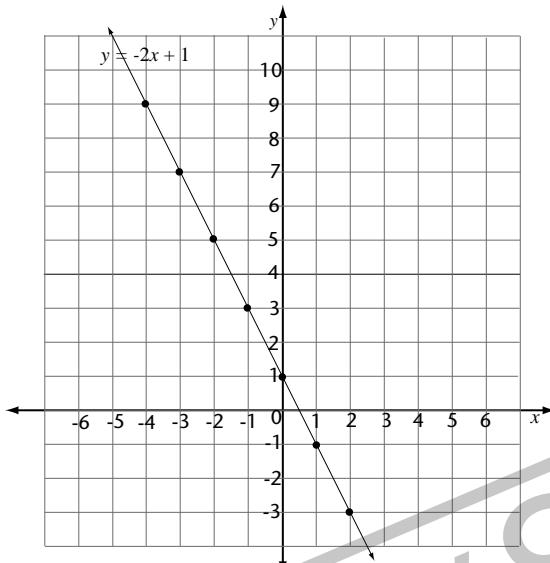
Voorgestelde antwoorde

- 1 a Nie heeltemal nie.

x	-4	-3	-2	-1	0	1
y	9	7	5	3	1	-1

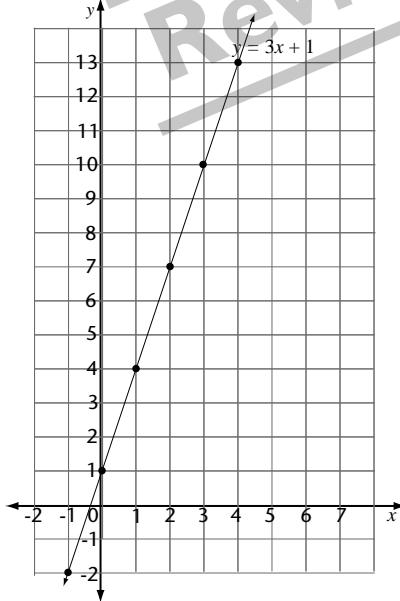
b $y = -2x + 1$

c



- 2 a $(-1; -2), (0; 1), (1; 4), (3; 10), (4; 13), (6; 19)$

b



3 a $y = 11$

b $y = -8$

4 $x \rightarrow x - 2 \rightarrow +1 \rightarrow y$
 $x \rightarrow \times 3 \rightarrow y$
 $x \rightarrow +2 \rightarrow \times 2 \rightarrow y$

c $x = 1$

d $x = 2$

Vergelyking: e; Tabel: d; Grafiek: d

Vergelyking: a; Tabel: c; Grafiek: a

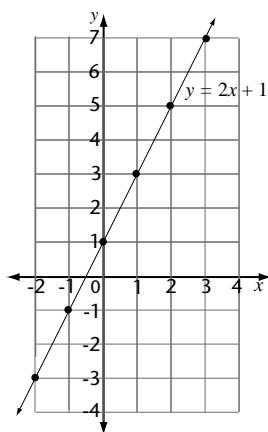
Vergelyking: b en c; Tabel: a; Grafiek: b

5 a Die vergelyking in b is gefaktoriseer om die vergelyking in c te gee, of die vergelyking in b is vereenvoudig om die vergelyking in c te gee. Hulle is ekwivalent.

b $y = 2x + 1$

$x \rightarrow \times 2 \rightarrow +1 \rightarrow y$

x	-2	-1	0	1	2
y	-3	-1	1	3	5

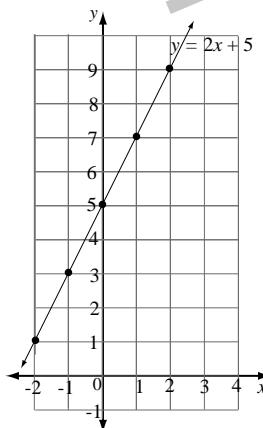


c

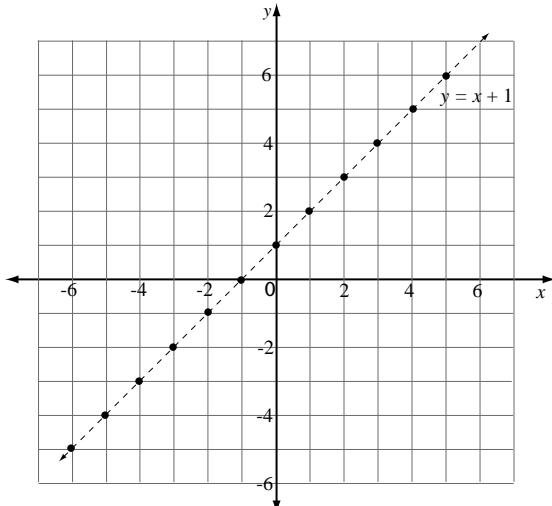
x	-2	-1	0	1	2
y	1	3	5	7	9

$x \rightarrow \times 2 \rightarrow \times 5$

$y = 2x + 5$



d



x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

$$x \rightarrow +1 \rightarrow y$$

$$y = x + 1$$

Hoofstuk 14 Hersiening

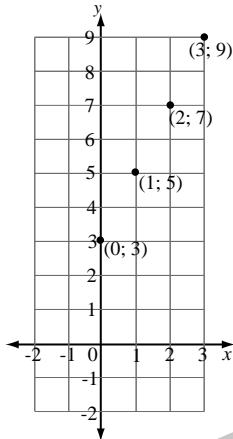
1

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-13	-8	-3	2	7	12	17

2

x	-3	0	3	6	9	12	15
y	4	2	0	-2	-4	-6	-8

3 a

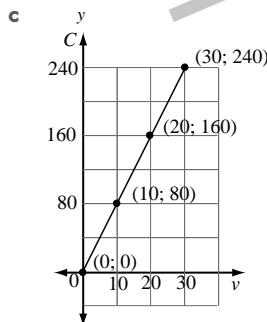


b $(4; 11); (5; 13)$

4 a

Getal besoekte v	0	10	20	30
Totale koste c	0	80	160	240

b $C = 8v$

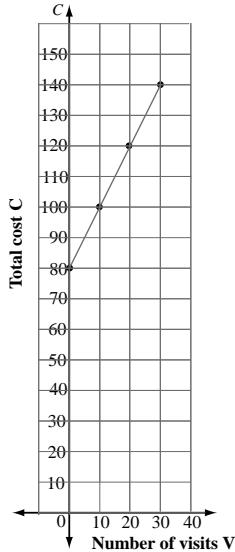


5 a $v \rightarrow \times 2 \rightarrow +80$

b

Getal besoekte v	0	10	20	30
Totale koste C	80	100	120	140

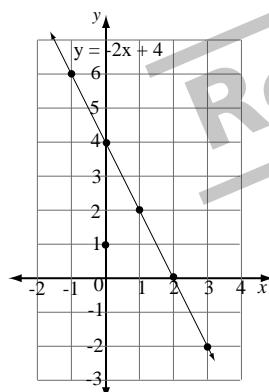
c Total cost C



6 a $x \rightarrow x (-2) \rightarrow + 4 \rightarrow y$

b

x	-1	0	1	2	3
y	6	4	2	0	-2



d 'n Afnemende reguitlyngrafiek.

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 364 tot 384

Voorgestelde tydstoekening: 9 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1 Hersiening: Algebraïese uitdrukkings en faktore

1 uur

Eenheid 2 Gemene faktore

2 ure

Faktorisering van uitdrukkings

Die uithaal van gemene faktore

Eenheid 3 Die verskil van kwadrate

2,5 ure

Faktorisering van die verskil van kwadrate

Faktorisering van meer ingewikkelde verskille van kwadrate

Gemene faktore en die verskil van kwadrate

Volledige faktorisering van uitdrukkings

Eenheid 4 Faktorisering van drieterme

2,5 ure

Kwadratiese drieterme

Faktorisering van drieterme

Drieterme met gemene faktore

Eenheid 5 Vereenvoudiging van algebraïese breuke

1 uur

Hersiening: Vereenvoudiging van breuke

Faktorisering van breuke om hulle te vereenvoudig

Hoofstukhersiening

EENHEID

1

Hersiening: Algebraïese uitdrukkings en faktore

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Bepaling van gemene faktore

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Leerdersboek bladsye 365

Voorgestelde tydstoekening: 1 uur

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders hersiening gedoen van die bepaling van numeriese faktore deur:

- priemfaktore te vind van getalle van ten minste 3-syfer telgetalle
- KGV en GGF van getalle te vind van ten minste 3-syfer telgetalle, deur inspeksie en deur faktorisering.

In Eenheid 9 het leerders algebraïese taal en vereenvoudiging hersien, maar dit is nou die eerste keer dat leerders algebraïese uitdrukkings faktoriseer. Priemfaktorisering is gebruik om die GGF en KGV in Eenheid 1 Telgetalle in Graad 9 te bepaal.

Riglyne vir onderrig

Om gemene faktore van getalle te vind, is nie nuut vir leerders nie, maar dit word sterk aangeraai dat die werk deeglik verstaan word voordat algebraïese gemene faktore aangepak word. Leerders kan óf die faktormetode gebruik waar hulle faktore met verskillende getalle met mekaar vergelyk óf die priemfaktormetode. Die priemfaktormetode trek 'n beter verband met die metode wat gebruik word om algebraïese gemene faktore te vind. Die voorbeelde in die Leerdersboek toon 'n stap-vir-stap-ontwikkeling van getalle na die algebraïese gemene faktore en leerders behoort, met leiding, deur al die voorbeelde te werk.

Die bepaling van gemeenskaplike gemene faktore

Aktiwiteit I Bepaal faktore van uitdrukkings

Leerdersboek bladsy 366

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die terme *faktore* en *veelvoude*.
- Werk saam met die leerders deur Voorbeelde 1 en 2 in die Leerdersboek. Doen nog voorbeelde op die bord totdat leerders heeltemal vertrouyd is met faktorisering en die bepaling van die GGF van getalle.
- Hersien uitgebreide notasie en vra leerders om 'n paar terme uit te brei, byvoorbeeld, $3 \times 3y^2$.
- Laat leerders die gemene faktore onderstreep, omkring of inkleur. Dit maak dit vir hulle makliker om te sien wat in al die getalle voorkom. Hierdie faktore moet vermenigvuldig word om die GGF te kry.
- Werk deur Voorbeelde 3, 4 en 5.
- Die aktiwiteit dek ook hersiening van vereenvoudiging van algebraïese uitdrukkings. Herinner leerders aan die distributiewe wet en dat as daar vereenvoudig word, die term of getal buite die hakie versprei moet word na al die terme binne-in die hakie.
- Die aktiwiteit is taamlik lank, maar leerders behoort die meeste daarvan in een les te kan doen en die res kan dan as huiswerk voltooi word.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Dit is nogal 'n belangrike aspek van algebra en die bepaling van die gemene faktor moet altijd die eerste stap in faktorisering wees. Dit is daarom belangrik om seker te maak dat leerders in staat is om die GGF te bepaal. Gee vir leerders 'n paar ekstra oefeninge en herinner hulle regdeur hierdie hoofstuk aan die metodes. Maak seker dat leerders die uitgebreide vorm gebruik totdat hulle gemaklik is met die kortpaaie.

Uitbreiding: Moedig leerders aan om 'n vinniger metode te kry om die GGF te vind as die uitgebreide vorm. Vra hulle om 'n paar voorbeelde neer te skryf en hul eie metode te probeer voordat hulle met 'n maat uitruil om antwoorde te kontroleer.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a Priemfaktore van 36: $2 \times 2 \times 3 \times 3$
Priemfaktore van 54: $2 \times 3 \times 3 \times 3$
Priemfaktore van 60: $2 \times 2 \times 3 \times 5$
Priemfaktore of 64: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
- b $2 \quad c \quad 2 \times 3 \times 3 = 18 \quad d \quad 2 \times 2 = 4$
- 2 a Priemfaktore van 36: $2 \times 2 \times 3 \times 3$
Priemfaktore van 48: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$
 $\text{GGF} = 2 \times 2 \times 3 = 12$
- c Priemfaktore van 27: $3 \times 3 \times 3$
Priemfaktore van 24: $2 \times 2 \times 2 \times 3$
 $\text{GGF} = 3$
- e Faktore van $32x^2y$: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times y$
Faktore van $27xy^2$: $3 \times 3 \times 3 \times x \times y \times y$
 $\text{GGF} = xy$
- f Faktore van x^4y^2 : $x \times x \times x \times x \times y \times y$
Faktore van x^2y : $x \times x \times y$
 $\text{GGF} = x^2y$
- 3 a Faktore van 12: $2 \times 2 \times 3$
Faktore van -204: $(-1) \times 2 \times 2 \times 3 \times 17$
Al die faktore van 12 is in -204, dus is 12 'n faktor.
- b Faktore van $4x$: $2 \times 2 \times x$
Faktore van $12x^2$: $2 \times 2 \times 3 \times x \times x$
Al die faktore van $4x$ word bevatt in $12x$, dus is $4x$ 'n faktor.
- c Faktore van $3xy$: $3 \times x \times y$
Faktore van $55xy$: $5 \times 11 \times x \times y$
Hoewel xy gemeenskaplik is aan beide, is $3xy$ nie 'n faktor van $55xy$ nie.
- d Faktore van x^2y : $x \times x \times y$
Faktore van $6x^3y^3$: $2 \times x \times x \times x \times y \times y \times y$
Al die faktore van x^2y word bevatt in $6x^3y^3$, dus is x^2y 'n faktor.
- e Faktore van $14abc$: $2 \times 7 \times a \times b \times c$
Faktore van $-28abcd$: $(-1) \times 2 \times 2 \times 7 \times a \times b \times c \times d$
Al die faktore van $14abc$ word bevatt in $-28abcd$, dus is $14abc$ 'n faktor.
- f Faktore van ax^3y^4 : $a \times x \times x \times x \times y \times y \times y \times y$
Faktore van $8a^2xy^7$: $2 \times 2 \times 2 \times a \times a \times x \times x \times y \times y \times y \times y \times y \times y \times y$
Hoewel axy^4 gemeenskaplik is aan beide, is ax^3y^4 nie 'n faktor van $8a^2xy^7$ nie.
- 4 a $\frac{6x^2}{3x} = 2x$
c $12m \div 3 = 4m$
- b $\frac{9x^3y}{3x} = 3x^2y$
d $\frac{-15a^2b}{3ab} = -5a$

- 5 a $a(a - b) = a^2 - ab$
 c $m^2(m^2 + m^4) = m^6 + m^4$
- 6 a $4a(a + b) + 3ab = 4a^2 + 7ab$
 b $-2(x - 3) - (x - 4) = -2x + 6 - x + 4 = -3x + 10$
 c $2a(a + b) - 3b(2a - 3c) = 2a^2 - 4ab + 9bc$
 d $-2y(x + 4) - 3x(y - 5) = 15x - 5xy - 8y$
- 7 a $(x + 1)(x - 3) = x^2 - 2x - 3$
 b $(2y + 1)(y + 5) = 2y^2 + 11y + 5$
 c $(abc + d)(abc - 2d) = a^2b^2c^2 - abcd - 2d^2$
 d $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$
 e $(3x + y)(3x - y) = 9x^2 - y^2$
 f $\left(\frac{x}{2} - y\right)\left(\frac{x}{2} + y\right) = \frac{x^2}{4} - y^2$
- 8 a $(a + 2)^2 = a^2 + 4a + 4$
 c $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$
- 9 a $2(x + 3)(x - 2) = 2(x^2 + x - 6) = 2x^2 + 2x - 12$
 b $-3x(x - 2)(x + 2y) = -3x(x^2 - 2x + 2xy - 4y) = -3x^3 + 6x^2 - 6x^2y + 12xy$
- 10 a

	Uitdrukking	Waardes van x				
		-2	-1	0	1	2
1	$\frac{3x^2 + 3x}{x + 1}$	-6	ongedefinieerd	0	3	6
2	$3x$	-6	-3	0	3	6
3	$\frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$	0	1	2	3	4
4	$x + 2$	0	1	2	3	4

- b Hulle is dieselfde, behalwe vir die waarde vir -1 .
 c Dit is dieselfde.
 d Voltooi die sin: $\frac{3x^2 + 3x}{x + 1}$ is ekwivalent aan $3x$ (maar $x \neq -1$) en $\frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$ is ekwivalent aan $x + 2$.
 e Dit is makliker om eenvoudiger uitdrukkings te gebruik.

EENHEID

2

Gemene faktore

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 368

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Faktorisering van uitdrukkings
 - o faktorisering van eenvoudige uitdrukkings
 - o faktorisering van meer ingewikkelde uitdrukkings
 - o gemene faktore en die verskil van twee kwadrate
 - o gemene faktore met hoër magte
 - o groepering van terme om 'n gemene faktor te kry

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

Faktorisering van algebraïese uitdrukkings is nuut vir leerders in Graad 9. Dit is gebaseer op die numeriese faktorisering wat leerders reeds sedert Graad 6 doen. Dit is dus belangrik om leerders te herinner dat in algebra, ons patrone veralgemeen wat ons in Rekenkunde gebruik het.

Riglyne vir onderrig

Dit is belangrik om by 'n bekende vaardigheid, soos vereenvoudiging, te begin. In Hoofstuk 9 Eenheid 2 het leerders vereenvoudiging geoefen. Nadat vereenvoudiging hersien is, verduidelik dat faktorisering die inverse proses van vereenvoudiging is. Waar vereenvoudiging handel oor die vermenigvuldiging van die faktor buite die hakies met al die terme binne-in die hakies, handel faktorisering oor die deling van terme. Beklemtoon dat faktorisering *deling* is. Noem ook dat hulle die distributiewe wet gaan gebruik om verskeie terme te faktorisear. Wanneer ons die grootste gemene faktor vind, deel ons elke term deur hierdie faktor. Die grootste gemene faktor word dan buite die hakie geskryf en die terme wat gedeel is, word aan die binnekant van die hakie geskryf. Dit is regtig belangrik dat leerders van die begin af in die gewoonte kom; dit is om eerste na die grootste gemene faktor te soek wanneer daar gefaktorisear word, selfs al behels faktorisering die verskil van kwadrate, drieterme of enige ander faktorisering. Die eerste stap behoort altyd te wees om te kyk vir die GGF. Moedig leerders ook aan om hul antwoorde te toets sodat hulle seker is dat as hulle vereenvoudig, die oorspronklike uitdrukking verkry word.

Faktorisering van eenvoudige uitdrukkings

Aktiwiteit 1 Herlei na faktore

Leerdersboek bladsy 369

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Doen 'n vinnige hersiening van die eksponentewette indien nodig.
- Gee vir leerders 'n paar voorbeelde van vereenvoudiging om te hersien.
- Gaan stap-vir-stap deur een of twee, beklemtoon dat vereenvoudiging beteken dat die faktor buite die hakie met al die terme binne-in die hakie vermenigvuldig moet word.
- Verduidelik vir leerders dat faktorisering die inverse bewerking van vereenvoudiging is. Hersien 'n paar ander inverses soos *optelling is die inverse bewerking van aftrekking*, en *vermenigvuldiging en deling is inverse bewerkings*.
- Gebruik die uitgebreide notasie om te wys hoe algebraïese uitdrukkings gefaktorisear word soos in Voorbeeld 1 en 2 in die Leerdersboek. Leerders moet elke keer die GGF van die terme in die uitdrukking vind.
- Gee nog 'n paar voorbeelde indien nodig.
- Leerders behoort die aktiwiteit op hul eie in een les te voltooi.
- Maak seker dat leerders hul antwoorde deur vereenvoudiging kontroleer.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders die GGF kan bepaal. Gee ook 'n paar ekstra voorbeelde. Dit is soms nuttig om soliede voorwerpe te gebruik om die konsep te verduidelik. Plaas verskillende hoeveelhede stukkies gekleurde bordkryt in twee of drie bakke of plastieksakke. Vra leerders wat die maksimum aantal van elk is wat gemeenskaplik is aan beide bakke/sakke.

Uitbreiding: Gee vir leerders meer ingewikkeld voorbeelde wat drie of vier terme met getalkoeffisiënte insluit asook verskeie veranderlikes. Herinner hulle daaraan om hul vinnige metode, wat hulle in die vorige eenheid ontwikkel het, te gebruik om die GGF te bepaal sonder om die uitgebreide notasie te gebruik. Maak seker dat leerders hul antwoorde deur vereenvoudiging kontroleer.

Voorgestelde antwoorde

I $2a + 6 = 2(a + 3)$

3 $8p - 4 = 4(2p - 1)$

5 $9a - 3 = 3(3a - 1)$

7 $3w^2 + 3w = 3w(w + 1)$

9 $x^2 + x = x(x + 1)$

II $7k - 14k^2 = 7k(1 - 2k)$

13 $12x^2 - 4xy = 4x(3x - y)$

2 $3y + 15 = 3(y + 5)$

4 $12 - 6t = 6(2 - t)$

6 $7b - 14c = 7(b - 2c)$

8 $2z - 2z^2 = 2z(1 - z)$

10 $4p^2 - 5p = p(4p - 5)$

12 $3n^3 - 2n = n(3n^2 - 2)$

14 $3x^2y - 6xy = 3xy(x - 2)$

Faktorisering van meer ingewikkeld uitdrukking

Aktiwiteit 2 Bepaal meer ingewikkeld gemene faktore

Leerdersboek bladsy 370

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die les is 'n uitbreiding van die werk wat in Aktiwiteit 1 gedoen is.
- Maak seker dat leerders vertrouyd is met die soort voorbeelde in Aktiwiteit 1 voordat aanbeweg word.
- Verduidelik dat, terwyl daar slegs twee terme in die voorbeelde in Aktiwiteit 1 was, daar hier meer kan wees. Die beginsels bly dieselfde, naamlik kyk na die getalle en dan elke veranderlike afsonderlik om die GGF te bepaal. Deel dan elke term deur die GGF.
- In Voorbeeld 1 in die Leerdersboek is die gemene faktor die uitdrukking binne die hakie. Die beginsel is dieselfde en sodra hulle die GGF het, word elke term daardeur gedeel.
- Bring vierkantige hakies in. Sommige leerders mag dalk nie onthou wanneer om ronde (); vierkantige [] of krul{} hakies te gebruik nie. Gewoonlik is die volgorde van geneste hakies { [()] }
- In Voorbeeld 2 is die komplekse faktor in die hakie ook gekwadreer. Doen weer 'n kort hersiening oor die eksponentewette indien nodig. Dit is nuttig om verskillende gekleurde bordkryt of bordpenne te gebruik as komplekse faktore behandel word. Moedig leerders aan om dit in hulle boek ook te merk.
- Dit is belangrike basiese voorbereidingswerk vir algebra in die VOO. Merk leerders se boeke indien moontlik en gee individuele terugvoer. Neem kennis van enige konsekwente foute wat gemaak word en laat leerders dit korrigeer.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak notas wanneer leerders se werk gemerk word, sodat leerders hierna kan terugverwys as hulle enige verdere probleme het. Dit sal hulle help as hulle korreksies maak. Moedig leerders aan om hul antwoorde te kontroleer deur die faktore te vermenigvuldig.

Uitbreiding: Laat leerders saam met 'n maat vooruit werk met *Groepering van terme om 'n gemene faktor te skep*. Gee vir hulle nog 'n paar meer ingewikkelde voorbeelde as hulle klaar is. Daag leerders uit om die GGF met hoofrekene te vind indien moontlik. Indien dit moeilik is, kan hulle notas maak aan die regterkant van die bladsy.

Voorgestelde antwoorde

- 1 $4ab - 6ac + 12ad = 2a(2b - 3c + 6d)$
- 2 $8ab - 4ab^2 = 4ab(2 - b)$
- 3 $x^2 + x^3 = x^2(1 + x)$
- 4 $x^6 + x^5 - x^3 = x^3(x^3 + x^2 - 1)$
- 5 $24x^3 - 36x^2 + 72x = 12x(2x^2 - 3x + 6)$
- 6 $10p^6q^2 - 4p^3q^2 + 2p^4q^4 = 2p^3q^2(5p^3 + pq^2 - 2)$
- 7 $10m^2p + 20m^3p^2 - 30m^2p^3 = 10m^2p(m + 20mp - 3p^2)$
- 8 $9y^4 - 15y^3 + 3y^2 = 3y^2(3y^2 - 5y + 1)$
- 9 $(a + b)^2 - (a + b) = (a + b)[(a + b) - 1] = (a + b)(a + b - 1)$
- 10 $3(m + n) + 5p(m + n) = (m + n)(3 + 5p)$
- II $5(r + s)^2 - (r + s) = (r + s)[(5(r + s) - 1)] = (r + s)(5r + 5s - 1)$
- I2 $a(a + 1) + 2(a + 1) = (a + 1)(a + 2)$

Groepering van terme om 'n gemene faktor te maak

Aktiwiteit 3–4

Groepeer om gemene faktore te bepaal; Analiseer en interpreteer faktore

Leerdersboek bladsy 371

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Maak seker dat leerders in staat is om die faktorisering met groepering te doen voordat hierdie afdeling aangepak word.
- Werk saam met die leerders deur Voorbeeld 4 op die bord. Gebruik gekleurde bordkryt of bordpenne om die veranderlikes te beklemtoon wat dieselfde is en wat dalk gemeenskaplik kan wees. Vra leerders om hulle te groepeer deur die GGF uit te haal.
- Voorbeeld 5 in die Leerdersboek is baie belangrik en moeilik vir leerders om aanvanklik te verstaan. Begin dit stadig en versigtig en beklemtoon dat (-1) die gemene faktor is. Hersien die tekens van heelgetalle as gedeel word $(-) \div (-1) \rightarrow (+)$ en wanneer $(+) \div (-1) \rightarrow (-)$.
- Laat leerders 'n paar getalle op hul sakrekenaars probeer om te sien hoe dit werk.
- $-3 \div (-1) = \triangle; 5 \div (-1) = \triangle$
- Bring dan slegs die $-k - m$ deel van die voorbeeld in om die beginsel te verduidelik.
- Aktiwiteit 3 vraag 2 en 5 oefen hierdie vaardigheid.
- Leerders behoort die aktiwiteit op hul eie te doen. Korrigeer hulle werk indien moontlik en gee individuele terugvoer waar nodig.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders eenvoudiger voorbeelde kan doen voor die meer kompleks voorbeelde aangepak word. Hou ekstra werkvelle byderhand vir addisionele dril en oefening. Bring die meer ingewikkelde faktore geleidelik in.

Uitbreiding: Hou nog 'n paar ingewikkelde voorbeelde op werkvelle of kaarte byderhand, wat aan leerders gegee kan word om te probeer. Dit kan ook uit 'n Graad 10-boek geneem word. Wys vir leerders dat wat hulle in die VOO-fase gaan doen, op hierdie werk voortbou en dit is dus 'n voortsetting van dieselfde beginsels.

Voorgestelde antwoord

Aktiwiteit 3

- 1 $(a + 1)^2 + a + 1 = (a + 1)[(a + 1) + 1] = (a + 1)(a + 2)$
- 2 $(p + s)^2 - 3p - 3s = (p + s)^2 - 3(p + s) = (p + s)[(p + s) - 3] = (p + s)(p + s - 3)$
- 3 $2a + 2b - (a + b)^2 = 2(a + b) - (a + b)^2 = (a + b)[2 - (a + b)] = (a + b)(2 - a - b)$
- 4 $(a^2 + a) + (2a + 2) = a(a + 1) + 2(a + 1) = (a + 1)(a + 2)$
- 5 $4x(a - b) - a + b = 4x(a - b) - (a - b) = (a - b)(4x - 1)$
- 6 $(y^2 + 3y) + 4y + 12 = y(y + 3) + 4(y + 3) = (y + 3)(y + 4)$

Aktiwiteit 4

- 1 $4(x + 3) = 4x + 12$
 $x(4 + 3x) = 4x + 3x^2$
 $3(x - 4) = 3x - 12$
 $x(4x - 3) = 4x^2 - 3x$
- 2 a Slegs Tawanda het volledig gefaktoriseer.
b Caitlin en Simon het nie die GGF as die gemene faktor gebruik nie.

EENHEID

3

Die verskil van kwadrate

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 372
Voorgestelde tydstoekening: 2,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Faktorisering van die verskil van kwadrate
- Faktorisering van ingewikkelde verskille van kwadrate
- Die som van twee kwadrate
- Gemene faktore en die verskil van twee kwadrate
- Volledige faktorisering van 'n uitdrukking

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Hoofstuk 8 het leerders twee tweeterme (binome) met dieselfde terme maar verskillende tekens tussen die terme uitgebrei. Dit behoort hersien te word voordat faktorisering aangepal word.

Riglyne vir onderrig

Hersien 'n paar van die veelterme wat twee tweeterme met dieselfde terme maar verskillende tekens bevat sodat leerders bekend raak met die vereenvoudiging van die uitbreiding. Herinner leerders dat faktorisering die inverse bewerking van vermenigvuldiging of vereenvoudiging is en dat hulle die insete vanaf die uitsete gaan bepaal.

Die verskil van twee kwadrate is 'n baie algemene vorm van faktorisering op skool. Dit word gebruik in Algebra en Trigonometrie in die VOO-fase en leerders moet heeltyd hiervoor op die uitkyk wees wanneer hulle faktoriseer. Maak seker dat leerders weet hoe om die twee terme wat volkome vierkante is en die minusteken tussen-in te herken.

Die verskil van twee kwadrate kan gebruik word om hoofrekene bewerkings van baie groot getalle te doen, byvoorbeeld:

$$2\ 013^2 - 2\ 012^2 = (2\ 013 - 2\ 012)(2\ 013 + 2\ 012) = (1)(4\ 025) = 4\ 025$$

Maak seker dat leerders 'n paar van hierdie voorbeeld in die aktiwiteit kry om te doen, sodat hulle heeltyd herinner word dat die tegniek gebruik kan word om getalle te bereken.

Faktorisering van die verskil van kwadrate

Aktiwiteit I Faktoriseer die verskil van kwadrate

Leerdersboek bladsy 373

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur Voorbeeld 1 in die Leerdersboek. Voorbeeld 2 gee 'n Dink-Doen metode om hiermee te werk.
- Sodra leerders verstaan hoe om die terme in gefaktoriseerde vorm te bepaal, kan hulle dit met hoofrekene doen of hulle sakrekenaars gebruik vir die numeriese koëffisiënte.
- Leerders doen Aktiwiteit 1 op hul eie. Maak seker dat hulle almal regkry en indien nie, moet hulle dit oordoen.

Remediëring en uitbreidung

Remediëring: Maak seker dat leerders die term "volkome kwadraat" verstaan. Laat hulle vyf van hul eie neerskryf. Gee sommige gemengde voorbeeld van terme wat volkome kwadrate is en nie is nie, sodat hulle dit kan identifiseer. Hersien die konsepte van vierkantswortels van getalle asook die eksponentewette sodat leerders weer bekend raak met hierdie prosesse. Gee vir leerders 'n paar eenvoudiger voorbeeld om te oefen voordat die volgende aktiwiteit aangepak word.

Uitbreidung: Herinner leerders dat die eerste stap vir alle faktorisering altyd is om die GGF te soek. Sodra die gemene faktor uitgehaal is, moet gesoek word vir volkome kwadrate met 'n minusteken tussen in. Daag leerders uit om die aktiwiteit so vinnig as moontlik te doen.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$
b $36x^2 - 9 = (6x - 3)(6x + 3)$
c $a^2 - 25 = (a - 5)(a + 5)$
- 2 a $4x^2 - 1 = (2x - 1)(2x + 1)$
b $25y^2 - 4 = (5y - 2)(5y + 2)$
c $9d^2 - 64 = (3d - 8)(3d + 8)$
d $36z^2 - 49 = (6z - 7)(6z + 7)$
e $49 - 36q^2 = (7 - 6q)(7 + 6q)$
f $81x^2 - 49y^2 = (9x - 7y)(9x + 7y)$

Faktorisering van ingewikkeld verskille van kwadrate

Aktiwiteit 2 Faktoriseer meer ingewikkeld verskille van kwadrate

Leerdersboek bladsy 374

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Maak seker dat leerders in staat is om die eenvoudiger voorbeeld te doen en gee addisionele oefeninge indien nodig.
- Hersien vierkantswortels van getalle en die eksponentreëls.
- Gebruik die metode van die leë hakies met 'n + en - simbool in elk soos aangetoon in vraag 1 van Aktiwiteit 1 in die Leerdersboek. Nadat dit onderaan die oorspronklike uitdrukking geskryf is, word die vierkantswortels van die twee terme bepaal en in die toepaslike spasies in die hakies ingevul.
- Herinner leerders om hul antwoorde te kontroleer deur dit uit te vermenigvuldig.
- Leerders doen die aktiwiteit op hul eie.
- Gee die volledige antwoorde op die bord nadat die aktiwiteit voltooi is en vra leerders om hul antwoord noukeurig te kontroleer. Hulle moet dadelik sê as daar iets in die proses is wat hulle nie verstaan nie.
- Herinner leerders gereeld dat hierdie faktorisering slegs werk vir die verskil van twee kwadrate en nie vir die som van twee kwadrate nie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Laat leerders die hakiemetode gebruik soos verduidelik in die bostaande riglyne. Dit maak dit makliker om te analyseer wat gedoen moet word vir elke term in die oorspronklike binoom (tweeterm). Verskaf addisionele oefenvoorbeeld indien nodig.

Uitbreiding: Gee vir leerders nog voorbeeld waar die gemene faktor eers uitgehaal moet word en ook sommiges wat meer as een verskil van kwadrate het om te faktoriseer, byvoorbeeld:

$$12m^4 - 75g^2$$

$$a^4 - 8$$

$$a^4b^8 - \frac{c^8}{2}$$

Leerders kan in pare saamwerk en hul metodes en antwoorde met mekaar bespreek. Antwoorde word gekontroleer deur uit te vermenigvuldig.

Voorgestelde antwoorde

- 1 $x^4 - 9y^2 = (x^2 - 3y)(x^2 + 3y)$
- 2 $a^4b^4 - 1 = (a^2b^2 - 1)(a^2b^2 + 1) = (ab - 1)(ab + 1)(a^2b^2 + 1)$
- 3 $81m^2n^2 - 25k^2 = (9mn - 5k)(9mn + 5k)$
- 4 $225p^2q^2 - 36x^2y = 9(25p^2q^2 - 4x^2y)$
- 5 $196x^4 - 49y^2 = 49(4x^2 - y^2) = 49(2x^2 - y)(2x^2 + y)$
- 6 $(x - 3)^2 - 16 = [(x - 3) - 4][(x - 3) + 4] = (x - 7)(x + 1)$
- 7 $(2x + 3)^2 - 25 = [(2x + 3) - 5][(2x + 3) + 5] = (2x - 2)(2x + 8) = 4(x - 1)(x + 2)$
- 8 $(y - 2)^2 - 4 = [(y - 2) - 4][(y - 2) + 4] = (y - 6)(y + 2)$
- 9 $4(x + 5)^2 - 9 = [2(x + 5) - 3][2(x + 5) + 3] = (2x + 10 - 3)(2x + 10 + 3) = (2x + 7)(2x + 13)$

Die som van twee vierkante; Gemene faktore en die verskil van kwadrate; Faktoriseer 'n uitdrukking volledig

Aktiwiteit 3–4

Faktoriseer uitdrukings in stappe; Faktoriseer uitdrukings volledig

Leerdersboek bladsy 376

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders weer aan die GGF.
- Herinner hulle om altyd eers vir gemene faktore te soek as hulle faktoriseer.
- Nadat die gemene faktore verwyder is, word gefokus op die binnekant van die hakie en word daar gesoek vir die verskil van kwadrate.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek.
- Herinner leerders weer daaraan dat hierdie faktorisering slegs werk vir die *verskil* van twee kwadrate en nie vir die *som* van twee kwadrate nie. vraag 9 en 10 van Aktiwiteit 3 sal dit toets.
- Leerders moet so vinnig as moontlik deur Aktiwiteit 3 werk.
- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld oor *Faktoriseer 'n uitdrukking volledig*. Herinner hulle daaraan dat hulle heeltyd op die uitkyk moet wees vir verskille (nie die somme nie!) van kwadrate, al dink hulle dat hulle 'n uitdrukking gefaktoriseer het.
- Leerders werk deur Aktiwiteit 4. vraag 5 kan nie verder faktoriseer nie

Remediëring en uitbreidung

Remediëring: Maak seker dat leerders die volgende kan doen:

1. Priemfaktorisering
2. Uitgebreide vorm
3. Bepaal die GGF van getalle deur die uitgebreide vorm te gebruik.
4. Bepaal die GGF van algebraïese terme deur die uitgebreide vorm te gebruik.
5. Verstaan wat kwadrate en vierkantswortels is.
6. Verstaan die eksponentewette.
7. Identifiseer die verskil van kwadrate.
8. Weet dat hulle nie die som van kwadrate kan faktoriseer nie.

As daar enige gappings is, sal hulle dit moeiliker en moeiliker vind om die voorbeeld te hanteer. Verduidelik dit weer en gee ekstra oefeninge waar nodig.

Uitbreidung: Gee vir leerders ook numeriese voorbeelde asook sommige voorbeelde met groter koëffisiënte om sonder 'n sakrekenaar te doen, byvoorbeeld:

$$340^2 - 660^2$$

$$200x^6 - 98y^4$$

$$7,3^2 - 6,7^2$$

Hierdie vaardighede is baie nuttig in Wiskunde Olimpiades waar leerders nie toegelaat word om sakrekenaars te gebruik nie. Hou 'n paar vorige vraestelle beskikbaar vir leerders om te oefen. Sien kontakbesonderhede vir die Suid-Afrikaanse Wiskundestigting in die Leerdersboek.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 3

- 1 $72p^2 - 50 = 2(36p^2 - 25) = 2(6p - 5)(6p + 5)$
- 2 $125 - 45t^2 = 5(25 - 9t^2) = 5(5 - 3t^2)(5 + 3t^2)$
- 3 $9p - 81p^3 = 9p(1 - 9p^2) = 9p(1 - 3p)(1 + 3p)$
- 4 $27m^2 - 12n^2 = 3(9m^2 - 4n^2) = 3(3m - 2n)(3m + 2n)$
- 5 $4xy^3 - x^3y = xy(4y^2 - x^2) = xy(2y - x)(2y + x)$
- 6 $a^3 - 25ab = a(a^2 - 25b)$
- 7 $81m^2n - 4n = n(9m^2 - 4) = n(3m - 2)(3m + 2)$
- 8 $x^2y^2z - 9z^2 = z(x^2y^2 - 9) = z(xy - 3)(xy + 3)$
- 9 $9x^3 + x = x(9x^2 + 1)$
- 10 $4x^2y + 9y^3 = y(4x^2 + 9y^2)$

Aktiwiteit 4

- 1 $x^4 - 4x^2 = x^2(x^2 - 4) = x^2(x - 2)(x + 2)$
- 2 $a^4b^2 - 9a^2b^2 = a^2b^2(a^2 - 9) = a^2b^2(a - 3)(a + 3)$
- 3 $a^4b^2 - 81a^2b^2 = a^2b^2(a^2 - 81) = a^2b^2(a - 9)(a + 9)$
- 4 $y^6z^2 - 144y^4 = y^4(y^2z^2 - 144) = y^4(yz - 12)(yz + 12)$
- 5 $144a^2 - 1 = (12a - 1)(12a + 1)$
- 6 $2x^4 - 32x^2 = 2x^2(x^2 - 16) = 2x^2(x - 4)(x + 4)$
- 7 $x^4 - 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$
- 8 $48x - 3x^5 = 3x(16 - x^4) = 3x(4 - x^2)(4 + x^2) = 3x(2 - x)(2 + x)(4 + x^2)$

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Kwadratiese drieterme
- Faktorisering van drieterme
- Drieterme met gemene faktore

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Leerdersboek bladsy 377

Vorgestelde tydstoekenning: 2,5 ure

Agtergrondinligting

Dit is nuwe werk vir die Graad 9-leerder. Maak seker dat alle terminologie hersien word sodat hulle in staat is om die nuwe werk te hanter.

Riglyne vir onderrig

Dit is nodig om weer die terminologie te behandel sodat leerders nie gestrem word deur taal nie. Maak seker dat leerders weet hoe die algemene vorm lyk en gee vir hulle 'n paar gemengde voorbeeld om te identifiseer.

Faktorisering van 'n drieterm is die teenoorgestelde proses van die bepaling van die produk. Herinner leerders aan die VBBA-metode of die metode wat hulle verkieks wanneer tweeterme vermenigvuldig word. Sodra dit vasgelê is, bring die faktorisering van drieterme in as die inverse proses.

Kwadratiese drieterme; Faktorisering van drieterme

Aktiwiteit I Faktorisear drieterme

Leerdersboek bladsy 380

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die terme eenterm, tweeterm, drieterm, polinome (veelterm)
- Hersien die graad van polinome.
- Maak seker dat leerders die term kwadraties verstaan en dat dit 'n uitdrukking van die tweede graad is.
- Hersien tweeterm-vermenigvuldiging deur die eerste voorbeeld op bladsy 377 in die Leerdersboek te gebruik.
- Werk deur die afdeling Faktorisering van drieterme in die Leerdersboek. Dit word aanbeveel dat 'n voorbeeld deurgewerk word en dat leerders dan 'n paar van hul eie probeer voordat die volgende voorbeeld uitgewerk word.
- Hierdie afdeling sluit Voorbeeld 1 in, verduidelik noukeurig waar elke term van die faktore vandaan kom. Hierdie voorbeeld se tekens is beide positief.
- Voorbeeld 2 se tekens is ook beide positief en gee 'n korter verduideliking oor die bepaling van die terme. Leerders behoort vraag 1 tot 6 van Aktiwiteit 1 op hul eie te doen.
- In Voorbeeld 3 is die tekens in die drieterm verskillend, maar wanneer leerders

na die tweede teken kyk en dit is positief, sê dit vir hulle dat beide faktore dieselfde teken het, wat dieselfde teken is as die eerste teken in die drieterm wat in Voorbeeld 4 negatief is. Leerders doen vraag 7 en 8 van Aktiwiteit 1.

- Voorbeeld 4 en 5 toon die geval waar die tweede teken negatief is. Aangesien die tweede teken negatief is, beteken dit dat die tekens binne die faktore sal verskil. Die numeries groter van die twee faktore sal dieselfde teken hê as die eerste term in die drieterm. Leerders doen vraag 9–12 van Aktiwiteit 1.
- Vraag 13 en 14 is 'n bietjie meer uitdagend. In beide vrae moet leerders eers die terme herraangskik in dalende orde van magte en dan faktoriseer.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Daar is baie maniere om te verduidelik hoe om 'n drieterm te faktoriseer, maar dit is die beste om dit so eenvoudig as moontlik te hou. Die eerste term se koëffisiënt is in die algemeen 1 in Graad 9, dus word dit eenvoudig gefaktoriseer deur die vierkantswortel te neem. Die derde term is 'n produk van sy faktore. As die faktore bymekaar getel word, behoort dit die middelterm se koëffisiënt te gee. Wys vir leerders hoe om die tekens in die drieterm te kontroleer en dan leë hakies onder die drieterm te skryf. Die toepaslike tekens kan in die hakies ingevul word. Sodra dit gedoen is, kan die terme gefaktoriseer word soos hierbo verduidelik.

Uitbreiding: Verskaf addisionele oefening met voorbeeld wat 'n bietjie meer ingewikkeld is. Dit is die beste om nie nou al drieterme te faktoriseer met 'n koëffisiënt anders as 1 vir die eerste of laaste term nie, maar leerders kan sommige voorbeeld doen waar die laaste term 'n koëffisiënt van 1 of -1 het, byvoorbeeld:

$$6x^2 + 5x + 1$$

$$12x^2 + 2xy - y^2$$

Voorgestelde antwoorde

1 $x^2 + 8x + 7 = (x + 7)(x + 1)$

3 $x^2 + 6x + 8 = (x + 4)(x + 2)$

5 $x^2 + 9x + 18 = (x + 6)(x + 3)$

7 $x^2 - 8x + 7 = (x - 7)(x - 1)$

9 $x^2 + 2x - 24 = (x + 6)(x - 4)$

11 $x^2 - 8x - 20 = (x - 10)(x + 2)$

*13 $35 + 12x + x^2 = (7 + x)(5 + x)$

*14 $72 + x^2 - 17x = x^2 - 17x + 72 = (x - 8)(x - 9)$

2 $x^2 + 8x + 15 = (x + 5)(x + 3)$

4 $x^2 + 9x + 14 = (x + 7)(x + 2)$

6 $x^2 - 10x + 21 = (x - 7)(x - 3)$

8 $x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$

10 $x^2 + x - 90 = (x + 10)(x - 9)$

12 $x^2 + 6x - 7 = (x + 7)(x - 1)$

Drieterme met gemene faktore

Aktiwiteit 2 Faktoriseer drieterme met gemene faktore

Leerdersboek bladsy 381

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders om eers vir die gemene faktor te soek as hulle faktoriseer.
- Nadat die hoogste gemene faktor uitgehaal is, word die terme in die hakie gefaktoriseer.
- Maak seker dat leerders hul antwoorde kontroleer deur uit te vermenigvuldig. Herinner leerders om die hakies eers te vermenigvuldig voordat daar met die faktor voor die hakie vermenigvuldig word.
- Leerders doen die aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Brei die kontrolelys uit wat aan die einde van Eenheid 3 gegee is om faktorisering van drieterme in te sluit. Byvoorbeeld:

1. Priemfaktorisering
2. Uitgebreide vorm
3. Bepaal die GGF van getalle deur die uitgebreide vorm te gebruik.
4. Bepaal die GGF van algebraïese terme deur die uitgebreide vorm te gebruik.
5. Verstaan kwadrate en vierkantswortels.
6. Verstaan die eksponentewette.
7. Identifiseer die verskil van kwadrate.
8. Weet dat hulle nie die som van kwadrate kan faktorisear nie.
9. Herken 'n kwadratiese drieterm.
10. Is in staat om die tekens in die drieterm te analiseer om te besluit wat die tekens in die hakies is
11. Is in staat om terme te faktorisear sodat hulle die faktore kan optel om die middelterm te bepaal.

Uitbreiding: Laat leerders wat gou klaar is, hul maats help waar nodig is. Hulle eie kennis word gewoonlik versterk (duidelik gemaak) as hulle dit aan iemand anders moet verduidelik.

Voorgestelde antwoorde

- 1 $2a^2 + 14a + 24 = 2(a^2 + 7a + 12) = 2(a + 4)(a + 3)$
- 2 $3x^2 - 12x - 36 = 3(x^2 - 4x - 12) = 3(x - 6)(x + 2)$
- 3 $4a^2 + 16a - 48 = 4(a^2 + 4a - 12) = 4(a + 6)(a - 2)$
- 4 $2a^2 + 6a + 4 = 2(a^2 + 3a + 2) = 2(a + 2)(a + 1)$
- 5 $4x^2 + 12x - 72 = 4(x^2 + 3x - 18) = 4(x + 6)(x - 3)$
- 6 $2x^3 + 2x^2 - 12x = 2x(x^2 + x - 6) = 2x(x + 3)(x - 2)$
- 7 $2x^2 + 10x + 12 = 2(x^2 + 5x + 6) = 2(x + 3)(x + 2)$
- 8 $2x^2 - 12x + 18 = 2(x^2 - 6x + 9) = 2(x - 3)(x - 3) = 2(x - 3)^2$
- 9 $3x^2 + 21x + 18 = 3(x^2 + 7x + 6) = 3(x + 6)(x + 1)$
- 10 $5x^2 - 10x - 15 = 5(x^2 - 2x - 3) = 5(x - 3)(x + 1)$

EENHEID

5

Vereenvoudiging van algebraïese breuke

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Hersiening: vereenvoudiging van breuke
- Faktorisering van breuke om te kan vereenvoudig

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Leerdersboek bladsy 382
Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur

Agtergrondinligting

Leerders vereenvoudig algebraïese breuke wat reeds in Hoofstuk 9 in die Leerdersboek gefaktorisear is. In hierdie hoofstuk sal leerders eers faktorisear en dan vereenvoudig.

Riglyne vir onderrig

Leerders sukkel dikwels met breuke, selfs al is dit net numeries. Algebraïese breuke is meer ingewikkeld en toets hulle begrip van breuke. Dit is belangrik om eers 'n paar eenvoudiger algebraïese breuke te hersien en dan breuke met meer ingewikkelde terme aan te pak.

Boonop vergeet leerders dikwels dat hulle slegs faktore kan kanselleer en nie terme nie. Dit beteken dat wanneer hulle gekonfronteer word met $\frac{x+1}{x+2}$, wil hulle die x in die teller met die x in die noemer kanselleer en kry dan $\frac{1}{2}$ as die antwoord. Dit is nodig om 'n onderskeid te tref tussen hierdie voorbeeld en $\frac{(x+1)}{2(x+2)}$.

In hierdie geval is die $(x+1)$ 'n faktor en kan in geheel gekanselleer word om 'n antwoord van $\frac{1}{2}$ te gee. Dit is ook baie belangrik om die kansellering behoorlik te wys en dat leerders die 1 skryf as hulle kanselleer. Sommige leerders sal aanvaar dat dit 0 is en dan $\frac{0}{2} = 0$ kry as hul antwoord.

Neem 'n bietjie tyd om hierdie verskille te beklemtoon by elke geleentheid waar hierdie situasies voorkom.

Hersiening: Vereenvoudiging van breuke; Faktorisering van breuke om te kan vereenvoudig

Aktiwiteit I Faktoriseer om breuke te vereenvoudig

Leerdersboek bladsy 383

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien numeriese breuke en die vier basiese bewerkings.
- Maak seker dat leerders die konsep van kansellering verstaan en dat hulle die klein getalle (insluitend 1) skryf, bo én onder die gekanselleerde faktore.
- Hersien die algebraïese vereenvoudiging wat in Hoofstuk 8 gedoen is.
- Herinner leerders dat hulle slegs volle faktore kan kanselleer en nie individuele terme van die faktore nie.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek.
- Leerders doen die aktiwiteit in die Leerdersboek. Laat leerders in pare werk vir die eerste drie vrae en dan die volgende drie op hul eie doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Basiese oefeninge oor breuke is nuttig om mee te begin. Laat leerders verduidelik wat hulle by elke stap doen, sodat hulle kan hoor wat hulle dink. Korrigeer enige verkeerde denke. Maak seker dat hulle 'n nota maak van die regte denke. As leerders verkeerde aannames maak, laat hulle 'n voorbeeld met getalle probeer om te sien of dit werk. Hulle trek dikwels nie die verband tussen die veranderlikes en werklike getalle nie.

Uitbreiding: Gee vir leerders nog 'n paar meer uitdagende voorbeelde. Dit kan baie ingewikkeld raak en dit is beter om dit nie te moeilik te maak en leerders dalk af te skrik nie. Dit is egter 'n baie goeie toets om te sien hoe goed hulle alles in hierdie hoofstuk onder die knie het. Hier is 'n paar ekstra voorbeelde (die derde een is baie uitdagend en kan slegs aan die mees begaafde leerders gegee word).:

$$\frac{x^3 + x^2y}{y^3 - y^2x}$$

$$\frac{4a^2 - 9b^2}{4a^2 - 12ab^2 + 9b^2}$$

$$\frac{(a-b)^2 - c^2}{a^2 + ab - ac} \times \frac{a^2 - (b-c)^2}{(a-b+c)}$$

Voorgestelde antwoorde

$$1 \quad \frac{(4x + 12y)}{(x + 3y)} = 4$$

$$2 \quad \frac{(4m - 16y)}{(8m - 32y)} = \frac{4(m - 4y)}{8(m - 4y)} = \frac{1}{2}$$

$$3 \quad \frac{2m^2 - 32}{8m - 32} = \frac{2(m^2 - 16)}{8(m - 4)} = \frac{(m - 4)(m + 4)}{4(m - 4)} = \frac{1}{4}(m + 4)$$

$$4 \quad \frac{x^2 - 36}{5x - 30} = \frac{(x - 6)(x + 6)}{5(x - 6)} = \frac{1}{5}(x + 6)$$

$$5 \quad \frac{p^2 - 9}{3p + 9} = \frac{(p - 3)(p + 3)}{3(p + 3)} = \frac{1}{3}(p - 3)$$

$$6 \quad \frac{8x^2 + 32x}{2x + 4} = \frac{8x(x + 4)}{2(x + 2)} = \frac{4x(x + 4)}{(x + 2)}$$

Hoofstuk 15 Hersiening

Leerdersboek bladsy 384

- 1 a Priemfaktore van $6: 2 \times 3$
 Priemfaktore van $10: 2 \times 5$
 GGF = 2
- b Faktore van $-12a: (-1) \times 2 \times 2 \times 3 \times a$
 Faktore van $30ab: 2 \times 3 \times 5 \times a \times b$
 GGF = $2 \times 3 \times a = 6a$
- c Faktore van $3x^2y^3: 3 \times x \times x \times y \times y \times y$
 Faktore van $9x^5y^2: 3 \times 3 \times x \times x \times x \times x \times x \times y \times y$
 Faktore van $-18x^3y = (-1) \times 2 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x \times y$
 GGF = $3 \times x \times x \times x \times y = 3x^2y$
- 2 a $7b - 14c = 7(b - 2c)$
 b $8ab - 4ab^2 = 4ab(2 - b)$
 c $9y^4 - 15y^3 + 3y^2 = 3y^2(3y^2 - 5y + 1)$
 d $10p^6q^2 - 4p^3q^3 + 2p^4q^4 = 2p^3q^2(5p^3 - 2q + pq^2)$
- 3 a $t^2 - s^2 = (t - s)(t + s)$
 b $a^2 - 9 = (a - 3)(a + 3)$
 c $y^2 - 0,25 = (y - 0,5)(y + 0,5)$
 d $25 - 16b^2 = (5 - 4b)(5 + 4b)$
 e $x^2 - 16x + 15 = (x - 15)(x - 1)$
 f $4x^2 + 4x - 8 = 4(x^2 + x - 2) = 4(x + 2)(x - 1)$
 g $x^2 - 7x - 60 = (x - 12)(x + 5)$
 h $a^2 - 11a - 12 = (a - 12)(a + 1)$
 i $x^2 - 13x + 40 = (x - 8)(x - 5)$
 j $x^2y^2 + 2xy + 1 = (xy + 1)(xy + 1) = (xy + 1)^2$
- 4 a $6x^2 - 24 = 6(x^2 - 4) = 6(x - 2)(x + 2)$
 b $3 - 3x^2 = 3(1 - x^2) = 3(1 - x)(1 + x)$
 c $12x^2 - 3x = 3x(4x - 1)$
 d $x^2 - 3xy - 18y^2 = (x - 6y)(x + 3y)$
- 5 $a^8 - 1 = (a^4 - 1)(a^4 + 1) = (a^2 - 1)(a^2 + 1)(a^4 + 1) = (a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)(a^4 + 1)$
- 6 a $101^2 - 99^2 = (101 - 99)(101 + 99) = (2)(200) = 400$
 b $56^2 - 44^2 = (56 - 44)(56 + 44) = (12)(100) = 1\ 200$
- 7 $(x + 2)^2 - 9 = [(x + 2) - 3][(x + 2) + 3] = (x - 1)(x + 5)$
- 8 a $\frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2} = \frac{(x + 2)(x + 1)}{x + 2} = x + 1$
 b $\frac{x^2 - 16}{x - 4} = \frac{(x - 4)(x + 4)}{x - 4} = x + 4$
 c $\frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = \frac{(x - 3)(x - 1)}{x - 3} = x - 1$
 d $\frac{2x^2 + 2}{x + 1} = \frac{2(x^2 + 1)}{x + 1}$
 e $\frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = \frac{(x - 3)(x + 2)}{(x - 3)} = x + 2$
 f $\frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = \frac{(x - 3)(x - 1)}{x - 3} = x - 1$
 g $\frac{x^2 - 2x - 15}{x - 5} = \frac{(x - 5)(x + 3)}{(x - 5)} = x + 3$
 h $\frac{x^2 - 9}{3x - 9} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{3(x - 3)} = \frac{1}{3}(x + 3)$

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 385 tot 397
Voorgestelde tydstoekening: 9 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1 Eksponensiële vergelykings	3 ure
Magte van priemgetalle	
Die oplos van eksponensiële vergelykings	
Eenheid 2 Kwadratiese vergelykings	3 ure
Die nul produkrel	
Die gebruik van faktorisering om vergelykings op te los	
Die oplos van vergelykings met drieterme	
Eenheid 3 Substitusie en geordende pare	3 ure
Substitusie	
Die gebruik van substitusie om geordende pare te verkry	

Hersiening hersiening

EENHEID

1

Eksponensiële vergelykings

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 386
Voorgestelde tydstoekening: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Magte van priemgetalle
- Breuke en negatiewe eksponente
- Los vergelykings op met ingewikkelde eksponente
- Los eksponensiële vergelykings op met $RK = 1$

Hulbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders die wette van eksponente gebruik. In Hoofstuk 5 *Eksponente* het leerders meer formeel na die wette van eksponente gekyk.

Riglyne vir onderrig

Hersien die wette van eksponente van Hoofstuk 5 deeglik. Werk weer saam met die leerders deur die Hersieningsoefening aan die einde van Hoofstuk 5. Sodra leerders weer bekend is met eksponente, bespreek die oplossing van eksponensiële vergelykings. Leerders moet die grondtalle aan beide kante van die gelykaanteken dieselfde maak. Sodra die grondtalle dieselfde is, moet die eksponente dieselfde wees aan mekaar.

Hersien negatiewe eksponente en wat dit beteken. Maak seker dat leerders 'n hele klomp hiervan doen voordat die oplos van vergelykings aangepak word. Oplos van hierdie vergelykings is gebaseer op dieselfde beginsel van *as die grondtalle gelyk is, dan moet die eksponente gelyk wees aan mekaar* in 'n vergelyking.

Herinner leerders dat 'n getal verhef tot 'n mag nie gelyk aan nul kan wees nie, byvoorbeeld, $3x \neq 0$. Maar enige grondtal verhef tot die mag 0 is gelyk aan 1, byvoorbeeld $3^0 = 1$.

Magte van priemgetalle; Die oplossing van eksponensiële vergelykings

Aktiwiteit I Los eenvoudige eksponensiële vergelykings op

Leerdersboek bladsy 387

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die terminologie van eksponente, byvoorbeeld *grondtalle*, *magte* en *eksponente*.
- Verduidelik die verskil tussen die grondtalle wat leerders vantevore gebruik het en *priemgrondtalle*. Dit benodig priemfaktorisering. Leerders het reeds die hoofstuk oor faktorisering gedoen, dus behoort daar nie baie hersiening nodig te wees nie.
- Hersien die wette van eksponente. Die hersieningsoefening aan die einde van Hoofstuk 5 kan gebruik word om leerders se geheue te verfris.
- Hersien hoe die LK en RK van 'n vergelyking gelyk moet wees.
- Maak seker dat leerders dit verstaan terwyl Voorbeeld 1 in die Leerdersboek deurgewerk word.
- Voorbeeld 2 gee die stap-vir-stap instruksies. Maak seker dat leerders elke stap verstaan.
- Herinner leerders om die lyste wat aan die begin van die eenheid gegee is, te gebruik sodat hulle die getalle kan herken as magte van priemgrondtalle.
- Leerders doen Aktiwiteit 1 sonder om 'n sakrekenaar te gebruik, indien moontlik.
- Kontroleer dat leerders die oplossings korrek neerskryf soos aangetoon in Voorbeeld 2. Maak ook seker dat hulle nie die grondtalle "kanselleer" nie. Dit is 'n algemene wanoPvAtting. Laat leerders sê: "Aangesien die grondtalle dieselfde is aan beide kante van die vergelyking, moet die eksponente gelyk wees."
- Leerders moet egter terugaan en hul antwoorde met sakrekenaars kontroleer.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders gemaklik is met die eksponentewette. Gebruik uitgebreide notasie om hulle te help om hierdie afdeling to hersien. Gee veral aandag aan die manier waarop hulle die oplossings neerskryf en moenie enige "kansellasie" van die basisse toelaat nie.

Uitbreiding: Gee vir die leerders 'n paar voorbeelde met groter waardes. Hoewel hulle in staat behoort te wees om dit met hoofrekene te kan doen, vra hulle om drie of vier oplossings volledig neer te skryf.

Voorgestelde antwoorde

- 1 $2^x = 2^2 \therefore x = 2$
- 2 $3^x = 3^7 \therefore x = 7$
- 3 $7^x = 7^3 \therefore x = 3$
- 4 $5^x = 25 \therefore 5^x = 5^2 \therefore x = 2$
- 5 $2^x = 32 \therefore 2^x = 2^5 \therefore x = 5$
- 6 $3^x = 81 \therefore 3^x = 3^4 \therefore x = 4$
- 7 $2^x = 128 \therefore 2^x = 2^7 \therefore x = 7$
- 8 $7^x = 49 \therefore 7^x = 7^2 \therefore x = 2$
- 9 $6^x = 36 \therefore 6^x = 6^2 \therefore x = 2$
- 10 $10^x = 100 \therefore 10^x = 10^2 \therefore x = 2$

Breuke en negatiewe eksponente; Los vergelykings met ingewikkelde eksponente op; Los eksponensiële vergelykings met RK = 1 op

Aktiwiteit 2–3 Los eenvoudige eksponensiële vergelykings op; Los eksponensiële vergelykings op

Leerdersboek bladsy 387–388

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders dat $\frac{1}{x} = x^{-1}$ en $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$ vanuit eksponentwette.
- Gee vir leerders 'n paar voorbeelde om te herlei voordat begin word met die oplos van vergelykings.
- Wys vir leerders hoe breuke, wat herlei is na hul priemfaktore in eksponensiële vorm, herskryf kan word. Gee vir die leerders nog 'n paar voorbeelde.
- Werk noukeurig deur die voorbeelde in die Leerdersboek. Dit gee stap-vir-stap instruksies.
- Gee veral aandag aan die manier waarop leerders die oplossings neerskryf.
- Leerders werk op hul eie deur die aktiwiteit. Wys die oplossings op die bord en vra leerders om enige kommer te deel wat hulle dalk mag hê nadat hulle die oplossings gemerk het.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Die manier waarop dinge geskryf word is baie belangrik, daarom is dit nodig dat die leerders se boeke gemerk moet word nadat die leerders hul antwoorde gekontroleer het. Dit Gee vir leerders 'n geleentheid om individuele terugvoer en wenke te kry.

Uitbreiding: Vra leerders om op hul eie deur voorbeeld 1 en 2 te werk. Hou 'n paar voorbeelde van hierdie soort vergelykings byderhand vir leerders om saam met 'n maat te doen. Hulle moet hul antwoorde kontroleer deur substitusie te gebruik.

Byvoorbeeld:

$$2^{-x} = 32$$

$$(0,2)^x = 25$$

$$6^{x-2} = 216$$

$$9^x = 27^{x-1}$$

$$2 \frac{x}{5} = \frac{1}{32}$$

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 2

1 $5^x = \frac{1}{25}; 5^x = 5^{-2} \therefore x = -2$

3 $4^x = \frac{1}{64}; 4^x = 4^{-3} \therefore x = -3$

5 $5^x = \frac{1}{125}; 5^x = 5^{-3} \therefore x = -3$

2 $3^x = \frac{1}{27}; 3^x = 3^{-3} \therefore x = -3$

4 $8^x = \frac{1}{64}; 8^x = 8^{-2} \therefore x = -2$

6 $2^x = \frac{1}{64}; 2^x = 2^{-6} \therefore x = -6$

Aktiwiteit 3

1 $2^{x+3} = 2^7 \therefore x + 3 = 7 \therefore x = 4$

2 $3^x - 5 = 3^0 \therefore x - 5 = 0 \therefore x = 5$

3 $3^{x+2} = 243 \therefore 3^{x+2} = 3^5 \therefore x + 2 = 5 \therefore x = 3$

4 $2^{x+1} = 0,25 \therefore 2^{x+1} = \therefore 2^{x+1} = 2^{-2} \therefore x + 1 = -2 \therefore x = -3$

5 $2^x \cdot 3^x = 36 \therefore 2^x \cdot 3^x = 2^2 \cdot 3^2 \therefore x = 2$

6 $(2 \times 5)^x = 1\ 000 \therefore 2^x \times 5^x = 2^3 \times 5^3 \therefore x = 3$

7 $5^{x+1} = 1 \therefore x + 1 = 0 \therefore x = -1$

8 $7^{2x-4} = 1 \therefore 2x - 4 = 0 \therefore x = 2$

9 $3^{2x-3} = 243 \therefore 3^{2x-3} = 3^5 \therefore 2x - 3 = 5 \therefore x = 4$

10 $3 \times 5^x = 75 \therefore 3 \times 5^x = 3 \times 5^2 \therefore x = 2$

Kwadratiese vergelykings

Eenheidoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Die nul produkreeël
- Gebruik faktorisering om vergelykings op te los:
 - vergelykings waar $c = 0$
 - vergelykings waar $b = 0$
- Die oplos van vergelykings met drieterme
- Die beskrywing van situasies met vergelykings.

Leerdersboek bladsy 389

Voorgestelde tydstoekening: 3 ure

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek

Agtergrondinligting

Leerders het reeds die hoofstuk oor faktorisering voltooi, wat hulle sal gebruik om kwadratiese vergelykings met die nul produkreeël op te los. Laasgenoemde is nuut vir Graad 9-leerders.

Riglyne vir onderrig

In Eenheid 2 word leerders geleer om eenvoudige kwadratiese vergelykings op te los deur die nul produkreeël te gebruik. Dit beteken dat as $a \cdot b = 0$ dan is óf $a = 0$ óf $b = 0$ óf beide is 0. Aanvanklik kry leerders vergelykings wat reeds gefaktoriseer is, en dan oefen hulle hul faktoriseringvaardighede wat hulle in die vorige hoofstuk geleer het. Oplos van kwadratiese vergelykings word ook gebruik om te wys hoe hierdie vergelykings toegepas kan word op alledaagse probleme. Maak seker dat leerders gemaklik is met die terminologie. Maak seker dat die korrekte terminologie gebruik word as die voorbeeldje deurgewerk word en moedig leerders aan om die terminologie te gebruik terwyl hulle die aktiwiteit doen.

Die nul produkreeël

Aktiwiteit I Los gefaktoriseerde kwadratiese vergelykings op

Leerdersboek bladsy 390

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders aan wat 'n kwadratiese vergelyking is. Hulle het kwadratiese vergelykings in Hoofstuk 15 gefaktoriseer.
- Hersien die eienskappe van nul:

$$0 + a = a$$

$$a - 0 = a$$

$$a \times 0 = 0$$

$\frac{0}{a} = 0$ maar $\frac{a}{0}$ is ongedefinieerd.

- Die een wat gebruik word in die nul produkreël is enige getal vermenigvuldig met nul is gelyk aan nul. As twee getalle met mekaar vermenigvuldig word, en die produk is nul, dan kan enige een van die twee nul wees of beide kan gelyk aan nul wees.
- Om die nul produkreël te gebruik, moet die kwadratiese vergelyking volledig gefaktoriseer wees en gelyk aan nul gestel word, as dit nie reeds is nie.
- Werk deur die voorbeeldie in die Leerdersboek. Maak seker dat leerders oplet na die manier waarop die oplossings geskryf is.
- Leerders besef nie altyd die verskil tussen "en" en "of" in Wiskunde nie. Ons kan nie $x = 4$ en $x = 10$ skryf nie. x kan nie terselfdertyd beide wees nie. Vra leerders of hulle 15 en 22 jaar oud op dieselfde tyd kan wees – hulle kan dalk vorendag kom met baie slim antwoorde, maar leerders besef gou dat hulle moet sê dat $x = 4$ of $x = 10$.
- Leerders werk op hul eie deur Aktiwiteit 1. Vraag 8 is 'n vierkantsgetal, in hierdie geval sal x net een waarde hê en nie twee soos die ander nie.
- Leerders behoort hul antwoorde te kontroleer deur substitusie te gebruik. Hulle kan hul sakrekenaars gebruik om dit vininger te doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: As leerders 'n nuwe afdeling aanpak, is dit regtig belangrik dat hulle elke stap hardop uitspreek, of in hulle eie woorde neerskryf wat hulle doen. Spandeer tyd om dit mondelings te kontroleer of deur hulle boeke in te neem en dit te merk. Dit is baie belangrik vir leerders dat hulle na hierdie notas terugkeer as hulle hersiening doen. Maak seker dat leerders weet hoe om hul sakrekenaars te gebruik om hul antwoorde te kontroleer.

Uitbreiding: Gee vir leerders 'n paar voorbeeldie met breuke en desimale koëffisiënte en konstantes. Leerders kan ook ander leerders help wat sukkel deur hulle te wys hoe om hul sakrekenaars te gebruik om hul antwoorde te kontroleer.

Voorgestelde antwoorde

1 $x(x - 3) = 0$

$\therefore x = 0$ of $x - 3 = 0$

$\therefore x = 0$ of $x = 3$

2 $3x(4x - 1) = 0$

$\therefore 3x = 0$ of $4x - 1 = 0$

$\therefore x = 0$ of $x = \frac{1}{4}$

3 $(x - 4)(x + 3) = 0 \therefore x = 4$ of $x = -3$

4 $(x + 4)(x + 9) = 0 \therefore x = -4$ of $x = -9$

5 $(5 - x)(2 - 3x) = 0 \therefore x = 5$ of $x = \frac{2}{3}$

6 $(7x - 8)(7x - 8) = 0 \therefore x = \frac{8}{7}$

7 $(6x - 8)(6x + 8) = 0 \therefore x = \frac{4}{3}$ of $x = -\frac{4}{3}$

8 $(2x + 3)^2 = 0 \quad x = -\frac{3}{2}$

Gebruik faktorisering om vergelykings op te los

Vergelykings waar $c = 0$; Vergelykings waar $b = 0$

Aktiwiteit 2 Los vergelykings op deur te faktoriseer

Leerdersboek bladsy 391

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die verskillende vorme van faktorisering. Herinner leerders om altyd eerste te kyk vir gemene faktore en dan die GGF uit te haal. Hersien verskil van kwadrate en faktorisering van drieterme.
- Vra leerders hoekom dit nodig is om te faktoriseer voordat die nul produkreeël gebruik kan word.
- 'n Kwadratiese vergelyking het die algemene vorm $ax^2 + bx + c = 0$.
- Werk deur Voorbeeld 1 wat 'n voorbeeld wys waar die konstante nul ($c = 0$) is.
- Voorbeeld 2 wys 'n kwadratiese vergelyking waar die middelterm nul is. Herinner leerders dat die verskil tussen kwadrate gefaktoriseer kan word, maar dat die som van kwadrate nie gefaktoriseer kan word nie.
- Leerders werk deur die aktiwiteit. Let op na die manier waarop hulle die oplossings neerskryf. Maak seker dat leerders die gelykaantekens onder mekaar neerskryf.
- Leerders werk op hul eie deur die aktiwiteit.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Kontroleer dat leerders korrek kan faktoriseer en gee nog 'n paar ekstra voorbeeld indien nodig. Maak seker dat leerders die nul produkreeël verstaan. Gee 'n aantal numeriese voorbeeld om in hul sakrekenaars in te sleutel om hulself te oortuig dat enige getal vermenigvuldig met 0 altyd 0 gee as 'n antwoord. Gebruik dit om weer na die nul produkreeël te kyk. Gee eenvoudiger voorbeeld totdat leerders vertroud is met die metode en verstaan wat hulle doen.

Uitbreiding: Gee vir leerders nog 'n paar meer ingewikkeld voorbeeld om te probeer.

Voorgestelde antwoorde

- 1 $2y^2 + 4y = 0 \therefore 2y(y + 2) = 0 \therefore y = 0 \text{ of } y = -2$
- 2 $3x^2 + x = 0 \therefore x(3x + 1) = 0 \therefore x = 0 \text{ of } x = -\frac{1}{3}$
- 3 $y^2 - 16 = 0 \therefore (y - 4)(y + 4) = 0 \therefore y = 4 \text{ of } y = -4$
- 4 $y^2 - 25 = 0 \therefore (y - 5)(y + 5) = 0 \therefore y = 5 \text{ of } y = -5$
- 5 $x^2 = 9 \therefore x^2 - 9 = 0 \therefore (x - 3)(x + 3) = 0 \therefore x = 3 \text{ of } x = -3$
- 6 $3y^2 = 75 \therefore 3(y^2 - 25) = 0 \therefore 3(y - 5)(y + 5) \therefore y = 5 \text{ of } y = -5$
- 7 $2x^2 - 9x = 0 \therefore x(2x - 9) = 0 \therefore x = 0 \text{ of } x = \frac{9}{2}$
- 8 $5x^3 - 125x = 0 \therefore 5x(x^2 - 25) = 5x(x - 5)(x + 5) = 0 \therefore x = 0 \text{ of } x = 5 \text{ of } x = -5$
- 9 $4x^2 = 16 \therefore 4x^2 - 16 = 0 \therefore 4(x - 4)(x + 4) = 0 \therefore x = 4 \text{ of } x = -4$
- 10 $x^4 - 16 = 0 \therefore (x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0 \therefore (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$
 $\therefore x^2 + 4 = 0 \text{ of } x = 2 \text{ of } x = -2 \text{ geen oplossing}$

Die oplos van vergelykings met drieterme

Aktiwiteit 3 Los kwadratiese vergelykings op deur faktorisering

Leerdersboek bladsy 392

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien drieterm faktorisering en Gee vir leerders 'n kans om 'n paar op hul eie te oefen.
- Sodra die antwoorde gekontroleer is, herinner leerders weer aan die nul produkreeël. Een kant van die vergelyking moet volledig gefaktoriseer wees en die ander kant moet gelyk aan nul wees.
- Maak seker dat leerders nie probeer om 'n kwadratiese vergelyking op te los wat nie gelyk is aan nul nie. Alle terme moet na die een kant van die vergelyking geneem word en dit is dan gelyk aan nul.
- Aktiwiteit 3 verskaf goeie oefening en leerders moet al die vrae doen.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Vra leerders om 'n kontrolelys saam te stel wat hulle in die hoekie van 'n bladsy skryf. Hulle kan 'n geheuebrug ontwikkel om dit vinniger neer te skryf. Die kontrolelys kan iets wees soos:

Alle terme aan LK

RK = 0

Alle terme gefaktoriseer

Gebruik nul produkreeël

Los x op (of die veranderlike) in elke faktor.

Uitbreiding: Kontroleer dat leerders kan onderskei tussen veelterme wat gefaktoriseer kan word en dié wat nie kan nie, byvoorbeeld:

$$16x^2 + 40x + 25 = 0$$

$$4x^2 + 9 = 0$$

Laat leerders in pare werk en daag hulle uit met iets baie ingewikkeld soos:

$$(2x^2 + 7x)^2 - 4(2x^2 + 7x) - 45 = 0.$$

Voorgestelde antwoorde

I Los hierdie vergelykings op.

a $x^2 - 4x + 3 = 0 \therefore (x - 3)(x - 1) = 0 \therefore x = 3$ of $x = 1$

b $x^2 + 3x - 10 = 0 \therefore (x + 5)(x - 2) = 0 \therefore x = -5$ of $x = 2$

c $x^2 - 7x - 8 = 0 \therefore (x - 8)(x + 1) = 0 \therefore x = 8$ of $x = -1$

d $x^2 + 6x + 5 = 0 \therefore (x + 5)(x + 1) = 0 \therefore x = -5$ of $x = -1$

e $x^2 - 7x + 6 = 0 \therefore (x - 6)(x - 1) = 0 \therefore x = 6$ of $x = 1$

f $y^2 + 4y - 5 = 0 \therefore (y + 5)(y - 1) = 0 \therefore y = -5$ of $y = 1$

g $a^2 + 8a = -15 \therefore a^2 + 8a + 15 = 0 \therefore (a + 3)(a + 1) = 0 \therefore a = -3$ of $a = -1$

h $b^2 - 4b = -4 \therefore b^2 - 4b + 4 = 0 \therefore (b - 2)(b - 2) = 0 \therefore b = 2$

*i $2x^2 + 16x + 30 = 0 \therefore 2(x^2 + 8x + 15) = 0 \therefore 2(x + 5)(x + 3) = 0$

$x = -5$ of $x = -3$

*j $5t^2 - 15t + 10 = 0 \therefore 5(t^2 - 3t + 2) = 0 \therefore 5(t - 2)(t - 1) = 0$

$t = 2$ of $t = 1$

- 2** Los hierdie vergelykings op. Onthou om die RK nul te maak.
- a $x^2 + 5x = -6$
 $x^2 + 5x + 6 = 0$
 $(x + 3)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = -3 \text{ of } x = -2$
- c $x^2 + x = 12$
 $x^2 + x - 12 = 0$
 $(x + 4)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -4 \text{ of } x = 3$
- e $(x - 3)(x + 5) = -7$
 $x^2 + 2x - 15 + 7 = 0$
 $x^2 + 2x - 8 = 0$
 $(x + 4)(x - 2) = 0$
 $x = -4 \text{ of } x = 2$
- b $x^2 - 2x = 15$
 $x^2 - 2x - 15 + 0$
 $(x - 5)(x + 3) = 0$
 $x = 5 \text{ of } x = -3$
- d $x^2 + 3x = 18$
 $x^2 + 3x - 18 = 0$
 $(x + 6)(x - 3) = 0$
 $x = -6 \text{ of } x = 3$
- f $x(3x + 15) = -12$
 $3x^2 + 15x + 12 = 0$
 $3(x^2 + 5x + 4) = 0$
 $3(x + 4)(x + 1) = 0$
 $x = -4 \text{ of } x = -1$

Die beskrywing van situasies met vergelykings

Aktiwiteit 4 Skryf vergelykings om situasies te beskryf

Leerdersboek bladsy 393

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Wiskunde het ontwikkel om sin te maak van die wêreld om ons. Herinner leerders te alle tye daaraan dat die vaardighede wat hulle in Algebra leer ook in ander Wiskunde soos meetkunde en Trigonometrie toegepas kan word, asook in alledaagse probleme.
- Hersien omtrek en oppervlakte van vorms.
- Hersien die woordelyst en hoe om na wiskundige taal te vertaal soos gedoen in Hoofstuk 8.
- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld.
- Herinner leerders om hakies te gebruik as substitusie in vraag 4 gedoen word.
- Laat leerders die aktiwiteit in pare doen sodat hulle hul metodes kan bespreek.

Remediëring en uitbreiding

Paar leerders op volgens hul vermoë, hoewel sommige pare dalk hulp sal nodig hê om uitdrukings neer te skryf. Dit is dalk nodig om bekwame leerders te vra om hul maats te help, maar hulle moet nie die werk vir hulle doen nie, hulle moet net leiding gee. Skryf 'n paar voorbeelde van omtrek van ander veelhoeke op die bord vir leerders om te oefen.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a $A = (3x - 1)(2x + 1)$ b $A = (2x + 5)(x - 1)$
- 2 a $P = 2[(2x + 8) + (x + 9)] = 2[2x + 8 + x + 9] = 2(3x + 17)$
b $A = (2x + 8)(x + 9)$
- 3 a $A = \frac{1}{2}(5x - 3)(2x + 4)$
b $A = (4x - 3)(2x + 1) - (x + 2)(x - 2) = 8x^2 - 2x - 3 - x^2 + 4 = 7x^2 - 2x + 1$
c $A = x^2 + 4x^2 + 9x^2 = 14x^2$
- 4 a As $x = 2 \therefore A = \frac{1}{2}(5(2) - 3)(2(2) + 4) = 28$ vierkante eenhede
b As $x = 3 \therefore A = 7x^2 - 2x + 1 = 7(3)^2 - 2(3) + 1 = 58$ vierkante eenhede
c As $x = 5 \therefore A = 14(5)^2 = 350$ vierkante eenhede

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Substitusie
- Die gebruik van substitusie om geordende pare te verkry

Hulbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek; blokkiespapier

Leerdersboek bladsy 394

Voorgestelde tydstoekening: 3 ure

Agtergrondinligting

In Kwartaal 2 het leerders substitusie gebruik om lineêre uitdrukkings op te los. In hierdie hoofstuk gaan leerders substitusie gebruik om kwadratiese vergelykings op te los en geordende pare te skep.

Leerders word herinner aan koördinaatpare in 'n vorige hoofstuk.

Riglyne vir onderrig

Leerders vind substitusie gewoonlik maklik en bevredigend. Maak seker dat hulle hakies gebruik wanneer die substitusie in hul oplossings aangetoon word. Sodra dit gedoen is, kan hulle hul sakrekenaars gebruik om die probleem op te los. Hulle moet seker maak dat hulle die inligting direk in hul sakrekenaars kan inset. Wetenskaplike sakrekenaars volg die reëls vir die volgorde van bewerkings, maar daar moet versigtiger gewerk word met die nie-wetenskaplike sakrekenaars.

Moedig leerders aan om hul antwoordte te kontroleer deur die waardes terug te stel in een van die kante van die oorspronklike vergelyking en seker te maak dat dit dieselfde waarde gee as die ander kant.

Herinner leerders aan die Cartesiese vlak en koördinaatpare. Dit is 'n vaardigheid wat in die alledaagse lewe gebruik word, maar dit is nodig om leerders te herinner aan die volgorde in die paar: eers die horisontale rigting en dan die vertikale rigting of $(x; y)$.

Substitusie

Aktiwiteit I Bepaal die waarde van vergelykings

Leerdersboek bladsy 395

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien 'n paar substitusies in lineêre uitdrukkings.
- Maak seker dat leerders hakies gebruik om te wys waar die substitusie plaasgevind het in hul oplossings.
- Werk deur Voorbeelde 1 en 2 in die Leerdersboek.

- Leerders doen die aktiwiteit op hul eie.

Voorgestelde antwoorde

1 a $y = 2x^2 - 3x + 7$ as $x = -2$ dan is $y = 21$
 3 $y = 6x^2 - 5x$ as $x = 0$ dan is $y = 0$

2 $y = -3x^2 - 3x - 3$ as $x = 3$ dan is $y = -39$
 4 $y = x^2 - 5x - 17$ as $x = -1$ dan is $y = -11$

Die gebruik van substitusie om geordende pare te kry

Aktiwiteit 2 Maak geordende pare

Leerdersboek bladsy 395

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik dat vir elke waarde van x daar 'n waarde van y sal wees. Dit is soortgelyk aan die inset- en uitsetwaardes wat leerders tot dusver gesien het in funksies en verhoudings regdeur die Senior Fase.
- Die insetwaardes of x -waardes is die onafhanklike waardes en die uitsetwaardes of y -waardes is die afhanklike waardes.
- Elke x -waarde met sy ooreenkomsige y -waarde word 'n geordende paar genoem. Geordende pare kan in 'n tabel of in hakievorm ($x; y$) geskryf word.
- Werk saam met die leerders deur Voorbeeld 3. Die konsep is nie nuut nie, maar die soort vergelyking (kwadraties) is nuut.
- Leerders doen die aktiwiteit op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Die aktiwiteit verskaf nogal baie oefening oor substitusie. Maak seker dat leerders die substitusie korrek neerskryf deur hakies te gebruik en dat hulle hul sakrekenaars gebruik om die werklike waarde te vind.

Uitbreiding: Moedig leerders aan om die grafiese van die verhoudings wat in die aktiwiteit getoon word, te teken. Vra hulle om kommentaar te lewer oor die vorms van die grafieke.

Voorgestelde antwoorde

1 a $y = x^2 - 1$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	3	0	-1	0	3	8

b $(-2; 3); (-1; 0); (0; -1); (1; 0); (2; 3); (3; 8)$

2 a $y = 3x^2 - 6$

x	-10	-7	-3	3	7	10
y	294	141	21	21	141	294

b $(-10; 294); (-7; 141); (-3; 21); (3; 21); (7; 141); (10; 294)$

3 a $y = -4x^2 + 1$

x	-5	-1	0	1	3	5
y	-99	-3	1	-3	-35	-99

4 a $y = 3x^2 - 2x + 1$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	17	6	1	2	9	22

- b** $(-2; 17); (-1; 6); (0; 1); (1; 2); (2; 9); (3; 22)$
- 5 a** $y = -2x^2 - x - 1$

x	-3	-1	0	1	3	5
y	-16	-2	-1	-4	-22	-56

- b** $(-3; -16); (-1; -2); (0; -1); (1; -4); (3; -22); (5; -56)$

Hoofstuk 16 Hersiening

Leerdersboek bladsy 397

1 a $x = 12$

b $x = 4$

c $x = -2$

d $x = 0$

2 a $x = 2$ or $x = -3$

c $x = -4$ or $x = -7$

e $x = 1$ or $x = -1$

b $x = -5$ or $x = 5$

d $x = -4$ or $x = -\frac{1}{2}$

f $(x + 4)(x + 7) = 4$

$$x^2 + 11x + 28 - 4 = 0$$

$$(x + 3)(x + 8) = 0$$

$$x = -3 \text{ or } x = -8$$

3 a $x = 3$ or $x = -3$

b $x = \frac{1}{3}$ or $x = -\frac{1}{3}$

c $x = 0$ or $x = \frac{1}{4}$

d $x = \frac{9}{7}$ or $x = -\frac{9}{7}$

e $x = \frac{4}{3}$ or $x = -\frac{4}{3}$

f $x = \frac{3}{2}$ or $x = -\frac{3}{2}$

4 a $x = 6$ or $x = -2$

b $x = -2$ or $x = -3$

c $x = 4$ or $x = -2$

d $x = 7$ or $x = -2$

***5** $3^{x+4} = 3^x \times 3^4 = 34 \times 81 = 2754$

6 a

x	-3	-1	0	1	3	5
y	-26	0	1	-6	-44	-114

- b** $(-3; -26); (-1; 0); (1; -6); (3; -44); (5; -114)$

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsy 398 tot 422

Voorgestelde tydstoekenning: 12 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1 Vertolking van grafieke

Hersiening: Grafieke wat situasies beskryf

2 ure

Eenheid 2 Die teken van grafieke

Die Cartesiese vlak

8 ure

Die stip van grafieke op die Cartesiese vlak

Die teken van lineêre grafieke van gegewe vergelykings

Eienskappe van lineêre grafieke

Bepaling van vergelykings van gegewe lineêre grafieke

Eenheid 3 Grafiek van eweredighede

2 ure

Direkte eweredigheid

Indirekte eweredigheid

Hoofstukhersiening**EENHEID**

Hersiening: Vertolking van grafieke

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

Leerdersboek bladsy 399

- Vertolking van grafieke

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

- Afstand/tyd-grafieke

- Temperatuur/tyd-grafieke

Hulbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek; vierkantenet/grafiekpapier

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders die volgende hersien:

Analisering en interpreting van globale grafieke van probleemsituasies met 'n spesiale fokus op die volgende neigings en kenmerke:

- lineêr of nie-lineêr
- konstant, toenemend of afnemend

Die fokus op kenmerke van grafieke is uitgebrei om die volgende in te sluit:

- maksimum of minimum
- diskreet of kontinue

In Graad 9 word die werk wat in Graad 8 gedoen is, hersien en bogenoemde word uitgebrei met 'n spesiale fokus op die volgende kenmerke van lineêre grafieke:

- x -afsnit en y -afsnit
- gradiënt.

Riglyne vir onderrig

Leerders word grafieke gegee en word gevra om die betekenis van die grafieke te interpreteer. Lees van grafieke is 'n baie belangrike vaardigheid en behoort dikwels deur die jaar geoefen te word. Versamel interessante grafieke uit koerante en tydskrifte en vra leerders om vrae te vra oor die grafieke. Sodra al die belangrike punte op die grafiek geïdentifiseer is, kan leerders gevra word om "die storie te vertel" van die spesifieke situasie.

Die eenheid is verdeel in die interpreting van afstand-tyd grafieke en temperatuur-tyd grafieke. Dit is beide alledaagse konsepte wat leerders verstaan en hulle behoort dit nie te abstrak te vind nie.

Vertolking van grafieke

Afstand/tyd grafieke; temperatuur/tyd grafieke

Aktiwiteit 1–2 Vertolk afstand/tyd grafieke; Vertolk temperatuur/tyd grafieke

Leerdersboek bladsy 400–401

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Hersien die afstand-tyd vergelykings.
- Bespreek wat 'n hoër spoed beteken in terme van afstand afgelê in 'n korter periode. Wat is die invloed hiervan op die helling van die grafiek? Sodra leerders verstaan dat 'n steiler grafiek 'n vinniger spoed beteken, verduidelik dan die konsep van terugkeer na die beginpunt en hoe dit die helling van die grafiek beïnvloed.
- Werk deur Voorbeelde 1 en 2 in die Leerdersboek.
- Leerders werk op hul eie deur Aktiwiteit 1. Kontroleer die antwoorde in die klas.
- Verduidelik wat 'n *kontinue grafiek* beteken en hoe dit verskil van diskrete data. Kontinue data behels gewoonlik meting.
- Leerders doen Aktiwiteit 2 op hul eie.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Baie leerders sukkel met die afstand-tyd grafieke omdat hulle nie verstaan dat die afstand vanaf die beginpunt nie altyd dieselfde is as die afstand wat afgelê is nie. Gebruik voorwerpe om die verskil tussen die twee te demonstreer. Leerders doen die afstand-tyd grafieke in Fisiese Wetenskappe in die VOO –fase.

Uitbreiding: Vra leerders om 'n storie te skryf waarvan 'n grafiek getekend kan word.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 1

- a GH – Dudu verlaat die huis by punt G en ry fiets teen 'n konstante spoed vir 30 minute tot by punt H.

JK – Dudu kom by die winkelsentrum aan by J en spandeer 1 uur 15 minute om goed te koop.

KL – Dudu ry per fiets terug huis toe teen 'n konstante spoed vanaf die winkelsentrum in 15 minute.

b Spoed = $\frac{\text{afstand}}{\text{tyd}} = \frac{4}{0,5} = 8 \text{ km/h}$

c 08:00

d Spoed = $\frac{\text{afstand}}{\text{tyd}} = \frac{4}{0,5} = 4 \text{ km/h}$

e 10:15

f 10 km

g Spoed = $\frac{\text{afstand}}{\text{tyd}} = \frac{10}{1,5} = 6,67 \text{ km/h}$

Aktiwiteit 2

- a Donderdag 16:00 b 20° c 15:00 op Vrydag d 11°
e Middernag Vrydag f veranderlik

EENHEID

2

Die teken van lineêre grafieke

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

Leerdersboek bladsy 402

Voorgestelde tydstoekenning: 8 ure

- Die Cartesiese vlak
- Lineêre grafieke
- Eienskappe van lineêre grafieke
- Ondersoek na die gradiënt, m in $y = mx + c$
- Tekeninge van grafieke deur eienskappe te gebruik
- Die bepaling van die vergelyking van 'n grafiek

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek; blokkiespapier

Agtergrondinligting

In Grade 7 en 8 het leerders globale grafieke geteken van beskrywings van 'n probleemsituasie en lineêre of nie-lineêre, konstante, toenemende of afnemende grafieke geïdentifiseer.

In Graad 8 het leerders tabelle of geordende pare gebruik om punte te stip en grafieke te teken op die Cartesiese vlak.

In Graad 9 word die werk wat in Graad 8 gedoen is, hersien en uitgebrei om die volgende in te sluit:

- teken van lineêre grafieke vanaf gegewe vergelykings
- bepaling van vergelykings vanaf gegewe lineêre grafieke

Lees en interpretering van data is in die vorige eenheid oor Vertolking van grafieke gedek.

Riglyne vir onderrig

Die volgende is belangrik om te hersien:

- Wat is 'n grafiek?
- Nuttige grafieke en stippings
- Stipping van die koördinaatdata
- Beskrywing van hoe die grafieke lyk
- Lees en interpretering van data vanaf grafieke (Eenheid 1)

Grafieke is 'n visuele voorstellings van getallestelsels en vergelykings. Grafieke kan toon hoe verskillende dele van data met mekaar verband hou. Die verwantskap kan vertaal word na 'n bruikbare vergelyking wat gelees en geïnterpreteer kan word deur ander mense omdat wiskunde 'n universele taal is.

Stipping van grafieke behels 'n aantal gelyktydige vaardighede en leerders kan dit dalk moeilik vind om al die vereistes aanvanklik onder die knie te kry. Die sleutelkenmerke by die konstruksie van grafieke is:

- kies die toepaslike as vir 'n veranderlike. Herinner leerders om die definisiever sameling en waardeversameling te kontroleer (die grootste waarde – kleinste waarde vir elk).
- kies 'n toepaslike skaal en benoem die asse met getalle. Dit raak makliker soos leerders ondervinding opdoen. Jy kan egter tien situasies gee waar leerders nie noodwendig die grafiek hoef te teken nie, maar net kan sê wat die toepaslike skaal sal wees vir 'n grafiek wat op 'n halwe bladsy kan inpas.
- stipping van die koördinaatpare. Gebruik speletjies wat baie oefening in 'n kort tydjie sal verskaf en leerders minder angstig sal maak.

'n Kontrolelys wat vir leerders gegee word, kan so lyk:

Titel	: Waaroor gaan die grafiek?
Titels op asse	: Wat is die onafhanklike waarde (x -as)? : Wat is die afhanklike waarde (y -as)?
Byskrifte op asse	: Wat is die waardeversameling van waardes? : Hoe groot moet die vermeerdering wees? : Hoeveel spasies is daar op die grafiekpapier?
Stip die data	: Gebruik die koördinaatpare, byvoorbeeld, (3; 5) waar die eerste getal die x -waarde is en die tweede getal die y -waarde is of die tabel van waardes.
Verbind die kolletjies	: Gebruik 'n liniaal as die kolletjies in 'n ry is andersins 'n gladde kurwe.
Benoem die grafiek	: $y = \dots$ of iets soortgelyk.

Hoewel sommige leerders sukkel met die beskrywing van die data op 'n grafiek, is dit die hoofrede hoekom ons grafieke stip. Sommige terme wat Graad 9-leerders sal gebruik is:

- lineêr, nie-lineêr, (moontlik kwadraties)
- toenemend/afnemend, konstant
- diskreet/kontinu

Die Cartesiese vlak

Aktiwiteit I Werk in die koördinaatvlak

Leerdersboek bladsy 403

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Maak seker dat leerders weet wat 'n Cartesiese vlak is en een kan benoem. Werk saam met die leerders deur die definisies van die kenmerke van die Cartesiese vlak wat op bladsy 402 van die Leerdersboek gelys is.
- Dit is hersiening vir Graad 9-leerders en daar moet nie te veel tyd spandeer word aan die verduidelikings of die aktiwiteit nie.
- Moedig leerders aan om die aktiwiteit so vinnig as moontlik te doen.
- Hou blokkespapier byderhand vir leerders (daar is 'n rooster wat gekopieér kan word in Hoofstuk 14 Funksies en Verwantskappe).

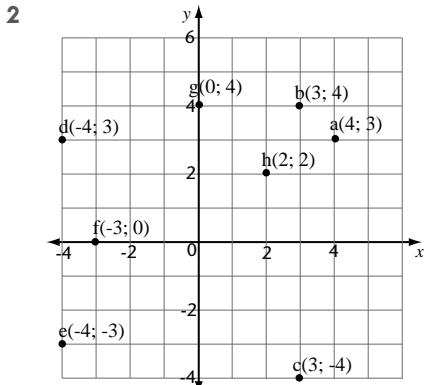
Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Laat leerders in pare werk en laat elke leerder vir sy maat nog koördinaatpare gee om te stip en/of af te lees vanaf 'n rooster.

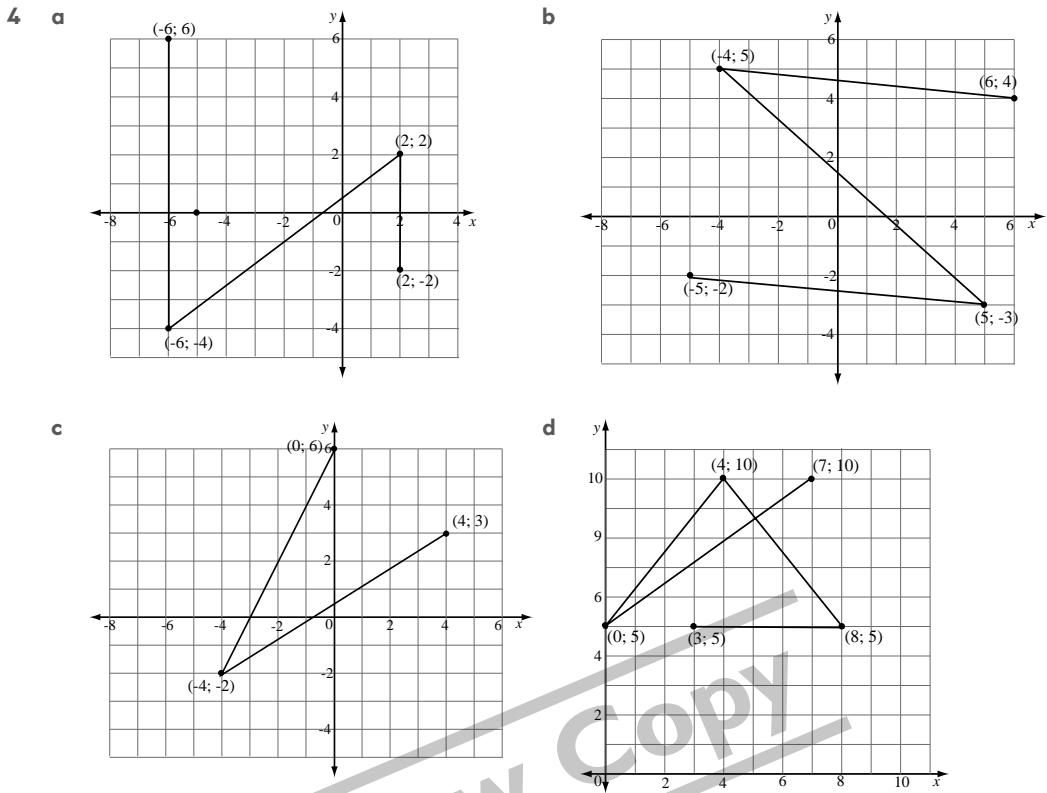
Uitbreiding: Vra leerders om 20 lukrake punte op die Cartesiese vlak te kies en dit te benoem met die mees algemene letters van die alfabet en koördinaatpare. Hulle moet dan 'n geheime boodskap skryf en dit in kode skryf deur die koördinaatpare te gebruik. Daag leerders uit om dit in vyf minute of minder te doen!

Voorgestelde antwoord

- 1 a tweede
 b derde
 c vierde
 d tweede
 e Op die negatiewe deel van die y -as
 f Op die negatiewe deel van die x -as
 g Op die positiewe deel van die y -as
 h Op die positiewe deel van die x -as



- 3 A (2; 3); B (6; 4); C (5; 0); D (2; -2); E (0; -2); F (-2; -3); G (-3; 0); H (-3; 1); I (-2; 6); J (0; 7); K (0; 0)



Lineêre grafieke; Eienskappe van lineêre grafieke

Aktiwiteit 2 Teken lineêre grafieke met c konstant

Leerdersboek bladsy 405

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik die woorde *definisieveraseling* en *waardeversameling*.
- Dring aan op hoë standarde van sketse en netheid.
- Grafieke behels baie beplanning. Leerders moet gewoond raak daaraan om die vrae te vra sodat hulle toepaslike grafieke van omtrent 'n halwe bladsy kan teken. Die grafiek self behoort ten minste twee-derdes van die spasie op te neem.
- Dit is beter as leerders vraag 1 en 2 op aparte assestelsels voltooi omdat dit nogal deurmekaar kan lyk met so baie grafieke op een assestelsel.
- Laat leerders verskillende gekleurde penne of potlode gebruik om die verskillende grafieke te identifiseer.
- Leerders moet agterkom dat met c konstant, soos m groter word, raak die grafiek steiler. Wanneer m positief is, is dit 'n toenemende grafiek (vraag 1) en wanneer m negatief is, is dit 'n afnemende grafiek (vraag 2).

Remediëring en uitbreiding

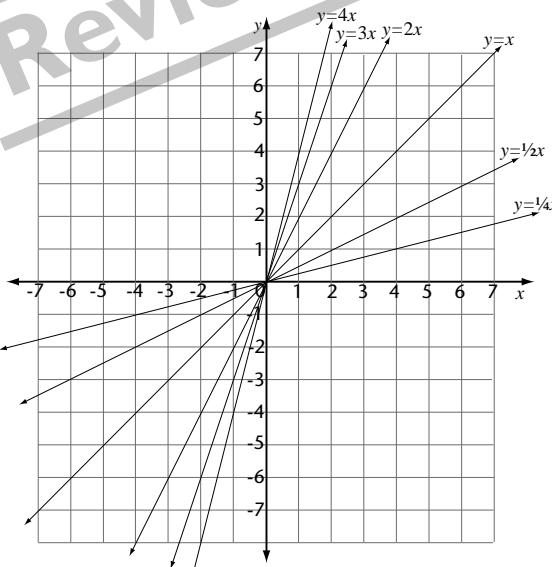
Remediëring: Dit is nuttig om 'n plakkaat in die Wiskundeklas te hê van die stappe wat leerders moet volg om 'n sinvolle grafiek te teken. Laat leerders in pare saamwerk om mekaar te help onthou van al die kenmerke waarop hulle moet konsentreer. Gebruik die kontrolelyse wat vroeër in die eenheid gegee is of ontwerp iets soortgelyk. Dit is handig om 'n soortgelyke kontrolelyse te hê as die grafiese gemerk word.

Uitbreiding: As daar rekenaarfasiliteite beskikbaar is met 'n spreidingsprogram ("spread sheet program") soos Excel, laat leerders 'n paar van hierdie grafieke op die rekenaar teken. Hulle kan byvoorbeeld vraag 1 met die hand doen en dan vraag 2 op 'n rekenaarprogram doen. Die teken van grafieke op die rekenaar is ook 'n vaardigheid wat regdeur ons lewens gebruik kan word. 'n Gratis aflaaibare grafiekprogram is GeoGebra en leerders kan dit gebruik om grafieke vinnig en effektiel te stip.

Voorgestelde antwoord

1

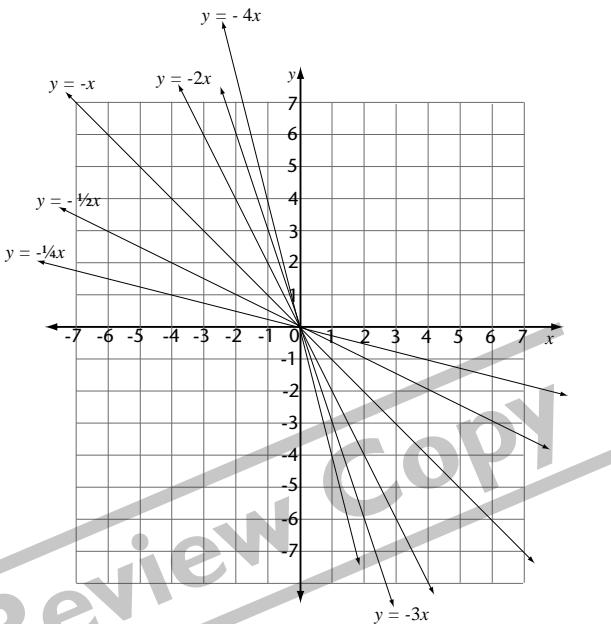
	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
a	$y = x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
b	$y = 2x$	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
c	$y = 3x$	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12
d	$y = 4x$	-16	-12	-8	-4	0	4	8	12	16
e	$y = \frac{1}{2}x$	-2	-1,5	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	1,5	2
f	$y = \frac{1}{4}x$	-1	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1



2

	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
a	$y = -x$	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4

b	$y = -2x$	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8
c	$y = -3x$	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12
d	$y = -4x$	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16
e	$y = -\frac{1}{2}x$	2	1,5	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	-1,5	-2
f	$y = -\frac{1}{4}x$	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	-1



Aktiwiteit 3 Teken lineêre grafieke met m konstant

Leerdersboek bladsy 406

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Volg die wenke wat vir Aktiwiteit 2 gegee word.
- Leerders behoort agter te kom dat met m konstant en c wat groter word, die grafiek op beweeg. Hulle behoort op te let dat die grafieke in vraag 1 en vraag 2 ewewydig is.
- Hierdie aktiwiteit sal leerders vir die grootste deel van die les besig hou en kan dalk ook vir huiswerk voltooi word.

Remediëring en uitbreiding

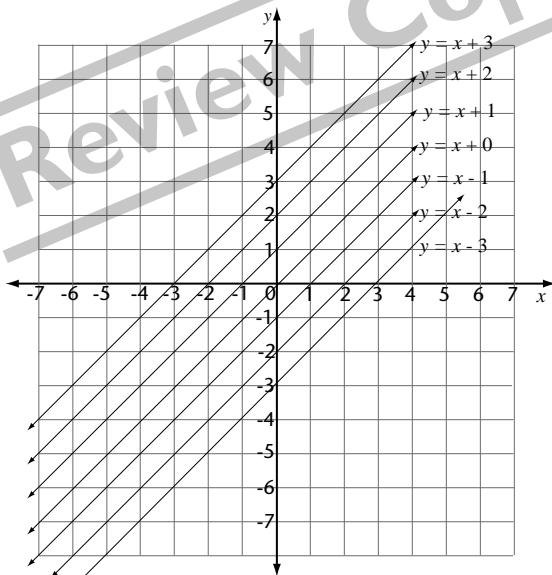
Remediëring: Volgehoue oefening is die sleutel. Moedig leerders aan om te probeer om dit so vinnig as moontlik te doen, sonder om akkuraatheid en netheid in te boet. Gebruik die kontrolelys wat vroeër in die eenheid gegee is of ontwerp iets soortgelyk. Dit is handig om 'n soortgelyke kontrolelys te hê wanneer die grafiese gemerk word.

Uitbreiding: Vra leerders om die tabelfunksies op hul wetenskaplike sakrekenaars te ondersoek, as hulle een het. Hierdie is 'n handige instrument en hulle sal dit baie in VOO Wiskunde gebruik.

Voorgestelde antwoord

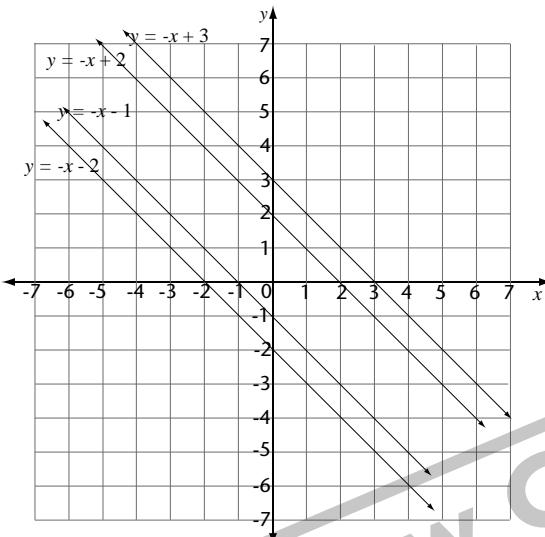
I

	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	y -afs	x -afs
a	$y = x + 3$	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	3	-3
b	$y = x + 2$	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	2	-2
c	$y = x + 1$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	1	-1
d	$y = x + 0$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	0	0
e	$y = x - 1$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	-1	1
f	$y = x - 2$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	-2	2
g	$y = x - 3$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	-3	3



2

	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	y -int	x -int
a	$y = -x + 3$	7	6	5	4	3	2	1	0	1	3	3
b	$y = -x + 2$	6	5	4	3	2	1	0	1	2	2	2
c	$y = -x - 1$	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-1	-1
d	$y = -x - 2$	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-2	-2



3 Laaste twee kolomme van tabelle in vraag 1 en 2 hierbo.

Aktiwiteit 4 Eienskappe van lineêre grafieke

Leerdersboek bladsy 406

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hierdie les fokus op die x - en y -afsnitte en die gradiënte van die grafiek.
- Hierdie kenmerke is baie belangrik in die beskrywing van grafieke asook in die teken daarvan.
- Grafies is die x - en y -afsnitte eenvoudig die plek waar die grafiek die x -as en y -as onderskeidelik sny.
- Algebraïes is die x -afsnit 'n punt op die grafiek waar y nul is en die koördinaatpaar is van die vorm $(x; 0)$.
- Die y -afsnit is 'n punt op die grafiek waar x nul is en die koördinaatpaar is van die vorm $(0; y)$. Dit is die c in die standaardvorm van die lineêre vergelyking $y = mx + c$.
- Die gradiënt of helling is die getal m in die standaardvorm van die lineêre vergelyking $y = mx + c$. Dit toon aan hoe steil 'n grafiek is.
- Maak seker dat leerders elke term duidelik verstaan.
- Doen een of twee voorbeelde op die bord.
- Maak seker dat leerders die koördinaatpare van die x - en y -afsnitte kan skryf.
- Hulle behoort 'n kort opsomming van die kenmerke te skryf of te teken voordat die aktiwiteit aangepak word.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Maak seker dat leerders hierdie drie baie belangrike kenmerke van lineêre grafiese kan identifiseer. Gee oefeninge waar leerders slegs een op 'n slag moet identifiseer. Berekening van die x -afsnit behels die substitusie van die waarde 0 vir die y -waarde en die oplossing van x .

Uitbreiding: Vra leerders om die aktiwiteit so vinnig as moontlik te voltooi en die vergelykings in vraag 1 op 'n assestelsel te stip. Moedig hulle aan om elektroniese media te gebruik, indien beskikbaar.

Voorgestelde antwoord

	y -afsnit	x -afsnit	gradiënt	toenemend/afnemend
a	$y = x - 4$	-4	4	toenemend
b	$y = 4x - 3$	-3	$\frac{3}{4}$	toenemend
c	$y = 3x + 5$	5	$-\frac{5}{3}$	toenemend
d	$y = -2x + 1$	1	$-\frac{1}{2}$	afnemend

2 a $(0; -4)$ b $(0; -34)$ c $(0; 0)$ d $(0; 1)$

3 a $m = 1$ Toenemend omdat die gradiënt positief is.

b $m = -1$ Afnemend omdat die gradiënt negatief is.

c $m = -3$ Afnemend omdat die gradiënt negatief is.

d $m = -2$ Afnemend omdat die gradiënt negatief is.

e $m = 2$ Toenemend omdat die gradiënt positief is.

f $m = -$ Afnemend omdat die gradiënt negatief is.

Ondersoek na die gradiënt, m in $y = mx + c$

Vertikale en horizontale verandering tussen twee punte

Aktiwiteit 5 Ondersoek die betekenis van "gradiënt"

Leerdersboek bladsy 408

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Voer die onderwerp van gradiënte (of helling) aan en wat dit in die werklikheid beteken. Herinner leerders dan aan wat hulle ontdek het in Aktiwiteit 4 aangaande die tekens van m . Wanneer $m > 0$ (positief) is, is die grafiek toenemend en wanneer $m < 0$ (negatief) is, is die grafiek afnemend.
- Die aktiwiteit bring die waarde van m in die vergelyking in verband met die waarde van $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, wat die verhouding is van die grafiese verandering in die x - en y -waardes.
- Aktiwiteit 5 kan die grootste gedeelte van 'n les in beslag neem. Maak seker dat leerders die korrekte notasie gebruik.

Voorgestelde antwoorde

- 1 Grafiek A: $\Delta y(PQ) = 2$
Grafiek B: $\Delta y(PQ) = 2$
Grafiek C: $\Delta y(PQ) = -3$
Grafiek D: $\Delta y(PQ) = -2$
- 2 Grafiek A: $\Delta x(PQ) = 1$
Grafiek B: $\Delta x(PQ) = 4$
Grafiek C: $\Delta x(PQ) = 1$
Grafiek D: $\Delta x(PQ) = 2$
- 3 Grafiek A: $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2$
Grafiek B: $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
Grafiek C: $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = -3$
Grafiek D: $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = -1$
- 4 Grafiek A: $\Delta y(QR) = 6$
Grafiek B: $\Delta y(QR) = 1$
Grafiek C: $\Delta y(QR) = -3$
Grafiek D: $\Delta y(QR) = -2$
Grafiek A: $\Delta x(QR) = 3$
Grafiek B: $\Delta x(QR) = 2$
Grafiek C: $\Delta x(QR) = 1$
Grafiek D: $\Delta x(QR) = 2$
- Grafiek A: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6}{3} = 2$
Grafiek B: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2}$
Grafiek C: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{1} = -3$
Grafiek D: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2}{2} = -1$
- 5 Grafiek A: $\Delta y(PR) = 8$
Grafiek B: $\Delta y(PR) = 3$
Grafiek C: $\Delta y(PR) = -6$
Grafiek D: $\Delta y(PR) = -4$
Grafiek A: $\Delta x(PR) = 4$
Grafiek B: $\Delta x(PR) = 6$
Grafiek C: $\Delta x(PR) = 2$
Grafiek D: $\Delta x(PR) = 4$
Grafiek A: $= \frac{8}{4} = 2$
Grafiek B: $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
Grafiek C: $= \frac{-6}{2} = -3$
Grafiek D: $= \frac{-4}{4} = -1$
- 6 Grafiek A: $y = 2x - 1 : m = 2 = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
Grafiek B: $y = x + 1 : m = 1 = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
Grafiek C: $y = -3x : m = -3 = \frac{\Delta y}{\Delta x}$
Grafiek D: $y = -x + 2 : m = -1 = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Tekening van grafiek deur eienskappe te gebruik

Gebruik die afsnitte met die asse; Gebruik die gradiënt en die y-afsnit om die lyn te teken

Aktiwiteit 6 Teken grafiek op ander metodes as met tabelle

Leerdersboek bladsy 410

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Twee metodes vir die teken van die grafiek, behalwe tabelle en die gebruik van koördinaatpare, word in die Leerdersboek aangetoon.
- Beide metodes hang af van die feit dat jy slegs twee punte nodig het om 'n reguit lyn te teken.

- Die eerste een gebruik die x - en y -afsnitte waarmee leerders vroeër in hierdie eenheid gewerk het. Hierdie metode benodig dalk berekening van die x -afsnit as die vergelyking gegee is.
- Die tweede metode gebruik die gradiënt en y -afsnit as die twee punte wat nodig is om die grafiek te teken. Hierdie metode is baie nuttig wanneer die vergelyking in die standaardvorm gegee is, omdat beide waardes direk beskikbaar is in die vergelyking sonder verdere berekening.
- Dit is 'n baie belangrike basis vir VOO Wiskunde.
- In hierdie aktiwiteit word leerders gevra om 'n spesifieke metode in elke geval te gebruik, maar leerders behoort beide metodes te oefen en self te besluit watter een hulle verkie.

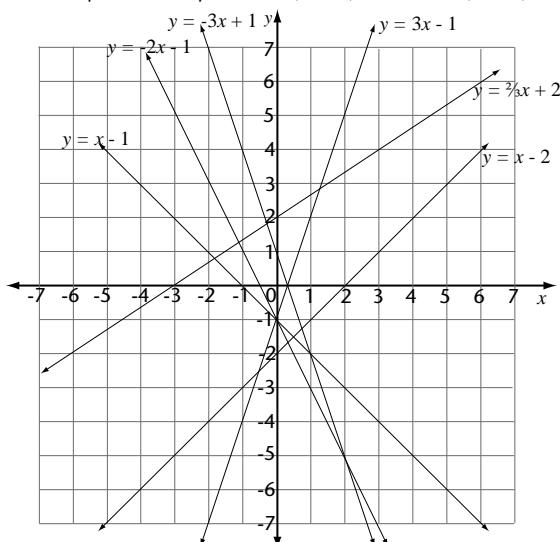
Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee nog voorbeelde en maak seker dat leerders die kenmerke verstaan. Hulle kan 'n hele paar grafieke op een assestelsel teken, maar dit kan baie verwarring en onduidelik raak. Maak seker daar is ekstra vierkantenet of vra hulle om hul eie roosters in hul boek te teken. (Dit kan egter potensiële klastyd mors.)

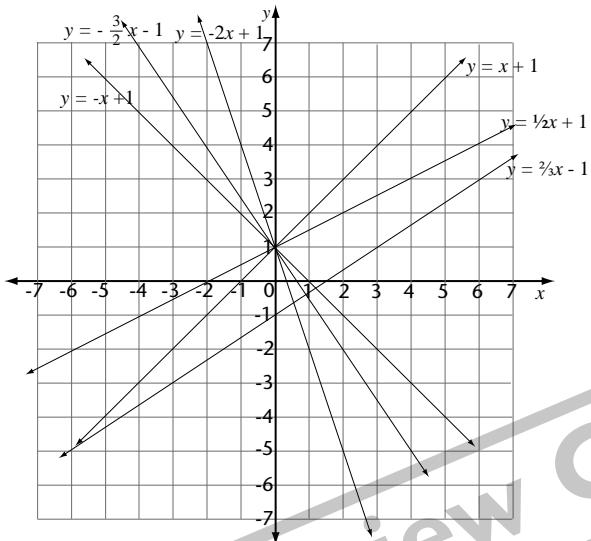
Uitbreiding: Vra leerders om die leerders wat sukkel te help deur te luister soos hulle deur die stappe werk terwyl hulle die grafieke teken. Hulle moet enige konseptuele foute wat mag voorkom, korrigeer en wenke gee om die grafieke so vinnig en effekief as moontlik te teken.

Voorgestelde antwoorde

- $y = -3x + 1$ y -afsnit: $(0; 1)$; x -afsnit: $(\frac{1}{3}; 0)$
- $y = -2x - 1$ y -afsnit: $(0; -1)$; x -afsnit: $(-\frac{1}{2}; 0)$
- $y = \frac{2}{3}x + 2$ y -afsnit: $(0; 2)$; x -afsnit: $(-3; 0)$
- $y = x - 2$ y -afsnit: $(0; -2)$; x -afsnit: $(2; 0)$
- $y = 3x - 1$ y -afsnit: $(0; -1)$; x -afsnit: $(\frac{1}{3}; 0)$
- $y = -x - 1$ y -afsnit: $(0; -1)$; x -afsnit: $(-1; 0)$



- 2 a $y = \frac{2}{3}x - 1$ m = $\frac{2}{3}$; y-afsnit: (0; -1); x-afsnit: ($\frac{3}{2}$; 0)
- b $y = \frac{1}{2}x + 1$ m = $\frac{1}{2}$; y-afsnit: (0; 1); x-afsnit: (-2; 0)
- c $y = x + 1$ m = 1; y-afsnit: (0; 1); x-afsnit: (-1; 0)
- d $y = -x + 1$ m = -1; y-afsnit: (0; 1); x-afsnit: (1; 0)
- e $y = -2x + 1$ m = -2; y-afsnit: (0; 1); x-afsnit: ($\frac{1}{2}$; 0)
- f $y = -\frac{3}{2}x + 1$ m = $-\frac{3}{2}$; y-afsnit: (0; 1); x-afsnit: ($\frac{2}{3}$; 0)



Vergelykings van spesiale lyne

Horisontale lyne; Vertikale lyne; Ewewydige lyne; Loodregte lyne

Aktiwiteit 7–8 Ewewydige lyne; Loodregte lyne

Leerdersboek bladsy 411–412

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hierdie is ook 'n baie belangrike les en leerders moet gevra word om die vergelykings vir verskeie horisontale en vertikale lyne so dikwels as moontlik te gee. Hierdie lyne is die asymptote in eksponensiële, logaritmiese en hiperboliese grafiese wat leerders in VOO Wiskunde sal doen.
- Teken 'n assestelsel op die bord en teken verskeie vertikale lyne en vra leerders om die vergelykings neer te skryf. (Insluitende die y-as.)
- Doen dieselfde vir horisontale lyne, sluit die x-as hierdie keer in.
- Aktiwiteit 7 en Aktiwiteit 8 ondersoek die eienskap van lyne wat hulle ewewydig maak ($m_1 = m_2$) en wat hulleloodreg maak ($m_1 \times m_2 = 1$).

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Dril: As die grafiek vertikaal is, is die vergelyking $x = \text{iets}$; as die grafiek horisontaal is, is die vergelyking $y = \text{iets}$.

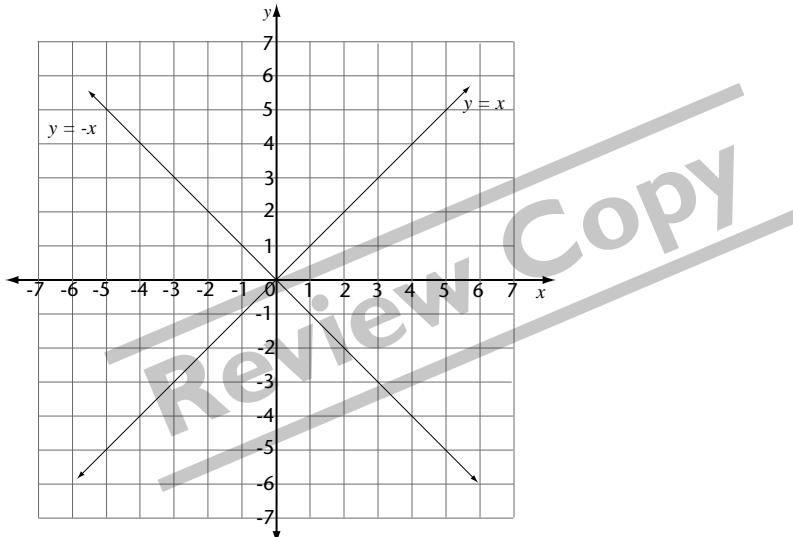
Voorgestelde antwoord

Aktiwiteit 7

- 1 $m(AB) = 2; m(CD) = 2; m(EF) = 2$
- 2 y -afsnit (AB) = 2; y -afsnit (CD) = -1; y -afsnit (EF) = -2
- 3 Die gradiënte van al die lyne is gelyk.
- 4 Die y -afsnitte van al die lyne verskil.
- 5 As lyne dieselfde gradiënt het, is hulle **ewewydig**.

Aktiwiteit 8

- I a



- b $y = x$: Gradiënt $m = 1$; $y = -x$: Gradiënt $m = -1$
c 90°
d $1 \times -1 = -1$
- 2 a $m(AC) = \frac{1}{2}$ b $m(PR) = -2$ c 90° d $\frac{1}{2} \times -2 = -1$
e As twee lyne loodreg is, is die produk van hul gradiënte gelyk aan -1.

Die bepaling van die vergelyking van 'n grafiek

Aktiwiteit 9 Bepalings van vergelykings van grafieke

Leerdersboek bladsy 414

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die aflees van inligting vanaf grafieke en bepaling van vergelykings is ook 'n baie belangrike basis vir VOO Wiskunde.
- Werk deur voorbeeld 1 en 2 wat die y -afsnitte en gradiënt gebruik om die vergelyking te bepaal.
- Voorbeeld 3 gebruik 'n tabel om die vergelyking te bepaal en leerders behoort bekend te wees hiermee. Dit is behandel in Funksies en Verhoudings, Patrone, Algebraïese uitdrukkings en Algebraïese vergelykings.
- Hoewel die aktiwiteit baie lank lyk, is daar geen grafieke om te teken nie, dus behoort leerders dit maklik in 'n les te voltooi.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Leerders sukkel dikwels hiermee. Doen eers Voorbeeld 3 saam met hulle. Herinner hulle daaraan dat hulle vergelykings vir soveel verskillende situasies geskryf het. Gee vir hulle ook 'n numeriese of geometriese patroon en vra dat hulle die formule moet bepaal. Sodra hulle bevestig het dat dit slegs 'n ander manier is om die vergelyking te bepaal, sal dit dalk nie meer so vreemd wees nie. As hulle steeds die tabelmetode verkie, kan hulle sommige punte vanaf die grafiek in 'n tabel stip, maar hulle moet kan sien dat dit baie tydrowend gaan wees.

Uitbreiding: Vra leerders om te ondersoek wat dit beteken as twee grafieke mekaar sny. Wat beteken die snypunt in terme van oplossings?

Voorgestelde antwoorde

- | | | | |
|---|--|-----------------------------|-----------------|
| 1 | a $y = 2x + 2$ | b $y = \frac{1}{3}x - 3$ | c $y = -2x + 5$ |
| 2 | a $y = \frac{5}{8}x + 2,5$ | b $y = -\frac{1}{5}x + 3,5$ | c $y = 2x + 2$ |
| 3 | a $y = 1,5x + 3$ | | |
| | b $y = 1,5x - 0,5$ | | |
| | c $y = 1,5x - 6$ | | |
| 4 | a Grafieke van die tipe: $y = 3x - c$ waar c enige reële getal kan wees. | | |
| | b Grafieke van die tipe: $y = -x + c$ waar c enige reële getal kan wees. | | |
| 5 | a $y = 2x - 1$ | b $y = x$ | c $y = -x$ |
| 6 | a $y = x - 1$ | | |
| | b $y = x + 2$ | | |
| | c $y = \frac{1}{2}x + 1$ | | |

Grafieke wat eweredigheid toon

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Direkte eweredigheid
- Indirekte eweredigheid

Hulbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek; blokkiespapier

Leerdersboek bladsy 416

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Agtergrondinligting

Leerders het direkte en indirekte eweredigheid in Hoofstuk 1 Telgetalle bestudeer. Dit is belangrik om weer na hierdie twee konsepte te kyk as gevolg van hul belangrikheid in wetenskaplike vakke.

Riglyne vir onderrig

Direkte en indirekte eweredigheid is baie belangrik in Fisiese Wetenskappe wanneer formules ontwikkel word van ingesamelde data. Hierdie eenheid gee ook aan leerders meer oefening in die vaardighede wat in Eenheid 2 geleer is.

Wanneer twee veranderlikes direk eweredig is aan mekaar, sal die verhouding wat hulle vorm 'n vergelyking gee van die vorm: $y = kx$

- waar k 'n konstante is en x en y is veranderlikes. (Bring die k hier in verband met die m wat gebruik word in die standaardvorm van die lineêre vergelyking).

Wanneer ons die grafiek van hierdie vergelyking teken, vind ons dat dit lineêr is. Op die grafiek, vind ons dat wanneer y toeneem, dit die x dwing om ook toe te neem. Net so, wanneer y afneem, neem x ook af.

Wanneer twee veranderlikes indirek eweredig is aan mekaar, is die vergelyking: $xy = k$ wat geskryf kan word as $y = \frac{k}{x}$. In hierdie vorm is dit makliker om te sien dat as y toeneem, x afneem en omgekeerd. Wanneer die grafiek geteken word, het dit 'n kurwe met twee asymptote: die x - en y -asse.

Direkte eweredigheid; Omgekeerde eweredigheid

Aktiwiteit I-2

Teken direkte eweredigheidsgrafieke; Grafieke van Omgekeerd eweredighede

Leerdersboek bladsy 417–420

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik die term direk proporsioneel of direkte eweredigheid.
- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld in die Leerdersboek.
- Aktiwiteit 1 sal die grootste gedeelte van 'n les in beslag neem en leerders kan dit

ook voltooi vir huiswerk.

- Werk deur Voorbeeld 2 in die Leerdersboek. Leerders kan dit dalk meer uitdagend vind, maar sodra hulle die patroon agterkom, sal dit makliker raak.
- Die eerste vraag van Aktiwiteit 2 sê dat die verhouding indirek proporsioneel is, dus weet leerders dat dit van die formaat sal wees $xy = k$.
- Hierdie aktiwiteit behoort leerders nie baie lank te neem om te voltooi nie.
- Hulle moet aan die Hoofstukhersiening werk as hulle die aktiwiteit voltooi het.

Remediëring en uitbreiding

Remediëring: Gee vir leerders tyd om weer deur die voorbeeld te gaan en help hulle waar nodig. Hulle behoort ook deur die hersieningsoefening te werk en enige probleme wat hulle nog met grafiese mag hê uitlig.

Uitbreiding: Wanneer leerders hierdie aktiwiteit voltooi het, behoort hulle die Hoofstukhersiening aan te pak en dit so vinnig as moontlik voltooi. Moedig leerders aan om hulle antwoorde aan die einde te kontroleer.

Voorgestelde antwoord

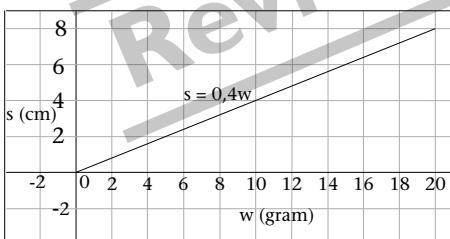
Aktiwiteit 1

1 a

w (gram)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20
s (cm)	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	4	8

- b w is die onafhanklike veranderlike omdat die uitrekking van die veer afhanklik is van die gewig.
c $m = \frac{\Delta s}{\Delta w} = \frac{0,8 - 0,4}{2 - 1}$

d



2 a $t = 4s$

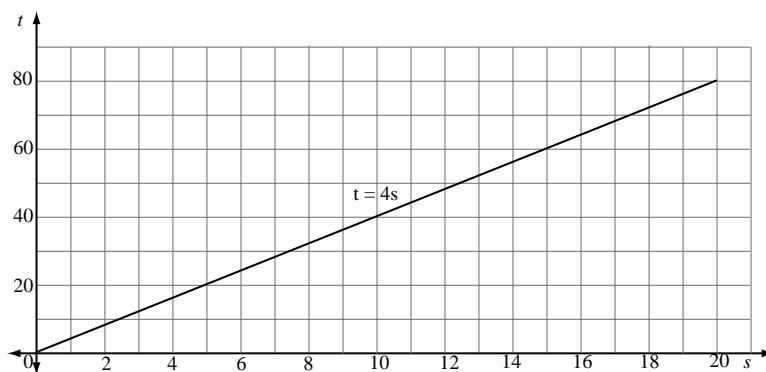
s	1	4	9	12	18
t	4	16	36	48	72

$$b = \frac{1}{2} a$$

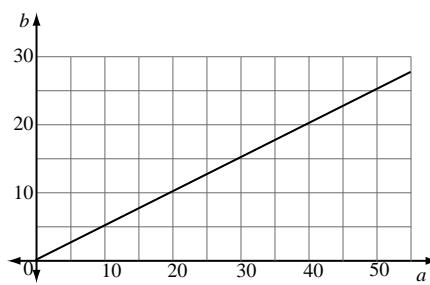
a	12	14	15	22	28	46	50
b	6	7	7,5	11	14	23	25

3

a

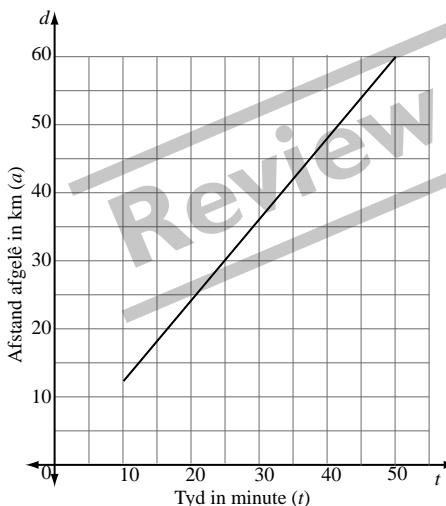


b



4

a - c



d Gradiënt $= \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{18 - 12}{15 - 10} = \frac{6}{5}$ km/min $= \frac{6 \times 60}{5}$ = 72 km/h

e $d = 72t$ in km/h of $d = \frac{6}{5}t$ in km/min

f $A = 12,5$ km

g $B = 45,8$ minute maar waardes tussen 44 en 47 is aanvaarbaar.

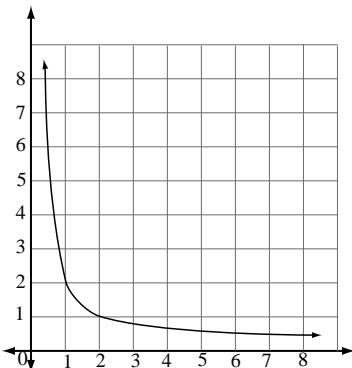
Aktiwiteit 2

1 $xy = k \therefore k = 6 \times \frac{1}{3} = 2$

2

x	6	4	2	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
y	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	3	4	6	8

3

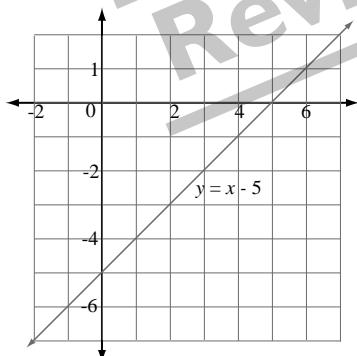


4 $y = 1$

Hoofstuk 17 Hersiening

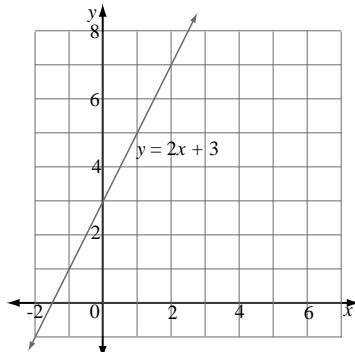
Leerdersboek bladsy 421

1 a $y = x - 5$

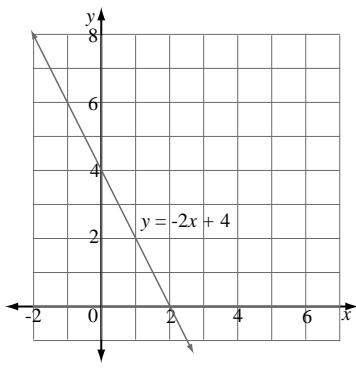
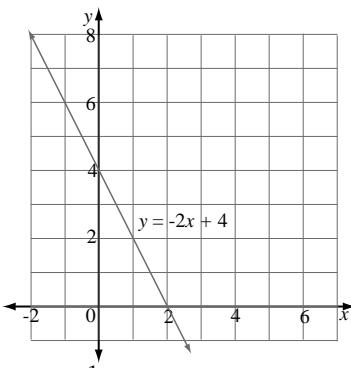


c $y = -2x + 4$

b $y = 2x + 3$



d $y = -2x + 4$



2 a $y = \frac{1}{2}x + 5$

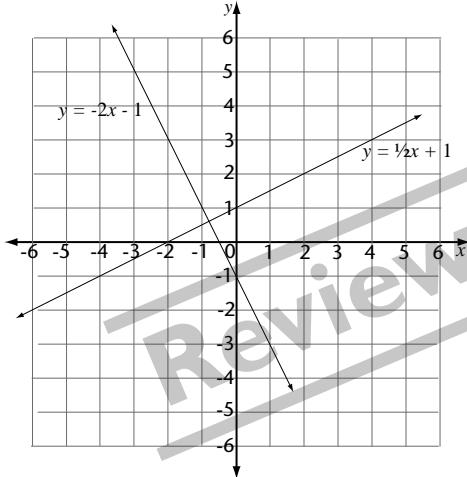
b $y = 7$

d $y = -x$

e $y = -x + 3$

3 a $y = \frac{1}{2}x + 1$ $m = \frac{1}{2}$; y -afsnit = 1

b $y = -2x - 1$ y -afsnit = -1; x -afsnit = $-\frac{1}{2}$



c Hulle is loodreg. Die produk van hul gradiënte = -1.

4 a $y = \frac{3}{4}x - x$

b $y = \frac{3}{4}x + 1$

c $y = \frac{3}{4}x + 5$

d $y = 0$

5 a $s_{AB} = \frac{3}{1} = 3$ km/h

b $s_{BC} = \frac{3}{0,5} = 6$ km/h

c 30 minute or halfuur

d $s_{DE} = \frac{6}{4} = \frac{6 \times 4}{3} = 8$ km/h

e $2\frac{3}{4}$ ure na he die huis verlaat het

Buite-oppervlakte en volume van 3D-voorwerpe

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 423 tot 442

Voorgestelde tydstoekenning: 5 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1 Buite-oppervlakte van 3D-voorwerpe

1,5 ure

Die hersiening van begrippe en vaardighede wat benodig word

3D-voorwerpe, hul ontvouings en soorte vlakke

Die bepaling van die buite-oppervlakte van 3D-voorwerpe

Eenheid 2 Volume en kapasiteit van 3D-voorwerpe

1,5 ure

Die hersiening van herleidings tussen kubieke eenhede en liter

Die bepaling van die volume en kapasiteit van 3D-voorwerpe

Eenheid 3 Die uitwerking op buite-oppervlakte of volume wanneer afmetings verdubbel word

2 ure

Die veranderings in afmetings

Probleemplossing

PvA Projek 1: Volume en buite-oppervlakte

Hoofstukhersiening

EENHEID

Buite-oppervlakte van 3D-voorwerpe

Eenheidoorsig

Leerdersboek bladsye 424

Voorgestelde tydstoekenning: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Soorte 3D-voorwerpe, hul ontvouings en soorte vlakke

- Die bepaling van die uite-oppervlakte van 3D-voorwerpe

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek; blokkiespapier

Agtergrondinligting

In Graad 7 en Graad 8 het leerders die volgende gedoen:

- Ontvouings van 3D-voorwerpe soos kubusse, reghoekige prisma's en driehoekige prisma's
- Buite-oppervlakte van 3D-voorwerpe soos kubusse, reghoekige prisma's en driehoekige prisma's

Die buite-oppervlakte van 'n silinder is nuut in Graad 9.

Riglyne vir onderrig

Die inhoud van hierdie eenheid is hoofsaaklik hersiening van die kennis en vaardighede wat in Graad 7 en Graad 8 gedek is. As die leerders in staat is om deur die voorbeeld en aktiwiteit op hul eie te werk, moedig hulle aan om dit te doen. Dan kan jy die tyd gebruik om individuele aandag aan die leerders te gee wat dit nodig het.

Ontvouings van voorwerpe verskaf 'n nuttige manier om formules af te lei vir die berekening van die buite-oppervlakte van 3D-voorwerpe. Ontvouings kan dan gevou word om die werklike voorwerpe te vorm wanneer die konsep van volume ingebring word.

Die herleiding tussen lengte-, oppervlakte- en volume-eenhede is nog 'n belangrike aspek van hierdie hoofstuk. Die leerders moet tussen Standaard Internasionale (SI) eenhede kan herlei soos nodig.

Die hersiening van begrippe en vaardighede wat benodig word

Aktiwiteit I Hersien 2D-vorms en formules vir hul oppervlaktes

Leerdersboek bladsy 424

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die leerders moet vertroud wees met die woordeskat wat in hierdie eenheid hersien word. Vra die leerders om die vrae op hul eie te beantwoord en dit dan in klasverband te bespreek.
- Laat die leerders die vorms op die bord teken, veral die hoogte van 'n driehoek (om te wys dat hulle verstaan dat die hoogte van 'n driehoek van enige van die drie basisse na 'n hoekpunt gemeet word).
- Terwyl die leerders die vorms op die bord teken, laat hulle ook oefen om hul eienskappe te verduidelik en die merktekens of simbole wat hulle deurgaans deur die Senior Fase geleer het, gebruik om hierdie eienskappe te toon. Hulle moet, byvoorbeeld, alle regteloopende met die klein vierkant aandui, asook ewewydige lyne met die korrekte simbool, ens.

Remediëring en uitbreiding

Die leerders mag ekstra verduideliking benodig van woorde wat hulle nie goed onthou nie. Plaas leerders wat hersiening nodig het saam met leerders wat die woorde goed ken en vra dat hulle mekaar toets.

Voorgestelde antwoorde

- I a Vierkant: vierhoek waarvan alle snye en hoeke ewe groot is
b Reghoek: vierhoek met 4 regte hoeke en twee pare teenoorstaande snye wat gelyk en

- ewewydig is
- c Driehoek: veelhoek met drie sye en binnehoeke waarvan die som 180° is.
- d Sirkel: 'n 2D-vorm wat volmaak rond is
- e Hoogte van 'n driehoek: die lengte van die loodregte lyn vanaf enige basis na die teenoorstaande hoekpunt
- 2 a Oppervlakte van 'n vierkant: s^2 (die lengte van een sy, kwadraat)
- b Oppervlakte van 'n reghoek: $l \times b$ (lengte vermenigvuldig met breedte)
- c Oppervlakte van 'n driehoek: $\frac{1}{2} b \times h$ (helfte van die basis vermenigvuldig met die loodregte hoogte)
- d Oppervlakte van 'n sirkel: πr^2 (die radius kwadraat vermenigvuldig met Pi)
- 3 a $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$
- b $1 \text{ mm}^2 = 0,01 \text{ cm}^2$
- c $1 \text{ m}^2 = 10\ 000 \text{ cm}^2$
- d $1 \text{ cm}^2 = 0,0001 \text{ m}^2$
- e $1 \text{ km}^2 = 1\ 000\ 000 \text{ m}^2$
- f $1 \text{ m}^2 = 0,000001 \text{ km}^2$
- 4 a $50\ 000 \text{ cm}^2$
- b $10\ 000\ 000 \text{ m}^2$
- c 1 cm^2
- d 1 m^2
- e $50\ 000 \text{ mm}^2$
- f $0,01 \text{ km}^2$

3D-voorwerpe, hul ontvouings en soorte vlakke

Aktiwiteit 2 Ontleed vlakke van en definieer 3D-voorwerpe

Leerdersboek bladsy 425

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die leerders behoort reeds vertroud te wees met kubusse, driehoekige prisma's en reghoekige prisma's. Bring voorbeelde van hierdie 3D-voorwerpe, saam met hul ontvouings, klas toe of vra die leerders vooraf om hulle te maak en saam te bring skool toe.
- Laat die leerders die verwantskap ondersoek tussen 'n 3D-voorwerp en sy ontvouing deur hierdie voorwerpe soos volg te gebruik:
 - o Tel die aantal vlakke.
 - o Identifiseer die vorm van elke vlak.
 - o Identifiseer die vlakke wat die basisse is. Beklemtoon die feit dat elke 3D-voorwerp twee basisse het. Die boonste vlak is ook 'n basisvlak aangesien die bokant en die onderkant van 'n 3D-voorwerp maklik verwisselbaar (en kongruent) is. Behalwe die twee basisvlakke, het elke 3D-voorwerp syvlakke. (Die *syvlakke* is die vlakke rondom die basis langs die kante.)
- Die eerste drie voorwerpe in die Leerdersboek is *prisma's*.
- Herinner die leerders dat 'n prisma 'n meetkundige figuur is waarvan die basisse kongruente veelhoeke is wat met behulp van reghoekige syvlakke verbind is. Die aantal syvlakke van 'n prisma is dieselfde as die aantal sye van sy basisvlakke.
- Die enigste vorm wat nie 'n prisma is nie, is 'n silinder.

- Leerders vind dit moeilik om te verstaan dat die syvlakte van 'n prisma reghoeke is. Die gebruik van ontvouings sal help om hierdie probleem op te klaar.
- Gebruik ontvouings ook om die verwantskap tussen die omtrek van die basis van 'n silinder en die lengte van sy reghoekige syvlak se oppervlakte te illustreer.

Remediëring en uitbreiding

Die fisiese hantering van voorwerpe en die ontvouing daarvan om hul ontvouings te toon, en hulle dan weer te herkonstrueer om die 3D-voorwerpe te vorm, is 'n baie waardevolle leerondervinding wat die gaping tussen die konkrete en die abstrakte in hierdie konteks oorbrug. Die uiteindelike doel is egter om die leerders te lei tot 'n abstrakte begrip, en hulle afhanklikheid van konkrete materiale behoort dus versigtig bestuur te word ten einde hulle te help om dit te bereik.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a 6 vlakke
 b 2 vierkantige vlakke en 4 reghoekige vlakke
 c Die basis en die boonste vlak is kongruente vierkante
 d Die syvlakte is kongruente reghoeke
 e Prisma met vierkantige basis
- 2 a 6 vlakke
 b 2 klein reghoeke en 4 groot reghoeke
 c Die basis en die boonste vlakke is kongruente reghoeke
 d Die syvlakte is twee stelle kongruente reghoeke
 e Reghoekige prisma
- 3 a 5 vlakke
 b 2 driehoekige vlakke en 3 reghoekige vlakke.
 c Die basis en die boonste vlakke is kongruente driehoeke
 d Die syvlakte is reghoeke
 e Driehoekige prisma
- 4 a 2 vlakke en 'n geboë vlak
 b 2 sirkelvormige vlakke en 'n geboë vlak
 c Die basis en die boonste vlak is kongruente sirkels
 d Die syvlak is, nadat dit as 'n net geteken is, 'n reghoek
 e Silinder

Die bepaling van die buite-oppervlakte van 3D-voorwerpe

Buite-oppervlakte van 'n kubus; Buite-oppervlakte van 'n vierkantige prisma;

Buite-oppervlakte van 'n reghoekige prisma; Buite-oppervlakte van 'n

driehoekige prisma; Buite-oppervlakte van 'n silinder

Aktiwiteit 3 Bereken die buite-oppervlakte van 3D-voorwerpe

Leerdersboek bladsy 430

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Gebruik ontvouings en vra dat die leerders die vorm van die basisvlakke en syvlakke

vir elke 3D-voorwerp identifiseer.

- Hersien die formules vir die berekening van die oppervlakte van 'n vierkant en die oppervlakte van 'n reghoek.
- Vra sleutelvrae: As ek die oppervlakte van die totale net wil bereken, hoe sal ek te werk moet gaan? Wat beteken *buite-oppervlakte*?
- Lei die leerders tot die begrip dat die buite-oppervlakte die totale oppervlakte van al die vlakke van die net saam is. Sodra die leerders dit verstaan, kan hulle begin om die buite-oppervlakte te bereken. **Nota:** Die leerders het buite-oppervlakte in vorige grade gedoen en behoort vertroud te wees met hierdie proses. Dit is egter nou die tyd om hulle begrip daarvan te bevestig.
- Laat die leerders op hul eie of in pare of in klein groepe deur elke voorbeeld werk indien nodig. Laat hulle aanvanklik net die oppervlakte van een vlak op 'n slag bereken.
- Let op dat dit nie van die leerders verwag word om formules vir buite-oppervlakte vir toetse en eksamens af te lei nie. Die proses waarvolgens formules afgelei word, is egter 'n baie belangrike wiskundige vaardigheid wat hulle moet aanleer.
- Verwys die leerders na die opsomming om, indien nodig, die formules wat hulle nodig het, te raadpleeg. Maar beveel aan dat hulle, sover moontlik, die formules moet probeer onthou.

Remediëring en uitbreiding

Laat die leerders in groepe van gemengde vermoëns saam aan die voorbeeld werk (nie die aktiwiteit nie). Stap in die klaskamer rond om hulle vordering te monitor en spreek enige probleme wat hulle mag hê, aan. Dit behoort 'n baie goeie inleiding te wees om die oefning op hul eie te doen. As hulle nog steeds vind dat sekere areas 'n bietjie moeilik is, harrangskik die groepe in toepaslike kleiner groepe en werk saam met hulle deur een of twee vroe. Hierna moet die leerders, indien nodig, na die voorbeeld verwys word, maar hulle moet ten minste die helfte van die vrae op hul eie probeer doen.

Voorgestelde antwoorde

- 1
 - Buite-oppervlakte (silinder)
 $= 2\pi r(r + h)$
 $= 2 \times 3,14 \times 10 \text{ cm} (10 \text{ cm} + 30 \text{ cm})$
 $= 2 512 \text{ cm}^2$
Let op: $r = \frac{1}{2} d$ (deursnee) en $300 \text{ mm} = 30 \text{ cm}$
 - Buite-oppervlakte (reghoekige prisma)
 $= 2(55 \text{ mm} \times 45 \text{ mm}) + 2(55 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}) + 2(45 \text{ mm} \times 36 \text{ mm})$
 $= 4 950 \text{ mm}^2 + 3 960 \text{ mm}^2 + 3 240 \text{ mm}^2$
 $= 12 150 \text{ mm}^2 \text{ of } 121,5 \text{ cm}^2$
- 2 Die twee kubusse vorm 'n prisma met 'n vierkantige basis.
Buite-oppervlakte van 'n prisma met vierkantige basis
 $= 2 \times \text{Basisoppervlakte} + 4 \times \text{Oppervlakte van een voorste vlak}$
 $= 2s^2 + 4(s \times h)$
 $= 2(14 \text{ mm})^2 + 4(14 \text{ mm} \times 28 \text{ mm})$
 $= 2(196 \text{ mm}^2) + 4(392 \text{ mm})$
 $= 1 960 \text{ mm}^2$
- 3
 - Buite-oppervlakte van kubus = $6s^2$

$$\begin{aligned} &= 6(7,1 \text{ cm})^2 \\ &= 6(50,41 \text{ cm})^2 \\ &= 302,46 \text{ cm}^2 (302 \text{ cm}^2) \end{aligned}$$

b Skuinssy van die basis van een van die driehoekige prisms

$$= \sqrt{(71 \text{ mm})^2 + (71 \text{ mm})^2} = \sqrt{10\,082} \approx 100 \text{ mm} \text{ (afgerond)}$$

c Buite-oppervlakte van 'n driehoekige prisma

$$= 2 \times \text{Base area} + \text{Sum of areas of three lateral faces}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2}(b \times h) + s^1 \times h + s^2 \times h + s^3 \times h$$

$$= 2 \times \frac{1}{2}(7,1 \text{ cm} \times 7,1 \text{ cm}) + (7,1 \text{ cm} \times 7,1 \text{ cm}) + (7,1 \text{ cm} \times 7,1 \text{ cm}) + (7,1 \text{ cm} \times 10 \text{ cm})$$

$$= 2 \times \frac{1}{2}(50,41) + (50,41) + (50,41) + 71 \text{ cm}$$

$$= 50,41 + 50,41 + 50,41 + 71 \text{ cm} = 222,23 \text{ cm}^2$$

4 Vier keer

EENHEID

2

Volume en kapasiteit van 3D-voorwerpe

Eenheidoorsig

Leerdersboek bladsy 432

Voorgestelde tydstoekening: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Die hersiening van herleidings tussen kubieke eenhede en liter
- Die bepaling van die volume en kapasiteit van 3D-voorwerpe.

Hulpbronne: Leerdersboek; sakrekenaar; oefenboek; blokkiespapier

Agtergrondinligting

In Graad 7 en Graad 8 het leerders die volgende gedoen:

- die berekening van volume en kapasiteit van 3D-voorwerpe, soos kubusse, reghoekige prismae en driehoekige prismae

Die buite-oppervlakte van 'n silinder is nuut in Graad 9.

Riglyne vir onderrig

Die inhoud wat in hierdie eenheid gedek word, is hoofsaaklik hersiening van die kennis en die vaardighede wat in Graad 7 en Graad 8 gedek is. As die leerders op hul eie deur die voorbeeld en aktiwiteit kan werk, moet hulle aangemoedig word om dit so te doen. Dit laat vir jou met tyd om individuele aandag aan leerders te gee wat dit nodig het.

Die hersiening van herleidings tussen kubieke eenhede en liter

Aktiwiteit I Herlei tussen kubieke eenhede en liter

Leerdersboek bladsy 432

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Hersien die herleidings wat in die vorige grade gedoen is en in die inleiding tot hierdie eenheid genoem word. Toets die leerders oor hierdie herleidings aan die begin van elke les.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a 0,1 ml; 2 ml; 30 ml
 b 4 ml; 50 ml; 600 ml
 c 7 000 000 ml; 80 000 000 ml; 900 000 000 ml
- 2 a 100 cm³; 2 000 cm³; 30 000 cm³
 b 4 000 cm³; 50 000 cm³; 600 000 cm³
 c 7 000 000 cm³; 80 000 000 cm³; 900 000 000 cm³
- 3 a 0,5 ℓ
 b 500 000 cm³
 c 0,5 kl
 d 500 000 cm³

Die bepaling van die volume en kapasiteit van 3D-voorwerpe

Volume van 'n kubus; Volume van 'n reghoekige prisma; Volume van 'n driehoekige prisma; Volume van 'n silinder

Aktiwiteit 2 Bereken die volume van 3D-voorwerpe

Leerdersboek bladsy 435

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die verskil tussen die konsepte van buite-oppervlakte en volume is soortgelyk aan die verskil tussen omtrek en oppervlakte. Ons het die konsep 'oppervlakte' in 'n vorige hoofstuk behandel. Bou voort op hierdie konsep deur die verskil in meeteenhede vir hierdie twee groottes te beklemtoon.
- Verduidelik dat *volume* 'n 3D-grootte is, terwyl *oppervlakte* 'n 2D-grootte is.
- Algemene meeteenhede vir volume, soos milliliter en liter, behoort saam met die inbring van hul verwantskap met volume-eenhede, wat uit formules vir volume voortspruit, hersien te word.
- Die herleiding tussen SI eenhede vir die meet van volume behoort ook baie aandag te kry. Die belangrikste herleidingsfaktore word in die Leerdersboek gegee.
- Soos in die geval met buite-oppervlakte, word daar nie van die leerders verwag om formules vir die berekening van volumes vir eksamen en toetse te kan aflei nie, maar hulle sal baie baat vind as hulle verstaan hoe die formules verkry word. Grootes in formules, asook hul meeteenhede, verskaf 'n goeie platform vir die verduideliking van volume-eenhede.
- 'n Voorbeeld waarin die gebruik van die volume-formule vir elke voorwerp geïllustreer word, word verskaf. Werk saam met die leerders deur die voorbeeld en maak seker dat hulle elke stap verstaan, veral die herleidings.

Voorgestelde antwoorde

- I a Ons herlei eers cm na mm, aangesien ons gevra word om die antwoord in mm² te gee.
Basislengte = 80 mm, hoogte = 200 mm
∴
Buite-oppervlakte = $2(80 \text{ mm})^2 + 4(80 \text{ mm} \times 200 \text{ mm})$
= $12 800 \text{ mm}^2 + 64 000 \text{ mm}^2$
= $76 800 \text{ mm}^2$

- b Volume (prisma) = $8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$
 $= 1\ 280 \text{ cm}^3$
- c Kapasiteit (prisma) = 1 280 ml
- 2 a Buite-oppervlakte = Buite-oppervlakte (bokant) + Buite-oppervlakte (onderkant)
 $= 2\pi(r+h) + 6s^2$
 $= 2 \times 3,14 \times 5 \text{ mm} (5 \text{ mm} + 25 \text{ mm}) + 6 \times (40 \text{ mm})^2$
 $= 942 \text{ mm}^2 + 9\ 600 \text{ mm}^2$
 $= 10\ 542 \text{ mm}^2$
- b Volume (silinder) = $\pi r^2 h$
 $= 3,14 \times (5 \text{ mm})^2 \times 25 \text{ mm}$
 $= 1962,5 \text{ mm}^3 \text{ OF } 1\ 962,5 \text{ cm}^3$
- c Volume (houer) = volume (silindriese bokant) + volume (kubieke onderkant)
 $= 1,9625 \text{ cm}^3 + (4 \text{ cm})^3$
 $= 1,9625 \text{ cm}^3 + 64 \text{ cm}^3$
 $= 65,9625 \text{ cm}^3$
 $= 66 \text{ cm}^3$
- d Kapasiteit = 66 ml parfuum
- 3 a Volume (in cm^3) = 750 cm^3
- b $\frac{1}{2} \times \text{basis} \times h \times h = \text{volume} = 750 \text{ cm}^3$
 $h = 750 \text{ cm}^3 / (3,5 \text{ cm} \times 10 \text{ cm})$
 $= 21,42 \text{ cm}$
- c Buite-oppervlakte = $2(1/2 \times 7 \text{ cm} \times 21,42 \text{ cm}) + 3(7 \text{ cm} \times 10 \text{ cm})$
 $= 149,94 \text{ cm}^2 + 210 \text{ cm}^2$
 $= 359,94 \text{ cm}^2$
- 4 a 24,64 kl
b $64\ 000 \text{ cm}^3$
c 385 houers
d $10 \times 7 = 70 \text{ houers}$
e 5 houers
f $70 \times 5 = 350 \text{ houers}$
g Gaping van 20 cm tussen houers in boonste laag en plafon
- 5 a Vergelyk slegs oppervlaktes van basisse; A: 204 cm^2 ; B: 201 cm^2 ; C: $201,1 \text{ cm}^2$; Antwoord: B
b Vergelyk slegs omtrek van basisse; A: $70,41 \text{ cm}$; B: $60,2 \text{ cm}$; C: $50,27 \text{ cm}$; Antwoord: C

EENHEID

3

Die uitwerking op buite-oppervlakte of volume wanneer afmetings verdubbel word

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 437

Voorgestelde tydstoekening: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Die uitwerking van veranderings in afmetings op buite-oppervlakte en volume
- Hulpbronne:** Leerdersboek; oefenboek; potlood; liniaal; 3D-voorwerpe

Agtergrondinligting

In Graad 7 en Graad 8 het die leerders die volgende gedoen:

- die verwantskappe tussen buite-oppervlakte en volume van 3D-voorwerpe beskryf

- probleme oor buite-oppervlakte, volume en kapasiteit opgelos.

In Graad 9 is die konsep van die uitwerking op buite-oppervlakte en volume wanneer afmetings verdubbel word, 'n nuwe konsep.

Riglyne vir onderrig

In hierdie eenheid word die uitwerkings van verandering in afmetings ondersoek deur gebruik te maak van eenvoudige algebraïese konsepte, soos substitusie, assosiatiewe en kommutatiewe reëls.

Die voorbeeld toon verskillende soorte probleme wat die leerders kan oplos deur van 'n verandering in afmetings gebruik te maak.

Hierdie voorbeeld is nuttig vir die leerders om na te verwys wanneer hulle sekere aspekte van die werk moeilik vind om te verstaan.

Ondersoek: Die verandering in afmetings

Die verandering van afmetings van 'n kubus; Die verandering van afmetings van 'n reghoekige prisma; Die verandering van afmetings van 'n driehoekige prisma; Die verandering van afmetings van 'n silinder; Probleemoplossing

Aktiwiteit I Werk met veranderde afmetings

Leerdersboek bladsy 440

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Diagramme is nuttig om die leerders se begrip van die uitwerkings van 'n verandering in afmetings te bevorder.
- Die ondersoeke fokus op die uitwerkings van 'n verandering in afmetings op die buite-oppervlakte en volume van kubusse, reghoekige prismas, driehoekige prismas en silinders.
- Werk noukeurig saam met die leerders deur die ondersoeke en probleemoplossing van uitgewerkte voorbeeld op die bord. Dit is belangrik om sonder haas en stap vir stap deur hierdie voorbeeld te werk.
- Verwys die leerders terug na hierdie ondersoeke, indien nodig, wanneer hulle spesifieke probleme ondervind.
- Beklemtoon die verwantskap tussen verandering/s in afmetings en die uitwerking van sulke verandering/s op buite-oppervlakte en volume. Kennis van sodanige verwantskap vereenvoudig wiskundige probleme wat andersins lank sou duur om op te los.

Remediëring en uitbreiding

Die leerders mag baie oefening tydens hierdie berekeninge en probleme benodig. Werk weer met die leerders in klein groepe deur die probleme en ondersoeke, indien nodig, voordat hulle die aktiwiteit aanpak en sodoende soveel as moontlik van die probleme uitgestryk kry.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a Volume (prisma) = $8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$
 640 cm^3 = kapasiteit van $640 \text{ ml} = 0,64 \ell$
- b Buite-oppervlakte = $2(8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}) + 4(8 \text{ cm} \times 10 \text{ cm})$
= $128 \text{ cm}^2 + 320 \text{ cm}^2$
= 448 cm^2
- c Nuwe basisoppervlakte = $2 \times 64 \text{ cm}^2 = 128 \text{ cm}^2$
Basislengte
- d Volume = $128 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm} = 1\,280 \text{ cm}^3$
= $1280 \text{ ml} = 1,28 \ell$
- e Buite-oppervlakte = $2 \times 128 \text{ cm}^2 + 4(11,31 \text{ cm} \times 10 \text{ cm})$
= $256 \text{ cm}^2 + 113,1 \text{ cm}^2$
= $369,1 \text{ cm}^2$
- 2 a $69,282 \text{ mm}$
- b Buite-oppervlakte = $2(\frac{1}{2} \times 80 \text{ mm} \times 69,282 \text{ mm}) + 3(80 \text{ mm} \times 90 \text{ mm})$
= $2\,771,28 \text{ mm}^2 + 7\,200 \text{ mm}^2$
= $9\,971,28 \text{ mm}^2$
 $\text{Volume} = \frac{1}{2} \times 80 \text{ mm} \times 69,282 \text{ mm} \times 90 \text{ mm}$
= $249\,415,2 \text{ mm}^3 = 249,4 \text{ cm}^3$
= 249 ml

PvA | Projek I

Volume en buite-oppervlakte

Leerdersboek bladsy 441

Voorgestelde antwoorde

L	B	H	V	2LB	2LH	2BH	SA
1	2	120	240	4	240	480	724
2	3	40	240	12	160	240	412
3	4	20	240	24	120	160	304
4	5	12	240	40	96	120	256

L	B	H	V	2LB	2LH	2BH	SA
1	10	10	100	20	20	200	240
2	2	29	116	8	116	116	240
4	4	13	208	32	104	104	240
6	6	7	252	72	84	84	240

Hoofstuk 18 Hersiening

Leerdersboek bladsy 442

Voorgestelde antwoorde

- 1 a Omtrek = $\pi d = 3,14 \times 4,2 = 13,19 \text{ m}$
- b Radius = $\frac{d}{2} = 2,1 \text{ m}$
- c Buite-oppervlakte = $\pi r^2 + (\pi d \times h)$
= $3,14 \times (2,1 \text{ m})^2 + (13,19 \text{ m} \times 3 \text{ m})$
= $13,8474 \text{ m}^2 + 39,57 \text{ m}^2$
= $53,4174 \text{ m}^2$
- d Volume = $\pi r^2 h = 3,14 \times (2,1 \text{ m})^2 \times 1,5 \text{ m}$
= $20,77 \text{ m}^3 \therefore \text{Kapasiteit} = 20\,770 \ell$
- e Nuwe volume = $2 \times 20,77 \text{ m}^3 = 41,54 \text{ m}^3$
 $\pi r^2 h = 41,54 \text{ m}^3$
 $h = \frac{41,54 \text{ m}^3}{3,14 \times (2,1 \text{ m})^2}$
= 3 m

- 2**
- a Volume = $31 \text{ cm} \times 18 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 5\ 580 \text{ cm}^3$
 - b Buite-oppervlakte = $2(31 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}) + 2(10 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}) + 2(31 \text{ cm} \times 10 \text{ cm})$
= $1\ 116 \text{ cm}^2 + 360 \text{ cm}^2 + 620 \text{ cm}^2$
= $2\ 096 \text{ cm}^2$
 - c Volume = $\frac{1}{4} \times \text{oorspronklike volume}$
= $\frac{1}{4} \times 5\ 580 \text{ cm}^3$
= $1\ 395 \text{ cm}^3$
Volume (nuwe skoendoos)
 - d volume (oorspronklike skoendoos)
= $1\ 395 \text{ cm} \times \frac{3}{5}\ 580$
= $\frac{1}{4}$
- 3**
- a Volume (liter) = $\frac{1}{2} \times 36 \text{ mm} \times 24 \text{ mm} \times 45 \text{ mm}$
= $19\ 440 \text{ mm}^3$
 - b Buite-oppervlakte = $2(\frac{1}{2} \times 36 \text{ mm} \times 24 \text{ mm}) + 3(36 \text{ mm} \times 45 \text{ mm}) = 432 \text{ mm}^2$
+ $1\ 620 \text{ mm}^2 = 2\ 052 \text{ mm}^2$
 - c Volume = $\frac{1}{2} \times 36 \text{ mm} \times 24 \text{ mm} \times 90 \text{ mm}$
= $38\ 880 \text{ mm}^3$
 - d Buite-oppervlakte = $864 \text{ mm}^2 + 9\ 720 \text{ mm}^2$
= $10\ 584 \text{ mm}^2$
Volume (nuwe)
 - e volume (oorspronklike)
= $38\ 880 \text{ mm}^3 / 19\ 440 \text{ mm}^3$
= 2

Review Copy

- 1 Faktoriseer die volgende uitdrukings:

a $mn - pn + qn$
 c $mx - nx + 3m - 3n$
 e $x^2 - 9$
 g $25x^2 - 16y^2$
 i $x^2 + 3x + 2$

b $3x^2 + 6$
 d $3(a - 2b) - a(2b - a)$
 f $2 - 8b^2$
 h $\frac{-3(x + a)}{3x + 3a}$
 j $x^2 - 3x - 28$

- 2 Los hierdie vergelykings op.

a $3x + 6 = -33$
 c $3(2x + 5) = 27$
 e $(x - 3)(x + 4) = (x - 6)(x - 6)$
 g $x^2 - 14 = 0$

b $3,8x = 26,6$
 d $\frac{1}{3}(2x + 1) + \frac{1}{2}(3x + 1) = 0$
 f $x^2 - 5x = 0$
 h $x^2 + 4x - 21 = 0$

- 3 Trek die grafieke van die volgende op dieselfde assestelsel met die tabelmetode.

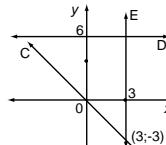
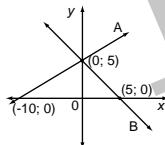
a $y = 2x + 2$
 b $y = -\frac{1}{2}x + 2$

- 4 Gee die volgende vir elke grafiek wat in vraag 3 geteken is:

- a die afsnitte met die asse
 b die gradiënt
 c of dit toenemende of afnemend is.

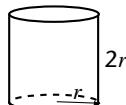
- 5 Gee die volgende vergelyking:

- a Die lyn wat deur die oorsprong gaan en parallel is aan die lyn in vraag 3b.
 b Die lyne A en B.
 c Die lyne C, D en E.



- 6 Die hoogte van 'n silinder is dieselfde as sy middellyn.

- a Druk die volume uit in terme van die radius.
 b Druk die buite-oppervlakte uit in terme van die radius.
 c As die radius 5 cm is, bereken die buite-oppervlakte en die volume van die silinder.

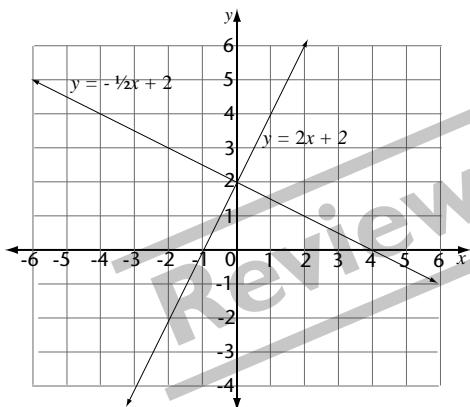


Kwartaal 3 Toets Memorandum

- 1** **a** $n(m - n + q)$
c $mx - nx + 3m - 3n = (m - n)(x - 3)$
e $(x + 3)(x - 3)$
g $(5x - 4y)(5x + 4y)$
i $(x + 2)(x + 1)$
- 2** **a** $x = -13$
d $x = -\frac{5}{13}$
g $x^2 = \pm\sqrt{14}$
- 3** **a** $y = 2x + 2$
- b** $x = 7$
e $x = \frac{48}{13}$
h $x = 3$ of $x = -7$
- c** $x = 2$
f $x = 0$ or $x = 5$

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	0	2	4	6

x	-2	-1	0	1	2
y	3	$2\frac{1}{2}$	2	$1\frac{1}{2}$	1



- 4** **a** **i** x -afsnit is $(-1; 0)$; y -afsnit is $(0; -1)$
ii x -afsnit is $(4; 0)$; y -afsnit is $(0; 2)$
- b** **i** Gradient = 2
ii Gradient = $-\frac{1}{2}$
- c** **i** toenemend
ii afnemend
- 5** **a** $2\pi r^3$
- b** $6\pi r^2$
- c** $150\pi \text{ cm}^3$

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 443 tot 466

Voorgestelde tydstoekening: 9 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1 Transformasies met punte op 'n koördinaatvlak

3 ure

Die hersiening van die woordeskat van transformasies

Die werking van 'n koördinaatvlak

Die transformasie van punte op die koördinaatvlak

Die translasie (verplasing) van punte op die koördinaatvlak

Die refleksie (weerkaatsing) van punte op die koördinaatvlak

Eenheid 2 Transformasies met lynstukke en meetkundige figure op 'n koördinaatvlak

Die translasie en refleksie van lynstukke en meetkundige figure

Die rotasie (draaiing) van meetkundige figure om die oorsprong

Eenheid 3 Vergrotings en verkleinings

3 ure

Die hersiening van meetkundige figure, omtrek en oppervlakte

Vergrotings en verkleinings

Die vergroting en verkleining van driehoewe

Die vergroting en verkleining van vierhoeke

Hoofstukhersiening

EENHEID

Transformasies met punte op 'n koördinaatvlak

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 444

Voorgestelde tydstoekening: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Soorte transformasies
- Transformasies met punte
- Transformasies met lyne en eenvoudige meetkundige figure

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; grafiekboek; potlood; liniaal

Agtergrondinligting

Transformasiemeetkunde speel 'n nuttige rol in die ontwikkeling van die leerders se begrip van gelykvormigheid en kongruensie. In transformasiemeetkunde word 2D-vorms op 'n Cartesiese vlak, 'n $(x;y)$ -vlak, geplaas en word koördinate aan hul hoekpunte toegeken. Dit lei tot 'n wiskundige verwantskap tussen meetkunde en algebra. Aangesien $(x;y)$ -koördinate aan hoekpunte toegeken word, konsolideer die leerders hul kennis van die stip van punte op 'n Cartesiese vlak, asook die koördinate van punte in elk van die VIER kwadrante van die vlak. In transformasiemeetkunde ondergaan 2D-vorms, soos driehoeke en vierhoeke, transformasie om beeld te vorm.

Daar is TWEE hooftipes transformasies, naamlik:

Verandering in posisie: *translasie, refleksie en rotasie*

Verandering in grootte: *vergroting en verkleining*

In die vorige grade het leerders reeds hierdie soorte transformasies teëgekom.

Die fokus op transformasies in Graad 8 was op die translasie, refleksie en rotasie van werklike punte en vorms in 'n vlak. In Graad 9 bou die leerders voort op hierdie kennis van die transformasie van werklike figure na die vorming van algemene transformasie-formules.

Riglyne vir onderrig

Hierdie lesse moet so prakties as moontlik wees om die basiese konsepte te konsolideer en om die leerders se begrip van transformasies in koördinaatvlakke te bevestig. Speletjies soos Battleship™ en die gebruik van grafiekpapier en traseerpapier vir die transformasie van punte, word hieronder ingesluit. Leerders is soms nogal vindingryk wanneer dit kom by die uitdink van speletjies. Vra hulle, terwyl hulle elke transformasie doen, hoe hulle dit in 'n speletjie (buiten Battleship™) kan omskep, en wat die reëls sou wees. Byvoorbeeld, 'n rooster kan ook 'n doolhof wees waarin iets rondbeweeg en probeer wegkruij (byvoorbeeld, 'n monster), of waarin 'n antieke skat begrawe is. Maats probeer mekaar vang (een spel die rol van die monster) deur die ander een se koördinate te raai, of om die skat wat die ander een begrawe het, te probeer opspoor. Probeer altyd om dit prettig te maak vir die leerders en hulle toe te laat om hul eie speletjies te "ontwikkel" met elke verskillende soort transformasies.

Die hersiening van die woordeskat van transformasies

Aktiwiteit I Hersien die woordeskat van transformasies

Leerdersboek bladsy 444

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Die leerders behoort vertroud te wees met die woordeskat wat in hierdie aktiwiteit hersien word. Vra hulle om die vrae op hul eie te beantwoord en die antwoorde in klasverband te bespreek. Gebruik deurgaans en doelbewus hierdie terme in hierdie eenheid.

Voorgestelde antwoorde

- 1 Koördinaatvlak: die 2D-oppervlakte wat deur Cartesiese koördinate $(x; y)$ gedefinieer word.
- 2 Koördinate: twee getalle van letters wat 'n posisie op kaarte en grafiese beskryf. Die horizontale koördinaat word altyd eerste geskryf en die vertikale koördinaat, tweede.
- 3 Transformasie: 'n manier waarvolgens 'n vorm of voorwerp beweeg word, byvoorbeeld, *rotasie, translasie en refleksie*.

- 4 *Translasie*: verplasing of verskuiwing van 'n vorm na 'n nuwe posisie sonder om dit te draai.
- 5 *Refleksie*: 'n transformasie wat sodanig is dat enige twee ooreenkomsstige punte in die voorwerp en sy beeld, ewe ver vanaf 'n vaste reguit lyn is.
- 6 *Rotasie*: 'n transformasie om 'n vaste punt. Dit word beskryf deur die hoek en rigting van die rotasie en die posisie van die vaste punt waarom die rotasie plaasvind, te gee.

Die werking op 'n koördinaatvlak

Aktiwiteit 2 Werk op die koördinaatvlak

Leerdersboek bladsy 445

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Berei vooraf 'n koördinaatvlak op roosterpapier voor, soos in die Leerdersboek aangedui (sonder die x - en y -waardes). Maak 'n paar kopieë daarvan en knip hulle uit. (Hou die stelle van vier bymekaar.) Hou afsonderlike papiervierkante met die x - en y - waardes byderhand. Plaas elke stel items in 'n koevert.
- Begin die les deur aan groepe leerders 'n koevert te gee met die instruksie om die kwadrante te rangskik en die x - en y - waardes te posisioneer. Bespreek hulle bevindinge deur die gemerkte punte in die Leerdersboek as riglyne te gebruik. Vra sleutelvrae: Wat noem ons elke vierkant op die koördinaatvlak? Watter as is die horizontale as? Wat is die koördinate van die oorsprong? Hoekom is $x > 0$ in Kwadrant I? Ensovoorts.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerdersboek.

Remediëring en uitbreiding

Die koördinaatvlak kan gebruik word om 'n speletjie net die naam Battleship™ te speel waarin pare die posisies van hul "skepe" op die vlak stip deur koördinate te gebruik. Hulle maak dan beurte om mekaar se "skepe" te sink deur moontlike koördinate te raai.

Voorgestelde antwoorde

- 1
 - a A: kwadrant 1; B: kwadrant 2; C: kwadrant 3; D: kwadrant 4
 - b E: op die y -as tussen kwadrante 1 en 2; F: op die x -as tussen kwadrante 2 en 3; G: op die y -as tussen kwadrante 3 en 4; H: op die x -as tussen kwadrante 1 en 4
- 2
 - a C en A
 - b F en G
 - c K en N
 - d R en T
 - e Q
 - f H
 - g B
 - h E
- 3 A(3; 1); B(4; 4); C(1; 3); D($\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$); E(-1; 1); F(-2; 3); G(-3; 2); H(-2; 0); K(-4; 2); L(-1; -2); M(-2 $\frac{1}{2}; -2\frac{1}{2}$); N(-1 $\frac{1}{2}; -4$); P(0; -3 $\frac{1}{2}$); Q(1; -1); R(3; -1); S(2; -2); T(1; -3); U(4; -4)

Die transformasie van punte op die koördinaatvlak; Translasie van 'n punt in een rigting; Translasie van 'n punt in twee rigtings

Translasie van punte op 'n koördinaatvlak; Horisontale translasie van 'n kwadrant; Vertikale translasie binne 'n kwadrant

Aktiwiteit 3 Transleer punte op 'n koördinaatvlak

Leerdersboek bladsy 450

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die eerste twee voorbeeld demonstreer die translasie van punte in verskillende rigtings in dieselfde kwadrant: vertikaal en horisontaal. Werk noukeurig deur hierdie voorbeeld.
- Die volgende voorbeeld demonstreer die translasie van punte in verskillende rigtings oor kwadrante: vertikaal en horisontaal. Werk noukeurig deur hierdie voorbeeld.
- Beklemtoon die uitwerking op die x - en y -koördinate van die transformasie van 'n punt tussen verskillende kwadrante.
- Die laaste voorbeeld demonstreer die translasie van punte in twee rigtings binne dieselfde kwadrant en tussen kwadrante.
- Werk noukeurig deur hierdie voorbeeld.
- Gebruik addisionele, verskillende punte in elke voorbeeld om die leerders se begrip te konsolideer.
- Beklemtoon die feit dat horisontale translasies altyd voor die vertikale translasie gedoen word.
- Bestee tyd daaraan om die korrekte notasie wat gebruik word wanneer translasies uitgevoer word, vas te lê. Maak seker dat die leerders volkome gemaklik is hiermee voordat hulle met die aktiwiteit begin.

Wenk

- Gee vir die leerders grafiekpapier en traseerpapier. Laat hulle in pare of in klein groepe werk. Vra hulle om 'n punt op die traseerpapier te stip, verskaf 'n beginpunt en roep verskillende instruksies uit, soos: Transleer die punt 3 eenhede na regs. Transleer die punt 2 eenhede na regs en 3 eenhede opwaarts, ensovoorts. Laat die leerders die translasies doen en die nuwe koördinate neerskryf. Vergelyk en bespreek hul bevindinge in die klas.

Voorgestelde antwoorde

- I a $(-3; 2)$
 b $(1; 1)$
 c $(-3; -2)$
 d $(-9; 1)$
 e $(-5; -5)$
 f $(2; 5)$
 g $(-6; 6)$
 h $(1; -1)$

- 2**

 - a** A is 2 eenhede na regs getransleer.
 - b** B is 4 eenhede afwaarts getransleer.
 - c** C is 3 eenhede na links getransleer.
 - d** D is 4 eenhede opwaarts getransleer.
 - e** E is 3 eenhede afwaarts getransleer.
 - f** F is 9 eenhede na links getransleer.
 - g** G is 6 eenhede opwaarts getransleer.
 - h** H is 8 eenhede na links getransleer

Die refleksie van punte op 'n koördinaatvlak

Refleksie in die y -as of x -as; Refleksie in die lyn $y = x$

Aktiwiteit 4 Reflekteer punte op 'n koördinaatvlak

Leerdersboek bladsy 453

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeeld op presies dieselfde manier as vir Aktiwiteit 3. Maak seker dat die leerders verstaan dat die loodregte afstand tussen twee punte en hul beelde dieselfde bly langs die x - of y -as (refleksie langs die y -as of x -as) en die lyn langs $y = x$ (refleksie in die lyn $y = x$).

Remediëring en uitbreiding

Herhaal die aktiwiteit met die grafiek- en traseerpapier deur bepaalde instruksies te gebruik wat oefening met refleksies in die y -as van x -as en dielyn $y = x$, verskaf.

Voorgestelde antwoorde

- 1** **a** $Q(-4; 1)$ **b** $Q(4; 1)$
c $Q(1; 4)$ **d** $R(-2; 1)$; kwadrant 2.

2 **a** Twee eenhede na regs getransleer
b Drie eenhede na links en 2 eenhede opwaarts getransleer
c Gereflekteer die x -as
d Gereflekteer op die lyn y
e Nege eenhede na links en 6 eenhede opwaarts getransleer

3 **a** Leerders stel Q op 'n koördinaatvlak in hul oefenboeke voor.
b $(2; -4)$
c $(-5; -3)$
d $(-3; 5)$ Kwadraat 2

4 **a** Refleksie in lyn $y = x$ **b** Gereflekteer in die x -as
c Drie eenhede na links getransleer **d** Ses eenhede afwaarts getransleer
e Een eenheid na regs en 6 eenhede afwaarts getransleer

Transformasies met lynstukke en meetkundige figure op 'n koördinaatvlak

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 454

Voorgestelde tydstoekening: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Translasie en refleksie van lynstukke en meetkundige figure
- Rotasie van meetkundige figure om die oorsprong.

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; grafiekboek; potlood; liniaal; voorbereide roosterpapier (met asse getrek en gefotokopieer); klein uitgeknipte veelhoeke

Agtergrondinligting

Hierdie eenheid stel ondersoek in na transformasies wat veranderings in posisie behels, naamlik: *translasie*, *refleksie* en *rotasie*.

Die leerders het al in vorige grade met hierdie soort transformasies kennis gemaak.

Die fokus in Graad 8-transformasies was op die translasie, refleksie en rotasie van werklike punte en vorms in 'n vlak. In Graad 9 bou die leerders voort op hierdie kennis van die transformasie van werklike figure, na die vorming van algemene transformasie-formules.

Riglyne vir onderrig

Die klem val in hierdie eenheid op praktiese betrokkenheid by die begrippe van translasie, refleksie en rotasie van lyne en veelhoeke. Maak seker dat die grafiekpapier, met asse reeds ingetrek, voor die tyd voorberei en gefotokopieer is en dat die leerders uitgeknipte veelhoeke voorberei uit sagte karton. Bêre hulle op 'n veilige plek vir gebruik tydens hierdie lesse.

Die translasie en refleksie van lynstukke en meetkundige figure; Die rotasie van meetkundige figure om die oorsprong

Translasie en refleksie van lynstukke; Translasie en refleksie van meetkundige figure

Aktiwiteit I-2 Transleer en reflekteer lynstukke en meetkundige figure; Roteer driehoeke deur 90° om die oorsprong

Leerdersboek bladsy 456–458

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- In hierdie afdeling begin die leerders deur 'n lyn te transformeer, dan volg die transformasie van veelhoeke. Werk deur die translasie in die eerste voorbeeld in die Leerdersboek. Verskaf addisionele voorbeeld van translasies van lyne deur die leerders in pare lyne op voorbereide roosterpapier te laat transleer. Hulle maak beurte om die translasie te doen en om die nuwe koördinate te skryf. Gee vir hulle twee soorte instruksies. Vir voorbeeld 1: Transleer lyn AB 3 eenhede na regs. Skryf die koördinate van die punte van die beeld neer. Voorbeeld 2: Transleer enige lyn MN en gee die nuwe koördinate. Laat jou maat verduidelik hoe julle die lyn getransleer het.

- Werk op dieselfde manier deur die oorblywende voorbeeld en maak seker dat die leerders aktief betrokke is. Laat hulle veelhoeke uitknip om in die daaropvolgende voorbeeld te transleer, reflekter en roteer.

Remediëring en uitbreidings

Hoe meer aktief die leerders betrokke is, hoe beter.

Gee vir die leerders uitbreidingsvrae wat van hulle vereis om die omgekeerde te doen:

Teken van posisioneer die beeld op die roosterpapier met 'n verduideliking van hoe die veelhoek getransleer, gereflekter en/af geroteer is. Laat die leerders dan die oorspronklike koördinate neerskryf.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 1

- 1 a K(-4; 5); L(-4; 1); M(-1; 1)
 b K(-1; 5); L(-1; 1); M(2; 1)
 c K(-4; -5); L(-4; -1); M(-1; -1)
 d K(5; -4); L(1; -4); M(1; -1)
 e A(2; 5); B(1; 2)
 f A(5; 2); B(2; 1)
- 2 a Refleksie oor die lyn $y = -1$
 b Refleksie oor die lyn $y = x$
 c Refleksie oor die x -as
 d Refleksie oor die y -as

Aktiwiteit 2

- 1 Vir $\triangle GHK$: $G(1; 4) \rightarrow G'(-4; 1)$; $H(1; 1) \rightarrow H'(-1; -1)$; $K(4; 1) \rightarrow K'(-1; -4)$
 Vir $\triangle LMN$: $L(-4; 4) \rightarrow L(4; 4)$; $M(-4; 1) \rightarrow M'(1; 4)$; $N(-1; 4) \rightarrow N'(-4; 1)$
 Vir $\triangle PQR$: $P(-1; -1) \rightarrow P'(-1; 1)$; $Q(-4; -3) \rightarrow Q'(-3; 4)$; $R(-3; -4) \rightarrow R'(-4; 3)$
 Vir $\triangle STU$: $S(2; -2) \rightarrow S'(-2; -2)$; $T(0; -3) \rightarrow T(-3; 0)$; $U(4; -4) \rightarrow U'(-4; -4)$
- 2 Vir $\triangle GHK$: $G(1; 4) \rightarrow G'(-4; 1)$; $H(1; 1) \rightarrow H'(-1; 1)$; $K(4; 1) \rightarrow K'(-1; 4)$
 Vir $\triangle LMN$: $L(-4; 4) \rightarrow L'(-4; -4)$; $M(-4; 1) \rightarrow M'(-1; -4)$; $N(-1; 4) \rightarrow N'(-4; -1)$
 Vir $\triangle PQR$: $P(-1; -1) \rightarrow P'(1; -1)$; $Q(-4; -3) \rightarrow Q'(3; -4)$; $R(-3; -4) \rightarrow R'(4; -3)$
 Vir $\triangle STU$: $S(2; -2) \rightarrow S'(2; 2)$; $T(0; -3) \rightarrow T(3; 0)$; $U(4; -4) \rightarrow U'(4; 4)$
- 3 Vir $\triangle GHK$: $G(1; 4) \rightarrow G'(-1; -4)$; $H(1; 1) \rightarrow H'(-1; -1)$; $K(4; 1) \rightarrow K'(-4; -1)$
 Vir $\triangle LMN$: $L(-4; 4) \rightarrow L'(4; -4)$; $M(-4; 1) \rightarrow M'(4; -1)$; $N(-1; 4) \rightarrow N'(1; -4)$
 Vir $\triangle PQR$: $P(-1; -1) \rightarrow P'(1; 1)$; $Q(-4; -3) \rightarrow Q'(4; 3)$; $R(-3; -4) \rightarrow R'(3; 4)$
 Vir $\triangle STU$: $S(2; -2) \rightarrow S'(-2; 2)$; $T(0; -3) \rightarrow T(0; 3)$; $U(4; -4) \rightarrow U'(-4; 4)$
- 4 Dieselfde antwoorde as vir vraag 3.

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 459

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

Die hersiening van meetkundige figure, omtrek en oppervlakte

Die vergrotings en verkleinings

Die vergroting en verkleining van driehoek

Die vergroting en verkleining van veelhoeke

Hulbronne: Leerdersboek; oefenboek; grafiekpapier; potlood; liniaal**Agtergrondinligting**

Hierdie eenheid fokus op nog 'n aspek van transformasie, naamlik vergrotings of verkleinings. Soos 'n mens uit die name kan aflei, verander hierdie transformasies die grootte van die oorspronklike voorwerp om beeld te vorm wat *gelykformig* aan die oorspronklike voorwerp is, maar groter (vergroting) of kleiner (verkleining), in vergelyking met die voorgaande transformasies wat *kongruente* beeldelike gevorm het.

Dit is ook belangrik vir die leerders om te besef dat die vergroting of verkleining van 'n meetkundige vorm sy oppervlakte en omtrek sal beïnvloed.

Riglyne vir onderrig

Die doel van die voorbeeld is om die proses van vergroting en verkleining te demonstreer. Die punt van vergroting (verkleining) is een van die hoekpunte van 'n driehoek. Dit vereenvoudig die vergroting (verkleining) na dié van twee lyne – die derde lyn word outomaties vergroot of verklein. Dit is belangrik om die volgende vas te lê:

- *Al die sye van 'n meetkundige figuur moet met dieselfde hoeveelheid, genoem die vergrotings- of verkleiningsfaktor, vergroot (verklein) word.*
- *Beelde wat deur vergrotings (verkleinings) gevorm word, is gelykformig.*

Die klem val, weereens, op praktiese betrokkenheid by die begrippe van vergroting en verkleining. Maak seker dat die grafiekpapier, met asse reeds ingetrek, voor die tyd voorberei en gefotokopieer is en dat die leerders uitgeknippe veelhoeke voorberei uit sagte karton. Bêre hulle op 'n veilige plek vir gebruik tydens hierdie lesse.

Die hersiening van meetkundige figure, omtrek en oppervlakte**Aktiwiteit I Hersien meetkundige figure, omtrek en oppervlakte**

Leerdersboek bladsy 459

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Die leerders behoort vertrouyd te wees met die woordeskata wat in hierdie eenheid hersien word. Hierdie aktiwiteit hersien dus die belangrike woordeskata wat die leerders moet ken.

Voorgestelde antwoorde

- 1
 - a Hoekpunt: 'n punt waar 2 of meer sye ontmoet.
 - b Driehoek: 'n veelhoek met 3 sye. Sy binnehoeke se som is 180° .
 - c Reghoekige driehoek: 'n Driehoek waarvan een hoek 90° is.
 - d Hoogte van 'n driehoek: 'n lyn vanaf 'n hoekpunt na die teenoorstaande sy en reghoekig met daardie sy.
 - e Basis van 'n driehoek: enige sy wat aan die doel beantwoord: gewoonlik die sy aan die 'onderkant' wanneer die driehoek in 'n gegewe posisie is.
 - f Vierhoek: 'n veelhoek met 4 sye. Die som van die binnehoeke is 360° .
 - g Vierkant: 'n vierhoek waarvan al die sye ewe lank is en alle binnehoeke 90° is.
 - h Reghoek: 'n vierhoek waarvan al die binnehoeke 90° is en 2 stelle teenoorstaande sye ewe lank is.
- 2
 - a Oppervlakte van 'n driehoek = $\frac{1}{2} b \times h$
 - b Oppervlakte van 'n vierkant = s^2
 - c Oppervlakte van 'n reghoek = $l \times b$
 - d Omtrek van 'n reghoek = $2l + 2b$ of $2(l + b)$

Vergrotings en verkleinings; Die vergroting en verkleining van veelhoeke; Die vergroting en verkleining van driehoeke

Vergroting van 'n driehoek; Verkleining van 'n driehoek

Aktiwiteit 2–3 Werk met vergrotings en verkleinings van driehoeke; Werk met vergrotings en verkleinings van vierhoeke

Leerdersboek bladsy 463–465

Riglyne vir die implementering van hierdie Aktiwiteit

- Praktiese betrokkenheid by die voorbeeld is, weer soos in die voorafgaande eenhede, belangrik om die konsepte wat in hierdie eenheid behandel word, te verstaan.
- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld en gee deurgaans addisionele voorbeeld. Laat die leerders die werklike voorbeeld op grafiekpapier doen, en prakties betrokke raak by die toepassing van voorkennis van *skaalfaktor* en *gelykvormigheid* in hierdie konteks.
- Lê die volgende vas vir *driehoeke*. Wanneer die koördinate van die hoekpunte van 'n driehoek verdubbel word:
 - is die lengtes van die nuwe sye twee maal so lank as die oorspronklike sye
 - is die nuwe omtrek twee maal so groot as die oorspronklike omtrek
 - is die nuwe oppervlakte vier maal so groot as die oorspronklike oppervlakte
- Wanneer die koördinate van die hoekpunte van 'n driehoek gehalveer word:
 - is die lengtes van die nuwe sye die helfte van die lengtes van die oorspronklike sye
 - is die nuwe omtrek die helfte so groot as die oorspronklike omtrek
 - is die nuwe oppervlakte 'n kwart van die grootte van die oorspronklike oppervlakte.

Remediëring en uitbreiding

Hoe meer aktief die leerders betrokke is, hoe beter.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 2

1 a $PQ = 6; QR = 6; PR = 8,49$

b $P = s_1 + s_2 + s_3$
 $= 6 + 6 + 8,49$
 $= 20,49$

c $A = \frac{1}{2} \times b \times h$
 $= 3 \times 6 = \frac{1}{2} \times b \times b$
 $= 18$ vierkante eenhede

2 a $PQ^2 + QR^2 = PR^2$

$\sqrt{144 + 144} = PR^2$

$\sqrt{288} = PR$

$16,97 \approx PR$

b $P = s_1 + s_2 + s_3$
 $= 12 + 12 + 16,97$
 $= 40,97$

c $A = \frac{1}{2} \times b \times h$
 $= 6 \times 12 = \frac{1}{2} \times 12 \times 12$
 $= 72$ vierkante eenhede

3 a $AB = AC = 21; BC = 15$

b $AB = BC = 4,2; BC = 3$

Aktiwiteit 3

1 a $P = ABCD = \text{som van al die sye}$

$AD = 2$

$DC = 3$

$BC = 3$

$AB^2 = 3^2 + 1^2$

$AB^2 = 10$

$AB = 3,6$

$\therefore P = 2 + 3 + 3 + 3,16$

$= 11,16$

$P = PQRS = \text{som van al die sye}$

$PS = 6$

$RS = 9$

$QR = 9$

$PQ^2 = 9^2 + 3^2$

$PQ^2 = 90$

$PQ = 9,49$

$\therefore P = 6 + 9 + 9 + 9,49$

$= 33,49$

b $A_{ABCD} = (\frac{1}{2} b \times h) + (l \times b)$

$= \frac{1}{2}(3 \times 1) + (3 \times 2)$

$= 1,5 + 6$

$= 7,5$ vierkante eenhede

$$\begin{aligned}
 A_{\text{PQRS}} &= (\frac{1}{2} b \times h) + (l \times b) \\
 &= \frac{1}{2} 9 \times 3 + (9 \times 6) \\
 &= 13,5 + 54 \\
 &= 67,5
 \end{aligned}$$

- c ABCD tot PQRS het 'n skaalfaktor van 3.
 - d PQRS tot ABCD het 'n skaalfaktor van $\frac{1}{3}$.
- 2 a Die omtrek van ABCD is drie maal kleiner as die omtrek van sy beeld, PQRS.
 b Die omtrek van PQRS is nege maal groter as die omtrek van sy beeld, ABCD.
 c Die oppervlakte van ABCD is nege maal kleiner as die oppervlakte van sy beeld, PQRS.
 d Die oppervlakte van PQRS is nege maal groter as die oppervlakte van sy beeld, ABCD.
- 3 a Die omtrek van PQRS is drie maal groter as die omtrek van ABCD.
 b Die oppervlakte van PQRS is nege maal groter as die oppervlakte van ABCD.

Hoofstuk 19 Hersiening

Leerdersboek bladsy 466

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te evalueer, en om te bepaal of waar remediëring nodig mag wees.

Voorgestelde antwoord

- 1 X(2; -1); Y(1; -5); Z(3; -5)
- 2 YZ = 2 eenhede
- 3 10,25 eenhede
- 4 MX = 4 eenhede
- 5 4 eenhede²
- 6 YZ = $2 \times \text{Oppervlakte} \div \text{basis}$
 $= 8 \text{ eenhede}^2 \div \sqrt{17} \text{ eenhede}$
 $= 1,94 \text{ eenhede}$
- 7 X(-1; -1); Y(-2; -5); Z(0; -5)
- 8 X(2; 1); Y(1; 5); Z(3; 5)
- 9 X(-1; 2); Y(-5; 1); Z(-5; 3)
- 10 X(3; 3); Y(1; -5); Z(5; -5) of enige koördinate wat hierdie grootte driehoek reflekteer.

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 467 tot 482
Voorgestelde tydstoekenning: 9 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1 Eienskappe van en definisies vir die Platoniese vorms

3 ure

Die hersiening van woordeskat van Platoniese vorms

Die soorte Platoniese liggame en hul vorms

Vlakke, rande en hoekpunte van Platoniese vaste vorms

Eenheid 2 Eienskappe van sfere en silinders

3 ure

Oppervlakke, buite-oppervlakte en volume van 'n sfeer

Oppervlakke, buite-oppervlakte en volume van 'n silinder

Eenheid 3 Modelle van kubusse, prisma's, piramide's en silindere

3 ure

Die verband tussen ontvouings en polieders

Die bou van modelle van kubusse, prisma's, piramide's en silindere

Hoofstukhersiening

EENHEID

1

Eienskappe van en definisies vir die Platoniese liggame

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Die hersiening van woordeskat van Platoniese liggame
- Die Soorte Platoniese liggame en hul vorms
- Vlakke, rande en hoekpunte van Platoniese liggame

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; potlood; liniaal; gradeboog; passer; werklike modelle van prisma's, silindere en piramide's; muurkaarte met nette van prisma's, silindere en piramide; speelklei; tandestokkies; jelly tots; koeldrankstrooitjies.

Leerdersboek bladsye 468

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Agtergrondinligting

In Graad 8 het leerders met 5 Platoniese liggame te doen gekry. Platoniese liggame verskil van prisma wat in die vorige hoofstuk behandel is.

'n Prisma het twee basisvlakke wat veelhoeke is en al die syvlakke wat by die basisse aansluit, is reghoeke.

Platoniese liggame is 3D-voorwerpe wat bestaan uit veelhoeke wat met behulp van reguit lyne, wat ons *rande* noem, verbind is. Hierdie veelhoeke ontmoet by die hoeke, wat hoekpunte genoem word, van die vorm. Omdat 3D-voorwerpe uit 'n aantal veelhoeke bestaan wat verbind is, word hulle *veelvlakke* of *polieders* genoem (*poli* beteken "baie" of "veel").

As al die veelhoeke waaruit 'n polieder bestaan reëlmatisch is, is die polieder ook reëlmatisch. Reëlmatische polieders is die eerste maal deur Plato ontdek en daarom word hulle Platoniese liggame genoem.

Laastens, is daar nog 'n groep polieders wat *piramides* genoem word. Piramides bestaan uit een basisvlak en driehoekige syvlakke wat by 'n punt, die hoekpunt, ontmoet. Die basis van 'n piramide kan enige veelhoek wees, maar die syvlakke is altyd driehoekig. Die eenvoudigste piramide het 'n driehoekige basis, en as al vier driehoekige vlakke gelyksydige driehoeke is, is die piramide 'n tetraëder – wat beteken dat dit 'n Platoniese liggaaam is.

Riglyne vir onderrig

Hierdie hoofstuk bied aan die leerders die geleentheid om 3D-voorwerpe en hul interessante kenmerke te ondersoek.

Uivouings van 3D-voorwerpe is veral nuttig wanneer dit kom by 'n demonstrasie van die aantal en vorm van die vlakke waaruit 'n liggaaam bestaan.

Maak seker dat alle materiaal betyds beskikbaar is.

Die hersiening van woordeskat van Platoniese vaste vorms

Aktiwiteit I Hersien die woordeskat van Platoniese vaste vorms

Leerdersboek bladsy 468

Riglyne vir die implementering van hierdie eenheid

- Hersien die woordeskat van Platoniese liggame met die leerders.
- Maak seker dat die woordeskat vir die hele duur van hierdie hoofstuk korrek gebruik word.

Voorgestelde antwoorde

- I
- a Veelhoek: 'n plat vorm wat volledig deur drie of meer reguit sye ingesluit word.
 - b Sy van 'n veelhoek: die rand van 'n veelhoek.
 - c Hoekpunt van 'n veelhoek: 'n punt waar 2 of meer rande van 'n vorm ontmoet.

- d Reëelmatige veelhoek: 'n veelhoek wat beide gelyksydig en gelykhoekig is.
 - e Veelvlak: 'n 3D-vorm waarvan al die vlakke veelhoeke is.
 - f Rand van 'n poliëder: 'n reguit lyn wat gevorm word waar 2 vlakke van 'n poliëder ontmoet.
 - g Hoekpunt van 'n poliëder: die enkele punt waar 3 of meer rande van 'n poliëder ontmoet.
 - h Reëelmatige poliëder: 'n poliëder waarvan al die vlakke identies is en dieselfde aantal rande het, wat by elke hoekpunt ontmoet.
- 2 a Tetraëder: 'n 3D-figuur met vier driehoekige vlakke, vier hoekpunte en ses rande. 'n Reëelmatige tetraëder het gelyksydige driehoeke as vlakke, sodat al die rande dieselfde lengte het.
- b Heksäeder: 'n liggaam met ses vlakke. Die reëelmatige heksäeder is 'n kubus.
- c Oktaëder: 'n figuur met agt vlakke, ses hoekpunte en twaalf rande. 'n Reëelmatige oktaëder se vlakte is gelyksydige driehoeke.
- d Dodekaëder: 'n figuur met twaalf vlakke, twintig hoekpunte en dertig rande. 'n Reëelmatige dodekaëder se sye is reëelmatige vyfhoede.
- e Ikosaëder: 'n figuur met twintig vlakke, twaalf hoekpunte en dertig rande. 'n Reëelmatige ikosaëder se vlakte is gelyksydige driehoeke.
- 3 Hulle bestaan almal uit reëelmatige veelhoeke.
- 4 Hulle het verskillende aantal vlakke, rande en hoekpunte.

Die soorte Platoniese liggame en hul vorms; Vlakke, rande en hoekpunte van Platoniese vaste vorms

Die tetraëder; Die heksäeder (kubus); Die oktaëder; Die dodekaëder; Die ikosaëder

Aktiwiteit 2–3 Bou modelle van die vyf Platoniese liggame; Werk met Platoniese liggame

Leerdersboek bladsy 470–472

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Die bou van modelle is 'n goeie beginpunt vanwaar die Platoniese liggame in terme van hul aantal vlakke, aantal rande en aantal hoekpunte verken kan word. Laat die leerders die modelle bou. Laat hulle ook oefen om passers te gebruik om hul nette te teken.
- Stap in die klas rond en kyk wat die leerders doen.
- Werk, saam met die leerders deur die verskillende vorms en nette van Platoniese liggame en wys op die verwantskap tussen die voorvoegsel van die naam van die liggam en die aantal vlakke waaruit dit bestaan.
- Laat die leerders hul modelle gebruik om hierdie aspekte van die Platoniese liggame prakties te ondersoek en hul bevindinge in woorde bekend te maak, asook om hierdie bevindinge op 'n informele manier neer te skryf, soos hulle deur elkeen werk.
- Lei die leerders om Euler se formule (stelling) oor die verwantskap tussen die aantal vlakke, rande en hoekpunte van Platoniese liggame te ontdek. Formuleer dan die amptelike stelling. Onthou dat enige veranderlike in die Euler-formule die onderwerp van die formule gemaak kan word.
- Maak 'n opsomming van Euler se formule soos dit op elke Platoniese liggam van toepassing is. Hierdie opsomming word ook in die Leerdersboek gegee.

- Laat die leerders deur die definisies werk deur hul modelle as die ontdekkingspunt te gebruik, en om hul antwoorde te staaf (Aktiwiteit 3).
- Hersien die verskillende Platoniese liggamo aan die begin van elke les.

Remediëring en uitbreiding

Laat die leerders modelle maak uit verskillende materiale behalwe kartonnette, deur 'n kombinasie van die volgende te gebruik: koeldrankstrooitjies en speelklei/Prestik™ of tandestokkies en Prestik™/jelly tots.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 2

Leerders bou modelle van die 5 Platoniese liggamo en voltooi die tabel.

Aktiwiteit 3

- 1
 - a Veelhoek: 'n plat vorm wat volledig deur drie of meer reguit sye ingesluit word.
 - b 'n 3D-vorm waarvan die vlakke almal veelhoeke is.
 - c Platoniese liggam: 'n reëlmataige polieder met al die sye ewe lank, reëlmataige veelhoeke en al die hoekpunte dieselfde.
 - d Rand van 'n Platoniese liggam: 'n reguit lyn wat gevorm word waar twee vlakke van 'n Platoniese liggam ontmoet; hierdie rande is almal ewe lank.
 - e Hoekpunt van 'n Platoniese liggam: die punt waar drie of meer rande van 'n Platoniese liggam ontmoet; hierdie hoekpunte is gelyk.
- 2
 - a Oktaëder
 - b $F + V = E + 2$
 $8 + 6 = E + 2$
 $14 = E + 2$
 $12 = E$
- 3
 - a A: prisma met driehoekige basis; B: reëlmataige heksaëder/kubus; C: heksaëder/prisma met vierkantige basis; D: heksaëder/prisma met reghoekige basis; R prisma met vyfhoekige basis; F: prisma met seshoekige basis; G: prisma met sewehoekige basis; H: prisma met aghoekige basis
 - b Hulle is almal polieders, omdat hulle almal ten minste 4 vlakke het. Hierdie vlakke is almal reëlmataige veelhoeke.
 - c Hulle is onreëlmataige polieders, omdat hul vlakke en hoekpunte nie identies is nie.
 - d Hulle is almal prisma, omdat hulle almal vaste vorms is met soortgelyke basisse en hul deursnitte kongruent met hul basisse is
 - e $F + V = E + 2$
A: $5 + 6 = E + 2 \therefore 9 = E$ (ja)
B: $6 + 8 = E + 2 \therefore 12 = E$ (ja)
C: $6 + 8 = E + 2 \therefore 12 = E$ (ja)
D: $6 + 8 = E + 2 \therefore 12 = E$ (ja)
E: $7 + 10 = E + 2 \therefore 15 = E$ (ja)
F: $8 + 12 = E + 2 \therefore 18 = E$ (ja)
G: $9 + 14 = E + 2 \therefore 21 = E$ (ja)
H: $10 + 24 = E + 2 \therefore 32 = E$ (ja)

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 474

Voorgestelde tydstoekening: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Buite-oppervlakte en volume van 'n sfeer
- Buite-oppervlakte en volume van 'n silinder

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek

Agtergrondinligting

Die buite-oppervlakte en volume van 'n silinder is in die vorige hoofstuk bespreek. Die buite-oppervlakte en volume van 'n sfeer is nuut.

Riglyne vir onderrig

Die afleiding van die formules vir buite-oppervlakte en volume van 'n sfeer is ingewikkeld vir Graad 9. Dit is voldoende om vir die leerders die formules te gee om toe te pas. Maak egter altyd seker dat die leerders genoeg geleenthede kry om te oefen om die formules wat hulle leer, te gebruik.

Buite-oppervlakte en volume van 'n sfeer; Buite-oppervlakte en volume van 'n silinder**Aktiwiteit I-2**

**Bepaal die buite-oppervlakte en volume van sfere;
Bereken buite-oppervlaktes en volume van sfere en silinders**

Leerdersboek bladsy 475–476

Riglyne vir die implementering van hierdie Aktiwiteit

- Hersien wat 'n sfeer en 'n silinder is deur die inleidings in die Leerdersboek deur te werk.
- Hersien die betekenis van buite-oppervlakte en volume.
- Laat die leerders werklike sfere en silinders hanteer wanneer jy buite-oppervlakte en volume hersien.
- Deur gelyktydig met hierdie twee voorwerpe te werk, help die leerders om sommige ooreenkoms tussen die twee vaste vorms te identifiseer. Byvoorbeeld, beide 'n sfeer en 'n silinder het 'n middellyn en 'n radius. Hulle het ook albei 'n omtrek, en dus is die konstante, π (pi), op albei van toepassing.
- Die afleiding van die formules vir buite-oppervlakte en volume van 'n sfeer is ingewikkeld vir Graad 9. Dit is voldoende om vir die leerders die formules te gee om toe te pas.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerdersboek en maak seker dat die leerders

- oefen om die formules te gebruik (gebruik addisionele voorbeeld, indien nodig), voordat hulle die aktiwiteit aandurf.
- Werk deur die opsomming as 'n soort hersiening.

Remediëring en uitbreidung

Oefening in die toepassing van die formules is belangrik.

Voorgestelde antwoord

Aktiwiteit 1

- 1 2 m
- 2 Buite-oppervlakte = $4\pi r^2$
 $= 4 \times 3,14 \times 4$
 $= 50,24 \text{ m}^2$
 $= 502\ 400 \text{ cm}^2$
- 3 Volume = $\frac{4}{3}\pi r^3$
 $= 1,33 \times 3,14 \times 4$
 $= 16,7 \text{ m}^3$
 $= 16\ 700\ 000 \text{ cm}^3$

Aktiwiteit 2

- 1 a Buite-oppervlakte = $2\pi r(r + h)$
 $= 2 \times 3,14 \times 8(8 + 15)$
 $= 6,28 \times 184$
 $= 1\ 155,52 \text{ cm}^2$
b $V = \pi r^2 h$
 $= 3,14 \times 8^2 \times 15$
 $= 30\ 144 \text{ cm}^3$
c $x = 9 \text{ cm}$
- 2 Kapasiteit van kubus = $74\ 088 \text{ cm}^3$; Volume van silinder = $58\ 189 \text{ cm}^3$; Volume lug = $15\ 899 \text{ cm}^3$
- 3 Rand van kubus = Hoogte van silinder = 7 cm ; kapasiteit van silinder = 539 cm^3 ; Volume van kubus = 343 cm^3 ; Volume lug = 166 cm^3

EENHEID

3

Modelle van kubusse, prisma's, piramides en silinders

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 477

Voorgestelde tydstoekening: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Die verband tussen ontvouings en polieders (veelvlakke)
- Die bou van modelle van kubusse, prisma's, piramides en silinders

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek

Agtergrondinligting

Op hierdie stadium is die leerders vertrouyd met die vorms van prisma's, kubusse, piramide en silinder. Hierdie eenheid is daarop gemik om vir die leerders 'n geleentheid te bied om modelle van hierdie vaste vorms te ontwerp deur hul nette te gebruik. Vaardighede in konstruksie, wat in hoofstuk 10 ontwikkel is, sal vir die ontwerp van nette van vaste vorms met verskillende groottes, gebruik word.

Riglyne vir onderrig

Dit is altyd 'n goeie idee om, wanneer nette gebou word, met die eenvoudigste net te begin en vir die leerders die afmetings van die vlakke van die net wat hulle moet maak, te gee. Vra die leerders om altyd kreatief met hul modelle te wees deur kleur en ontwerpe daarop aan te bring nadat dit voltooi is.

Die verband tussen ontvouings en poliëders

Aktiwiteit I Verbind ontvouings met poliëders

Remediëring en uitbreiding

Leerders kan in pare met verskillende vermoëns werk.

Leerdersboek bladsy 477

Riglyne vir die implementering van hierdie eenheid

- Die leerders behoort hierdie aktiwiteit op hul eie te kan doen.

Voorgestelde antwoorde

- A: piramide met driehoekige basis
- B: piramide met vierkantige basis
- C: prisma met seshoekige basis
- D: piramide met vyfhoekige basis
- E: piramide met sewehoekige basis
- F: prisma met regghoekige basis
- G: piramide met driehoekige basis
- H: prisma met driehoekige basis
- K: prisma met vyfhoekige basis
- L: piramide met regghoekige basis
- M: prisma met aghoekige basis
- N: piramide met aghoekige basis
- P: piramide met seshoekige basis
- Q: prisma met vierkantige basis
- R: prisma met sewehoekige basis
- S: kubus/reëlmaterige heksaëder

Die bou van modelle van kubusse, prisma's, piramide en silinder

Aktiwiteit 2–5

Bou modelle van kubusse; Bou modelle van prisma's; Bou modelle van piramide; Bou modelle van silinder

Leerdersboek bladsy 478–481

Riglyne vir die implementering van hierdie Aktiwiteit

Remediëring en uitbreiding

Laat die leerders in pare of in klein groepe werk, al moet hulle hul eie modelle bou.

- Laat die leerders klein, rowwe, maar netjiese, sketse van die nette teken, en laat hulle dit dan gebruik om hul eie nette te teken. Die leerders gebruik hierdie nette om daardie nette wat nie 'n kubus vorm nie, te identifiseer.
- Leerders voltooi Aktiwiteit 2.
- Aktiwiteit 3–4 toets die leerders se vermoë om hul eie nette uit die gegewe spesifikasies te ontwerp. Hulle mag in pare werk, maar hulle moet hul eie modelle maak.
- Die aktiwiteit kan 'n aantal keer met een vorm herhaal word, totdat die leerders die proses verstaan. Hierdie aktiwiteit kan ook as projekte gebruik word.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 2

- 1 H; M; N; P en Q kan nie as nette vir kubusse gebruik word nie.
- 2 a Leerders ontwerp 'n net.
b Leerders ontwerp 'n net (rande moet 49,5 mm lank wees).
c Leerders ontwerp 'n net (rande moet 50 cm lank wees).
- 3 Leerders bou hul eie modelle.

Aktiwiteit 3

- 1 tot 2 Leerders ontwerp nette vir prisma's.
- 3 Leerders bou 'n model van 'n prisma.

Aktiwiteit 4

- 1 tot 3 Leerders ontwerp nette vir piramide.
- 4 Leerders bou 'n model van 'n piramide.

Aktiwiteit 5

- 1 Leerders ontwerp nette vir silinder.
- 2 Leerders bou 'n model van 'n silinder.

Hoofstuk 20 Hersiening

Leerdersboek bladsy 482

Voorgestelde antwoorde

- 1 a Tetraëder, heksaëder, oktaëder, dodekaëder en ikosaëder
b Vier vlakke
c Ikosaëder
d $V = 2 - F + E$
e $V = 2 - V + E$
 $= 2 - 12 + 30 = 20$ vlakke
f Ikosaëder
- 2 a Middellyn $= \frac{711 \text{ mm}}{3,14} = 226,43 \text{ mm}$
b Radius $= \frac{226,43 \text{ mm}}{2} = 113,21 \text{ mm}$
c Buite-oppervlakte $= 4 \times 3,14 \times (11,321 \text{ cm})^2$
 $= 1\ 609,75 \text{ cm}^2$
d Volume $= \frac{4}{3} \times 3,14 \times (11,321)^3$
 $= 6\ 074,67 \text{ cm}^3$
- 3 a $r^2 = \frac{\text{volume}}{\pi \times h}$
 $= \frac{500 \text{ cm}^3}{3,14 \times 13 \text{ cm}}$
 $\approx 12,25 \text{ cm}^2$
Dus, $r = 3,50 \text{ cm}$ OF 35 mm
b Omtrek $= 2 \times 3,14 \times 3,50 \text{ cm}$
 $= 21,98 \text{ cm}$
c Buite-oppervlakte $= 2\pi r(r + h)$
 $= 2 \times 3,14 \times 3,5 \text{ cm}(3,5 \text{ cm} + 13 \text{ cm})$
 $= 362,67 \text{ cm}^2$

Hoofstukoorsig

Leerdersboek bladsye 483 tot 531

Voorgestelde tydstoekennings: 10,5 ure + 4,5 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

Eenheid 1 Versameling en aanteken van data

2 ure

Hersien woordeskat oor Datahantering

Wat is Datahantering?

Versamel data deur verskillende metodes en instrumente te gebruik

Eenheid 2 Organisering, ordening en opsomming van data

2,5 ure

Hersien verdere woordeskat oor Datahantering

Organiseer data

Orden data

Som data op met behulp van statistiese maatstawwe

Eenheid 3 Voorstelling van data

3 ure

Hersien voorstellings van data

Stel data voor in sirkelgrafieke

Stel data voor in staaf- en dubbelstaafgrafieke

Stel data voor in histogramme

Stel data voor in gebrokelyngrafieke

Stel data voor in verspreidingsgrafieke

Eenheid 4 Ontleding, vertolking en verslaggewing oor data

3 ure

Identifiseer bronne van sydigheid en foute

Vergelyk verskillende voorstellings van dieselfde data

Vergelyk en kies tussen die modus, mediaan, rekenkundige gemiddelde en omvang

Vergelyk grafieke met verskillende skale

Ontleed en vertolk misleidende voorstellings

Eenheid 5 Waarskynlikheid

4,5 ure

Hersien woordeskat oor Waarskynlikheid

Bepaal waarskynlikhede van eenvoudige gebeurtenisse

Vergelyk waarskynlikheid en relatiewe frekwensie

Bepaal waarskynlikhede van saamgestelde gebeurtenisse

Hoofstukhersiening

Versameling en aanteken van data

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Die datasiklus, fases van die siklus en die prosesse betrokke by elke fase
- Die betekenis van data en die verskillende soorte data
- Voorkoms van verskillende soorte probleme en vrae waarvan die oplossings dataversameling vereis
- Steekproefneming
- Metodes vir dataversameling
- Instrumente vir die versameling van data

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; potlood; kleurpotlode; liniaal, grafiekboek

Leerdersboek bladsy 484
Voorgestelde tydstoekening: 2 ure

Agtergrondinligting

In die Grondslagfase het die leerders al met datahantering kennis gemaak. Die belangrike aspek van die onderwerp op hierdie vlak is sy nuttigheid vir die verskaffing van 'n basis vir die oplos van baie probleme en vrae.

Probleme kan in verskeie kontekste opduik. In hierdie hoofstuk word die leerders se kennis van die fases van die datasiklus uitgebrei. Hulle moet verskeie prosesse wat in elke fase van die siklus betrokke is, kan uitset.

Die leerders behoort, met 'n begrip van hierdie prosesse, 'n taak te kan voltooi waarin hulle die fases van die datasiklus volg. Hulle kennis van waarskynlikheid word uitgebrei om ook waarskynlikhede van saamgestelde gebeurtenisse in te sluit. Dit word gedoen aan die hand van 'n bespreking van boomdiagramme en tweerigtingtabelle.

Riglyne vir onderrig

Die leerders behoort vertrouyd te wees met al die konsepte wat in hierdie afdeling gedek word, aangesien hulle in vorige grade al daarmee kennis gemaak het. Maak egter seker dat hulle hierdie konsepte ken en dat hulle deeglik hersien word.

Hersien woordeskat oor Datahantering

Aktiwiteit I Hersien woordeskat oor Datahantering

Leerdersboek bladsy 484

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders moet vertrouyd wees met die woordeskat wat in hierdie aktiwiteit hersien word. Vra hulle om die vrae op hul eie te beantwoord en bespreek die antwoorde dan in klasverband.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a-c Antwoorde verskaf
d-h Enige toepaslike antwoord deur die leerders.
- 2 a Data: inligting of feite wat ons ontdek of wat verskaf word. Data kan getalle, woorde of 'n mengsel van albei wees.
b Populasie: die totale aantal mense wat in 'n bepaalde gebied, stad of land woon.
c Sydigheid: 'n sterk gevoel in die guns van of teen een groep mense of een kant van 'n argument.
d Numeriese data: data in die vorm van getalle.
e Kategoriese data: feitelike, eerder as numeriese, data.
f Steekproef: 'n aantal mense of dinge wat uit 'n groter groep geneem word en wat in toetse gebruik word om inligting oor die groep te bekom.
g Vraelys: 'n geskrewe lys van vrae wat deur 'n aantal mense beantwoord word, sodat inligting uit die antwoorde versamel kan word.
h Opname: 'n ondersoek van die menings, gedrag, ens. van 'n bepaalde groep mense, wat gewoonlik gedoen word deur vrae aan hulle te vra.

Wat is Datahantering?

Die datasiklus en die prosesse betrokke in elke fase

Aktiwiteit 2 Identifiseer fases van die datasiklus

Leerdersboek bladsy 486

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die diagram dien beide as hersiening van die fases asook die verwantskap tussen hulle. Dit sal baie nuttig wees om 'n eenvoudige probleem te gebruik om die vyf fases te verduidelik, soos om te bepaal wat die gewildste selfoonnaam is.
- Maak seker dat die leerders hierdie fases ken.
- Maak 'n muurkaart van die diagram en hou dit teen die muur tydens die onderrig van hierdie hoofstuk.
- Aktiwiteit 2 is bedoel om die leerders se begrip van die fases van die datasiklus en die prosesse wat by elke fase betrokke is, te toets.

Voorgestelde antwoorde

Kolom A	Kolom B
Vraag of probleemstelling	Hoe het Graad 8-leerders in die toetsreeks in Maart presteer?
Versameling en aanteken van data	Voer onderhoude met alle Graad 9-leerders oor hul vier voorkeur skoolvakke
Organisering en opsomming van data	Bereken maatstawwe van sentrale neiging
Voorstelling van data	Teken 'n sirkelgrafiek
Ontleding en vertolking van data	Identifiseer neigings in 'n staafgrafiek

Belangrike begrippe wat in die datasiklus gebruik word

Aktiwiteit 3 Werk met data, populasies, steekproewe en steekproefneming

Leerdersboek bladsy 489

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die doel van hierdie afdeling is om vir die leerders die proses van steekproefneming te illustreer. Werk deur al die terme in hierdie afdeling, en geeveral aandag aan die volgende: *omvang van steekproef*, *verteenwoordigende steekproef*, *sydigheid*. Maak seker dat die leerders die basiese woordeskaten en dit gemaklik kan gebruik.
- Hersien die betekenis van *diskrete* en *kontinue* data.
- Werk deeglik saam met die leerders deur die teks en maak seker dat hulle die uitwerking van *omvang van steekproef*, *verteenwoordigende steekproef* en *sydigheid* op die uitkoms, verstaan.
- Die gegewe voorbeeld toon een aspek van sydigheid in steekproefneming. Daar is baie voorbeeld van sydigheid in steekproefneming, afhangend van die verlangde uitkoms van die proses van data-ontleding.
- Spoor leerders aan om hul eie voorbeeld te deel.

Voorgestelde antwoorde

- 1 Numeriese data, byvoorbeeld, ouderdomme van babas in 'n bewaarskool = {2; 4; 3; 5; 3...} Kategoriese data, byvoorbeeld, die volgende in verskillende Olimpiese sportsoorte = {sokker; boks; swem; gimnastiek; spring; gooi; ...}
- 2 a Populasie is die hele groep voorwerpe of mense waaruit data versamel word
b Steekproefneming is die proses waarvolgens 'n klein groepje voorwerpe of mense uit 'n populasie gekies word vir die doel van dataversameling
c 'n Sydige steekproef is 'n steekproef wat op so 'n manier geneem is dat dit die resultate van die onderzoek beïnvloed.
- 3 a Hele populasie
b Hele populasie
c steekproef
d steekproef

Versamel data deur verskillende metodes en instrumente te gebruik

Aktiwiteit 4 Gebruik metodes en instrumente om data te versamel

Leerdersboek bladsy 490

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Bespreek die metode en die instrumente vir dataversameling in die Leerdersboek. Maak seker dat die leerders dit verstaan en kan verduidelik wat dit is en wanneer dit gebruik word. Werk deur die opsomming as 'n vorm van hersiening.

Voorgestelde antwoorde

- 1 a Onderhoud
b Navorsing

- c Waarneming
 - d Onderhoud
 - e Navorsing
 - f Onderhoud
- 2 a Opname
- b Databasis
 - c Meetinstrument aan die begin en einde van die week
 - d Opname
 - e Databasis of Internet
 - f Onderhoude en vraelys

EENHEID

2

Organisering, ordening en opsomming van data

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 491

Voorgestelde tydstoekennung: 2,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Hersiening van verdere terminologie oor Datahantering
- Organisering van data
- Ordening van data
- Opsomming van data met behulp van statistiese maatstawwe.

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; potlood; kleurpotlode; liniaal, grafiekboek

Agtergrondinligting

Die inhoud in hierdie eenheid is reeds in die Intermediêre Fase aan die leerders bekend gestel, en hierdie statistiese maatreëls is in Graad 7 en Graad 8 verder uitgebrei. Dus dien hierdie afdeling as hersiening.

Riglyne vir onderrig

Nadat data versamel is, moet dit op 'n betekenisvolle manier georganiseer word om die ontleding daarvan en die formulering van gevolgtrekkings daaruit, te vergemaklik. Data kan volgens kategorieë of klasintervalle gesorteer word deur telling- of frekwensietafel te gebruik. Kriteria vir die sortering kan eers vir die leerders gegee word en dan kan hulle versoek word om data te sorteer deur hul eie kategorieë te kies. Die doel van die voorbeeld in die Leerdersboek is om hierdie proses te illustreer. Hulle verskaf ook 'n paar voorbeeld van vroeë wat beantwoord kan word deur gesorteerde data te ontleed.

Hersien verdere terminologie oor Datahantering

Aktiwiteit I Hersien verdere terminologie oor Datahantering

Leerdersboek bladsy 491

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders behoort vertrouyd te wees met die woordeskat wat in hierdie aktiwiteit

hersien word. Die woordeskat in die aktiwiteit is belangrik aangesien dit deurgaans in hierdie afdeling en verder gebruik gaan word. Maak seker dat die leerders dit ken en die gebruik daarvan verstaan.

Voorgestelde antwoorde

- 1 Stygende orde: plasing van getalle in 'n reeks wat toeneem in grootte
- 2 Dalende orde: plasing van getalle in 'n reeks wat afneem in grootte
- 3 Alfabetiese orde: plasing van woorde in 'n reeks volgens die letters van die alfabet
- 4 Frekvensie: die aantal kere wat 'n brokkie data aangetref word
- 5 Tellingtabel: 'n tabel bestaande uit merke wat aandui hoeveel keer iets gebeur het
- 6 Frekvensietabel: 'n tabel wat die aantal keer wat 'n brokkie data voorkom, aantoon.
- 7 Rou data: die data soos dit oorspronklike versamel is, voordat enige prosessering gedoen is.
- 8 Geordende data: data wat gerangskik is om dit makliker te maak om te gebruik.
- 9 Gegroepeerde data: data wat in intervalle gerangskik is.
- 10 Maatstawwe van sentrale neiging: enige waardes waaroor die verspreiding van data as rofweg gebalanseerd beskou kan word.
- 11 Maatstawwe van verspreiding: 'n maatstaf van die manier waarvolgens data versprei is.
- 12 Modus: 'n soort gemiddelde wat bereken word deur die hoeveelheid wat die meeste in 'n versameling voorkom, te bepaal.
- 13 Mediaan: 'n soort gemiddelde wat bereken word deur al die hoeveelhede in volgorde te skryf. Die mediaan is dan die hoeveelheid wat presies in die middel voorkom.
- 14 Rekenkundige gemiddelde: 'n soort gemiddelde wat bereken word deur al die hoeveelhede bymekaar te tel en dan deur die aantal hoeveelhede te deel.
- 15 Omvang: die verskil tussen die kleinste waarde en die grootste waarde in 'n versameling.

Organisering van data

Sorteer katgoriese van data in kategorieë

Aktiwiteit 2 Sorteer data per kategorie

Leerdersboek bladsy 492

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die klas deur die voorbeeld in die Leerdersboek. Maak seker dat die leerders die hele proses volg.
- Vra vrae soos: Noem voorbeelde van data wat volgens kategorie gesorteer kan word. Watter kategorie kan vir hierdie data gebruik word? (alfabeties; numeries; chronologies; natuurlike volgorde)
- Werk saam met die leerders deur die inligting wanneer julle aktiwiteit soos die een in Aktiwiteit 2 doen, en hou 'n saaklike bespreking oor die inligting wat verskaf word voordat die leerders die aktiwiteit aandurf. Vra vrae soos: Watter vraag/vrae dink jy het hy aan die leerders gevra tydens die versameling van die data? Hoe kan die resultate van 'n opname soos hierdie nuttig gebruik word? Waaruit het sy steekproef bestaan? Ensovoorts.

Voorgestelde antwoorde

- 1 42 leerders
- 2 6 geure
- 3 Tellingtabel

Geur	Telling	Frekwensie
Cola	### III	11
Suurlemoen	### III	8
Granadilla	###	5
Lemoen	###	6
Druwe		4
Gemmerlimonade	### III	8
Totaal		42

4 Cola

5 Druwe

6 % (Gemmerlimonade) = $\frac{8}{42} \times 100\% = 19,05\%$

7 Aantal kiste om te bestel

Geur	Telling	Frekwensie
Cola	$\frac{11}{42} \times 50 = 13$	13 + 1(Coke word deur baie verkies, dus kan ons een kis byvoeg na afronding)
Suurlemoen	$\frac{8}{42} \times 50 = 9$	9
Granadilla	$\frac{5}{42} \times 50 = 6$	6
Lemoen	$\frac{6}{42} \times 50 = 7$	7
Druwe	$\frac{4}{42} \times 50 = 5$	5
Gemmerlimonade	$\frac{8}{42} \times 50 = 9$	9
Totaal		50

Sorteer numeriese data in groepe of klasintervalle

Aktiwiteit 3 Groepeer data in intervalle

Leerdersboek bladsy 494

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik aan die leerders data dat op sekere tye in intervalle gegroepeer moet word sodat dit makliker hanteer kan word.
- Laat die leerders in pare deur die voorbeeld werk as 'n voorloper vir die aktiwiteit. Vergelyk hul resultate met dié van die res van die klas. Jy kan selfs vooraf die voorbeeld fotokopieer (sonder die antwoorde) en dit aan die leerders uitdeel. Hulle vordering behoort hulle begrip te weerspieël, en daardie gebiede waarmee hulle sukkel, kan dan aangespreek word soos jy deur hul oplossings en uitdagings saam met hulle werk.

- Vra die leerders of hulle aan addisionele voorbeeld kan dink en gesels oor hoe hierdie voorbeeld nuttig kan wees om as intervalle te hê.

Voorgestelde antwoorde

- 1 Telling-/frekwensietabel
- 2 1,90 meter
- 3 Verskil = $(1,90 \text{ m} - 1,33 \text{ m}) = 0,57 \text{ m}$
- 4 1,66 m

Klasinterval	Telling	Frekwensie
(1,30–1,39)		2
(1,40–1,49)		3
(1,50–1,59)		4
(1,60–1,69)		5
(1,70–1,79)		2
(1,80–1,89)		3
(1,90–1,99)		1
Totaal		20

Ordening van data

Aktiwiteit 4 Orden numeriese data

Leerdersboek bladsy 496

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Daar is net twee konsepte oor die ordening van data wat leerders moet ken: stygende en dalende orde
- Dit sal nuttig wees om die leerders te vertel dat nie-numeriese data alfabeties georden kan word. Hier is ons egter hoofsaaklik in numeriese data geïnteresseerd.
- Laat leerders op hul eie deur die voorbeeld en die aktiwiteit werk.

Voorgestelde antwoorde

- 1

18,65	19,02	22,09	22,18	22,19	22,19	22,27	23,01	23,45
23,91	24,09	24,27	24,38	25,36	26,07	26,12		
- 2 Verskil = $26,12 \text{ cm} - 18,65 \text{ cm} = 7,47 \text{ cm}$
- 3 Lengte van $26,12 = 26,12 \text{ cm} \times (1 \text{ duim}/2,540 \text{ cm}) = 10,28 \text{ in}$
- 4 $26,07\text{cm} = 26,07\text{cm} \times (1 \text{ duim}/2,540 \text{ cm}) = 10,26$. Die persoon sal 'n nommer effens groter as 'n nommer 8 dra.

Som data op met behulp van statistiese maatstawwe

Maatstawwe van sentrale neiging; Maatstawwe van verspreiding

Aktiwiteit 5–6

Bereken maatstawwe van sentrale neiging; Bepaal die omvang

Leerdersboek bladsy 498–499

Riglyne vir die implementering van hierdie Aktiwiteit

- Baie leerders geniet hierdie afdeling en behoort vertrouyd te wees met hierdie konsepte, aangesien hulle dit in vorige grade deeglik gedek het.
- Maak seker dat hulle weet dat hulle eers die data in stygende orde moet rangskik voordat hulle maatstawwe van sentrale neiging bereken, en dat hulle ook altyd eerste begin deur die aantal items in die dataversameling te tel voordat hulle die mediaan bereken. 'n Voorbeeld van die berekening van elk van hierdie maatstawwe word in die Leerdersboek gegee.
- Gee vir die leerders addisionele voorbeeld van dataversamelings, veral dié waarvan die items desimale is sodat hulle 'n geleentheid kry om die ordening van desimale ook te hersien.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 5

1 Data in stygende orde

6,5 7 7 7 7,5 8 8 8 8,5 9 10

Mediaan = 8

Modus = 7

Gemiddelde = $86,5/11 = 7,86$

2 Data in stygende orde

129 218 238 248 265 275 326 386 415

Mediaan = 265

Modus = geen Modus nie

Gemiddelde = $2\ 500/9 = 277,8$

3 Data in stygende orde

523 900 562 400 562 400 596 600 602 800

613 900 626 200 628 600 634 100 645 700

Mediaan = $(602\ 800 + 613\ 900) \div 2 = 608\ 350$

Modus = 562 400

Gemiddelde = 599 660

Aktiwiteit 6

1 Data in stygende orde

129 218 238 248 265 275 326 386 425

Omvang = $415 - 129 = 286$

2 Data in stygende orde

523 900 562 400 562 400 596 600 602 800

613 900 626 200 628 600 634 100 645 700

Omvang = $645\ 700 - 523\ 900 = 121\ 800$

Eenheidsoorsig

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Sirkelgrafieke
- Staaf- en dubbelstaafgrafieke
- Histogramme
- Gebrokelyngrafieke
- Verspreidingsgrafieke

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; potlood; kleurpotlode; liniaal; grafiekpapier

Leerdersboek bladsy 500
Voorgestelde tydstoekening: 3 ure

Agtergrondinligting

Leerders het in die Intermediére Fase met die inhoud in hierdie eenheid kennis gemaak en verder in Graad 7 en Graad 8 met hierdie datavoorstellings gewerk. Dus dien hierdie afdeling as hersiening. Verspreidingsgrafieke is nuut in Graad 9.

Riglyne vir onderrig

Hierdie afdeling moet as hersiening beskou word en die onderrig daarvan moet dienooreenkomsdig benader word. Dit beteken dat, in plaas daarvan om deur die inligting oor elke soort voorstelling in die Leerdersboek te werk asof dit nuut was, behoort die leerders elke soort voorstelling te kan beskryf en inligting daaroor te kan gee, en die punte wat in die Leerdersboek gegee word, te gebruik om dit alles saam te voeg. Hulle moet ook aangespoor word om die voorbeeld op hul eie of in pare te doen.

Hersien voorstellings van data; Stel data voor in sirkelgrafieke; Stel data voor in staaf- en dubbelstaafgrafieke; Stel data voor in histogramme; Stel data voor in gebrokelyngrafieke**Aktiwiteit 1–5**

Hersien voorstellings van data; Werk met sirkelgrafieke; Werk met staaf- en dubbelstaafgrafieke; Werk met histogramme; Werk met gebrokelyngrafieke

Leerdersboek bladsy 500–501

Riglyne vir die implementering van hierdie Aktiwiteit

Werk deur die inligting oor hierdie verskillende voorstellings op die manier wat in die riglyne vir onderrig hierbo beskryf word.

Die leerders moet so onafhanklik as moontlik werk en moet slegs toegelaat word om in pare te werk as hulle hierdie soort ondersteuning benodig.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 1

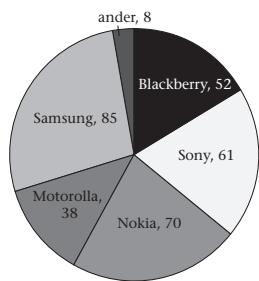
1–5 Leerders teken rowwe sketse om die verskil tussen pare grafieke te toon.

Aktiwiteit 2

Gegee die volgende data:

Blackberry	Sony	Nokia	Motorola	Samsung	Ander
52	61	70	38	85	8

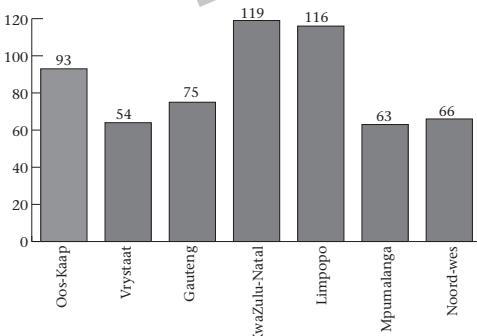
- 1 314 mense
- 2 22,29% verkies Nokia.
- 3 Selfoonfabrikaat-voorkeure
- 4 Samsung



Aktiwiteit 3

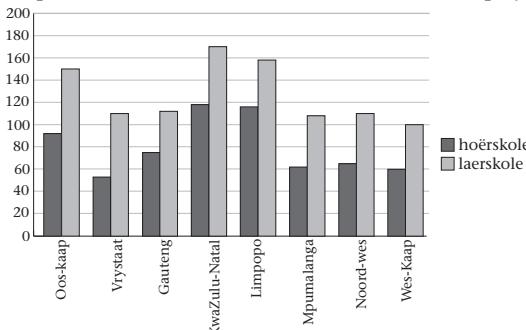
- 1 Aantal skole = aantal primêre skole + aantal hoëskole.
= $1\ 098 + 696 = 1\ 794$
- 2 % Oos-Kaap = $\frac{245}{1\ 794} \times 100$
= 13,66 %
- 3 Staafgrafiek

Aantal skole wat aan die Census @ School projek deelneem



4 Dubbelstaafgrafiek

Aantal primêre teenoor hoërskole in die Census @ School-projek



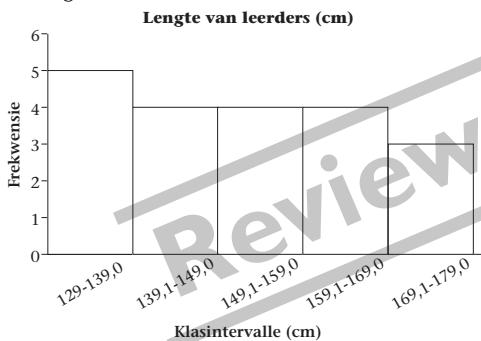
5 In al 9 provinsies het meer primêre skole as hoërskole aan die projek deelgeneem.

Aktiwiteit 4

I Frekwensietabel

Klasinterval	129 – 139,0	139,1 – 149,0	149,1 – 159,0	159,1 – 169,0	169,1 – 179,0
Frekwensie	5	4	4	4	3

2 Histogram



3 129–139

4 7 leerders

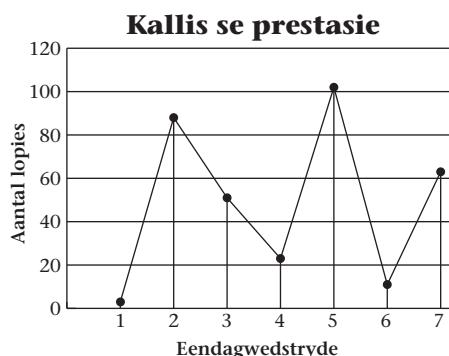
5 9 leerders

Aktiwiteit 5

I Kallis se wedstrydtellings

Wedstryd	1	2	3	4	5	6	7
Telling	3	88	51	23	102	11	63

2 Kallis se prestasie het onvoorspelbaar gewissel.



Stel data voor in verspreidingsgrafieke

Aktiwiteit 6 Werk met verspreidingsgrafieke

Leerdersboek bladsy 513

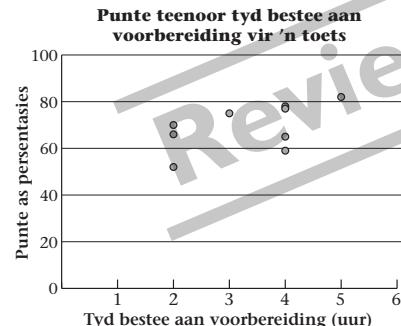
Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Teken 'n paar voorbeelde op die bord om vir die leerders te verduidelik dat verspreidingsgrafieke gebruik word om twee dataversamelings voor te stel. Die doel hiervan is om te sien of die waardes in elke dataversameling enige verwantskap met die waardes in die ander dataversameling het. Indien daar wel 'n verwantskap tussen die twee dataversamelings is, sal die punte op 'n $(x; y)$ -vlak langs 'n bepaalde pad versprei wees. Indien daar geen verwantskap is nie, sal die punte oorloos versprei wees, sonder enige waarneembare patroon.
- Werk noukeurig saam met die leerders deur die inleiding en die voorbeeld in die Leerdersboek.
- Werk deur die opsomming as 'n soort hersiening en vaslegging.

Voorgestelde antwoorde

1 Ure studeer teenoor punt behaal in 'n toets

Toets	Toets 1	Toets 2	Toets 3	Toets 4	Toets 5	Toets 6	Toets 7	Toets 8	Toets 9
Tyd (uur)	3	2	5	4	4	2	2	4	4
Punt (%)	75	70	82	59	77	52	66	78	65

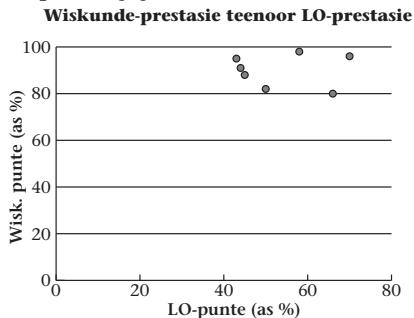


b Hoe meer ure aan die voorbereiding vir 'n toets bestee is, hoe beter is die punte wat behaal is.

2 Wiskunde-punte teenoor Lewensoriëntering-punte.

LO	80	88	82	91	96	98	95
Wisk	66	45	50	44	70	58	43

a) Verspreidingsgrafiek



- b) Daar is geen verwantskap tussen die prestasie in Wiskunde en die prestasie in Lewensoriëntering nie.

EENHEID

4

Ontleding, vertolking en verslaggewing oor data

Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 514

Voorgestelde tydstoekening: 3 ure

- Hierdie eenheid fokus op die volgende:
- Identifikasie van bronne van sydigheid en foute
 - Vergelyking van verskillende voorstellings van dieselfde data
 - Vergelyking van en keuse tussen modus, mediaan gemiddelde en omvang
 - Vergelyking van grafieke met verskillende skale
 - Ontleding en vertolking van misleidende voorstellings
- Hulpbronne:** Leerdersboek; oefenboek; potlood; kleurpotlode; liniaal; grafiekboek

Agtergrondinligting

Deurgaans in hierdie hoofstuk word die leerders blootgestel aan ontleding, vertolking en verslaggewing oor data wat versamel is. Hierdie 5de fase van die datasiklus kan plaasvind na voltooiing van al die ander fases. Die vrae wat gevra word en wat gebaseer is op frekwensietafel, staafgrafieke, sirkelgrafieke, maatstawwe van sentrale neiging en verspreiding, gebrokelynggrafieke en verspreidingsgrafieke, behels almal ontleding, vertolking en verslaggewing van data.

Riglyne vir onderrig

In hierdie afdeling val die klem meer op kritiese ontleding van die prosesse van die datasiklus-fases. Leerders moet 'n bewusheid ontwikkel dat data wat op 'n verskeidenheid maniere voorgestel word om verskillende denkwyses te regverdig, sydig kan wees.

Identifiseer bronne van sydigheid en foute; Vergelyk verskillende voorstellings van dieselfde data

Aktiwiteit I Vergelyk verskillende voorstellings van dieselfde data

Leerdersboek bladsy 516

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die leerders deur die inleiding en die tabel.
- Kopieer die voorbeeld vooraf (sonder oplossings) en laat die leerders in pare deur die voorbeeld werk en hul bevindinge vergelyk met dié wat in die Leerdersboek gegee word.
- Leerders moet op hul eie deur hierdie aktiwiteit werk.

Voorgestelde antwoorde

- I a 0–4 dae en 10–14 dae
b 12 leerders
c Leerders se eie antwoorde.
d Dit kan nie beantwoord word nie.
e Daar bestaan geen data oor leerders wat nie afwesig was nie.
f Die grootte van die klas kon gespesifieer gewees het.
g Dit kan soms moeilik wees om presiese hoeveelhede data te gee, tensy dit gespesifieer word.

Vergelyken kies tussen die modus, mediaan, gemiddelde en omvang; Vergelyk grafieke met verskillende skale; Ontleed en vertolk misleidende voorstellings

Uitskieters in 'n stel data; Uitskieters in 'n voorstelling van data

Aktiwiteit 2–4 Vergelyk en kies tussen modus, mediaan, gemiddelde, en omvang; Vergelyk grafieke met verskillende skale; Ontleed en vertolk misleidende voorstellings

Leerdersboek bladsy 518–521

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Kopieer die voorbeeld vooraf (sonder die oplossings) en laat die leerders in pare deur die voorbeeld werk en hul bevindinge met dié in die Leerdersboek vergelyk.
- Leerders moet op hul eie deur die aktiwiteit werk.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 2

- I a Graad 12A Wiskunde-resultate: Junie-eksamen (stygende orde)

10	18	20	23	28	33	35	41	41	50	56	88
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Gemiddelde = [Som van resultate/aantal resultate]

$$= \frac{443}{12} = 36,91\%$$

$$\text{Mediaan} = \frac{33 + 35}{2}$$

$$= 34\%$$

Modus = 41%

Omvang = $88 - 10 = 78\%$

b Gemiddelde = $\frac{494 + x}{9} = 64$

$$\therefore x = (64 \times 9) - 494$$

$$= 576 - 494 = 82\%$$

- c Moenie die gemiddelde kies nie, aangesien die hoogste punt van 88% 'n uitskieter is. Dit sal die gemiddelde opstoet en die verkeerde indruk skep. Kies eerder die mediaan van 34%, wat nie deur die uitskieter van 88% beïnvloed word nie.
- d Omvang van Graad 12B se punte = $82 - 44 = 38$. Dit is waar dat Graad 12A se punte-omvang hoër is. Mnr Mpunga se bewering is egter nie korrek nie, aangesien hy 'n ontoepaslike maatstaf gebruik het. Omvang dui slegs aan hoe wydverspreid die resultate is, en sê niks omtrent die datawaardes tussen die twee resultate nie.

- 2 a Punte vir Wiskunde is uiters laag
b Punte vir Engels is uiters laag
c Nee; 'n ander leerder het 99% vir die Engels-toets behaal.
d Nee; 'n ander leerder het 100% vir die Wiskunde-toets behaal.
e Daar is 'n baie goeie kans (ongeveer 6 uit 7, wat ongeveer 86% is)

Aktiwiteit 3

- 1 Hulle toon almal dat die wins jaarliks toeneem.
- 2 Die wins word in verskillende inkremente aangetoon.
- 3 Die derde histogram.
- 4 Die eerste twee histogramme is misleidend, omdat hulle jaarliks ronde syfers toon, en dit is hoogs onwaarskynlik.
- 5 Die neigings van die eerste twee histogramme is identies.

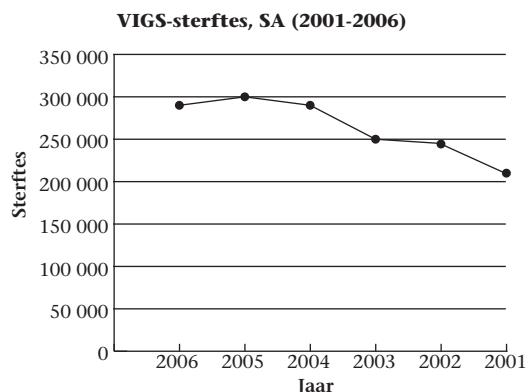
Aktiwiteit 4

Lyngrafiek

1 300 000

2 In 2001

3 Jare word in omgekeerde volgorde vanaf 2006 na 2001 gestip, en gee die indruk dat VIGS-sterftes gedurende hierdie tydperk afgeneem het.



Eenheidsoorsig

Leerdersboek bladsy 522

Voorgestelde tydstoekening: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- Hersien woordeskat oor Waarskynlikheid
- Bepaal waarskynlikhede van eenvoudige gebeurtenisse
- Vergelyk waarskynlikheid en relatiewe frekwensie
- Bepaal waarskynlikhede van saamgestelde gebeurtenisse

Hulpbronne: Leerdersboek; oefenboek; potlood; kleurpotlode; liniaal; grafiekpapier

Agtergrondinligting

Leerders het reeds in Graad 7 en Graad 8 met waarskynlikheidskonsepte kennis gemaak. Hierdie afdeling het ten doel om hul kennis sodat hulle hierdie kennis kan gebruik om die waarskynlikheid van saamgestelde gebeurtenisse kan hanteer.

Riglyne vir onderrig

Waarskynlikheid is die teorie van kans. Alhoewel die kurrikulumdokument dit saam met datahantering groepeer, is waarskynlikheid 'n totaal ander gebied en het sy eie terminologie. Waarskynlikheid speel 'n baie belangrike rol in ons lewens. Byvoorbeeld, klimatoloë voorspel weerstoestande in terme van waarskynlikheid, die uitslae van wedstryde word volgens waarskynlikheid voorspel, natuurrampe word voorspel deur van waarskynlikheid gebruik te maak, ensovoorts.

Aktiwiteit I Hersien terminologie oor Waarskynlikheid

Leerdersboek bladsy 522

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders mag al voorheen hierdie woorde raakgeloop het, maar dit is beter om hierdie woorde weer opnuut op 'n maklik-om-te-verstaan-manier in te bring.

Voorgestelde antwoorde

- 1 Gebeurtenis: iets wat kan gebeur of nie, byvoorbeeld, die opskiet van 'n muntstuk.
- 2 Uitkoms: die resultaat of uitwerking van 'n aksie of gebeurtenis
- 3 Moontlike uitkoms: 'n resultaat wat verkry kan word wanneer 'n gebeurtenis plaasvind
- 4 Gunstige uitkoms: die uitkoms wat die meeste verkies word
- 5 Waarskynlikheid: die kans dat iets kan gebeur of nie gebeur nie
- 6 Relatiewe frekwensie: die verhouding van die werklike aantal positiewe gebeurtenisse tot die moontlike aantal gebeurtenisse
- 7 Proef: 'n gebeurtenis met meer as een uitkoms
- 8 Eksperiment: 'n reeks van meer as een proef

Bepaal waarskynlikhede van eenvoudige gebeurtenisse

Aktiwiteit 2 Bepaal waarskynlikhede van eenvoudige gebeurtenisse

Leerdersboek bladsy 523

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die wiskundige definisie van waarskynlikheid met spesiale aandag aan die waarskynlikheidskale en teoretiese waardes in die skaal.
- Vra leerders vir voorbeelde van sekere, onmoontlike en moontlike gebeurtenisse om hulle begrip van waarskynlikheidskale te toon.

Voorgestelde antwoorde

1 a 0
 c $\frac{1}{2}$
 e 0

2 a $\frac{1}{2}$
 e $\frac{3}{13}$

b $\frac{1}{2}$
f $\frac{10}{13}$

b 0
d 1

c $\frac{1}{4}$
g $\frac{4}{13}$

d $\frac{1}{13}$

Vergelyk waarskynlikheid en relatiewe frekwensie

Waarskynlikheid; Relatiewe frekwensie; Waarskynlikheid teenoor relatiewe frekwensie

Aktiwiteit 3 Werk met waarskynlikheid en relatiewe frekwensie

Leerdersboek bladsy 525

Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Ondersoek die betekenis van teoretiese waarskynlikheid en relatiewe frekwensie soos dit in die Leerdersboek beskryf word. Werk noukeurig deur die inleiding om seker te maak dat die leerders verstaan wat hierdie terme beteken, en dat die relatiewe frekwensie die eksperimentele waarskynlikheid van 'n uitkoms meet.
- Dit is belangrik dat die leerders die verskil tussen hierdie terme verstaan.

Voorgestelde antwoorde

1 Resultate van die gooi van die dobbelsteen 30 maal

2	5	5	3	4	1	3	3	1	2
3	5	6	5	2	5	3	4	1	2
1	3	2	5	3	5	3	5	2	6

- a Versameling moontlike uitkomste = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
b $P(5) = \frac{4}{15}$
c ' $5'$ = $\frac{8}{30} = \frac{4}{15} = 0,2667$
- 2 a B; G; R; Y
b $P(\text{Rooi}) = \frac{5}{21}$
c $P(\text{Rooi}) = \frac{4}{20}$

Bepaal waarskynlikhede van saamgestelde gebeurtenisse

Gebruik 'n tweerigtingtabel; Gebruik 'n boomdiagram

Aktiwiteit 4 Bepaal waarskynlikhede van saamgestelde gebeurtenisse

Leerdersboek bladsy 527

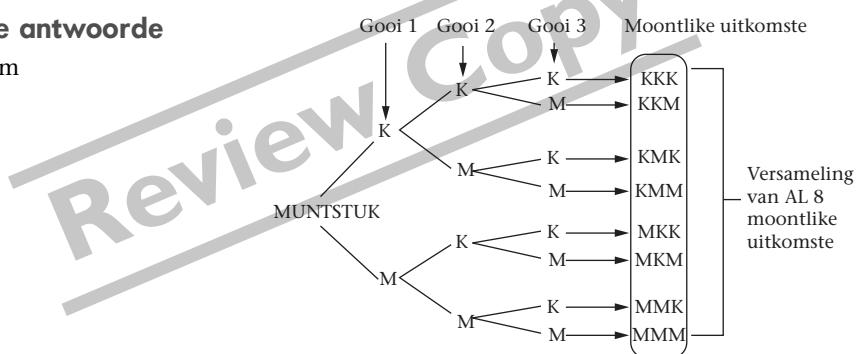
Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- In hierdie afdeling word die leerders se kennis van die konsep van waarskynlikheid uitgebrei tot die bepaling van die waarskynlikhede van saamgestelde gebeurtenisse. Daar is twee soorte saamgestelde gebeurtenisse, naamlik gelyktydige en opeenvolgende gebeurtenisse. Die opskiet van 'n enkele munstuk twee maal, is 'n voorbeeld van 'n opeenvolgende saamgestelde gebeurtenis.
- Boomdiagramme en tweerigtingtabelle is handige tegnieke om die waarskynlikheid van saamgestelde gebeurtenisse te bepaal. Teoreties kan beide boomdiagramme en tweerigtingtabelle gebruik word om waarskynlikhede van saamgestelde gebeurtenisse te bepaal, maar dit is meer sinvol om te sê dat boomdiagramme geskik is vir opeenvolgende saamgestelde gebeurtenisse, terwyl tweerigtingtabelle weer meer geskik is vir gelyktydige saamgestelde gebeurtenisse.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerdersboek wat wys hoe hierdie twee tegnieke gebruik word.

Voorgestelde antwoorde

1 Boomdiagram

a $\frac{1}{8}$
b $\frac{3}{8}$
c $\frac{3}{8}$



2 a Tweerigtingtabel

Jeans		Blou	Swart	Bruin
T-hemde	Wit	Blou jeans; Wit T-hemp	Swart jeans; Wit T-hemp	Bruin jeans; Wit T-hemp
	Swart	Blou jeans; Swart T-hemp	Swart jeans; Swart T-hemp	Bruin jeans; Swart T-hemp
	Rooi	Blou jeans; Rooi T-hemp	Swart jeans; Rooi T-hemp	Bruin jeans; Rooi T-hemp
	Pienk	Blou jeans; Pienk T-hemp	Swart jeans; Pienk T-hemp	Bruin jeans; Pienk T-hemp

b $P(\text{swart jeans; swart T-hemp}) = \frac{1}{12}$

c $P(\text{blou jeans; rooi T-hemp or pienk T-hemp}) = \frac{2}{12}$

Hoofstuk 21 Hersiening

Leerdersboek bladsy 528

Voorgestelde antwoorde

- I
 - a Probleem-/vraagstelling, dataversameling, data-organisasie, datavoorstelling en data-ontleding, vertolkning en verslaggewing.
 - b
 - (i) 'n Populasie is die hele groep voorwerpe wat ondersoek word, terwyl 'n steekproef 'n subgroep van 'n populasie is, gekies vir dataversameling.
 - (ii) Numeriese data is data waarvan die items getalle is, terwyl kategorieuse data data is waarvan die items nie getalle is nie.
 - (iii) 'n Sydige steekproef word op so 'n manier saamgestel dat dit die resultate van 'n ondersoek beïnvloed, terwyl 'n ewekansige steekproef 'n steekproef is wat verteenwoordigend van sy populasie is.
 - c Vraelyste, tabelle, onderhoude

c Vraelyste, tabelle, onderhoude

b Kategories

c Frekwensietabel

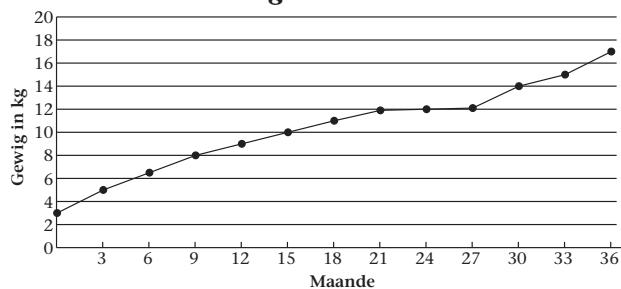
Sportdrag-etikette	Telling	Frekwensie
Addidas		11
Kappa		9
Reebok		13
Nike		23
Puma		16
Totaal		72

- Review**

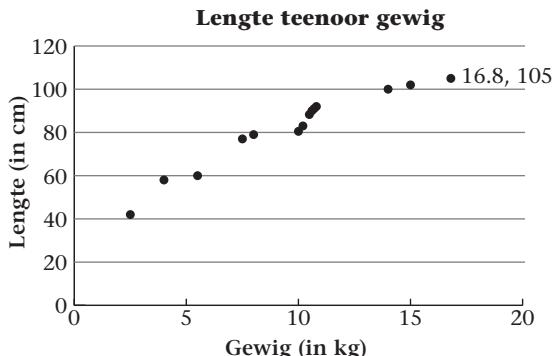
3 a 1 161
b KZN; 922
c Gauteng, KZN en Wes-Kaap
d Oos-Kaap, Vrystaat, Mpumalanga, Noordwes, Limpopo, Noord-Kaap
e totale aantal sterfes = passasier-sterfes + voetganger-sterfes
 = $5\ 206 + 4\ 614$
 = 9 820
f verskil = $5\ 206 - 4\ 614 = 592$

4 a Gemiddelde = $\frac{134,20}{13} = 10,32$ kg
 Mediaan = 10,80
 Modus = geen modus nie
b 58 cm
c Lyngrafiek

Gewig oor 36 maande



d Verspreidingsgrafiek



- e Soos die lengte van die baba toeneem, so neem die gewig toe

$$\begin{aligned} f \quad \text{BMI} &= \frac{\text{gewig in kg}}{(\text{lengte in meter})^2} \\ &= \frac{12,2 \text{ kg}}{(0,92 \text{ m})^2} \\ &= \frac{12,2 \text{ kg}}{0,8464 \text{ m}^2} \\ &= 14,41 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

- 5 a Waarskynlikheid = $\frac{1}{49}$
 b Waarskynlikheid = $\frac{9}{49}$
 c Waarskynlikheid = $\frac{4}{49}$
 d Waarskynlikheid = $\frac{18}{49}$
- 6 a Relatiewe frekwensie is die werklike gebeurtenis van 'n uitkoms in 'n eksperiment, terwyl waarskynlikheid die wiskundige moontlikheid is dat 'n uitkoms gaan gebeur.
 b $\frac{9}{49}$
 c Trekking 1: $\frac{1}{6}$; Trekking 2: $\frac{1}{3}$; Trekking 3: 0; Trekking 4: $\frac{1}{2}$; Trekking 5: $\frac{1}{3}$; Trekking 6: $\frac{1}{2}$
 d **6b** is toeretiese waarskynlikheid en **6c** is experimentele waarskynlikheid.
 e 13
- 7 a 146 leerders
 b Waarskynlikheid(Hindu) = $\frac{41}{146}$
 c Waarskynlikheid(Christen-meisie) = $\frac{46}{146}$
 d Waarskynlikheid(Christen-seun) = $\frac{34}{69}$, en waarskynlikheid (Moslem-leerder) = 1
 Dus, die waarskynlikheid om 'n Christen-seun uit 'n groep wat net uit seuns bestaan te kies, is laer as die waarskynlikheid om 'n Moslem-leerder uit 'n groep Moslem-leerders te kies.

Modeleksamenvraestel (November): Memorandum

Leerdersboek bladsy 332

Vraestel I Algebra

(Punte: 90)

Vraag 1

Getal	N	Z	Q	R
$\sqrt{11}$	X	X	X	✓
$\frac{3}{4}$	X	X	✓	✓
0	X	✓	✓	✓
$3.\dot{2}\dot{5}$	X	X	✓	✓
$\sqrt{-6}$	X	X	X	X

[8]

Vraag 2

2.I.1 $2,136$ ✓

2.I.2 $\frac{49}{4}$ ✓

2.I.3 $-3,875$ ✓

2.I.4 $2,6$ ✓

2.II.1 $\frac{322}{25}$ ✓

2.II.2 $\frac{212}{99}$ ✓

[6]

Vraag 3

3.I.1 12 ✓

3.I.2 $3(2a)^2 - 2(2a) + 7$
 $= 12a^2 - 4a + 7$

3.2 $3a + 2b - 3c$
 $= 3b + 3a - 3c - (2a + 3b - 4c) = a + c$

3.3 $5 : 9 = 1\ 218$ leerders
14 eenhede = 1 218
 $\therefore 1$ eenheid = 87
Seuns = $9 \times 87 = 783$

[8]

Vraag 4

4.I.1 $-10; -14$

4.I.2 $8x^4 16x^5$

4.2.1 need a/w

4.2.2

Term	1	2	3	4	5	25
Vuurhoutjies	6✓	10✓	14✓	18✓	22✓	102✓

4.2.3 $T_n = 4n + 2$

4.2.4 $4n + 2 = 402$ (4)
 $(4n = 400; n = 100)$

[14]

Vraag 5

5.I.1 $2x^2 + 6x + x + 3$ (2)
 $= 2x^2 + 7x + 3$

5.I.2 $(2x - 3y)(2x - 3y)$ (3)
 $4x^2 - 6xy - 6xy + 9y^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

5.2 $(2x + 3)^2 - (x - 1)^2$ (8)
 $(2x + 3)(2x + 3) - (x - 1)(x - 1) = 4x^2 + 6x + 6x + 9 - (x^2 - x - x + 1)$
 $= 4x^2 + 12x + 9 - x^2 + 2x - 1 = 3x^2 + 14x = 8$

[13]

Vraag 6

6.1 $3xy(x - 2y^3)$ (2)

6.2 $2(x^4 - 16)$ (3)
 $2(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 2(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$ (2)

6.3 $(x + 9)(x - 2)$ (3)

6.4 $2x(x^2 + 3x - 10)$
 $2x(x + 5)(x - 2)$

[10]

Vraag 7

7.1 $\frac{2x(x - 5)}{2(x^2 - 25)} = \frac{2x(x - 5)}{2(x - 5)(x + 5)}$ (4)
 $= \frac{x}{x + 6}$

7.2 $\frac{4(4p + 1) - 5(3p - 2)}{20}$ (4)
 $\frac{416p + 4 - 15p + 10}{20} = \frac{p + 14}{20}$ [8]

Vraag 8

8.I.1 y^{10} (1)

8.I.2 $\frac{2n^2}{4n} = \frac{n}{2}$ (2)

8.I.3 $8x^{32}$ (2)

8.2.1 $\frac{9x^2y^6}{18x^3y^4} = \frac{y^2}{2}$ (3)

8.2.2 $\frac{4}{wv^2} \times \frac{v^2}{6wv^3} = \frac{4}{3v^4w^3}$ (3)

8.3 $b = 15$ (1)

8.4 $\sqrt{(-1)^2 - (-2)^2} = \sqrt{1 + 8} = \sqrt{9} = 3$ (3)

8.5 $4,6 \times 10^{-6}$ (1)

8.6 $\frac{3 \times 10^8}{1000} = 3 \times 10^5$ km/sekonde (2)

$$3 \times 10^5 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 \\ = 9,4608 \times 10^{12}$$

[18]

Vraag 9

- q.1.1** $-6x = -30$ (2)
 $x = 5$
- q.1.2** $2^x = 2^6$ (1)
 $x = 6$
- q.1.3** $3(x + 3) - 2(x - 6) = 6(x - 4)$
 $3x + 9 - 2x + 12 = 6x - 24$
 $-5x + 21 = -24$
 $-5x = -45$
 $x = 9$ (4)
- q.1.4** $x = a$ or $x = b$ (3)
- q.2**

	Now	Future
John	$x + 5$	$x + 12$
Mary	$= \frac{3}{4}$	John
	$x + 7$	$= \frac{3}{4}(x + 12)$
	$4x + 28$	$= 3x + 36$
x	$= 8$	
- (3)
[13]
- [Totaal: 90]**

Vraestel 2 Meetkunde**[Punte: 135]****Vraag 1**

- I.I.1** $\angle A = 60^\circ$ ($\triangle ABC$ is gelyksydig) (2)
- I.I.2** $GC^2 = EC^2 + GE^2$
 $= (4 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2$
 $= 16 \text{ cm}^2 + 9 \text{ cm}^2$
 $\therefore GC = 5 \text{ cm}$ (4)
- I.I.3** $DB = 4 \text{ cm}$ (teenoorstaande sye van 'n reghoek) (2)
- I.I.4** In $\triangle ABC$ en $\triangle AFG$
 $\angle A$ = gemeenskaplik
 $\angle ABC = \angle AFG$ (ooreenkomsstige hoeke, $DC \parallel BC$)
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle AFG$ (gelykhoekige driehoeke) (5)
- I.I.5** $\frac{FG}{BC} = \frac{AG}{AC}$
 $FG = BC \times \frac{AG}{AC}$
Maar $BC = AC = 4 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$
 $\therefore FG = 9 \text{ cm} \times \frac{4 \text{ cm}}{9 \text{ cm}}$
 $= 4 \text{ cm}$
or
Since $\triangle ABC \sim \triangle AFG$ (uit 1.1.4 hierbo)
 $\triangle AFG$ is 'n gelykhoekige driehoek
 $\therefore FG = 4 \text{ cm}$ (4)
- I.I.6** $\angle ECB = 90^\circ$ ($\angle e$ van reghoek)
 $\angle GCB = 60^\circ$ (gegee)
 $\angle ECG = 90^\circ - 60^\circ$
 $\therefore \angle ECG = 30^\circ$ (5)

- I.I.7** In $\triangle EGC$ and $\triangle DFB$
 $\angle E = 90^\circ = \angle D$ (DECB is a reghoek)
 $GC = BF = 5 \text{ cm}$
 $DB = EC$ (is 'n reghoek)
 $\therefore \triangle EGC \parallel\!\!\!\parallel \triangle DFB$ (RK) (5)
- I.2.1** $180^\circ(n - 2)$ (2)
- I.2.2** $180^\circ(10 - 2)$
 $= 180^\circ \times 8$
 $= 1 440^\circ$ (3)
- [32]

Vraag 2

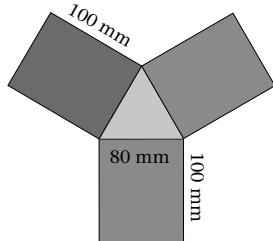
- 2.I.1** $\angle KRS = \angle K + \angle KQR$ (buitehoek van 'n driehoek; stelling)
 $\therefore \angle KRS = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$ (3)
- 2.I.2** In $\triangle KLM$ en $\triangle KQR$
 $\angle K$ is gemeenskaplik
 $\angle KLM = \angle KQR$ (ooreenkomsstige hoeke, PS||LN)
 $\therefore \triangle KLM \parallel\!\!\!\parallel \triangle KQR$ (gelykhoekige driehoeke) (5)
- 2.I.3** $KM = KR + RM$
 $= 20 \text{ mm} + 40 \text{ mm}$
 $= 60 \text{ mm}$ (2)
- 2.I.4** $\frac{KQ}{KL} = \frac{KR}{KM}$
 $KQ = 100 \text{ mm} \times \frac{20 \text{ mm}}{60 \text{ mm}}$
 $= 33,3^\circ$ (4)
- 2.I.5** $\angle KRS = 90^\circ$ (uit 2.1.1 hierbo)
 $\angle KRS = \angle KMN$ (ooreenkomsstige hoeke, PS||LN)
 $\therefore \angle KMN = 90^\circ$
 $\angle KML = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
 $\therefore \triangle KML$ is 'n reghoekige driehoek (4)
- 2.I.6** $LM^2 = KL^2 - KM^2$ (Pythagoras se stelling)
 $= (100 \text{ mm})^2 - (60 \text{ mm})^2$
 $= 10 000 \text{ mm}^2 - 3 600 \text{ mm}^2$
 $= 6 400$
 $\therefore LM = \sqrt{6 400} = 80 \text{ mm}$ (4)
- 2.I.7** Oppervlakte $\triangle KLM = \frac{1}{2}$ basis \times hoogte
 $= \frac{1}{2} \times 80 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$
 $= 2 400 \text{ mm}^2$
 $= 24 \text{ cm}^2$ (4)
- 2.I.8** Oppervlakte van trapesium QRML = $\frac{1}{2}(QR + LM) \times RM$
 $= \frac{1}{2}(26,66 + 80 \text{ mm}) \times 40 \text{ mm}$
 $= 2 133,33$
Oppervlakte van $\triangle KLM = 2 400 \text{ mm}$ (uit 2.1.7 hierbo)
Oppervlakte van $\triangle KQR = \frac{1}{2}QR \times KR$
 $= \frac{1}{2} \times 26,66 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$
 $= 266,6 \text{ mm}^2$
 \therefore oppervlakte $\triangle KLM$ – oppervlakte $\triangle KQR$
 $= 2 400 \text{ mm}^2 - 266,6 \text{ mm}^2$
 $= 2 133,3 =$ oppervlakte van trapesium QRML soos gevra (6)

- 2.2.1** F(2;-1); E(1;-3); G(4;-3); H(3;-4); I(2;-3) (5)
2.2.2 Translasies met 3 eenhede opwaarts (2)
2.2.3 $F_1(-1;2)$; $E_1(-3;1)$; $G(-3;4)$; $H(-4;3)$ en $I(-3;2)$ (5)
[44]

Vraag 3

3.I.1 100 mm (1)

3.I.2



$$\begin{aligned} \text{3.I.3} \quad \text{Buite-oppervlakte} &= 3 \times (100 \text{ mm})^2 + 2\left(\frac{1}{2} \times 100 \text{ mm} \times 80 \text{ mm}\right) \\ &= 30\,000 \text{ mm}^2 + 2\,000 \text{ mm}^2 \\ &= 32\,000 \text{ mm}^2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{3.I.4} \quad \text{Volume (prisma)} &= \frac{1}{2} \text{basis} \times \text{hoogte} \times \text{hoogte} \\ &= \frac{1}{2}(100 \text{ mm} \times 80 \text{ mm}) \times 100 \text{ mm} \\ &= 400\,000 \text{ mm}^3 \end{aligned} \quad (4)$$

3.2.1 Heksäeder of kubus (2)

3.2.2 6 vlakke (2)

3.2.3 $V - E + F = 2$ (Euler se stelling) (3)

$$V = 2 + E - F$$

$$= 2 + 12 - 6$$

$$= 8$$

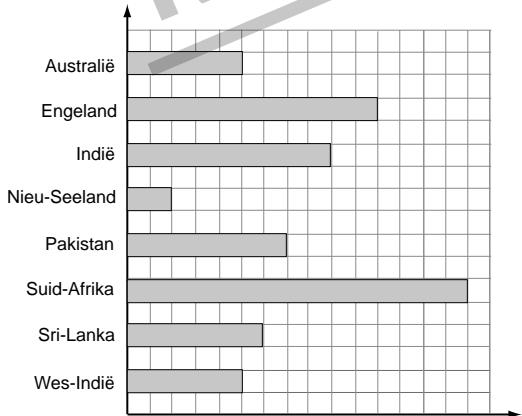
[18]

Vraag 4

4.I.1 60 mense (2)

4.I.2 Staafgrafiek of sirkelgrafiek of frekwensietafel (2)

4.I.3 (5)



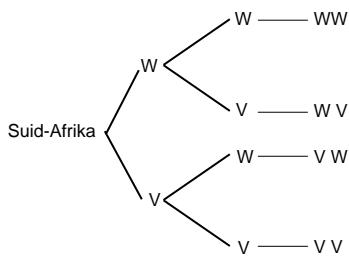
Uitslag van opname om gunsteling te bepaal om die T20-kriekettoernooi in 2012 te wen.

4.I.4.1 SA (1)

4.I.4.2 Kiwis (Nieu-Seeland) (1)

4.2.1

(6)



4.2.2 $P(\text{ten minste } W) = \frac{3}{4}$ (4)

4.2.3 $P(WW) = \frac{1}{4}$ (3)

4.3.1 Omvang = $98 - 61 = 37$ (3)

4.3.2 $61, \dots, 65, \dots, 67, \dots, 72, \dots, 75, \dots, 80, \dots, 86, \dots, 90, \dots, 98, \dots, 98$

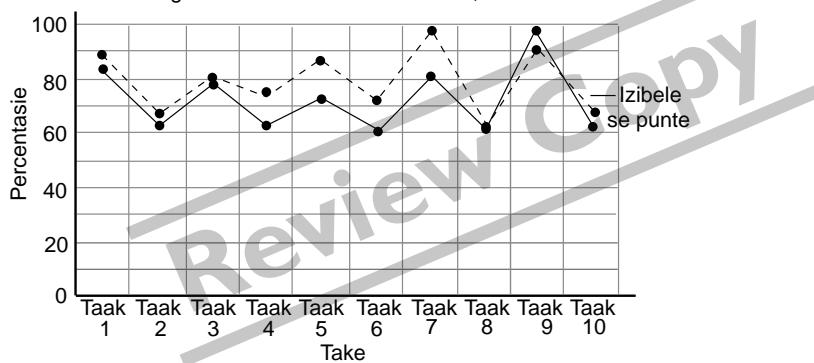
$$\text{Omvang} = [75 + \frac{80}{2}] \\ = 77,5$$

4.3.3 Gemiddelde = $\frac{\text{som}}{\text{aantal punte}}$
 $= \frac{792}{10}$
 $= 79,2$

(3)

4.4

4.4.1 Klasgemiddelde: Wiskunde Graad 9, 2012 (6)



4.4.2 Izibele se prestasie is bokant die klasgemiddelde, behalwe vir toets 9.

Izibele sal Matriek met goeie punte slaag.

(2)

[41]

Modeleksamenvraestel (November): Addisioneel

Vraestel I (Algebra)

(Punte: 120)

Instruksies

Beantwoord al die vrae.

Toon al jou bewerkings.

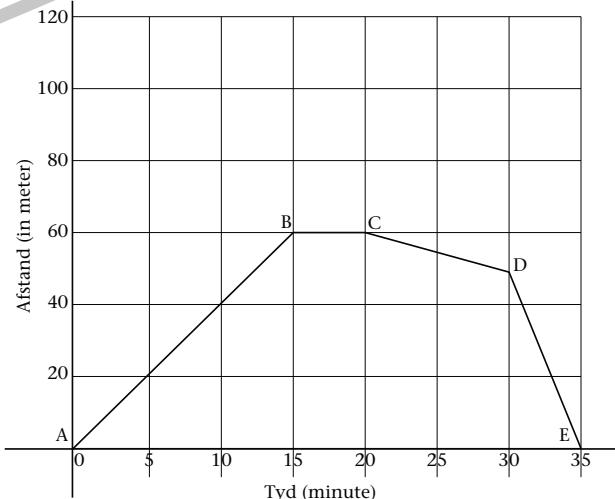
Werk netjies en skryf leesbaar.

Vraag 1

- I.1 a en b is heelgetalle wat nie zero is nie. Beantwoord die volgende vrae:
- I.I.1 Skryf twee maniere om die rasionale getal, n , in terme van a en b uit te druk. (4)
- I.I.2 Toon aan dat enige heelgetal a as 'n rasionale getal geskryf kan word. (2)
- I.I.3 Skryf $0,45$ as 'n rasionale getal in sy eenvoudigste vorm. (3)
- I.I.4 Skryf $0,\overline{12}$ in die vorm $\frac{a}{b}$, waar $a, b \in \mathbb{Z}$ en $b \neq 0$ (4)
- I.2 Vereenvoudig die volgende uitdrukking:
- I.2.1 $(1\frac{3}{7} + 2) \div \frac{8}{3}$ (3)
- I.2.2 $(1,82 \times 10^{-3}) \times (1,15 \times 10^3)$ (2)
- I.3 Terme van ander getalpatrone word met behulp van die volgende reël verbind:
 $T_n = \frac{1}{n^2}$, waar n 'n natuurlike getal is.
- I.3.1 Bereken die eerste term van die patroon. (2)
- I.3.2 Skryf neer die eerste vier terme van die patroon. (3)
- I.3.3 Watter term van die patroon is $\frac{201}{100}$? (2)
- [25]

Vraag 2

- 2.I Bella gaan elke Saterdagoggend winkel toe om melk en brood te gaan koop. Die onderstaande grafiek illustreer 'n tipiese inkopietog van Bella se huis af winkel toe en terug. Gebruik die grafiek om die volgende vrae te beantwoord:
- 2.I.1 Hoe ver is die winkel van Bella se huis af? (2)
- 2.I.2 Bereken Bella se gemiddelde spoed winkel toe. (4)
- 2.I.3 Beskryf kortlik wat moontlik met Bella gebeur tussen B en C. (2)



- 2.1.4** Hoeveel uur het dit vir Bella geduur om die uitstappie te voltooi? (3)
- 2.1.5** Tussen watter twee opeenvolgende punte het Bella die vinnigste beweeg? (2)
- 2.2** Kamve en Vuyo het besluit om R2 000 by verskillende banke vir 'n termyn van 24 maande te belê. Kamve se bank bied 'n rentekoers van 8% jaarliks saamgestel, aan. Vuyo se bank bied slegs enkelvoudige rentekoerse aan. Aan die einde van die beleggingstermyn het hulle albei ewe veel in hul bankrekening. (4)
- 2.2.1** Bereken die bedrag in Kamve se rekening na 24 maande. (4)
- 2.2.2** Bepaal die enkelvoudige rentekoers wat Vuyo by sy bank gekry het. (4)
- [21]

Vraag 3

- 3.1** Kyk na volgende veelterm:
 $4px^5 + 10x^3 - qx^2 - (r - s)x^6 + 3x - 2$
- 3.1.1** Hoeveel terme is daar in die veelterm? (2)
- 3.1.2** Skryf die graad van die veelterm neer. (2)
- 3.1.3** Skryf die numeriese koëffisiënt van x^6 neer. (2)
- 3.2** Vereenvoudig die volgende uitdrukings en skryf al die terme met positiewe eksponente:
- 3.2.1** $\frac{-tp^4q^3r^2}{4p^2q^{-2}r^3}$ (3)
- 3.2.2** $4x(x - y) - 5x(2x - y)$ (3)
- 3.2.3** $2x^2(xy - 3y + 4x) - (x^2y + 2x^3 - x^3y) + 4x^2y$ (4)
- 3.2.4** $(5p + 2q)(-2q + 5p)$ (3)
- 3.2.5** $(4x - 3y)^2$ (4)
- 3.2.6** $\frac{2b + c}{3} + \frac{5b - c}{4}$ (4)
- [27]

Vraag 4

- 4.1** Faktoriseer die volgende uitdrukings:
- 4.1.1** $(a - b) + 3(b - a)$ (2)
- 4.1.2** $27x^2 - 12$ (4)
- 4.1.3** $a^2 - 5a + 6$ (3)
- 4.2** Vereenvoudig: $\frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$ (4)
- 4.3** Los op:
- 4.3.1** $2x + 9 = 5 - 2x$ (3)
- 4.3.2** $4(3k - 1) + 3(k - 4) = -11k$ (4)
- 4.3.3** $(2x - 3)(x + 1) = 0$ (3)
- 4.3.4** $\frac{x+1}{2} = \frac{2x-3}{3}$ (4)
- 4.3.5** $3^x - \frac{1}{27} = 0$ (3)
- [30]

Vraag 5

- 5.1** Die onvolledige tabel hieronder toon uitsetwaardes vir sekere insetwaardes van f en g .

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = 2x - 3$	-9	-3	5
$g(x) = -2x + 1$...	-3	-1	...	-5	...

- 5.1.1** Kopieer en voltooi die tabel in jou antwoordboek. (5)
- 5.1.2** Trek, op dieselfde assestelsel, die grafieke van f en g . (6)
- 5.1.3** Merk op jou grafieke die snypunt met X en skryf die x -koördinaat van punt X. (2)
- 5.1.4** Los op vir x in die vergelyking: $2x - 3 = -2 + 1$ (3)
- 5.1.5** Vergelyk jou antwoorde in **5.1.3** en **5.1.4**? (1)

[17]

[Totaal: 120]

Vraestel 2 Meetkunde

(Punte: 100)

Instruksies

Beantwoord al die vrae.

Wys al jou werk.

Werk netjies en skryf duidelik.

Gebruik waar toepaslik $\pi = 3,14$ en rond alle antwoorde af tot twee desimale plekke.

Vraag 1

I Sê of die volgende stellings waar of onwaar is. Indien 'n stelling onwaar is, gee 'n voorbeeld om dit te staaf.

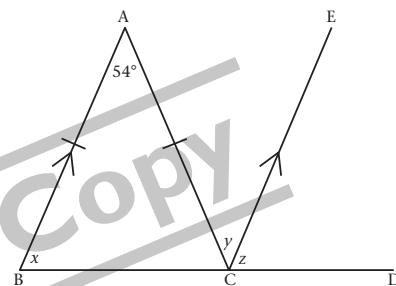
- I.1 Enige twee gelyksydige driehoede is gelyksoortig. (2)
I.2 Reghoekige driehoede het een binnehoek gelyk aan 90° . (2)
I.3 'n Trapesium is 'n parallelogram. (2)
I.4 Die som van die binnehoede van 'n seshoeke is 540° . (2)
I.5 Alle polieders (veelvlakke) is prisma. (2)

[10]

Vraag 2

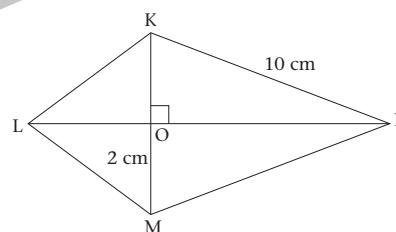
2.1 In die diagram langsaaan is $\triangle ABC$ gelykbenig met $\angle A = 540$. $AB \parallel EC$. Bereken, met redes:

- 2.1.1 die waarde van x (3)
2.1.2 die waarde van y (3)
2.1.3 die waarde van z . (3)
2.1.4 Bewys dat: $y + z = \angle A + x$ (3)



2.2 In die figuur langsaaan is KLMN 'n vlieër. Die hoeklyne LN en KM sny mekaar in O.

- 2.2.1 Skryf die lengte van KO neer. (2)
2.2.2 Bereken die lengte van ON. (5)
2.2.3 Bewys dat $\triangle LKN \cong \triangle LMN$. (6)

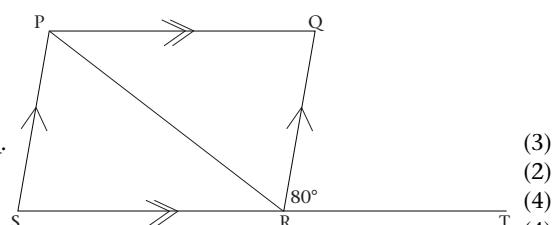


[25]

Vraag 3

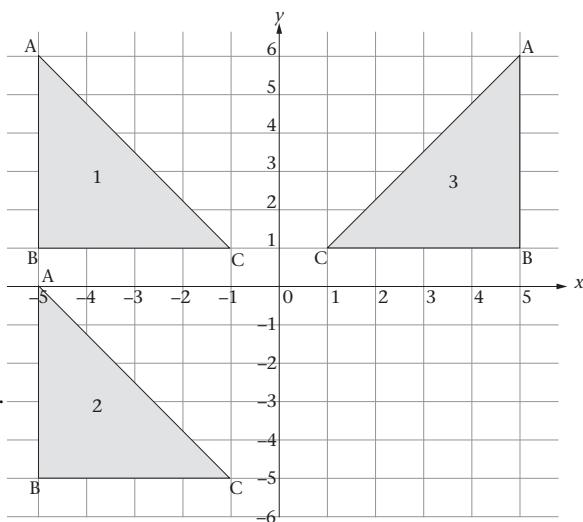
3.1 In die diagram langsaaan is PQRS 'n parallelogram. SR is verleng na T sodat $PQ \parallel ST$ en $\angle QRT = 80^\circ$.

- 3.1.1 Bereken, met redes, die grootte van $\angle Q$. (3)
3.1.2 Skryf die grootte van $\angle S$ neer. (2)
3.1.3 Bepaal die grootte van $\angle SPQ$. (4)
3.1.4 Bewys dat $\triangle PQR \parallel\!\!\!\parallel \triangle RST$. (4)



- 3.2** Die diagram langsaaan wys die transformasie van ΔABC in 'n Kartesiese vlak. Beantwoord die volgende vrae.

- 3.2.1** Skryf die koördinate van die hoekpunte A, B en C neer.
- 3.2.2** Beskryf die transformasie wat driehoek 2 van driehoek 1 gevorm het.
- 3.2.3** Beskryf die transformasie wat driehoek 3 van driehoek 1 gevorm het.
- 3.2.4** Skryf die koördinate van die hoekpunte van driehoek 3 neer.



(3)

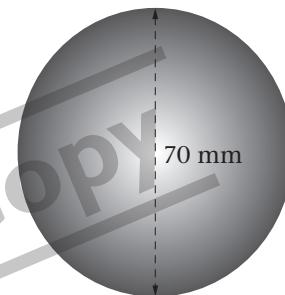
(3)

(3)

(2)
[24]

Vraag 4

- 4.1** Die sfeer langsaaan het 'n middellyn van 70 mm.
- 4.1.1** Bereken die omtrek van die sfeer in cm.
- 4.1.2** Bepaal die buite-oppervlakte van die sfeer in mm^2 .
- 4.1.3** Bepaal die volume van die sfeer tot die naaste liter.



(4)

(4)

(5)

- 4.2** 'n Sekere Platoniese vorm is 'n piramide.

- 4.2.1** Skryf die naam van die vorm neer.

(2)

- 4.2.2** Hoeveel vlakke het die vorm?

(2)

- 4.2.3** Bepaal die aantal hoekpunte van die vorm.

(4)

Vraag 5

- 5.1** Die volgende is finale Wiskunde-resultate vir die Graad 9-klas van 2011 by Sitholeni Laerskool.

34	45	30	55	70	45	40	44	38	66
50	58	63	80	64	77	66	85	50	52
66	13	28	37	86	38	24	49	55	57

- 5.1.1** Hoeveel Graad 9-leerders was in 2011 by die skool geregistreer?

(1)

- 5.1.2** Rangskik die Graad 9-leerders se resultate in stygende volgorde.

(3)

- 5.1.3** Bepaal die omvang van die resultate.

(2)

- 5.1.4** Bereken die gemiddelde, mediaan en modus van die leerders se resultate.

(7)

- 5.2** Leerders wie se finale punte in Wiskunde minder is as 40%, word aangeraai om in Graad 10 Wiskundige Geletterdheid te neem. Om ouers in te lig oor vakkeuses, het MnR. Kotze, die Wiskunde-onderwyser, die volgende frekwensietafel voorberei. Hy kon dit egter nie voltooi nie.

Kode	Interval	Telling	Frekwensie
1	0 – 29		3
2	30 – 39
3	40 – 49		5
4	50 – 59
5	60 – 69
6	70 – 79
7	80 – 100		

- 5.2.1** Teken MnR. Kotze se frekwensietafel oor en voltooi dit. (4)
- 5.2.2** Hoeveel leerders sal aangeraai word om in Graad 10 Wiskundige Geletterdheid te neem? (1)
- 5.2.3** Bepaal die waarskynlikheid daarvan om lukraak 'n leerder met 'n resultaat van 80% en hoër in die Graad 9-klas te kies. (3)

[21]

[Totaal: 100]

Review Copy

Modeleksamenvraestel (November): Addisioneel: Memorandum

Vraestel I: Algebra

[Punte: 120]

Vraag I

I.I.1 $n = \frac{a}{b}$ of $n = \frac{b}{a}$ (4)

I.I.2 $a = \frac{a}{1}$ wat rasionaal is (2)

I.I.3 $0,45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ (3)

I.I.4 Gestel $r = 0,12121212\dots$

Dan is $100r = 12,121212\dots$

Dus $100r - r = 12,121212\dots - 0,121212$

$$99r = 12$$

$$r = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$$
 (4)

I.2.1 $(1 \frac{3}{7} + 2) \div \frac{8}{3}$
 $= (\frac{10}{7} + 2) \div \frac{8}{3}$
 $= \frac{24}{7} \times \frac{3}{8}$
 $= \frac{9}{7}$ (3)

I.2.2 $(1,82 \times 10^{-3}) \times (1,15 \times 10^3)$
 $= 1,82 \times 1,15$
 $= 2,093$ (2)

I.3 $T_n = \frac{1}{n^2} + 2$

I.3.1 $T_1 = \frac{1}{1^2} + 2 = 1 + 2 = 3$ (2)

I.3.2 $3; \frac{1}{2^2} + 2; \frac{1}{3^2} + 2; \frac{1}{4^2} + 2; 3; \frac{9}{4}; \frac{19}{9}; \frac{33}{16}$ (3)

I.3.3 $\frac{201}{100} = \frac{1}{n^2} + 2$

$$\frac{1}{n^2} = \frac{201}{100} - 2$$

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{100}$$

$$n^2 = 100$$

$$\therefore n = +10$$

10th term, of deur inspeksie.

(2)

[25]

Vraag 2

- 2.I.1 60 meter (2)
- 2.I.2 Gemiddelde spoed = $\frac{60 \text{ m}}{15 \text{ m}}$
= 4 m/min (4)
- 2.I.3 Sy is by die winkel waar sy melk en brood koop (2)
- 2.I.4 Bella het 35 min geneem
= 35 min \times [1 h/60 min]
= 0,58 h (3)
- 2.I.5 Tussen D en E (2)
- 2.2.I Bedrag $P(1 + i)^n$
= R2 000 $(1 + \frac{8}{100})^2$
= R2 332,80 (4)

2.2.2 Vir Vuyo, $P = \text{R}2\,000$; $A = \text{R}2\,332,80$; $n = 2$
Deur formule vir enkelvoudige rente te gebruik
 $1 + nr = \frac{A}{P}$
 $nr = \frac{A}{P} - 1$
= $\frac{\text{R}2\,332,80}{\text{R}2\,000} - 1$
= $\text{R}2\,332,80 - \frac{\text{R}2\,000}{\text{R}2\,000}$
 $r = 0,0832$
= 8,32% (4)

[21]

Vraag 3

- 3.I.1 6 terme (2)
- 3.I.2 6 (2)
- 3.I.3 $(r - s)$ (2)
- 3.2.I $\frac{-4p^4q^3r^2}{4p^2q^2r^3}$
= $\frac{-p^2q^5}{r}$ (3)
- 3.2.2 $4x(x - y) - 5x(2x - y)$
= $4x^2 - 4xy - 10x^2 + 5xy$
= $-6x^2 + xy$ (3)
- 3.2.3 $2x^2(xy - 3y + 4x) - (x^2y + 2x^3 - x^3y) + 4x^2y$
= $2x^3y - 6x^2y + 8x^3 - x^2y - 2x^3 + x^3y + 4x^2y$
= $3x^3y - 3x^2y + 6x^3$ (4)
- 3.2.4 $(5p + 2q)(-2q + 5p)$
= $-10pq + 25p^2 - 4q^2 + 10pq$
= $25p^2 - 4q^2$ (3)
- 3.2.5 $(4x - 3y)^2 = (4x - 3y)(4x - 3y)$
= $16x^2 - 12xy - 12xy + 9y^2$
= $16x^2 - 24xy + 9y^2$ (4)
- 3.2.6 $\frac{2b + c}{3} + \frac{5b - c}{4}$
= $\frac{4(2b + c) + 3(5b - c)}{12}$
= $\frac{8b + 4c + 15b - 3c}{12}$
= $\frac{23b + 7c}{12}$ (4)

[27]

Vraag 4

4.1.1
$$\begin{aligned} & (a - b) + 3(b - a) \\ &= (a - b) - 3(a - b) \\ &= (a - b)(1 - 3) \\ &= -2(a - b) \end{aligned} \tag{2}$$

4.1.2
$$\begin{aligned} & 27x^2 - 12 \\ &= 3(9x^2 - 4) \\ &= 3[(3x)^2 - (2)^2] \\ &= 3[(3x - 2)(3x + 2)] \\ &= 3(3x - 2)(3x + 2) \end{aligned} \tag{4}$$

4.1.3
$$\begin{aligned} & a^2 - 5a + 6 \\ &= (a - 2)(a - 3) \end{aligned} \tag{3}$$

4.2
$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6} \\ &= \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)(x + 2)} \\ &= \frac{(x + 3)}{(x + 2)} \end{aligned} \tag{4}$$

4.3.1
$$\begin{aligned} & 2x + 9 = 5 - 2x \\ & 2x + 2x = -4 \\ & x = -1 \end{aligned} \tag{3}$$

4.3.2
$$\begin{aligned} & 4(3k - 1) + 3(k - 4) = -11k \\ & 12k - 4 + 3k - 12 = -11k \\ & 12k + 11k + 3k = 12 + 4 \\ & 26k = 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k &= \frac{16}{26} \\ k &= \frac{8}{13} \end{aligned} \tag{4}$$

4.3.3
$$\begin{aligned} & (2x - 3)(x - 1) = 0 \\ & \text{Óf } (2x - 3) = 0 \text{ of } x - 1 = 0 \\ & 2x = 3 \text{ or } x = -1 \\ & \therefore x = \frac{3}{2} \text{ or } x = -1 \end{aligned} \tag{3}$$

4.3.4
$$\begin{aligned} & \frac{6(x + 1)}{2} = \frac{6(2x - 3)}{3} \\ & 3x + 3 = 4x - 6 \\ & 3x - 4x = -6 - 3 \\ & -x = -9 \\ & \therefore x = 9 \end{aligned} \tag{4}$$

4.3.5
$$\begin{aligned} & 3x - \frac{1}{27} = 0 \\ & 3x = \frac{1}{27} \\ & 3x = 3^{-3} \\ & \therefore x = -3 \end{aligned} \tag{3}$$

[30]

Vraag 5

5.I.I

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = 2x - 3$	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5
$g(x) = -2x + 1$	7	5	3	1	-1	-3	-5	-7

(5)

5.I.2 [insert graph]

(6)

5.I.3 $x = 1$

(2)

5.I.4 $2x - 3 = -2x + 1$

$$4x = 1 + 3$$

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

(3)

5.I.5 Die waardes is dieselfde.

(1)

[17]

[Totaal: 120]

Vraestel 2 Meetkunde

(Punte: 100)

Vraag 1

1.I Waar✓

(2)

1.2 Waar

(2)

1.3 Onwaar. Slegs een paar teenoorstaande sye van 'n trapesium is ewewydig; in 'n parallelogram is albei pare sye ewewydig.

(2)

1.4 Onwaar. 'n Seshoek het ses sye en kan dus in vier driehoede opgedeel word. Die som van sy binnehoeke is 720° .

(2)

1.5 Onwaar. 'n Tetraëder is 'n veelvlak, maar nie 'n prisma nie.

(2)

[10]

Vraag 2

2.I.1 $x + \hat{A}CB = 180^\circ - 54^\circ$ (som van die binnehoeke van $\triangle ABC$)

But $x = \hat{A}CB$ (basishoeke van gelykbenige $\triangle ABC$)

$$\therefore x = \frac{126^\circ}{2}$$

$$x = 63^\circ$$

(3)

2.I.2 $y = \hat{A}$ (verwisselende hoeke, $AB \parallel EC$)

$$\therefore y = 54^\circ$$

(5)

2.I.3 $z = \hat{B} = x$ (ooreenkomsstige hoeke $< AB \parallel EC$)

$$\therefore z = 63^\circ$$

(3)

2.I.4 $\hat{y} + z = 54^\circ + 63^\circ = 117^\circ$

$$\hat{A} + x = 54^\circ + 63^\circ = 117^\circ$$

$$\therefore \hat{y} + z = \hat{A} + x \text{ soos gevra}$$

(3)

2.2.1 KO = 2 cm

(1)

2.2.2 $ON^2 = KN^2 - KO^2$ (Pythagoras se Teorema)

$$= (10 \text{ cm})^2 - (2 \text{ cm})^2$$

$$= 100 \text{ cm}^2 - 4 \text{ cm}^2$$

$$= 96 \text{ cm}^2$$

$$\therefore ON = 9,78 \text{ cm}$$

(5)

2.2.3 In $\triangle LKN$ en $\triangle LMN$

KN = MN (aanliggende sye van 'n vlieër)

LK = LM (aanliggende sye van 'n vlieër)

LN is gemeenskaplik

$\therefore \triangle LKN \cong \triangle LMN$ (SSS)

[26]

Vraag 3

3.1.1 $Q\hat{R}T = \hat{Q}$ (verwisselende hoeke, PQ||ST)

$$\therefore \hat{Q} = 80^\circ \quad (3)$$

3.1.2 $\hat{S} = Q\hat{R}T = 80^\circ$ (ooreenkomsstige hoeke, PS||QR)

(2)

3.1.3 $\hat{S}PQ = \hat{S}\hat{R}Q$ (teenoorstaande hoeke van 'n ||rm)

Maar $\hat{S}\hat{R}Q = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ (hoeke op 'n reguit lyn)

$$\therefore \hat{S}PQ = 100^\circ \quad (4)$$

3.1.4 In $\triangle PQR$ en $\triangle RSP$

$\hat{S} = \hat{Q}$ (teenoorstaande hoeke van 'n ||rm)

$\hat{S}PR = \hat{P}\hat{R}Q$ (verwisselende hoeke, PS||QR)

$$\therefore \triangle PQR \cong \triangle RSP \quad (4)$$

3.2.1 A(-5; 6); B(-5; 1); C(-1; 1)

(3)

3.2.2 Translasies 6 eenhede afwaarts.

(2)

3.2.3 Refleksie oor die y -as.

(2)

3.2.4 A(5; 6); B(5; 1); C(1; 1)

(3)

[23]

Vraag 4

4.1.1 Omtrek = πd

$$= 3,14 \times 70 \text{ mm}$$

$$= 219,8 \text{ mm}$$

$$= 21,98 \text{ cm}$$

(4)

4.1.2 SA = $4\pi r^2$

$$= 4(3,14) \times (35 \text{ mm})^2$$

$$= 15 386 \text{ mm}^2 \quad (4)$$

4.1.3 Volume = $\frac{4}{3} \pi r^3$

$$= \frac{4}{3} (3,14)(35 \text{ mm})^3$$

$$= 179 503,33 \text{ mm}^3$$

$$\approx 180 \text{ ml}$$

(5)

4.2.1 Tetraëder

(2)

4.2.2 4

(2)

4.2.3 4

(2)

[19]

Vraag 5

5.I.1 30 leerders (1)

5.I.2 13; 24; 28; 30; 34; 37; 38; 38; 40; 44; 45; 45; 49; 50; 52; 55; 55; 57; 58; ; 63; 64; 66; 66; 66;
70; 77; 80; 85; 86 (3)

5.I.3 Omvang = $86 - 13 = 73$ (2)

5.I.4 Gemiddelde = $\frac{\text{som van tellings}}{30}$ (2)

$$= \frac{1520}{30}$$

$$= 50,66$$

(2)

$$\text{Mediaan} = \frac{50 + 52}{2}$$

$$= 51$$

(2)

$$\text{Modus} = 66$$

(2)

5.2.1

Code	Interval	Tally	Frequency
1	0–29		3
2	30–39		5
3	40–49		5
4	50–59		7
5	60–69		5
6	0–79		2
7	80–100		3
Totaal			30

(6)

5.2.2 8 (1)

5.2.3 $\frac{3}{80}$ (3)

[22]

[Totaal: 98]

Hulpbronne

Vraagwoorde: Werkwoorde om vrae/Aktiwiteit in te lei

Werkwoorde lei vaardighede in wat op die onderskeie vlakke geassesseer word, van die laagste tot die hoogste kognitiewe vlakke. Hier volg 'n lys van sulke werkwoorde.

Herroep van kennis:

Benoem	Identifiseer	Selekteer
Beskryf	Kies	Verklaar
Definieer	Maak aantekeninge	Verskaf
Dui aan	Noem	Voorsien
Gee	Noem op	Vul in

Begrip/insig:

Brei uit	Onderskei tussen	Veralgemeen
Dui aan	Rangskik	Verander
Herskryf	Regverdig	Verduidelik
Interpreteer	Skat	Vergelyk
Lei af	Tabuleer	Voorspel

Toepassing:

Bereken	Integreer	Ontdek
Bespreek krities	Konstrueer	Pas toe
Differensieer	Lei af	Stel voor
Formuleer	Los op	Verander

Analise:

Breek af	Diskrimineer	Dui aan
Lei af	Onderskei tussen	Selekteer
Differensieer	Illustreer	Skei

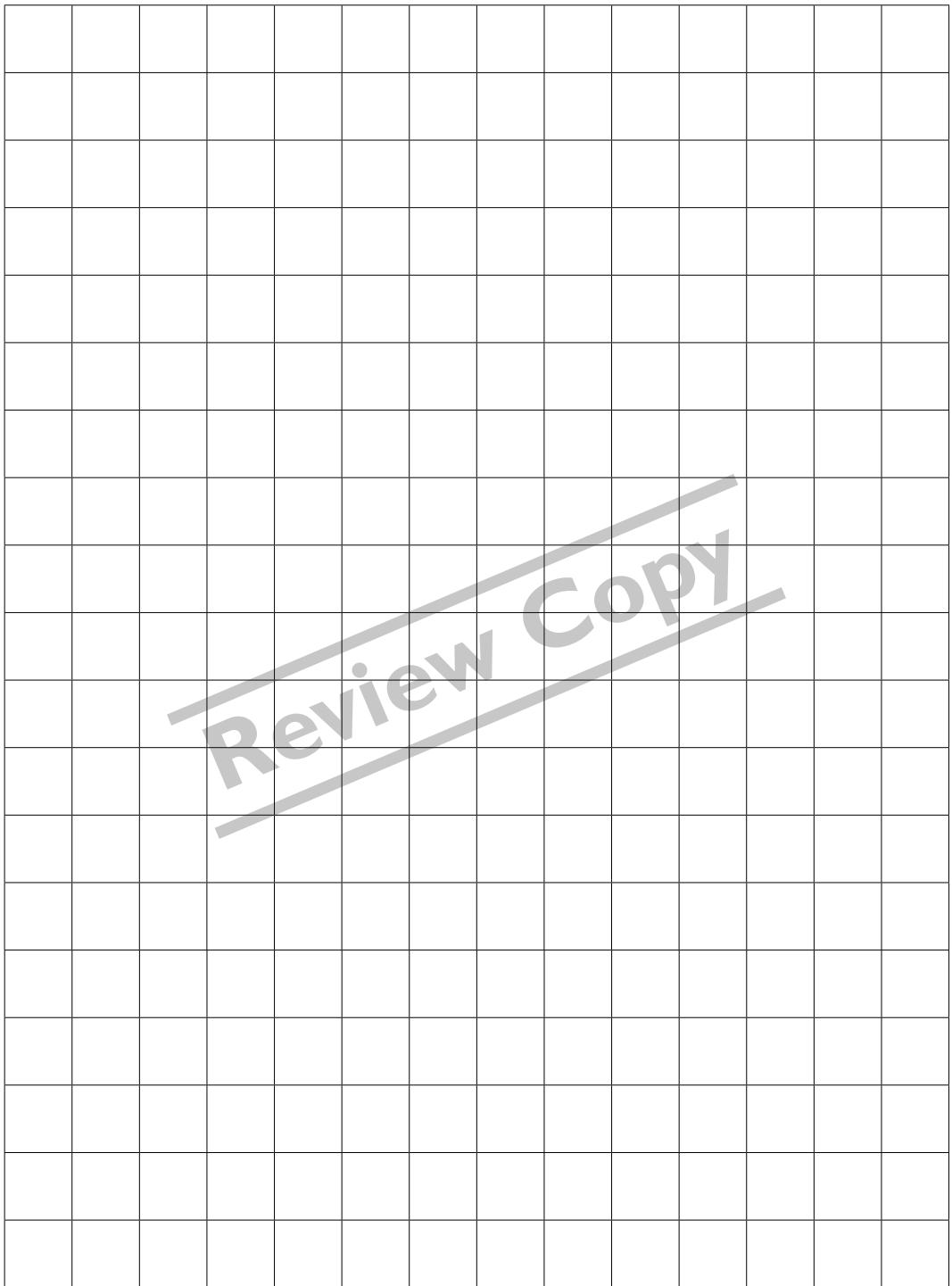
Sintese:

Herskryf	Ontwerp	Stel op
Kategoriseer	Skat	Stel saam
Klassifiseer	Skep	Vorm
Kombineer	Som	

Evaluering:

Interpreteer	Onderskei tussen	Vergelyk
Kontrasteer	Ondersteun	Verifieer
Kritiseer	Regverdig	Waardeer
Lei af	Som op	

I cm-Ruitenetpapier



0.5 cm-Ruitenpapier

