



# Wiskunde

## ONDERWYSGIDS

GRAAD

8

Review Copy

K. Kriel • L. du Toit

Dit is onwettig om enige bladsye uit hierdie boek te fotokopieer  
sonder die skriftelike toestemming van die Uitgewer.

**OXFORD**  
UNIVERSITY PRESS  
SOUTHERN AFRICA



Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk.

Vasco Boulevard, Goodwood, Kaapstad, Republiek van Suid-Afrika  
Posbus 12119, N1-stad, 7463, Kaapstad, Republiek van Suid-Afrika

Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk. is 'n filiaal van  
Oxford University Press, Great Clarendonstraat, Oxford OX2 6DP.

Die Press, 'n departement van die Universiteit van Oxford, bevorder die Universiteit se doelwit van  
voortreflikheid in navorsing, vakkundigheid en onderrig deur wêreldwyd te publiseer in

Oxford New York

Auckland Dar es Salaam Hongkong Kaapstad Karatsji  
Koala Loempoer Madrid Melbourne Mexikostad Nairobi  
Nieu-Delhi Shanghai Taipei Toronto

Met kantore in

Argentinië Brasilië Chili Frankryk Griekeland Guatemala Hongarye  
Italië Japan Die Oekraïne Oostenryk Pole Portugal Singapoer  
Suid-Korea Switserland Tsjeggiese Republiek Turkye Viëtnam

Oxford is 'n geregistreerde handelsmerk van Oxford University Press  
in die Verenigde Koninkryk en sekere ander lande.

Gepubliseer in Suid-Afrika  
deur Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk., Kaapstad

**Oxford Headstart Wiskunde Graad 8 Onderwysersgids**

ISBN PROM 199042999

© Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk. 2013

Die morele regte van die skrywers word gehandhaaf.  
Databasisregte Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk. (skepper)

Eerste uitgawe 2013

Alle regte voorbehou. Geen gedeelte van hierdie publikasie mag sonder dat skriftelike  
verlof vooraf van Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk. verkry is, gereproduseer  
of in 'n stelsel vir inligtingsbewaring geberg word of op enige wyse weergegee word nie,  
tensy soos uitdruklik deur die wet toegelaat, of kragtens ooreenkoms met die geskikte  
organisasie vir reprografikaregte. Rig enige navrae ten opsigte van reproduksie benewens bogenoemde aan  
Oxford University Press Southern Africa (Edms.) Bpk., by die adres bo.

Hierdie boek mag nie in enige ander gebonde vorm of met enige ander omslag gesirkuleer word  
nie, en dieselfde voorwaarde moet op enige aanskafter geplaas word.

Uitgewer / Werwingsredakteur: Megan Carver / Sharon Villette

Projekbestuurder: Chantel Parry

Redakteur: Loizet Heyl

Vertaler: Elmarie Van De Riet

Ontwerper en omslagontwerper: Jade Benjamin

Illustreerders: Rob Foote / Eva Nossek

Geset in ITC Stone Serif 9.5 pt op 12 pt deur Stronghold Publishing CC

Omslagreproduksie deur

Gedruk en gebind deur

Die uitgewer en outeurs bedank graag die organisasies wat materiaal verskaf het en toestemming vir die reproduksie daarvan  
verleen het. Alles moontlik is gedoen om kopiereghouers op te spoor, maar waar dit onmoontlik was, ontvang die uitgewer  
graag inligting sodat enige weglatings in verdere uitgawes reggestel kan word.

# Inhoud

## Inleiding 7

Hoe om hierdie Onderwysersgids te gebruik .....	7
Hoe hierdie kursus werk .....	8

## Oorsig 8

Tydstoekenning vir onderrig .....	9
KABV vir Wiskunde .....	9

## Beplanning en assessering 12

Soorte beplanningshulpmiddels .....	12
Assessering in die Senior Fase .....	16
Soorte assessering .....	17
Formele assesseringsvereistes vir Wiskunde .....	18
Beplanning vir die Formele Assesseringsprogram vir Wiskunde .....	21
Inklusiewe assessering .....	22
Aantekening en verslaglewering van assessering .....	22

## Wat is Wiskunde? 23

Die spesifieke fokus van inhoudsgebiede in die Senior Fase .....	24
Metakognitiewe strategieë .....	25
Hoofrekenne in die Senior Fase .....	26
Wiskunde in die Senior Fase .....	27
Inklusiewe onderrig .....	28

## Hoofstuk 1 Telgetalle 30

Eenheid 1 Rangskikking en vergelyking van telgetalle .....	31
Eenheid 2 Eienskappe van telgetalle .....	33
Eenheid 3 Berekeninge met telgetalle .....	35
Eenheid 4 Veelvoude en faktore .....	44
Eenheid 5 Verhouding en koers .....	49
Hoofstuk 1 hersiening .....	54

## Hoofstuk 2 Heelgetalle 57

Eenheid 1 Tel, rangskik en vergelyk heelgetalle .....	58
Eenheid 2 Berekeninge met heelgetalle .....	61
Eenheid 3 Eienskappe van heelgetalle .....	68
Eenheid 4 Finansiële Wiskunde .....	70
Hoofstuk 2 hersiening .....	79

## **Hoofstuk 3 EkspONENTE 80**

Eenheid 1 Kwadrate en derdemagte .....	81
Eenheid 2 Vergelyking en voorstelling van getalle in eksponensiële vorm .....	84
Eenheid 3 Berekeninge met eksponente .....	88
Eenheid 4 Wetenskaplike notasie .....	94
Hoofstuk 3 hersiening .....	98

## **Hoofstuk 4 Getal- en meetkundige patrone 99**

Eenheid 1 Ondersoek en uitbreiding van patrone .....	99
Hoofstuk 4 hersiening .....	104

## **Hoofstuk 5 Funksies en verwantskappe 105**

Eenheid 1 Invoerwaardes, uitvoerwaardes en vloeiagramme .....	105
Eenheid 2 Ekwivalente vorms van verwantskappe .....	108
Hoofstuk 5 hersiening .....	112

## **Hoofstuk 6 Algebraïese uitdrukkings 113**

Eenheid 1 Algebraïese taal .....	114
Eenheid 2 Uitbreiding en vereenvoudiging van algebraïese uitdrukkings .....	121
Hoofstuk 6 hersiening .....	125

## **Hoofstuk 7 Algebraïese vergelykings 126**

Eenheid 1 Vergelykings .....	126
Eenheid 2 Oplossing van vergelykings .....	129
Hoofstuk 7 hersiening .....	132

## **Hoofstuk 8 Nog algebraïese uitdrukkings 136**

Eenheid 1 Vertolking van algebraïese uitdrukkings .....	137
Eenheid 2 Werk met algebraïese uitdrukkings .....	140
Eenheid 3 Vereenvoudiging van algebraïese uitdrukkings .....	143
Hoofstuk 8 hersiening .....	152

## **Hoofstuk 9 Nog algebraïese vergelykings 153**

Eenheid 1 Oplossing van vergelykings .....	153
Hoofstuk 9 hersiening .....	162

## **Hoofstuk 10 Meetkunde 164**

Eenheid 1 Meetkunde van reguitlyne .....	165
Eenheid 2 Konstrueer meetkundige figure .....	173
Eenheid 3 Eienskappe van meetkundige figure .....	180
Eenheid 4 Meetkunde van 2D-vorms: Driehoeke .....	187
Eenheid 5 Meetkunde van 2D-vorms: Vierhoeke.....	193
Eenheid 6 Meetkunde van 2D-vorms: Kongruente en gelykvormige figure.....	197
Hoofstuk 10 hersiening .....	204

### **Eksameneksemplaar 1: Junie .....206**

### **Eksameneksemplaar 1 (addisioneel): Junie .....209**

### **Eksameneksemplaar 1 (addisioneel): Junie Memorandum.....210**

### **Eksameneksemplaar 2 (addisioneel): Junie .....212**

### **Eksameneksemplaar 2 (addisioneel): Junie Memorandum .....214**

## **Hoofstuk 11 Hersiening: Gewone breuke 216**

Eenheid 1 Hersiening van gewone breuke.....	217
Eenheid 2 Optelling en aftrekking van gewone breuke .....	219
Eenheid 3 Vermenigvuldiging en deling van gewone breuke .....	225
Eenheid 4 Persentasies .....	229
Hoofstuk 11 hersiening.....	233

## **Hoofstuk 12 Desimale breuke 234**

Eenheid 1 Rangskikking en vergelyking van desimale breuke.....	235
Eenheid 2 Optelling en aftrekking van desimale breuke.....	240
Eenheid 3 Vermenigvuldiging en deling van desimale breuke.....	242
Eenheid 4 Ekwivalente vorms .....	245
Hoofstuk 12 hersiening .....	249

## **Hoofstuk 13 Meetkunde van 2D-vorms en 3D-voorwerpe 250**

Eenheid 1 Die Stelling van Pythagoras .....	251
Eenheid 2 Oppervlakte en omtrek.....	256
Eenheid 3 Sirkels .....	264
Eenheid 4 Buite-oppervlakte en volume.....	271
Hoofstuk 13 hersiening.....	278

## **Hoofstuk 14 Datahantering 281**

Eenheid 1 Versameling van data.....	282
Eenheid 2 Organiserings en opsomming van data.....	288
Eenheid 3 Voorstelling van data .....	297
Eenheid 4 Vertolking, ontleding en verslagdoening van data .....	304
Hoofstuk 14 hersiening.....	311

<b>Hoofstuk 15 Funksies en Algebra</b>	<b>317</b>
Eenheid 1 Invoer- en uitvoerwaardes .....	317
Eenheid 2 Ekwivalente vorms .....	320
Eenheid 3 Probleemoplossing met behulp van vervanging .....	322
Hoofstuk 15 hersiening .....	324
<b>Hoofstuk 16 Grafieke</b>	<b>326</b>
Eenheid 1 Vertolking van grafieke .....	326
Eenheid 2 Verstaan en teken grafieke .....	330
Hoofstuk 16 hersiening .....	337
<b>Hoofstuk 17 Transformasiemeetkunde</b>	<b>338</b>
Eenheid 1 Transformasies .....	338
Eenheid 2 Vergrotings en verkleinings .....	345
Hoofstuk 17 hersiening .....	350
<b>Hoofstuk 18 Meetkunde van 3D-voorwerpe</b>	<b>351</b>
Eenheid 1 Klassifikasie van 3D-voorwerpe .....	351
Eenheid 2 Platoniese vaste figure .....	355
Eenheid 3 Bou van 3D-modelle .....	358
Hoofstuk 18 hersiening .....	361
<b>Hoofstuk 19 Waarskynlikheid</b>	<b>362</b>
Eenheid 1 Teoretiese waarskynlikheid .....	362
Eenheid 2 Relatiewe frekwensie .....	366
Hoofstuk 19 hersiening .....	371
<b>Eksameneksemplaar 2: November Vraestel 1 Memorandum.....</b>	<b>372</b>
<b>Eksameneksemplaar 2: November Vraestel 2 Memorandum .....</b>	<b>373</b>
<b>Eksameneksemplaar 1 (addisioneel): November Vraestel 1 .....</b>	<b>377</b>
<b>Eksameneksemplaar 1 (addisioneel): November Vraestel 1 Memorandum.....</b>	<b>380</b>
<b>Eksameneksemplaar 2 (addisioneel): November Vraestel 2 .....</b>	<b>384</b>
<b>Eksameneksemplaar 2 (addisioneel): November Vraestel 2 Memorandum .....</b>	<b>386</b>
<b>Eksameneksemplaar 3 (addisioneel): November Vraestel 3 .....</b>	<b>388</b>
<b>Eksameneksemplaar 3 (addisioneel): November Vraestel 3 Memorandum.....</b>	<b>393</b>
<b>Hulpbronne</b>	<b>398</b>

# Inleiding

## Hoe om hierdie Onderwysersgids te gebruik

*Wiskunde Graad 8 Onderwysersgids* is 'n Wiskundekursus met 'n ryk bron van hulpmiddels om volledige dekking van die kurrikulum en suksesvolle ontwikkeling van wiskundige begrippe en vaardighede te verseker.

Die Onderwysersgids bied ondersteuning deur:

- die vak-, KABV- en onderrigterminologie vir die onderwyser te definieer
- formele assesseringstake te voorsien soos voorgeskryf deur die KABV
- strukturering van die kursus in eenhede met voorgestelde pas van afhandeling van inhoud volgens die KABV
- voorsiening van die kwartaal en eenheid/tema/onderwerp onderaan die bladsy vir moeitelose verwysing tussen komponente
- algemene onderrigadvies vir elke eenheid sowel as spesifieke aanwysings oor hoe om elke aktiwiteit uit te voer.

## Vyf afdelings wat maklik is om te volg

**Afdeling A en Afdeling B:** Inleiding en die KABV

- Hoe om die Onderwysersgids te gebruik
- 'n Oorsig van die KABV
- Die KABV en Wiskunde

**Afdeling C:** Beplanning en assessering in die Senior Fase

- Beplanningshulpmiddels en onderrigplanne
- Soorte assessering, insluitend die Formele Assesseringsprogram vir Wiskunde
- Aantekening en verslaglewering

**Afdeling D:** Onderrig van Wiskunde in die Senior Fase

**Afdeling E:** Lesplanne vir die onderrig van Wiskunde

# Hoe hierdie kursus werk

Die \_\_\_\_\_-reeks bevredig die vereistes van die Nasionale Kurrikulum- en Assesseringsbeleidsverklaring (KABV) vir die Senior Fase. In Graad 8 bestaan Wiskunde uit twee kernkomponente: 'n Onderwysersgids en 'n Leerderboek.

## Die Leerderboek

Die tweekleur Leerderboek het volkleur afdelings om te help met die illustrasie van die inhoud. Die boek dek al die inhoud en kernbegrippe, en fasiliteer die ontwikkeling van vaardighede. Dit het aktiwiteite waarmee leerders hul kennis en vaardighede kan ontwikkel en oefen, en hul kennis kan versterk. Onderwysers ontvang leiding in die Onderwysersgids oor hoe om belangrike begrippe te onderrig.

Geskrewe tekste se inhoud word deur illustrasies ondersteun. Alle voorbeelde, aktiwiteite en illustrasies is verteenwoordigend van alle kultuurgroepe.

Aktiwiteite word gaandeweg meer van 'n uitdaging, in die aktiwiteit self en ook in die eenheid, sodat leerders toenemend hulle vaardighede en begrip ontwikkel.

## Die Onderwysersgids

Die Onderwysersgids voorsien aan jou, die onderwyser, al die beplannings-, onderrig- en assesseringshulpmiddels.

## Oorsig

Hierdie reeks is gegrond in die *Nasionale Kurrikulumverklaring Graad R–12* (NKV, Januarie 2012) wat die beleidsdokument is vir leer en onderrig in Suid-Afrika. Die NKV bestaan uit drie dokumente, naamlik:

- Kurrikulum- en Assesseringsbeleidsverklarings (KABV) vir alle goedgekeurde vakke van Graad R–12
- *Nasionale Beleidsverklaring wat betrekking het op die Program en Bevorderingsvereistes van die Nasionale Kurrikulumverklaring Graad R–12*
- *Nasionale Protokol vir Assessering Graad R–12* (Januarie 2012).

Elke KABV-dokument het vier afdelings:

- Afdeling 1: Inleiding tot die Kurrikulum- en Assesseringsbeleidsverklaring vir die spesifieke onderwerp
- Afdeling 2: Die spesifieke vakdoelstellings, tydstoekennings en vereistes om dit as 'n vak aan te bied
- Afdeling 3: Oorsig van onderwerpe en onderrigplan vir die spesifieke vak
- Afdeling 4: Assessering in die spesifieke vak.



Afdelings 2, 3 en 4 van die KABV-dokumente, saam met die *Nasionale Beleid wat betrekking het op die Program- en Bevorderingsvereistes van die NKV*, verteenwoordig die norme en standaarde van die *Nasionale Kurrikulumverklaring Graad R-12*. Saam vorm hierdie dokumente die basis vir die vasstelling van minimumuitkomste, prosesse en prosedures vir die assessering van leerder se prestasievlak in openbare en onafhanklike skole.

## Tydstoekenning vir onderrig

Die onderrigtyd in die Senior Fase is soos volg:

Vak	Onderwysure per week
Huistaal	5
Eerste Addisionele Taal	4
Wiskunde	4,5
Natuurwetenskappe	3
Sosiale Wetenskappe	3
Tegnologie	2
Ekonomiese- en Bestuurs-wetenskappe	2
Lewensoriëntering	2
Kreatiewe Kunste	2
Totaal	27,5
<b>Totaal</b>	<b>27,5</b>

## KABV vir Wiskunde

Elke KABV-dokument voorsien:

- 'n oorsig van die onderwerpe en die inhoud vir die vak (sien asseblief hieronder)
- die voorgeskrewe lading vir elke inhoudsgebied (sien hieronder)
- 'n onderrigplan vir die vak (sien Afdeling 2: Beplanning en Assessering).

Die volgende inhoudsgebiede maak deel uit van die Intermediêre Fase-kurrikulum:

- getalle, bewerkings en verwantskappe
- patrone, funksies en algebra
- vorm en ruimte (Meetkunde)
- meting
- datahantering

Elke inhoudsgebied het 'n voorgeskrewe lading om volledige dekking van die hele kurrikulum te verseker.

Inhoudsgebied	Graad 7	Graad 8	Graad 9
Getalle, bewerkings en verwantskappe	30%	25%	15%
Patrone, funksies en Algebra	25%	30%	35%
Vorm en ruimte (Meetkunde)	25%	25%	30%
Meting	10%	10%	10%
Datahantering	10%	10%	10%
Totaal	100%	100%	100%

## Oorsig oor onderwerpe

	Graad 8	Graad 8	Graad 9
<b>Kwartaal 1</b>	<p>Berekeninge uit die hoof Vergelyk en orden telgetalle (9 syfers)</p> <p>Eienskappe van telgetalle</p> <p>Berekeninge met telgetalle</p> <p>Optelling en aftrekking (6 syfers)</p> <p>Vermenigvuldiging en deling (4-syfer met/deur 2-syfer)</p> <p>Veelvoude en faktore (van 2- en 3-syfer telgetalle)</p> <p>Priemfaktore</p> <p>KGv en GGD (3-syfer telgetalle)</p> <p>Los probleme op (verhouding; koers; persentasies; desimale breuke; finansiële konteks)</p> <p>EkspONENTE</p> <p>Meet hoeke</p> <p>Konstrueer meetkundige figure</p> <p>Klassifiseer 2D-vorms</p> <p>Gelykvormige en kongruente 2D-vorms</p> <p>Los probleme op</p>	<p>Berekeninge uit die hoof Vergelyk en orden telgetalle (priemgetalle tot 100)</p> <p>Eienskappe van telgetalle</p> <p>Berekeninge met telgetalle</p> <p>Veelvoude en faktore</p> <p>Los probleme op (verhouding; koers; persentasies; desimale breuke; finansiële konteks)</p> <p>Tel, vergelyk en orden heelgetalle</p> <p>Berekeninge met heelgetalle</p> <p>Eienskappe van heelgetalle</p> <p>Los probleme op</p> <p>Stel getalle in eksponensiële vorm voor</p> <p>Berekeninge in eksponensiële vorm</p> <p>Wette van eksponente</p> <p>Getal- en meetkundige patrone</p> <p>Invoer- en uitvoerwaardes of reëls vir patrone en verwantskappe</p> <p>Ekwivalente voorstellings</p> <p>Gebruik algebraïese taal</p> <p>Brei algebraïese uitdrukkings uit en vereenvoudig dit</p> <p>Stel vergelykings op en los dit op deur inspeksie</p>	<p>Berekeninge uit die hoof</p> <p>Eienskappe van telgetalle</p> <p>Berekeninge met telgetalle</p> <p>Veelvoude en faktore</p> <p>Los probleme op (verhouding; koers; direkte en omgekeerde eweredigheid; persentasies; desimale breuke; finansiële konteks)</p> <p>Berekeninge met heelgetalle</p> <p>Eienskappe van heelgetalle</p> <p>Los probleme op</p> <p>Gewone breuke</p> <p>Desimale breuke</p> <p>EkspONENTE</p> <p>Berekeninge in eksponensiële vorm</p> <p>Getal- en meetkundige patrone</p> <p>Invoer- en uitvoerwaardes of reëls vir patrone en verwantskappe</p> <p>Ekwivalente voorstellings</p> <p>Gebruik algebraïese taal</p> <p>Brei algebraïese uitdrukkings uit en vereenvoudig dit</p> <p>Vergelykings (gebruik faktoriserings; of die vorm waar die produk van faktore = 0)</p>

<b>Kwartaal 2</b>	<p>Berekeninge uit die hoof</p> <p>Gewone breuke</p> <p>Persentasies</p> <p>Desimale breuke</p> <p>Ekwivalente vorms van breuke</p> <p>Los probleme op</p> <p>Invoer- en uitvoerwaardes vir patrone en verwantskappe</p> <p>Ekwivalente voorstellings (verbaal, vloeiagramme, tabelle, formules, getalsinne)</p> <p>Oppervlakte en omtrek van 2D-vorms</p> <p>Herlei SI-eenhede</p> <p>Buite-oppervlakte en volume van 3D-voorwerpe</p>	<p>Berekeninge uit die hoof</p> <p>Gebruik algebraïese taal</p> <p>Brei algebraïese uitdrukkings uit en vereenvoudig dit</p> <p>Stel vergelykings op en los dit op deur optellings- en vermenigvuldingsinverses te gebruik</p> <p>Konstrueer en ondersoek meetkundige figure</p> <p>Klassifiseer 2D-vorms</p> <p>Gelykvormige en kongruente driehoeke</p> <p>Verwantskappe tussen hoeke</p> <p>Los probleme op</p>	<p>Berekeninge uit die hoof</p> <p>Ondersoek eienskappe van meetkundige figure deur konstruksies</p> <p>Klassifiseer 2D-vorms</p> <p>Gelykvormige en kongruente driehoeke</p> <p>Los probleme op</p> <p>Verwantskappe tussen hoeke</p> <p>Gebruik die stelling van Pythagoras</p> <p>Oppervlakte en omtrek van 2D-vorms (veelhoeke en sirkels)</p>
<b>Kwartaal 3</b>	<p>Berekeninge uit die hoof</p> <p>Getal- en meetkundige patrone</p> <p>Invoer- en uitvoerwaardes vir patrone en verwantskappe</p> <p>Ekwivalente voorstellings</p> <p>Gebruik algebraïese taal</p> <p>Getalsinne</p> <p>Vertolk en teken grafieke</p> <p>Transformasies</p> <p>Klassifiseer 3D-voorwerpe</p> <p>Bou 3D-modelle</p>	<p>Berekeninge uit die hoof</p> <p>Gewone breuke</p> <p>Persentasies</p> <p>Desimale breuke</p> <p>Die stelling van Pythagoras</p> <p>Oppervlakte en omtrek van 2D-vorms</p> <p>Buite-oppervlakte en volume van 3D-voorwerpe</p> <p>Los probleme op</p> <p>Datahantering</p>	<p>Berekeninge uit die hoof</p> <p>Invoer- en uitvoerwaardes of reëls vir patrone en verwantskappe</p> <p>Gebruik algebraïese taal</p> <p>Brei algebraïese uitdrukkings uit en vereenvoudig dit</p> <p>Faktoriseer algebraïese uitdrukkings</p> <p>Vergelykings</p> <p>Teken en vertolk grafieke</p> <p>Teken lineêre grafieke van gegewe vergelykings</p> <p>Buite-oppervlakte en volume van 3D-voorwerpe (silinders ingesluit)</p>
<b>Kwartaal 4</b>	<p>Berekeninge uit die hoof</p> <p>Heelgetalle</p> <p>Getal- en meetkundige patrone</p> <p>Invoer- en uitvoerwaardes vir patrone en verwantskappe</p> <p>Gebruik algebraïese taal</p> <p>Getalsinne</p> <p>Datahantering</p> <p>Waarskynlikheid</p>	<p>Berekeninge uit die hoof</p> <p>Invoer- en uitvoerwaardes of reëls vir patrone en verwantskappe</p> <p>Ekwivalente voorstellings</p> <p>Los algebraïese vergelykings op</p> <p>Vertolk en teken grafieke</p> <p>Transformasies</p> <p>Vergrotings en verkleinings</p> <p>Klassifiseer 3D-voorwerpe</p> <p>Bou 3D-modelle</p> <p>Waarskynlikheid</p>	<p>Berekeninge uit die hoof</p> <p>Transformasies</p> <p>Vergrotings en verkleinings</p> <p>Klassifiseer 3D-voorwerpe</p> <p>Bou 3D-modelle</p> <p>Datahantering</p> <p>Waarskynlikheid</p>

# Beplanning en assessering

## Soorte beplanningshulpmiddels

Die volgende hulpmiddels vir beplanning word voorsien:

- 'n onderrigplan
- 'n voorbeeldles.

## Onderrigplan vir Wiskunde Graad 8

Hierdie plan toon:

- die voorgestelde pas vir die onderwerpe van die kursus per kwartaal
- waar om die tersaaklike inhoud en aktiwiteite in die Leerderboek te vind
- die kruisverwysings na geskikte aktiwiteite in die Leerderboek wanneer formele assessering gedoen word.

Hierdie onderrigplan volg die tydstoekenning soos uiteengesit in die KABV vir Wiskunde. Dit veronderstel ses uur van onderrig per week.

Hoofstuk	Inhoud/ onderwerpe (volgens KABV)	Leerderboek	Tyds- toekenning	LB bladsy- verw.	OG bladsy- verw.
<b>KWARTAAL 1</b>					
1	Telgetalle	Eenheid 1 Rangskikking en vergelyking van telgetalle Eenheid 2 Eienskappe van telgetalle Eenheid 3 Berekeninge met telgetalle Eenheid 4 Veelvoude en faktore Eenheid 5 Verhouding en koers	6 ure	6	30
<b>Hoofstuk 1 Hersiening</b>				34	54
2	Heelgetalle	Eenheid 1 Tel, rangskik en vergelyk heelgetalle Eenheid 2 Berekeninge met heelgetalle Eenheid 3 Eienskappe van heelgetalle Eenheid 4 Finansiële Wiskunde	9 ure	37	57
<b>Hoofstuk 2 Hersiening</b>				70	79
3	Eksponente	Eenheid 1 Kwadrate en derdemagte Eenheid 2 Vergelyking en voorstelling van getalle in eksponensiële vorm Eenheid 3 Berekeninge met eksponente Eenheid 4 Wetenskaplike notasie	9 ure	72	80
<b>Hoofstuk 3 Hersiening</b>				96	98
<b>PvA Taak 1: Heelgetalle</b>				36	56

<b>Hoofstuk</b>	<b>Inhoud/ onderwerpe (volgens KABV)</b>	<b>Leerderboek</b>	<b>Tyds- toekenning</b>	<b>LB bladsy- verw.</b>	<b>OG bladsy- verw.</b>
4	Getal- en meetkundige patrone	Eenheid 1 Onderzoek en uitbreiding van patrone	4,5 ure	98	99
Hoofstuk 4 Hersiening				Sien Hersiening 5	
5	Funksies en verwantskappe	Eenheid 1 Invoerwaardes, uitvoerwaardes en vloeiagramme Eenheid 2 Ekwivalente vorms van verwantskappe	3 ure	103	105
Hoofstuk 5 Hersiening				114	112
6	Algebraïese uitdrukkings	Eenheid 1 Algebraïese taal Eenheid 2 Uitbreiding en vereenvoudiging van algebraïese uitdrukkings	4,5 ure	115	113
Hoofstuk 6 Hersiening				Sien Hersiening 7	
7	Algebraïese vergelykings	Eenheid 1 Vergelykings Eenheid 2 Oplossing van vergelykings	3 ure	130	126
Hoofstuk 7 Hersiening				138	132
PvA Taak 2: Patrone, verwantskappe en Algebra				140	133
PvA Toets 1					134
<b>KWARTAAL 2</b>					
8	Nog algebraïese uitdrukkings	Eenheid 1 Vertolking van algebraïese uitdrukkings Eenheid 2 Werk met algebraïese uitdrukkings Eenheid 3 Vereenvoudiging van algebraïese uitdrukkings	9 ure	142	136
Hoofstuk 8 Hersiening				156	152
9	Algebraïese vergelykings	Eenheid 1 Oplossing van vergelykings	3 ure	160	153
Hoofstuk 9 Hersiening				169	162
10	Meetkunde	Eenheid 1 Meetkunde van reguitlyne Eenheid 2 Konstrueer meetkundige figure Eenheid 3 Eienskappe van meetkundige figure Eenheid 4 Meetkunde van 2D-vorms: Driehoeke Eenheid 5 Meetkunde van 2D-vorms: Vierhoeke Eenheid 6 Meetkunde van 2D-vorms: Kongruente en gelykvormige figure	25 ure	170	164
Hoofstuk 10 Hersiening				224	204
PvA Onderzoek 1				199	184

Hoofstuk	Inhoud/ onderwerpe (volgens KABV)	Leerderboek	Tyds- toekenning	LB bladsy- verw.	OG bladsy- verw.
PvA Eksameneksemplaar 1 (Junie)				226	206
PvA Eksameneksemplaar 1 (addisioneel) Junie					209
PvA Eksameneksemplaar 2 (addisioneel) Junie					212
<b>KWARTAAL 3</b>					
11	Gewone breuke	<b>Eenheid 1</b> Hersiening van gewone breuke <b>Eenheid 2</b> Optelling en aftrekking van gewone breuke <b>Eenheid 3</b> Vermenigvuldiging en deling van gewone breuke <b>Eenheid 4</b> Persentasies	7 ure	229	216
Hoofstuk 11 Hersiening				247	233
12	Desimale breuke	<b>Eenheid 1</b> Rangskikking en vergelyking van desimale breuke <b>Eenheid 2</b> Optelling en aftrekking van desimale breuke <b>Eenheid 3</b> Vermenigvuldiging en deling van desimale breuke <b>Eenheid 4</b> Ekwivalente vorms	6 ure	249	234
Hoofstuk 12 Hersiening				266	249
13	Meetkunde van 2D-vorms en 3D-voorwerpe	<b>Eenheid 1</b> Die Stelling van Pythagoras <b>Eenheid 2</b> Oppervlakte en omtrek <b>Eenheid 3</b> Sirkels <b>Eenheid 4</b> Buite-oppervlakte en volume	15 ure	267	250
Hoofstuk 13 Hersiening				294	278
PvA Onderzoek 2				280	265
PvA Onderzoek 3				283	268
14	Datahantering	<b>Eenheid 1</b> Versameling van data <b>Eenheid 2</b> Organisering en opsomming van data <b>Eenheid 3</b> Voorstelling van data <b>Eenheid 4</b> Vertolking, ontleding en verslagdoening van data	10,5 ure	296	281
PvA Projek				302	287–309
Hoofstuk 14 Hersiening				327	311
<b>KWARTAAL 4</b>					

<b>Hoofstuk</b>	<b>Inhoud/ onderwerpe (volgens KABV)</b>	<b>Leerderboek</b>	<b>Tyds- toekenning</b>	<b>LB bladsy- verw.</b>	<b>OG bladsy- verw.</b>
15	Funksies en Algebra	Eenheid 1 Invoer- en uitvoerwaardes Eenheid 2 Ekwivalente vorms Eenheid 3 Probleemoplossing met behulp van vervanging	3 ure en 20 minute	328	317
Hoofstuk 15 Hersiening				337	324
PvA Taak 3				338	325
16	Grafieke	Eenheid 1 Vertolking van grafieke Eenheid 2 Verstaan en teken grafieke	9 ure	339	326
Hoofstuk 16 Hersiening				352	337
17	Transformasie-meetskunde	Eenheid 1 Transformasies Eenheid 2 Vergrotings en verkleinings	6 ure	353	338
PvA Ondersoek 4				364	347
Hoofstuk 17 Hersiening				368	350
18	Meetkunde van 3D-voorwerpe	Eenheid 1 Klassifikasie van 3D-voorwerpe Eenheid 2 Platoniese vaste figure Eenheid 3 Bou van 3D-modelle	7 ure	369	351
Hoofstuk 18 Hersiening				381	361
19	Waarskynlikheid	Eenheid 1 Teoretiese waarskynlikheid Eenheid 2 Relatiewe frekwensie	4,5 ure	382	362
Hoofstuk 19 Hersiening				395	371
PvA Eksameneksemplaar 2 (November) Vraestel 1				396	372
PvA Eksameneksemplaar 2 (November) Vraestel 2				399	373
PvA Eksameneksemplaar 1 (addisioneel) November Vraestel 1					384
PvA Eksameneksemplaar 2 (addisioneel) November Vraestel 2					386
PvA Eksameneksemplaar 3 (addisioneel) November Vraestel 3					388

## Voorbeeldlesplan vir Graad 8

Sommige mense mag 'n daaglikse lesplan nuttig vind, alhoewel dit nie 'n formele beleidsvereiste is nie. Hieronder is 'n voorbeeld van hoe om 'n lesplan te voltooi.

<b>Datum:</b>	<b>Graad: 8</b>	<b>Kwartaal: 1</b>
<b>Eenheid: 1</b>	<b>Eenheid se titel:</b> Telgetalle	<b>Kontaktyd:</b> 2 uur
<b>Inhoud/begrip:</b> (Onderwyser voltooi)	<b>Aktiwiteit:</b> 1-5	<b>Hulpmiddels benodig:</b> Leerderboek; klaswerkboek; plekwaardekaarte
Aktiwiteit 1:		
Skakels met vorige aktiwiteit: n.v.t.		
Skakels met volgende aktiwiteit: (Onderwyser voltooi).		
<b>Onderrigplan (Onderwyser voltooi; wenke volg hieronder)</b> Toets vorige kennis: klasbespreking Onderrigprosedures (metodes wat u sal gebruik) Differensiëring (hoe hanteer u uitbreiding/remediërende take) Vorderingstoetse		
<b>Assessering:</b> Onderwyser, klasmaat		
<b>Vertroulike inligting/Onderwyser se nabetragting:</b> (Onderwyser voltooi)		

## Assessering in die Senior Fase

Assessering het te doen met die versamel van getuienis van die leerder se kennis. Dit is 'n integrale deel van onderrig en leer en behoort saam met die lesinhoud beplan te word. Assessering help om die behoeftes van leerders te identifiseer. Dit gee ook bewys van vordering en stel die onderwyser in staat om na te dink oor wat hy of sy doen en gee ook geleentheid vir terugvoer en rapportering aan alle belanghebbendes. Goeie assesseringspraktyk in Wiskunde sluit in:

- assessering om vas te stel of vaardighede en doelstellings gerig is op die inhoud
- vasstelling of leerders kennis kan aanwend met prosedures en probleme
- voorsiening van terugvoer.

## Die vier stappe van assessering

1. Die generering en versameling van bewyse van prestasie
2. Evaluerend deur die onderwyser
3. Aantekening van die bevindinge
4. Gebruik van die bevindinge as 'n gids vir toekomstige leer en onderrig



# Soorte assessering

Soort assessering	Beskrywing
Grondlyn-assessering	Stel vas of leerders oor die basie vaardighede en kennis wat nodig is, beskik. Help onderwyser om vir die jaar te beplan met elke leerder in gedagte. Word gedoen aan die begin van die jaar en voor 'n spesifieke onderwerbl. Uitslae dien as gids vir die onderwyser en nie vir bevordering nie.
Diagnostiese assessering	Gee inligting omtrent sekere spesifieke probleemareas wat leerders se prestasie verhoed. Kan help om vas te stel of 'n leerder se probleme verband hou met die inhoud of op 'n psigo-sosiale vlak lê. Geskikte intervensie behoort te volg op die diagnostiese assessering. Uitslae behoort die intervensie te vergemaklik en behoort nie vir bevorderingsdoeleindes gebruik te word nie.
Formatiewe assessering	Word gebruik om die leerproses aan te help en nie vir bevorderingsdoeleindes nie. Word gewoonlik informeel gedoen om die onderwyser en leerder op 'n meer gereelde basis in te lig oor die leerder se situasie. Onderwysers kan die vorm van assessering gebruik om hulle eie onderrig te verander of aan te pas.
Summatiewe assessering	Word gedoen ná voltooiing van 'n onderwerp of groep onderwerpe. Dit is assessering van leer wat plaasgevind het. Dit word aangeteken en vir bevordering gebruik. Dis gewoonlik formele assessering; dit vorm die formele assesseringsprogram.

## Informele of daaglikse assessering

Informele assessering is 'n daaglikse monitering van leerders se vordering. Dit word gedoen deur waarnemings, besprekings, praktiese demonstrasies, leerder-onderwyser konferensies en informele klaskamer-interaksies. Volgens die KABV moet informele assessering gebruik word om aan leerders terugvoer te gee en om die beplanning vir verdere onderrig te lei, maar dit hoef nie aangeteken te word of in ag geneem te word vir bevordering nie. Dit moet nie gesien word as iets apart van die leeraktiwiteite wat in die klaskamer plaasvind nie. Leerders of onderwysers kan hierdie assesseringstake nasien. Selfassessering en portuurassessering betrek leerders aktief by assessering. Dit is belangrik aangesien dit leerders laat nadink oor en leer uit hulle eie prestasies. Leerders vind dit dikwels moeilik om uitgebreide geskrewe werk te voltooi. Leerders behoort gereeld te lees en skryf. Laat hulle vorder met sinne en paragrawe begin en tot by uitgebreide stukke werk. Baie hiervan kan gestruktureer word deur voltooiing van aktiwiteite.

## Formele assessering

Alle assesseringstake wat 'n formele program van assessering vir die jaar uitmaak, word beskou as formele assessering. Formele assesseringstake word nagesien en formeel aangeteken deur die onderwyser vir bevordering en sertifikaatdoeleindes. Alle formele assesseringstake is onderhewig aan moderering vir kwaliteitsdoeleindes en om te verseker dat die toepaslike standaardte gehandhaaf word.

Formele assessering verskaf aan onderwysers 'n sistematiese manier om te evalueer hoe goed leerders vorder in 'n graad en in 'n spesifieke vak. Voorbeelde van formele assesserings sluit in toetse, eksamens, praktiese take, projekte, mondelinge voorleggings, demonstrasies, optredes, ensovoorts. Formele assesseringstake maak deel uit van 'n jaar se formele program van assessering in elke graad en vak.

## Formele assesseringsvereistes vir Wiskunde

Die vorme van assessering moet geskik wees vir die leerders se ouderdom en ontwikkelingsvlak.

Leerders moet elke kwartaal formele assesserings voltooi. Formele assesserings sluit in take wat formeel geassesseer word saam met projekte en eksamens.

Die formele program van assessering soos voorgeskryf in die KABV word hieronder getoon. Hierdie program van assessering is generies oor die drie grade in die Intermediêre Fase, en lys die soort formele assesserings wat in elke kwartaal verlang word.

### Minimum vereistes vir formele assessering

	Vorme van assessering	Minimum vereistes per kwartaal				Aantal take per jaar	Gewig
		Kwartaal 1	Kwartaal 2	Kwartaal 3	Kwartaal 4		
SGA	Toetse	1	1	1		3	40%
	Eksamen		1			1	
	Opdrag	1		1	1	3	
	Ondersoek		1		1	2	
	Projek			1		1	
	Totaal	2	3	3	2	10*	
Finale eksamen		Einde van jaar				1	60%

\*Moet voltooi word voor die finale eksamen aan die einde van die jaar.

## Soorte formele assessering vir Wiskunde

### Toetse en eksamens

Dit is individuele assesseringstake. Toetse en eksamens vir formele assessering behoort 'n beduidende hoeveelheid van die inhoud te dek. Toetse en eksamens moet in streng gekontroleerde omstandighede voltooi word.

Elke toets en eksamen moet voorsiening maak vir 'n verskeidenheid van kognitiewe vlakke in die regte toewysing (sien die tabel op die volgende bladsy.)

Kognitiewe vlak	Beskrywing van vaardigheid gedemonstreer
Kennis ≈ 25%	Bloot herroeping Skatting en afronding Identifisering en korrekte gebruik van 'n formule Gebruik van wiskundige feite Gesikte wiskundige woordeskat
Roetine prosedures ≈ 45%	Voer bekende prosedures uit Eenvoudige toepassings en berekenings Afleidings uit gegewe inligting Identifisering en gebruik (ná verandering van die onderwerp) van korrekte formules soortgelyk aan dié in die klas gebruik
Komplekse prosedures ≈ 20%	Komplekse berekenings en hoër-orde beredeneringsprobleme Ondersoeke om reëls en verwantskappe te beskryf Probleme wat nie op werklike kontekste gebaseer is nie Verstaan van konsepte
Probleemoplossing ≈ 10%	Ongesiene nie-roetiene probleme Hoër-orde verwerking en begrip word vereis Mag afbreking in samestellende dele vereis om op te los

## Projekte

Leerders voltooi een projek in Wiskunde in elke graad. Projekte kan gebruik word om 'n reeks van vaardighede en bevoegdhede te toets. Dit word voorgeskryf dat leerders 'n projek in Kwartaal 3 van elke graad voltooi. Projekte moet leerders die vermoë laat ontwikkel om hulle begrip van 'n wiskundige konsep te demonstreer en om dit toe te pas op 'n werklike lewensituasie. Wees versigtig om projekte voor te skryf wat bokant die kognitiewe vlak van die leerders is, of wat bloot behels dat feite en data van naslaanmateriaal gekopieer kan word.

## Opdragte

'n Opdrag is ook 'n individuele taak, soos toetse en eksamens, maar die opdrag moet 'n uitgebreide stuk werk wees met 'n fokus op meer veeleisende werk as wat in die klas gedek is. Twee opdragte per jaar word deur die KABV vereis. Die opdrag kan ou vrae insluit, maar dit moet ook meer uitdagende aspekte insluit wat leerders aanmoedig om bykomende materiaal te gebruik om hulle te helbl. Die opdrag moet tuis voltooi word.

## Ondersoeke

'n Ondersoek moet gebruik word om reëls of begrippe te ontdek. Dit word aanbeveel dat leerders soveel as moontlik van die ondersoeke in die klas moet doen en dat die finale opskryf definitief in die klas gedoen moet word. Rubrieke word gebruik om ondersoeke te assesser. Die vaardighede betrokke by ondersoeke sluit in:

- organisering en aantekening van idees en ontdekkings in tabelle en diagramme
- verduideliking van idees in gesikte vorms
- die toon van duidelike begrip van konsepte en prosedures deur berekenings
- veralgemening en die maak van gevolgtrekkings.

## Toetse en eksamens

Assesseringstake moet ontwerp word om die inhoud en die konsepte van die vak te dek en moet 'n verskeidenheid van aktiwiteite insluit wat gekies is om die geïdentifiseerde doelwitte en vaardighede te assesseer.

Voordat 'n assesseringstaak aan leerders gegee word, moet onderwysers seker maak dat leerders al die vrae self sal kan beantwoord. Wanneer onderwysers 'n assesseringstaak opstel, moet hulle ook 'n memorandum van antwoorde en/of 'n rubriek vir die assessering opstel. Verwys na die sewepunt-graderingskode of -skaal van bereiking van doelwitte op bladsy 21 van hierdie Onderwysersgids wanneer 'n rubriek opgestel word. Terugvoer behoort sterk punte te erken en swak plekke te identifiseer vir die leerder se ontwikkelingsbehoefte. Planne van aksie oor hoe leerders ondersteun sal word, moet met hierdie terugvoer gepaard gaan. Dit is belangrik dat die terugvoer die leerders aanmoedig om beter te doen en hulle selfvertroue opbou.

**Review Copy**

# Beplanning vir die Formele Assesseringsprogram vir Wiskunde

'n Volle formele assesseringsplan word hieronder gegee. Dit maak voorsiening vir 'n reeks kognitiewe vlakke en vermoëns soos vereis deur die KABV, en soos in hierdie afdeling beskryf.

## Assesseringsprogram vir Graad 8 Wiskunde

Vorme van assessering	Kwartaal 1	Kwartaal 2	Kwartaal 3	Kwartaal 4
*Hersiening	Aan die einde van elke hoofstuk			
Toetse	LB bl. 140; OG bl. 134		OG bl. 313	
Eksameneksemplaar 1 (Junie)		LB bl. 225		
Eksameneksemplaar 1: <b>(addisioneel)</b> Junie		OG bl. 206		
Eksameneksemplaar 2: <b>(addisioneel)</b> Junie		OG bl.209		
Eksameneksemplaar 2 Vraestel 1 (November)				LB bl. 372
Eksameneksemplaar 2 Vraestel 2 (November)				LB bl. 373
Eksameneksemplaar 1: <b>(addisioneel)</b> November				OG bl. 377
Eksameneksemplaar 2: <b>(addisioneel)</b> November				OG bl. 384
Eksameneksemplaar 3: <b>(addisioneel)</b> November				OG bl. 388
Taak 1 Taak 2 Taak 3	LB page 36 **LB page 140			LB bl. 335
Ondersoek 1 Ondersoek 2 Ondersoek 3 Ondersoek 4		LB bl. 197	***LB bl. 278 ***LB bl. 281	LB bl. 361–363
Projek			LB pbl. 299–307	
<b>Let op:</b> *Hersieningsoefeninge aan die einde van elke hoofstuk kan vir vaslegging en/of as 'n vorm van assessering (taak) gebruik word. <b>**</b> Addisionele take vir Kwartaal 1 <b>***</b> Twee ondersoeke in Kwartaal 3: Addisionele take vir Kwartaal 3				

# Inklusiewe assessering

Onderwysers moet aanpasbare en alternatiewe metodes ontwikkel om leerders met leergestremdhede te assesser, sodat leerders geleenthede gegee word om bekwaamheid te demonstreer op maniere wat aan hulle behoeftes voldoen. Hier is 'n paar voorbeelde van hoe om hierdie leerders te assesser sonder om die geldigheid van die assessering prys te gee.

- Sommige leerders mag konkrete apparaat vir 'n langer tyd as hulle portuurgroep nodig hê.
- Assesseringstake, veral geskrewe take, moet dalk in kleiner afdelings opgebreek word vir leerders wat nie vir lang tye kan konsentreer nie, of hulle kan kort pousetjies tydens die afhandeling van die take gegee word. Leerders kan ook ekstra tyd gegee word om 'n taak te voltooi.
- Sommige leerders mag dalk die assesseringstake in 'n aparte lokaal moet voltooi om die steurnisse wat aandag aflei, te verminder.
- 'n Verskeidenheid van assesseringsinstrumente kan gebruik word, aangesien 'n leerder dalk mag vind dat 'n besondere assesseringsinstrument hom/haar nie toelaat om werklik te toon waartoe hy/sy in staat is nie.
- Take word aan leerders wat nie kan lees nie voorgelees en hulle kan dan die antwoorde mondeling dikteer. Assessering kan ook 'n praktiese komponent insluit waarin leerders hul bekwaamheid kan demonstreer sonder om taal te gebruik.
- 'n Gebaretaalvertaler kan gebruik word.
- Assesseringstake kan in Braille of vergrote en vetgedrukte letters beskikbaar gemaak word.
- Assessering kan die gebruik van diktafone of rekenaars met spraaksintetiseerders insluit.
- Die vorme van assessering behoort te pas by die ouderdom en ontwikkelingsvlak van die leerders. Die ontwerp van die take behoort die inhoud van die vak te dek en moet 'n verskeidenheid van take insluit wat daarop gerig is om die doelstellings van die vak te bereik.

## Aantekening en verslaglewering van assessering

### Aantekening

Aantekening dokumenteer die vlak van 'n leerder se prestasie/vordering in 'n spesifieke assesseringstaak. Dit dui aan hoe die leerder vorder ná die bereiking van die kennis soos voorgeskryf in die kurrikulum. Aantekening van leerderprestasie moet gebruik word om die vordering wat onderwysers en leerders in die onderrig en leerproses maak, te verifieer.

### Verslaglewering

Leerders se prestasie kan op 'n verskeidenheid van maniere getoon word. Dit sluit in rapportkaarte, ouervergaderings, skoolbesoekdae, ouer-onderwyser ontmoetings, telefoonoproepe, briewe, klas- of skoolnuusbriewe, ensovoorts. Onderwysers in alle grade rapporteer oor 'n vak in persentasies. Die verskillende vlakke van prestasie en hulle ooreenstemmende persentasies word in die tabel op die volgende bladsy getoon.

Graderingskode	Beskrywing van bekwaamheid	Punte %
7	Uitstaande prestasie	80–100
6	Verdienstelike prestasie	70–79
5	Beduidende prestasie	60–69
4	Voldoende prestasie	50–59
3	Matige prestasie	40–49
2	Elementêre prestasie	30–39
1	Nie bereik nie	0–29

## Wat is Wiskunde?

Wiskunde is 'n taal. Dit gebruik simbole en notasies om verwantskappe te beskryf. Wiskunde is 'n menslike aktiwiteit wat waarneming, voorstelling van en ondersoek na patrone en verwantskappe beide in die fisiese en sosiale dimensies behels. Wiskunde help om sleutel verstandelike prosesse te ontwikkel, soos logiese en kritiese denke, akkuraatheid en probleemoplossing. Al hierdie prosesse dra by tot 'n leerder se besluitnemingsvaardigheid.

## Die spesifieke doelwitte van Wiskunde

Om die volgende te ontwikkel:

- 'n kritiese bewustheid van wiskundige verwantskappe
- vertroue en bekwaamheid in Wiskunde sonder dat die vak gevrees word
- nuuskierigheid en liefde vir Wiskunde
- waardering vir die skoonheid en elegansie van Wiskunde
- herkenning van die vak as 'n kreatiewe kunsvorm
- die diep konseptuele insig wat vereis word om te verstaan
- die verkryging van spesifieke vaardighede om Wiskunde te kan toepas
- verwante vakmateriaal en verdere studies in Wiskunde.

## Spesifieke vaardighede wat in Wiskunde vereis word

Om die essensiële vaardighede te ontwikkel moet die leerder:

- die korrekte wiskundetaal gebruik
- getallemoedskat, getalbegrip en toepassingsvaardighede ontwikkel
- leer om te luister, kommunikeer, dink, logies te redeneer en die kennis verwerf toe te pas
- leer om te ondersoek en inligting te ontleed, voor te stel en vertolk
- leer om probleme te stel en op te los
- bewus wees dat Wiskunde 'n sleutelrol speel in lewenssituasies.

# Die spesifieke fokus van inhoudsgebiede in die Senior Fase

Inhoudsveld	Algemene fokus	Spesifieke fokus
Getalle, bewerkings en verwantskappe	Betekenis van verskillende soorte getalle Verwantskappe tussen verskillende soorte getalle Relatiewe groottes van verskillende getalle Voorstelling van getalle op verskillende maniere Bewerkings met getalle Skatting en toets van oplossings	Stel getalle op verskeie maniere voor en beweeg gemaklik tussen voorstellings Herken en gebruik eienskappe van bewerkings met verskillende getallestelsels Los 'n verskeidenheid probleme op, gebruik 'n groter omvang van getalle en is in staat om veelvuldige bewerkings korrek en vloeiend uit te voer
Patrone, funksies en Algebra	Verkry geskikte vaardighede in bewerkings wat sal oorspoel na ander terreine van die vak Beskryf patrone en verwantskappe deur gebruik van simboliese uitdrukkings, grafieke en tabelle Identifiseer en ontleed reëlmatighede en veranderinge in patrone Maak voorspellings en los probleme op	Ondersoek getal- en meetkundige patrone om verwantskappe tussen veranderlikes te staaf Druk reëls wat patrone beskryf in algebraïese taal en simbole uit Ontwikkel vaardighede in algebraïese bewerkings ten einde ekwivalensie tussen verskillende voorstellings van dieselfde verwantskap te herken Ontleed situasies in 'n verskeidenheid kontekste Gebruik verskillende en ekwivalente voorstellings – algebraïese taal, formules, uitdrukkings, vergelykings en grafieke
Ruimte en vorm (Meetkunde)	Eienskappe van vorms en voorwerpe Verwantskappe tussen hierdie eienskappe Oriëntasies, liggings en transformasies van twee-dimensionele vorms en drie-dimensionele voorwerpe	Teken en konstrueer 'n wye verskeidenheid meetkundige figure en liggame deur geskikte instrumente te gebruik Toon waardering vir die gebruik van konstruksies om eienskappe van meetkundige figure en liggame te ondersoek Ontwikkel duidelike en presiese beskrywings en klassifikasiekategorieë van meetkundige figure en liggame Los meetkundige probleme op deur bekende eienskappe van meetkundige figure en liggame te gebruik
Meting	Kies en gebruik geskikte eenhede van meting, meetinstrumente en formules Maak oordeelkundige skattings Is bewus van die verstandigheid en redelikheid van metings en resultate	Gebruik formules om die oppervlakte, omtrek, buite-oppervlakte en volume van meetkundige figure en liggame te meet Kies tussen en herlei eenhede van meting Gebruik die stelling van Pythagoras om probleme oor reghoekige driehoeke op te los



<b>Datahantering</b>	<p>Stel vrae en vind antwoorde ten einde gebeurtenisse en die sosiale, tegnologiese en ekonomiese omgewing te beskryf</p> <p>Versamel, organiseer en stel data voor</p> <p>Ontleed en vertolk data en doen verslag daaroor</p> <p>Is in staat om, op grond die studie van waarskynlikheid, ingeligte voorspellings te maak</p> <p>Beskryf ewekansigheid en onsekerheid</p>	<p>Stel vrae vir ondersoeke</p> <p>Versamel data, som dit op, stel dit voor en ontleed dit krities</p> <p>Vertolk, doen verslag en maak voorspellings oor situasies</p> <p>Waarskynlikheid – sluit enkelvoudige en saamgestelde gebeurtenisse en hul relatiewe frekwensie in eenvoudige eksperimente in</p>
----------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

# Metakognitiewe strategieë

## Wat is metakognitiewe strategieë en hoe kan ek hulle gebruik?

Metakognisie is die proses van nadink oor hoe 'n mens dink. Volwassenes doen dit dikwels outomaties. Voor ons iets nuuts aanpak, kan ons ons afvra: Wat weet ek reeds hieromtrent? Wat kan my help om dit beter te verstaan? Hoe is dit gestruktureer? Wanneer ons met 'n teks of aksie omgaan, kan ons ons afvra: Het ek dit verstaan? Waarom dink ek so? Hoe hou dit verband met wat ek reeds weet? Hoe kan ek dit in my lewe toepas? Dan evalueer ons wat ons geleer het of gedoen het deur vrae te vra, soos: Het ek dit goed verstaan? Watter strategieë het my gehelp en watter het my nie gehelp nie? Wat moet ek doen volgende keer wanneer ek so 'n taak aanpak?

Leerders is egter dikwels onbewus van hoe hulle dink en met leermateriaal omgaan. Jy help leerders om onafhanklik te leer deur hulle op eksplisiete wyse te lei om hul lees- en leerstrategieë te beplan, te monitor en te evalueer. Dit is veral doeltreffend vir leerders wat Engels as 'n tweede taal leer, en vir leerders wat sukkel. Dit kan hul prestasie dramaties verbeter.

Jy onderrig metakognitiewe vaardighede deur leerders te vra om te verduidelik wat hulle dink en watter strategieë hulle gebruik om materiaal te verstaan. Dit werk die beste in klein groepies. Jy kan ook “hardop dink”-strategieë gebruik wanneer daar met tekste en beelde gewerk word. “Hardop dink”-strategieë is dikwels doeltreffend wanneer tekste aan leerders voorgelees word, en tydens leesaktiwiteite in klein groepies en pare. Hier volg 'n voorbeeld van hoe om metakognitiewe strategieë te onderrig met behulp van 'n “hardop dink”-strategie:

1. Kies 'n kort teks en maak 'n nota van waar jy gaan stop tydens die voorlesing om jou denkprosesse te illustreer.
2. Jy kan die volgende dinge in hierdie beplanningstadium insluit:
  - Lees die titel van die teks en die inhoudsopgawe.
  - Kyk na die prente en voorspel waarom die teks gaan.
  - Vluglees die teks vir opskrifte, woorde in vetdruk en opsommings. Terwyl jy vluglees, dink aan wat jy reeds weet omtrent die onderwerp en wat jy nog wil weet.
3. In die klas, verduidelik aan die leerders wat jy gaan doen. Begin deur te verduidelik watter beplanning jy gedoen het voor jy die teks gelees het.

4. Om te wys hoe jy begrip tydens die leesproses monitor, kan jy verduidelik waar jy gestop het om jou af te vra of jy die inhoud verstaan. As daar 'n lang of ingewikkelde sin in die teks is, beskryf hoe jy dit verdeel het ten einde dit te verstaan. Vind plekke waar jy vrae kan vra, byvoorbeeld:
- Waarom sou dit ...?
  - Is dit soortgelyk aan ...?
  - Hoe kan ek uitwerk wat hierdie nuwe woord beteken?
  - Wat wil die skrywer hier hê ek moet weet?
  - Wat dink ek gaan volgende gebeur? Waarom dink ek so?
  - Het ek nodig om dit weer te lees om fyner besonderhede te begryp?
5. Illustreer nou aan leerders hoe om metakognitiewe strategieë te evalueer. Stel en beantwoord vrae soos die volgende:
- Het ek die teks behoorlik gelees en verstaan?
  - Wat het my gehelp om dit te verstaan? Wat het nie gehelp nie?
  - Wat moet ek volgende keer doen wanneer ek oor hierdie onderwerp lees?
  - Wat kan my help om te onthou wat ek gelees het?
- Deur te werk met hoe leerders dink, kan jy hulle beter voorberei op hul lewens en hul leerproses in die toekoms.

## Hoofrekene in die Senior Fase

In hierdie reeks word hoofrekene-aktiwiteite aan die begin van elke eenheid in grade 7 en 8 verskaf.

Sprei hierdie aktiwiteite uit oor die duur van die eenheid, en doen elke dag 'n klein deeltjie, saam met enige addisionele idees vir hoofrekene wat gegee word. Hierdie aktiwiteite is aanpasbaar, en is ontwerp om voorsiening te maak vir enige addisionele idees wat jy dalk het.

Dit is belangrik om die vrae wat verskaf word, uit te brei om ook addisionele vrae in te sluit. Dit kan moontlik gedoen word in vinnige hoofrekene-toetse of vasvrae van 10 minute.

Hoofrekene bestaan uit twee aspekte. Die eerste aspek is die *vinnige herroeping* van getallefeite. Die ander aspek is om leerders aan te moedig om 'n manier te vind om berekeninge op te los (*strategieë*). Leerders moet sommige getallefeite memoriseer, aangesien dit hulle sal help om strategieë uit te werk.

Dit is belangrik om leerders die geleentheid te gee om te bespreek *hoe* hulle by 'n antwoord uitgekom het. Op hierdie manier leer hulle dat daar 'n *aantal moontlike strategieë* is, maar dat sommige *doeltreffer* as ander is.

Hoofrekene-aktiwiteite in die Senior Fase is dikwels streng gesproke nie hoofrekene nie, maar eerder oefeninge verbonde aan konsepte wat tans behandel word en konsepte wat binnekort behandel gaan word. Byvoorbeeld, om 'n algebraïese uitdrukking neer te skryf met behulp van algebraïese taal, is nie 'n hoofrekene-aktiwiteit nie, maar is bedoel om die leerders 'n geleentheid te gee om hierdie vaardigheid te oefen. Dit gee ook die onderwyser 'n geleentheid om leerders se vordering te assesser. Daar moet 'n "ruimte" van 10 minute geskep word aan die begin van elke les vir hierdie soort aktiwiteite. Dit bly belangrik in die Senior Fase.

Hoofrekene-sessies moet teen 'n vinnige trant verloop, en moet interaktief en interessant wees. Maak seker dat elke sessie 'n reeks aktiwiteite behels, soos hierbo verduidelik, asook vrae en aktiwiteite wat strek van eenvoudige oefening tot meer uitdagende aktiwiteite (uitbreiding). Onthou egter dat, alhoewel jy strewe na 'n op-en-wakker “opwarmingssessie”, leerders nogtans genoeg tyd gegee moet word om deur strategieë te werk wanneer nodig.

## Wiskunde in die Senior Fase

Graad 8 is gewoonlik die eerste jaar van hoërskool of middelskool, alhoewel dit die middelste jaar van die Senior Fase is. Die Graad 8-leerders is die “junior” leerders in die skool en dus voel hulle baie senuweeagtig aan die begin.

Die oorgang na Graad 8 is belangrik, en 'n GROOT stabl. Baie leerders, en om baie verskillende redes, vind die idee van “hoërskool” opwindend, maar tog ook uitdagend en selfs stresvol. Leerders in die Senior Fase doen elke dag Wiskunde. Hulle moet uitgedaag word om abstrak en krities te dink, in plaas daarvan om bloot formules te herhaal en substitusie te doen.

Die skryf van formele toetse en eksamens word selfs meer belangrik. Die Wiskunde-onderwyser moet tyd bestee aan die ontwikkeling van eksamentegnieke, onder andere die verduideliking van terminologie gebruik in eksamens, byvoorbeeld *bepaal, identifiseer, lei af, voorspel, vertoon, som op, brei uit, stel voor, illustreer*, ens.

Die Leerderboek verskaf baie geleenthede vir leerders om met hierdie terminologie om te gaan. Afdeling E van die Onderwysersgids bevat ook 'n lys van belangrike terminologie. Die aanbieding van antwoorde, tydsbestuur, die hantering van eksamenstres, ensovoorts, is almal belangrike kwessies waarin leerders deurgaans leiding moet ontvang. Wiskunde-onderwysers moet nou saamwerk met Lewensoriënteringonderwysers ten einde leerders te ondersteun wat hierdie kwessies aanbetref.

Die volume werk neem toe in Graad 8, en verwagtinge is ook hoër. Daar word ook van leerders verwag om hul eie werk na te sien (van die bord af) – dit is 'n nuwe konsep vir baie Graad 8-leerders.

Graad 9 is die uitdagendste graad in hierdie fase. Leerders staan op die keerpunt van die finale en nog 'n belangrike fase van hul hoërskoolloopbaan. Terselfdertyd moet leerders ook ander kwessies hanteer wat vir hulle belangrik is, soos seksualiteit. Meisies ontwikkel vinniger as seuns, en sommige skole skei die seuns en meisies in Graad 9 om hierdie kwessie aan te spreek.

Graad 9 is 'n deurslaggewende jaar in die onderrig van Wiskunde: Daar word in Graad 10 van leerders verwag om te kies tussen Wiskunde en Wiskundige Geletterdheid. Hierdie keuse sal gegrond wees op hul ondervinding in Graad 9 en die sukses wat hulle behaal het. Leerders wat 'n idee van hul toekomstige loopbaan het, sal die keuse tussen hierdie twee vakke dalk makliker vind.

Dit is dus van wesentlike belang dat onderwysers in grade 8 en 9 'n goeie grondslag lê vir basiese algebra en meetkunde, ten einde leerders te help om 'n gepaste keuse tussen vakke te maak.

# Inklusiewe onderrig

## Wat is inklusiewe onderrig?

In die Senior Fase is dit krities dat leerders hulself in 'n omgewing bevind waar hulle 'n belangstelling kan ontwikkel in leer en ook kan glo dat hulle kan leer. Inklusiewe opvoeding word gedefinieer as 'n leeromgewing wat die volle persoonlike, akademiese en professionele ontwikkeling van alle leerders bevorder, ongeag ras, klas, geslag, gestremdheid, geloof, kultuur, seksuele voorkeur, leerstyle en taal.

Inklusiwiteit is om te erken en te respekteer dat:

- alle kinders die reg het om te leer
- alle kinders kan leer
- alle leerders ondersteuning nodig het
- alle leerders uniek is en verskillende, maar gelykwaardige, leerbehoeftes het
- alle leerders die geleentheid nodig het om te bou op hul eie unieke sterkpunte
- die leerder die middelpunt van die onderrig en leerproses is
- daar verskille tussen leerders is, byvoorbeeld ouderdom, geslag, taal, kultuur, leerstyle, gestremdhede, MIV-status, ensovoorts.

Inklusiwiteit gaan ook oor:

- die daarstelling van opvoedkundige strukture, sisteme en leermetodieke om te voorsien in die behoeftes van alle leerders
- meer as net formele skoolonderrig: dit behels leer wat plaasvind in die huis, die gemeenskap, ensovoorts.
- verandering van gesindhede, gedrag, metodieke en omgewings om te voorsien in die behoeftes van alle leerders
- die versekering van maksimum deelname van alle leerders in die kulturele aktiwiteite en kurrikulum van alle opvoedkundige instansies
- identifisering en vermindering van hindernisse tot leer wat op enige vlak van die stelsel kan voorkom.

Sommige van die leerders in jou klas mag alreeds gebuk gaan onder uitsluiting of mag negatief dink oor opvoeding. Daar is geen rede vir hulle uitsluiting uit klasaktiwiteite nie. Dit is die verantwoordelikheid van die onderwyser om te verseker dat hierdie leerders ingesluit word. Dit beteken aanpassing van aktiwiteite om hulle behoeftes en bekwaamhede te pas. Dit is ewe belangrik dat die klas nie verdeel word as gevolg hiervan nie. Leerders wat hierdie uitdagings het moet eerder aanvaar en gehelp word leerders met spesiale behoeftes waar moontlik deur hulle eweknieë. Leerders moet te alle tye ontmoedig word om nie leerders met spesiale behoeftes te terg, af te knou of te ignoreer nie. Wanneer hierdie houdings gerig word op 'n leerder, veroorsaak dit hindernisse tot leer by so 'n leerder.

## Praktiese riglyne vir inklusiewe onderrig

- Sorg dat jy 'n ware begrip het van elke leerder se agtergrond, sterkpunte, unieke vermoëns, behoeftes en hindernisse. Gebruik dit dan om jou beplanning te doen met 'n helderder fokus.

- Onthou dat die onderwyser die fasiliteerder is van die leerproses.
- Hou die inhoud en materiaal so relevant as moontlik.
- Breek die leerproses op in klein, hanteerbare en logiese stappe. Hou aanwysings duidelik en kort (beplan vooraf).
- Gradeer aktiwiteite volgens die verskillende vlakke en vermoëns van leerders. Probeer verseker dat leerders voortdurend uitgedaag word, sonder om onnodige druk op hulle te plaas.
- Ontwikkel 'n balans tussen individuele onderrig, portuuronderrig, koöperatiewe leer en klasonderrig.
- Gebruik leerders om mekaar te help in die vorm van groepleer, eweknie-leer, makkerstelsels, ensovoorts. Maak seker dat leerders ingesluit en ondersteun voel in die klaskamer beide deur die onderwyser en hulle eweknieë.
- Maak pare en groepe van leerders waar die lede verskillende take kan uitvoer volgens hulle sterkpunte en vermoëns. Bevorder selfbestuursvaardighede en verantwoordelikheid deur groepprolle en die soorte take wat jy stel.
- Motiveer leerders en bevestig hulle pogings en individuele vordering. Bou vertroue. Moedig die volgende aan: bevraagtekening, redenering, eksperimentering met idees en die waag van opinies.
- Bepaal die leerder se Sone van Proksimale Ontwikkeling (SPD) en gebruik dit vir effektiewe onderrig en leer. Vygotsky beskryf die SPD as die afstand tussen wat die leerder alreeds weet en verstaan en wat hy/sy kan verstaan met volwasse ondersteuning. Leer is dus 'n sosiale interaksie as die onderwyser 'n bemiddelende rol kan vervul en die leerder ondersteun soos wat hy/sy 'n nuwe konsep verstaan.
- Bestee tyd om nuwe leer te vestig. Gebruik verskillende maniere om dit te doen totdat al die leerders die konsep verstaan. Maak tyd om terug te gaan na take sodat leerders kan leer uit hulle eie en ander se ondervindings en metodes.
- Gebruik en ontwikkel effektiewe taalvaardighede (uitdrukkingsvol en ontvanklik, verbaal en nieverbaal)
- Eksperimenteer met 'n verskeidenheid van onderrigmetodes en -strategieë om leerders se belangstelling te hou en om voorsiening te maak vir verskillende leerstyle en hulle te ontwikkel. Gebruik speletjies, koöperatiewe groepwerk, dinkskrums, probleemoplossing, debatte, aanbiedings, ensovoorts.

## Leerders met hindernisse tot leer

'n Hindernis tot leer is enigiets wat verhoed dat 'n leerder ten volle deelneem en effektief leer. Dit sluit in leerders wat voorheen benadeel was en uitgesluit is van opvoeding as gevolg van die historiese, politiese, kulturele en gesondheidsuitdagings waarvoor Suid-Afrikaners te staan kom. Sommige voorbeelde van hindernisse tot leer mag wees leerders wat visueel- of gehoorgestrem is, leerders wat linkshandig is of leerders wat intellektueel gestrem is. Hindernisse tot leer dek 'n wye reeks moontlikhede en leerders beleef dikwels meer as een hindernis. Sommige hindernisse vereis dus meer as een aanpassing in die klaskamer en 'n verskeidenheid soorte en vlakke van ondersteuning.

Hierdie leerders mag meer tyd nodig hê en moet meer tyd gegee word vir:

- voltooiing van take
- die verkryging van denkvaardighede (eie strategieë)
- assesseringsaktiwiteite.



# Telgetalle

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 6 – 36

Voorgestelde tydstoekenning: 6 ure

**Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:**

<b>Eenheid 1: Rangskikking en vergelyking van telgetalle</b>	45 minute
Vergelyk en rangskik telgetalle	
Priemgetalle	
<b>Eenheid 2: Eienskappe van telgetalle</b>	45 minute
Eienskappe van 0	
Eienskappe van 1	
Die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe	
<b>Eenheid 3: Berekening met telgetalle</b>	2,5 ure
Skat oplossings	
Optelling en aftrekking van telgetalle	
Rond af en kompenseer	
Vermenigvuldiging en deling van telgetalle	
Rond af en kompenseer	
Hersiening: Die volgorde van bewerkings	
<b>Eenheid 4: Veelvoude en faktore</b>	1 uur
Veelvoude	
Faktore	
Faktorisering: Skryf 'n getal as die produk van sy priemfaktore	
<b>Eenheid 5: Verhouding en koers</b>	1 uur
Verhouding	
Verhouding: Verdeel hoeveelhede in dele	
Vermeerder/verminder 'n getal in 'n gegewe verhouding	
Koers	
Koers: Tyd, afstand en spoed	
Wisselkoers	

*Hoofstuk 1 hersiening*

*PvA: Taak 1: Telgetalle*



# Rangskikking en vergelyking van telgetalle

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 7

Voorgestelde tydstoekenning: 45 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- definieer en vind priemgetalle
- vergelyk telgetalle om te besluit watter getal die grootste is
- skryf telgetalle in stygende en dalende volgorde
- los probleme op wat telgetalle behels

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 7

- |   |                                                                        |      |      |       |      |
|---|------------------------------------------------------------------------|------|------|-------|------|
| 1 | a 12                                                                   | b 45 | c 56 | d 20  | e 96 |
|   | f 60                                                                   | g 44 | h 42 | i 144 | j 40 |
| 2 | a >                                                                    | b <  |      |       |      |
| 3 | 2; 3; 5; 7; 11; 23; 29; 41; 43; 47; 61; 67; 83; 89; 101; 113; 131      |      |      |       |      |
| 4 | 991; 971; 907; 769; 733; 701; 359; 347; 199; 179; 113; 107; 79; 17; 13 |      |      |       |      |
| 5 | 33; Dit is nie 'n priemgetal nie.                                      |      |      |       |      |

### Agtergrondinligting

Leerders het in grade 6 en 7:

- getalle voorgestel, vergelyk en gerangskik tot by 9-syfergetalle
- priemgetalle herken en voorgestel tot by 100
- getalle afgerond tot die naaste vyf, tien, honderd en duisend.

Getalkennis word in Graad 8 hersien en vasgelê.

### Onderwysriglyne

Alhoewel leerders met telgetalle en hul eienskappe in Graad 7 kennis behoort te gemaak het, kom leerders dikwels van verskillend laerskole af en dit is dus baie belangrik om seker te maak dat hierdie afdeling hersien word. Dit is veral belangrik om seker te maak dat alle leerders gemaklik is met die terminologie en simbole.

Laat leerders die terme saam met hul definisies neerskryf. Laat hulle dit aan die begin van hul oefenboeke doen sodat hulle maklik daarna kan terugverwys. Hulle kan andersins begin met hul eie woordelys aan die einde van hul oefenboeke.

Die woorde en simbole waaraan leerders noukeurig aandag moet gee, sluit die volgende in: groter as; kleiner as; gelyk aan; stygende volgorde; dalende volgorde en priemgetalle.

## Vergelyk en rangskik telgetalle; Priemgetalle

### Aktiwiteite 1–2

### Vergelyk en rangskik telgetalle; Vergelyk en rangskik nog telgetalle

Leerderboek bladsy 8

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Leerders het reeds in Graad 7 priemgetalle teëgekom en telgetalle vergelyk en gerangskik. Hierdie gedeelte dien dus as hersiening.
- Wanneer leerders groter getalle moet vergelyk en rangskik, laat hulle eers na die eerste drie syfers van getalle in hul honderdduisende kyk, bv. 123 675 is kleiner as 124 908. Die laaste drie syfers maak in hierdie geval nie saak nie, want dit is duidelik dat  $123\ 000 < 124\ 000$ . Doen die voorbeelde wat in die Leerderboek uiteengesit is.
- Leerders kan 'n getallerooster teken met getalle van 1 tot 100 en 'n streep deur 1, al die veelvoude van 2, al die veelvoude van 3, ens. trek tot daar slegs al die priemgetalle tussen 1 en 100 oorbly.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** As leerders met groot getalle sukkel, bv. 3 100; 3 200; 3 300; ..., laat hulle eers die duisende ignoreer en slegs 100; 200; 300; 400; ens. doen. Hulle kan dit dan oorskryf as 3 100; 3 200; ens.

**Uitbreiding:** Vraag 4 in Aktiwiteit 1 is 'n lekker uitdaging.

#### Voorgestelde antwoorde

##### Aktiwiteit 1

- 1 a >  
b <  
c <  
d <
- 2 a 124 230; 124 620; 124 780; 125 100; 125 114; 125 350; 125 930  
b R128 730 776; R248 712 594; R348 702 413; R378 720 685; R508 780 211
- 3 694 376 158 ml; 674 546 101 ml; 654 196 134 ml; 653 860 123 ml; 633 736 197 ml
- \*4 97; 89; 83; 79; 73; 71; 67; 61; 59; 53; 47; 43; 41; 37; 31; 29; 23; 19; 17; 13; 11; 7; 5; 3; 2

##### Aktiwiteit 2

- 1 a Dit het verminder.  
b R5 876 000 > R5 775 830
- 2 3 376 600; 3 980 600; 4 278 200; 4 675 000; 4 727 000; 4 786 500



## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 9

Voorgestelde tydstoekenning: 45 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- herken en gebruik 0 in terme van sy optellingseienskap
- herken en gebruik 1 in terme van sy vermenigvuldigingseienskap
- herken en gebruik die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe met telgetalle
- werk met die omgekeerde (inverse) van die distributiewe eienskap
- brei getalle uit en gebruik die distributiewe eienskap om die antwoord te kry
- gebruik getalsinne om die onbekende of die antwoord te kry

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Leerderboek bladsy 9

Voorgestelde antwoorde

- |                                                              |                                                   |
|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1 a Onwaar; $5 \div 0$ = ongedefinieerd                      | b Waar                                            |
| c Onwaar; $5 + 0 = 5$                                        | d Waar                                            |
| e Onwaar; $1 \times 13 = 13$                                 |                                                   |
| 2 a Distributiewe eienskap                                   | b Kommutatiewe eienskap                           |
| c Assosiatiewe eienskap                                      | d Distributiewe eienskap                          |
| e Assosiatiewe eienskap                                      |                                                   |
| 3 a $10 \times 18 + 10 \times 40 = 180 + 400 = 580$          | b $50 \times 15 - 50 \times 10 = 750 - 500 = 250$ |
| 4 a $12(3 + 18) = 12 \times 21 = 252$                        | b $35(16 - 10) = 35 \times 6 = 210$               |
| 5 a $8(30 + 4) = 8 \times 30 + 8 \times 4 = 240 + 32 = 272$  |                                                   |
| b $15(50 + 2) = 15 \times 50 + 15 \times 2 = 750 + 30 = 780$ |                                                   |
| 6 a 70                                                       | b 720                                             |
| c 50                                                         | d 2 250                                           |
| e 680                                                        | f $25(30 - 2) = 25 \times 28 = 700$               |
| g 40                                                         | h 300                                             |

### Agtergrondinligting

Leerders het in graad 6 en 7:

- die kommutatiewe, distributiewe en assosiatiewe eienskappe
- die *name* van die eienskappe vir die eerste keer in Graad 7 gebruik
- 0 in terme van sy optellingseienskap
- 0 in terme van sy delingseienskap (en 'n getal gedeel deur 0 is ongedefinieerd)
- 1 in terme van sy vermenigvuldigingseienskap
- optelling en aftrekking is omgekeerde bewerkings
- vermenigvuldiging en deling is omgekeerde bewerkings.

- Hersiening van bogenoemde eienskappe in Graad 8 berei leerders voor op die bekendstelling van nuwe getalle soos heelgetalle en hoe hierdie eienskappe in hierdie nuwe kontekste toegepas gaan word.
- leerders gaan ook hierdie eienskappe van getalle in Algebra moet toepas wanneer hulle met veranderlikes werk.
- dit is dus uiters belangrik dat leerders hierdie eienskappe ken en hulle kan gebruik.

## Onderwysriglyne

Leerders behoort ook met die eienskappe te doen gekry het wat in hierdie eenheid gedek word, maar dit is belangrik om seker te maak dat almal gemaklik is met die terminologie. Hierdie terme en frases kan ook by die woordelys gevoeg word as hulle een begin het. Maak seker dat leerders hul eie voorbeelde gee. Jy kan hulle vra om die oplossings op hul sakrekenaars te toets. Maak seker hulle verstaan wat die foutboodskap op 'n sakrekenaar beteken.

Wanneer daar met die eienskappe van 0 gewerk word, behoort optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling met 0 reeds goed vasgelê te wees in leerders se denke. Daar is dikwels 'n probleem met die verskil tussen deling van 0 deur enige getal wat 0 as antwoord gee en deling deur 0 wat ongedefinieerd is. Baie leerders sien nie altyd die verskil nie en dink dat deling deur 0 gelyk is aan 0. Dit is baie belangrik om die verskil tussen hierdie twee vas te lê.

Die eienskappe van 1 veroorsaak nie gewoonlik probleme nie. Daar is verskeie situasies waar die 1 'geïmpliseer' word en dit is 'n goeie idee om leerders dikwels daaraan te herinner, byvoorbeeld  $3 = 3^1 = \frac{3}{1}$ , ensovoorts.

Die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe sal weer in Algebra gebruik word en leerders behoort hierdie eienskappe dan te kan toepas. Maak seker dat hierdie eienskappe nou behoorlik vasgelê word met getalle. Dit kan dan vinnig hersien word voordat die eienskappe in Algebra gebruik word.

## Eienskappe van 0; Eienskappe van 1; Die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe

### Aktiwiteit 1

### Ondersoek die eienskappe van telgetalle

Leerderboek bladsy 11

## Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Vra leerders om hul eie voorbeelde uit te dink en die eienskappe te toets om vir hulle te wys dat die eienskappe altyd waar is.
- Getalsinne word in hierdie aktiwiteit gebruik om dit vir leerders makliker te maak om te sien hoe die reëls toegepas word.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Die getalsinne lei leerders en help hulle om die wette te gebruik en die vrae te beantwoord.

**Uitbreiding:** Doen nog 'n oefening met soortgelyke (en dalk moeiliker) vrae. Moeiliker getalle wat op meer as een manier uitgebrei kan word, kan gebruik word (soos in vraag 6a).

### Voorgestelde antwoorde

- |   |                                                                                                                                                                                                                                                               |                                      |                        |                            |       |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|------------------------|----------------------------|-------|
| 1 | a 16                                                                                                                                                                                                                                                          | b 12                                 | c 0                    | d 21                       | *e 38 |
| 2 | a 33; 55                                                                                                                                                                                                                                                      | b 16; 70                             | c 47; 470              | d 8; 720                   |       |
| 3 | a $3 + 22 = 25$                                                                                                                                                                                                                                               | b $29 + 21 = 50$                     | c $2 \times 160 = 320$ | d $15 \times 150 = 2\,250$ |       |
| 4 | a $12; 6; 60 + 30 = 90$                                                                                                                                                                                                                                       | b $40; 20 \times 6; 800 + 120 = 920$ |                        |                            |       |
| 5 | a $4(12 + 6) = 4 \times 18 = 72$                                                                                                                                                                                                                              | b $25(30 - 2) = 25 \times 28 = 700$  |                        |                            |       |
| 6 | a $5(50 - 4) = 5 \times 50 - 5 \times 4 = 250 - 20 = 230$<br>of $5(40 + 6) = 5 \times 40 + 5 \times 6 = 200 + 30 = 230$<br>b $10(80 - 1) = 10 \times 80 - 10 \times 1 = 800 - 10 = 790$<br>c $30(90 + 1) = 30 \times 90 + 30 \times 1 = 2\,700 + 30 = 2\,730$ | b $62 - 25 = 37$ of $62 - 37 = 25$   |                        |                            |       |
| 7 | a 22                                                                                                                                                                                                                                                          | b 192; 16                            |                        |                            |       |
|   | c 15                                                                                                                                                                                                                                                          |                                      |                        |                            |       |

### EENHEID

3

## Berekeninge met telgetalle

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 12

Voorgestelde tydstoekenning: 2,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- die skatting van oplossings deur af te rond asook deur verdubbeling en halvering te gebruik
- optelling en aftrekking van telgetalle sonder 'n sakrekenaar deur eers die getalle uit te brei
- vermenigvuldiging en deling van telgetalle sonder 'n sakrekenaar deur eers die getalle uit te brei
- optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling van groot telgetalle deur 'n sakrekenaar te gebruik
- toets van antwoorde deur die omgekeerde bewerking te doen en sakrekenaars te gebruik
- afronding en kompensering om te toets of 'n antwoord korrek bereken is;
- oplossing van probleme wat optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling met telgetalle behels
- hersiening en oefening van die korrekte volgorde van bewerkinge

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 12

- 1 a  $480 + 230 = 710$  b  $950 - 810 = 140$   
c  $300 \times 200 = 60\,000$  d  $550 \div 110 = 5$
- 2 a  $\approx 120 \times 50 \approx 60 \times 100 \approx 6\,000$  b  $\approx 500 \times 480 \approx 1\,000 \times 240 \approx 240\,000$   
c  $\approx 220 \div 5 \approx 110 \div 10 \approx 11$  d  $\approx 1\,000 \div 500 \approx 2$
- 3 a Skatting:  $516 + 282 \approx 520 + 280 \approx 800$   
Werklike antwoord:  $516 + 282 = 798$ ; Toets:  $798 - 282 = 516$   
b Skatting:  $369 - 259 \approx 370 - 260 \approx 110$   
Werklike antwoord:  $369 - 259 = (300 + 60 + 9) - (200 + 50 + 9) = 110$ ;  
Toets:  $110 + 259 = 369$   
c Skatting:  $9 \times 8 \approx 10 \times 8 \approx 80$   
Werklike antwoord:  $9 \times 8 = 72$ ; Toets:  $72 \div 8 = 9$   
d Skatting:  $123 \times 5 \approx 120 \times 5 \approx 60 \times 10 \approx 600$   
Werklike antwoord:  $123 \times 5 = 615$ ; Toets:  $615 \div 5 = 123$   
e Skatting:  $3\,980 \div 100 \approx 4\,000 \div 100 \approx 40$   
Werklike antwoord:  $3\,980 \div 100 = 39,80$ ; Toets:  $39,80 \times 100 = 3\,980$   
f Skatting:  $875 \div 25 \approx 900 \div 25 \approx 36$   
Werklike antwoord:  $875 \div 25 = 35$ ; Toets:  $35 \times 25 = 875$   
g Skatting:  $30 + 8 \times 5 \approx 30 + 10 \times 5 \approx 30 + 50 \approx 80$   
Werklike antwoord:  $30 + 8 \times 5 = 30 + 40 = 70$ ; Toets met sakrekenaar: 70  
h Skatting:  $6(11 - 3) + 12 \div 6 \approx 5(10) + 2 \approx 50 + 2 \approx 52$   
Werklike antwoord:  $6(11 - 3) + 12 \div 6 = 6(8) + 2 = 48 + 2 = 50$ ;  
Toets met sakrekenaar: 50  
\*i Skatting:  $250 - 12 \times 9 + 4 \approx 250 + 12 \times 10 + 0 \approx 250 - 120 \approx 130$   
Werklike antwoord:  $250 - 12 \times 9 + 4 = 250 - 108 + 4$   
 $= (200 + 50) - (100 + 8) + (4)$   
 $= 100 + 50 - 4 = 146$ ;  
Toets met sakrekenaar: 146
- 4 a Waar b Waar

## Agtergrondinligting

- Leerders het in vorige grade breedvoerig met al die berekeningstrategieë gewerk. Die inhoud in hierdie eenheid is hersiening en oefening van die strategieë wat hulle geleer het en is ontwerp om selfvertroue op te bou en hul vaardighede te slyp.
- Leerders moet aangemoedig word om 'n sakrekenaar te gebruik om berekeninge met groter getalle te doen.
- Dit is baie belangrik dat leerders metodes gebruik vir skatting (beoordeling van die redelikheid van hul antwoorde) en die toets van antwoorde (deur gebruik te maak van omgekeerde bewerkings en sakrekenaars) wat hulle reeds geleer het.

## Onderwysriglyne

Maak seker dat leerders in die gewoonte kom om te skat voordat hulle hul berekeninge doen. Skatting is nie 'n wilde raaiskoot nie, maar 'n beraming van die grootte van iets deur die minimum moontlike aantal berekeninge te gebruik. Afronding is baie belangrik in skatting en behoort hersien te word. Leerders het dikwels 'n wanopvatting

oor afronding na bo en onder en neig om die 'afsnypunt' te vergeet. Meeste leerders verstaan die konsep van groter as en kleiner as 'n halwe, daarom kan hulle beter verstaan waarheen om af te rond as hulle die halfpadmerk duidelik kan vastel.

Ander tegnieke wat leerders kan gebruik om te skat, sluit in verdubbeling en halvering. Verskaf hoofrekene-oefeninge regdeur die jaar aan leerders om hierdie tegniek te oefen. Spandeer tyd aan die hersiening van verskillende metodes van optelling en aftrekking, insluitende die kolommetode. Dit sal weer in Algebra gebruik word, daarom is dit belangrik dat hierdie konsep goed vasgelê word met meer konkrete getalle. Vermenigvuldiging en deling met behulp van die kolommetode, en afronding en kompensering is net so belangrik.

Net soos dit belangrik is dat leerders moet skat voordat hulle bereken, moet hulle ook hul antwoorde toets met behulp van die omgekeerde bewerkings: optelling vir aftrekking, en omgekeerd; vermengvuldiging vir deling, en omgekeerd. Vra leerders om die stappe op bladsy 13 van die Leerderboek neer te skryf en hulle as 'n kontrolelys te gebruik tot die gewoonte goed vasgelê is.

Herinner leerders aan die volgorde van bewerkings. Hulle mag verskillende metodes gebruik om die volgorde te onthou, maar stel die stel reëls vir Graad 8 vas. Hierdie reëls geld regdeur in Wiskunde.

## Skat oplossings

**Rond af na die naaste tien, honderd en duisend**  
**Gebruik halvering en verdubbeling om te skat**

### Aktiwiteit I

### Skat oplossings

Leerderboek bladsy 13

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders behoort redelik vaardig te wees met die skatting van antwoorde deur gebruik te maak van afronding asook verdubbeling en halvering omdat daar in die Intermediêre Fase redelik intensief hierop gefokus is.
- Hersien afronding tot die naaste tien en honderd. Halvering en verdubbeling is 'n baie nuttige metode om die antwoord vinnig te skat sonder om 'n sakrekenaar te gebruik.
- Hersien die probleemoplossingsproses met leerders en maak ook seker dat hulle al die woordeskat verstaan wat in die woordsomme gebruik word.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders wat sukkel, moet meer stappe uitskryf, bv. in vraag 1j het ons die stappe volledig uitgeskryf.

**Uitbreiding:** Vraag 1i en 1j asook vraag 3 en 4 bied aan leerders 'n uitdaging.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $318 + 281 \approx 320 + 280 \approx 600$  b  $863 - 561 \approx 860 - 560 \approx 300$   
c  $198 \times 205 \approx 200 \times 200 \approx 40\,000$  d  $991 \div 253 \approx 1\,000 \div 250 \approx 4$   
e  $2\,718 + 271 \approx 2\,700 + 270 \approx 2\,970$  f  $3\,845 - 528 \approx 3\,800 - 530 \approx 3\,270$   
g  $1\,763 \times 103 \approx 1\,760 \times 100 \approx 176\,000$  h  $4\,866 \div 504 \approx 5\,000 \div 500 \approx 10$   
\*i  $2\,372 - 1\,250 + 111 \approx 2\,370 - 1\,250 + 110 \approx 1\,230$   
\*j  $4\,987 - 3\,283 + 2\,183 \approx 4\,990 - 3\,280 + 2\,180 \approx 3\,890$
- 2 a  $320 \times 50 = 160 \times 100 = 16\,000$   
b  $500 \times 128 \approx 500 \times 130 \approx 1\,000 \times 65 \approx 65\,000$   
c  $119 \times 48 \approx 120 \times 50 \approx 60 \times 100 \approx 6\,000$   
d  $498 \times 32 \approx 500 \times 32 \approx 1\,000 \times 16 \approx 16\,000$
- \*3  $348 + 671 + 945 + 134 + 612 \approx 350 + 670 + 950 + 130 + 610 \approx 2\,710$   
\*4  $48 \times R11,99 \approx 50 \times R12 \approx R600$

## Optelling en aftrekking van telgetalle

### Optel, aftrek en toets van oplossings

#### Aktiwiteit 2 Tel telgetalle op en trek telgetalle af

Leerderboek bladsy 14–15

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders het in die Intermediêre Fase redelik breedvoerig met berekeningstrategieë gewerk en behoort vaardig te wees in ten minste een metode (opbreek van getalle in plekwaarde-dele; uitgebreide kolommetodes; kolommetodes; afronding en kompensering). Hulle gebruik dikwels die metodes waarmee hulle die gemaklikste is en moet in hierdie stadium aangemoedig word om sover moontlik kolommetodes te gebruik.
- Beklemtoon die belangrikheid, doel en nut daarvan om eers die antwoorde op 'n berekening te skat sowel as om antwoorde na te gaan deur die omgekeerde bewerking en/of 'n sakrekenaar te gebruik.
- Leerders kan getalle optel of aftrek deur dit op te breek in plekwaarde-dele as hulle dit nog nodig vind om dit te doen (remediëring).
- Groter getalle kan met 'n sakrekenaar opgetel of afgetrek word.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet die stappe onder mekaar neerskryf sodat dit nie so verwarrend is nie.

**Uitbreiding:** Leerders doen vraag **le** en **lf**. Leerders wat die aktiwiteit vinnig voltooi en dit goed verstaan, kan hul eie mini-toetse opstel en dit vir mekaar gee om te voltooi. (Werk in pare.)

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a Skatting:  $462 + 31 \approx 460 + 30 \approx 400 + 60 + 30 \approx 490$   
Werklike antwoord:  $462 + 31 = 493$ ; Toets:  $493 - 31 = 462$   
b Skatting:  $514 + 385 \approx 510 + 390 \approx 500 + 300 + 10 + 90 \approx 900$   
Werklike antwoord:  $899$ ; Toets:  $899 - 385 = 514$

- 2 a 530 616  
c 28 171 188  
e 44 220  
g  $49\,856 - 48\,562 = 1\,294$
- 3 a A en C
- 4 a Waar  
b Onwaar
- b 1 586 216  
d 99 698 069  
f  $155\,265 - 97\,789 = 57\,476$   
h  $8\,864\,515 - 5\,651\,245 = 3\,213\,270$

## Rond af en kompenseer

### Aktiwiteit 3

## Rond af en kompenseer

Leerderboek bladsy 15–16

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik vir die leerders dat hierdie metode ook gebruik kan word om antwoorde te toets.
- Werk noukeurig deur die stappe in die Leerderboek. Hierdie metode is nie onbekend aan leerders nie, maar dit mag dalk nodig wees om dit noukeurig te verduidelik.
- Hersien die probleemoplossingsproses met leerders en maak seker dat hulle die vrae en/of moeilike woorde verstaan voordat hulle aangaan. Moedig leerders aan om 'n woordeboek te gebruik vir woorde wat hulle nie verstaan nie.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders behoort hierdie vrae oor en oor te doen tot hulle dit regkry. Andersins kan jy vir hulle bykomende oefeninge gee. Jy kan ook kort afronding- en kompenseringsoefeninge by elke dag se hoofrekenessie insluit of kort geskrewe hoofrekenetoetsies van 10 minute gee, bv. rond een van die getalle af tot die naaste tien of honderd in die volgende berekening. Gee die: i) geskatte antwoord op  $546 + 235$ ; ii) die werklike antwoord. Hou die berekening eenvoudig en verhoog die moeilikheidsgraad met die laaste twee of drie van die 10 vrae wat gevra word.

**Uitbreiding:** Leerders probeer vraag 3 sonder hulp doen.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $575 - 432 \approx 575 - 430 \approx (500 + 70 + 5) - (400 + 30) \approx 100 + 40 + 5 \approx 145$ ;  
 $145 - 2 = 143$   
b  $679 - 257 \approx 679 - 260 \approx (600 + 70 + 9) - (200 + 60) \approx 400 + 10 + 9 \approx 419$ ;  
 $419 + 3 = 422$   
c  $220 + 788 \approx 220 + 790 \approx (200 + 700) + (20 + 90) \approx 900 + 110 \approx 1\ 010$ ;  
 $1\ 010 - 2 \approx 1\ 008$   
d  $766 + 103 \approx 766 + 100 \approx 866$ ;  $866 + 3 \approx 869$
- 2 a  $R4\ 102 + R3\ 895 + R5\ 012 + R4\ 568 - R11\ 987 \approx R4\ 000 + R4\ 000 + R5\ 000$   
 $+ R4\ 500 - R12\ 000 \approx R5\ 500$   
b R5 590
- \*3  $8\ 494 + 3\ 950 + 6\ 012 = 18\ 456$

## Vermenigvuldiging en deling van telgetalle

### Vermenigvuldig, deel en toets oplossings

#### Aktiwiteit 4 Vermenigvuldig en deel telgetalle

Leerderboek bladsy 17

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders het redelik breedvoerig met die verskillende vermenigvuldig- en delingstrategieë in die Intermediêre Fase gewerk en behoort vaardig te wees in minstens een metode.
- Kleiner getalle moet vermenigvuldig en gedeel word sonder 'n sakrekenaar.
- Hulle gebruik dikwels die metode waarmee hulle die gemaklikste is en moet in hierdie stadium aangemoedig word om sover moontlik kolommetodes en langdeling te gebruik.
- Beklemtoon die belangrikheid, doel en nut daarvan om eers die antwoorde op 'n berekening te skat, sowel as om antwoorde te toets deur die omgekeerde bewerking en/of 'n sakrekenaar te gebruik.
- Die halvering-en-verdubbeling metode kan nie gebruik word wanneer gedeel word nie. Albei hoeveelhede moet in plaas daarvan verdubbel of gehalveer word. Hierdie metode is belangrik vir vraag 3 in Aktiwiteit 8.
- Groter getalle kan met behulp van sakrekenaars vermenigvuldig of gedeel word waar dit aangedui word.



## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Die beste manier om berekeningstrategieë te bemeester, is om dit oor en oor te oefen. Leerders behoort die vrae wat hulle verkeerd het, oor te doen tot hulle die korrekte metode kan gebruik en korrekte antwoorde op hul eie kan kry. Verskaf ook bykomende oefeninge aan hulle om vir huiswerk te doen.

**Uitbreiding:** Leerders wat die aktiwiteit vinnig voltooi en dit goed verstaan, kan hul eie mini-toetsies opstel en dit dan vir mekaar gee om te voltooi. (Werk in pare.)

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a 96                      b 42                      c 54                      d 4 630  
e 62 100                  f 239 000
- 2 a Skatting:  $324 \times 5 \approx 320 \times 5 \approx 160 \times 10 \approx 1\,600$   
Werklike antwoord:  $324 \times 5 = 1\,620$ ; Toets:  $1\,620 \div 5 = 324$   
b Skatting:  $657 \times 5 \approx 660 \times 5 \approx 330 \times 10 \approx 3\,300$   
Werklike antwoord: 3 285; Toets:  $3\,285 \div 5 = 657$   
c Skatting:  $303 \times 50 \approx 300 \times 50 \approx 150 \times 100 \approx 15\,000$   
Werklike antwoord: 15 150; Toets:  $15\,150 \div 50 = 303$   
d Skatting:  $657 \times 500 \approx 650 \times 50 \approx 325 \times 100 \approx 32\,500$   
Werklike antwoord: 328 500; Toets:  $328\,500 \div 500 = 657$   
e Skatting:  $480 \times 25 \approx 500 \times 25 \approx 250 \times 50 \approx 125 \times 100 \approx 12\,500$   
Werklike antwoord: 12 000; Toets:  $12\,000 \div 25 = 480$   
f Skatting:  $816 \times 20 \approx 800 \times 20 \approx 1\,600 \times 10 \approx 16\,000$   
Werklike antwoord: 16 320; Toets:  $16\,320 \div 20 = 816$   
g Skatting:  $473 \times 200 \approx 500 \times 200 \approx 100\,000$   
Werklike antwoord: 94 600; Toets:  $94\,600 \div 200 = 473$   
h Skatting:  $1\,050 \times 250 \approx 1\,000 \times 250 \approx 250\,000$   
Werklike antwoord: 262 500; Toets:  $262\,500 \div 250 = 1\,050$   
i Skatting:  $921 \times 250 \approx 900 \times 250 \approx 450 \times 500 \approx 225 \times 1\,000 \approx 225\,000$   
Werklike antwoord: 230 250; Toets:  $230\,250 \div 250 = 921$
- 3 a 67;  $67 \times 10 = 670$                       b 61,2;  $61,2 \times 10 = 612$   
c 72,8;  $72,8 \times 100 = 7\,280$                   d 5,73;  $5,73 \times 1\,000 = 5\,730$
- 4 a Skatting:  $2\,855 \div 5 \approx 2\,900 \div 5 \approx 5\,800 \div 10 \approx 580$   
Werklike antwoord: 571; Toets:  $571 \times 5 = 2\,855$   
b Skatting:  $9\,765 \div 5 \approx 10\,000 \div 5 \approx 20\,000 \div 10 \approx 2\,000$   
Werklike antwoord: 1 953; Toets:  $1\,953 \div 5 = 9\,765$   
c Skatting:  $7\,650 \div 50 \approx 7\,700 \div 50 \approx 15\,400 \div 100 \approx 154$   
Werklike antwoord: 153; Toets:  $153 \times 50 = 7\,650$   
d Skatting:  $18\,500 \div 500 \approx 19\,000 \div 500 \approx 38\,000 \div 1\,000 \approx 38$   
Werklike antwoord: Toets:  $37 \times 500 = 18\,500$   
e Skatting:  $10\,775 \div 25 \approx 11\,000 \div 25 \approx 44\,000 \div 100 \approx 440$   
Werklike antwoord: 431; Toets:  $431 \times 25 = 10\,775$
- 5 a 2 563                      b 489                      c 569                      d 657

# Rond af en kompenseer

## Aktiwiteit 5

## Rond af en kompenseer

Leerderboek bladsy 18

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik aan leerders dat hierdie metode ook gebruik kan word om antwoorde te toets.
- Werk noukeurig deur die stappe in die Leerderboek. Hierdie metode is nie onbekend aan leerders nie, maar dit mag dalk nodig wees om dit noukeurig te verduidelik. Sê vir hulle dat ons die distributiewe eienskap gebruik wanneer ons 553 met elke getal in hakies vermenigvuldig.
- Leerders moet ook aangemoedig word, en dit behoort waargeneem te word, om veelvoude van 10 in kleiner getalle op te breek wanneer hulle vermenigvuldig, byvoorbeeld  $553 \times 20 = (553 \times 2 \times 10)$ .
- Moedig leerders aan om 'n woordeboek te gebruik vir woorde wat hulle nie verstaan nie wanneer hulle probleemoplossing doen.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders wat met hierdie konsep sukkel, behoort die oefening oor te doen tot hulle die metode en antwoorde op al die berekeninge regkry. Hulle kan sakrekenaars gebruik om hulle in al die stappe te help.

**Uitbreiding:** Die toets van antwoorde deur af te rond en te kompenseer, is reeds vir leerders 'n uitdaging. Die probleemoplossingsvrae is meer uitdagend. Leerders moet getalsinne skryf en dan die probleme oplos.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $30 + 2$  b  $20 + 1$  c  $20 - 1$  d  $200 - 4$   
2  $6 \times 4 \times \square = 48$ ;  $48 \div 6 \div 4 = 8 \div 4 = 2$ ; Twee houe kan in die hoogte van die krat pas.  
3  $30 \times 1 \times 20 = \square$ ;  $30 \times 20 = 600$ ; Hulle sal 600 stukke rommel oor 20 dae optel.  
\*4 a  $R3\,357,50 \div 85 \approx R4\,000 \div 100 \approx R40$  per T-hemp  
b R39,50

## Hersiening: Die volgorde van bewerkings

### Die reëls vir die volgorde van bewerkings

## Aktiwiteit 6

## Oefen die korrekte volgorde van bewerkings

Leerderboek bladsy 19

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die volgorde van bewerkings: hakies eerste, dan vermenigvuldig/deel, dan aftrek/optel. Doen voorbeelde saam met die leerders sodat hulle stap vir stap kan sien hoe berekening gedoen word.

- Dit is belangrik om voorbeelde te doen waar 'n getal direk langs 'n hakie is, bv.  $2(15 + 10)$  of  $(30 \div 15)20$ , en te verduidelik dat 'n getal langs 'n hakie ook vermenigvuldiging beteken.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Die beste manier om hierdie metodes te bemeester, is om dit oor en oor te oefen. Leerders behoort die vrae wat hulle verkeerd het oor te doen tot hulle die korrekte metode kan gebruik en korrekte antwoorde op hul eie kan kry. Verskaf ook bykomende oefeninge aan hulle om vir huiswerk te doen.

**Uitbreiding:** Leerders wat die aktiwiteit vinnig voltooi en dit goed verstaan, kan hul eie mini-toetsies opstel en dit dan vir mekaar gee om te voltooi. (Werk in pare.) Jy kan ook vir hulle bykomende, meer uitdagende berekeninge gee om te doen (sonder die gebruik van 'n sakrekenaar).

### Voorgestelde antwoorde

- 1  $250 \div 50 - 5 = 5 - 5 = 0$
- 2  $25 + 6 \times 2 = 25 + 12 = 37$
- 3  $24 + 80 \div 4 = 24 + 20 = 44$
- 4  $3(70 \div 7 \times 5) = 3(10 \times 5) = 3(50) = 150$
- 5  $44 - 6 \times 3 = 44 - 18 = 26$
- 6  $(9 \times 3 + 3) \times 40 = (27 + 3)40 = 30(40) = 1\,200$
- 7  $300 - 15 \times 4 + 1 = 300 - 60 + 1 = 240 + 1 = 241$
- 8  $12(8 - 3) + 4 \div 2 = 12(5) + 2 = 60 + 2 = 62$
- 9  $3 \times 3 - 2 \times 2 + 5 = 9 - 4 + 5 = 5 + 5 = 10$
- 10  $300 \div 6(4 + 3) = 600 \div 6 \times 7 = 100 \times 7 = 700$
- 11  $25 + 16 \div 4 + 8 = 25 + 4 + 8 = 29 + 8 = 37$
- 12  $12 + 1 \times 8 - 6 = 12 + 8 - 6 = 20 - 6 = 14$
- 13  $100 - (7 + 3 \times 20) = 100 - (7 + 60) = 100 - 67 = 33$
- 14  $20 - 16 \div 16 \times 17 = 20 - 1 \times 17 = 20 - 17 = 3$
- \*15  $16 + (14 - 7 \times 2)3 - 15 = 16 + (14 - 14)3 - 15 = 16 + 0(3) - 15 = 16 - 15 = 1$
- \*16  $230 - 15 \div 3 \times (16 \div 2 + 2) = 230 - 5(8 + 2) = 230 - 5(10) = 230 - 50 = 180$

## 4

## Veelvoude en faktore

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 20

Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- bepaal veelvoude en die kleinste gemene veelvoud
- bepaal faktore en die grootste gemenefaktor
- definieer priemgetalle en priemfaktore
- skryf getalle as die produk van hul priemfaktore
- bepaal die GGF deur eers die getalle se priemfaktore te vind
- los probleme met veelvoude en faktore op

Hulpbronne: Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 20

- 1 a  $V_{65} = \{65; 130; 195; 260; 325; 390\}$   
 b  $V_{78} = \{78; 156; 234; 312; 390; 468\}$   
 c  $V_{110} = \{110; 220; 330; 440; 550; 660\}$   
 d  $V_{385} = \{385; 770; 1\,155; 1\,540; 1\,925; 2\,310\}$   
 e  $V_{450} = \{450; 900; 1\,350; 1\,800; 2\,250; 2\,700\}$   
 f  $V_{900} = \{900; 1\,800; 2\,700; 3\,600; 4\,500; 5\,400\}$
- 2 a KGV = 390      b KGV = 770      \*c KGV = 11 700
- 3 a  $F_{48} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48\}$   
 b  $F_{142} = \{1; 2; 71; 142\}$   
 c  $F_{230} = \{1; 2; 5; 23; 46; 115; 230\}$   
 d  $F_{276} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12; 23; 46; 69; 92; 138; 276\}$   
 e  $F_{516} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12; 43; 86; 129; 172; 258; 516\}$
- 4 a  $PF_{48} = \{2; 3\}$       b  $PF_{142} = \{2; 71\}$       c  $PF_{230} = \{2; 5; 23\}$   
 d  $PF_{276} = \{2; 3; 23\}$       e  $PF_{516} = \{2; 3; 43\}$
- 5 a  $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$   
 $142 = 2 \times 71$   
 GGF = 2  
 b  $142 = 2 \times 71$   
 $230 = 2 \times 5 \times 23$   
 GGF = 2  
 \*c  $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$   
 $276 = 2 \times 2 \times 3 \times 23$   
 $516 = 2 \times 2 \times 3 \times 43$   
 GGF =  $2 \times 2 \times 3 = 12$
- 6 (Gebruik die leermetode)  
 a  $PF_{75} = \{3; 5\}$       b  $PF_{124} = \{2; 31\}$       c  $PF_{162} = \{2; 3\}$   
 d  $PF_{210} = \{2; 3; 5; 7\}$       e  $PF_{320} = \{2; 5\}$       f  $PF_{500} = \{2; 5\}$

<b>7 a</b>	$75 = 3 \times 5 \times 5$	<b>b</b>	$124 = 2 \times 2 \times 31$
<b>c</b>	$162 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	<b>d</b>	$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$
<b>e</b>	$320 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$	<b>f</b>	$500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$
<b>8 a</b>	$75 = 3 \times 5 \times 5$		
	$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$		
	$\text{GGF} = 3 \times 5 = 15$		
<b>b</b>	$124 = 2 \times 2 \times 31$		
	$162 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$		
	$\text{GGF} = 2$		
<b>c</b>	$320 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$		
	$500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$		
	$\text{GGF} = 2 \times 2 \times 5 = 20$		

## Agtergrondinligting

- Hierdie eenheid dien as hersiening van al die werk wat in vorige grade gedoen is. Die inhoud wat in hierdie eenheid gedek word, gaan belangrik word wanneer leerders berekeninge met breuke doen (vind die KGV van noemers wat van mekaar verskil).
- Faktorisering van telgetalle lê ook die grondslag vir die faktorisering van algebraïese uitdrukkings.

## Onderwysriglyne

Leerders het al vir jare met veelvoude en faktore gewerk. Hierdie eenheid hersien die werk wat sover gedoen is. Hierdie werk sal vir breuke – numeries en algebraïes – gebruik word.

Maak seker dat leerders verstaan dat die eerste veelvoud van 'n getal die getal self is. Laat leerders 'n paar veelvoude van verskeie verskillende getalle neerskryf en laat hulle dan begin soek na gemene veelvoude. Wanneer dit vasgestel is, is dit nie meer so moeilik om die kleinste gemene veelvoud (KGV) te bepaal nie. Laat leerders 'n hele paar sulke voorbeelde oefen en gebruik die *Dink só/Doen dit* voorbeelde.

Herinner leerders daaraan dat die getal self en 1 albei faktore van 'n getal is. Die stappe waarmee faktore bepaal kan word, word in die Leerderboek gegee en leerders kan daarna terugverwys as hulle die metode vergeet. As leerders eers die gemene faktore van verskeie getalle gevind het, vra hulle om die grootste gemene faktor (GGF) van twee of drie getalle te omring.

Die leermetode is 'n baie nuttige manier waarop gefaktoreer kan word. Dit vereis 'n hele aantal vaardighede en leerders behoort 'n hele klomp sulke voorbeelde te oefen tot hulle dit maklik kan doen.

# Veelvoude

## Die kleinste gemene veelvoud (KGV)

### Aktiwiteit I

### Skryf en werk met veelvoude

Leerderboek bladsy 21

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders aan die vermenigvuldigingstafels. Sê die veelvoude van 'n paar getalle hardop saam met hulle op, bv. 3; 6; 9... 36. Wys dan vir hulle hoe om die veelvoude van groter getalle te kry deur eenvoudig dieselfde getal weer en weer by te tel.
- Werk saam met hulle deur die voorbeeld in die Leerderboek. As hulle die KGV moet bepaal, moet hulle die veelvoude van die getalle neerskryf tot hulle dieselfde getal in albei stelle sien.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders kan getalle bymekaartel of hul sakrekenaars gebruik om veelvoude te vind, bv.  $\boxed{6} \boxed{+} \boxed{6} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=}$  op 'n nie-wetenskaplike sakrekenaar. Leerders moet verkieslik die vermenigvuldigingstafels oefen en ken.

**Uitbreiding:** Leerders doen vraag 7c.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $V_2 = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24\}$   
 $V_4 = \{4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32; 36; 40; 44; 48\}$   
 $V_8 = \{8; 16; 24; 32; 40; 48; 56; 64; 72; 80; 88; 96\}$   
b (gemene veelvoude in vetdruk hierbo)  
c 8
- 2 a  $V_3 = \{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27; 30; 33; 36; 39; 42; 45\}$   
 $V_6 = \{6; 12; 18; 24; 30; 36; 42; 48; 54; 60; 66; 72; 78; 84; 90\}$   
 $V_9 = \{9; 18; 27; 36; 45; 54; 63; 72; 81; 90; 99; 108; 117; 126; 135\}$   
b (gemene veelvoude in vetdruk hierbo)  
c 18
- 3 Die tweede syfer van die getal is dubbel die eerste syfer van die getal.
- 4  $V_{11} = \{11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99\}$
- 5  $690 \div 30 = 23$
- 6 a  $V_{50} = \{50; 100; 150; 200; 250; 300\}$   
b  $V_{120} = \{120; 240; 360; 480; 600; 720\}$   
c  $V_{315} = \{315; 630; 945; 1\ 260; 1\ 575; 1\ 890\}$   
d  $V_{402} = \{402; 804; 1\ 206; 1\ 608; 2\ 010; 2\ 412\}$   
e  $V_{875} = \{875; 1\ 750; 2\ 625; 3\ 500; 4\ 375; 5\ 250\}$
- 7 a KGV = 560                      b KGV = 420                      \*c KGV = 1 860

# Faktore

**Stappe om al die faktore van 'n getal te bepaal; Die grootste gemene faktor (GGF); Priemgetalle en priemfaktore**

## Aktiwiteit 2

## Bepaal en werk met faktore

Leerderboek bladsy 22

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die 'denkproses' word in besonderhede in die voorbeelde en in die stappe in die Leerderboek getoon. Dit is belangrik om stelselmatig te werk te gaan.
- Werk stap vir stap saam met die leerders deur elke voorbeeld.
- Laat 'n leerder 'n bykomende voorbeeld van elke konsep op die bord doen terwyl die ander leerders vir hom/haar sê wat die volgende stap is as hy/sy sukkel. (Bepaal faktore; Vind die GGF; Priemgetalle en priemfaktore)
- Leerders het in Graad 6 met die reëls van deling gewerk en dit moet ook hier hersien word.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders kan hul sakrekenaars gebruik, bv.  $100 \div 1$ ,  $100 \div 2$ ,  $100 \div 3$ ,  $100 \div 4$ , ens. tot hulle al die faktore gevind het. Hierdie proses is tydrowend, maar leerders wat sukkel, vind hierdie metode dikwels makliker.

**Uitbreiding:** Vraag 10a is 'n uitstekende uitdaging. Leerders sal baie stelselmatig te werk moet gaan om AL die faktore te vind.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $F_{60} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60\}$   
b  $PF_{60} = \{2; 3; 5\}$   
c  $SF_{60} = \{4; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60\}$
- 2 Nee;  $F_{31} = \{1; 31\}$ ; 1 is nie 'n priemgetal nie
- 3  $F_{93} = \{1; 3; 31; 93\}$ ;  $SF_{93} = \{93\}$
- 4  $V_4 = \{4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32; 36; 40; 44; 48; 52; 56; 60\}$   
 $F_{120} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 20; 24; 30; 40; 60; 120\}$
- 5  $F_{70} = \{1; 2; 5; 7; 10; 14; 35; 70\}$ ;  $PF_{70} = \{2; 5; 7\}$   
Nee. 70 het agt faktore en slegs drie priemfaktore.
- 6 a  $F_{50} = \{1; 2; 5; 10; 25; 50\}$  b  $F_{106} = \{1; 2; 53; 106\}$   
c  $F_{215} = \{1; 5; 43; 215\}$   
d  $F_{380} = \{1; 2; 4; 5; 10; 19; 20; 38; 76; 95; 190; 380\}$   
e  $F_{450} = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 18; 25; 30; 45; 75; 90; 150; 225; 450\}$
- 7 a  $PF_{50} = \{2; 5\}$  b  $PF_{106} = \{2; 53\}$  c  $PF_{215} = \{5; 43\}$   
d  $PF_{380} = \{2; 5; 19\}$  e  $PF_{450} = \{2; 3; 5\}$
- 8 a  $50 = 2 \times 5 \times 5$   
 $106 = 2 \times 53$   
GGF = 2  
b  $215 = 5 \times 43$   
 $380 = 2 \times 2 \times 5 \times 19$   
GGF = 5

- \*c  $50 = 2 \times 5 \times 5$   
 $380 = 2 \times 2 \times 5 \times 19$   
 $450 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$   
 $GGF = 2 \times 5 = 10$
- 9 a 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27; 30; 33; 36; 39; 42; 45; 48; 51; 54; 57; 60  
 b Nee. 28 is nie 'n veelvoud van 3 nie.
- 10 \*a  $F_{1440} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 16; 18; 20; 24; 30; 32; 36; 40; 45; 48; 60; 72; 80; 90; 96; 120; 144; 160; 180; 240; 288; 360; 480; 720; 1440\}$   
 b Sy moet haar medisyne ses keer per dag neem.

## Faktorisering: Skryf 'n getal as die produk van sy priemfaktore

### Aktiwiteit 3 Werk met priemfaktore en die GGF

Leerderboek bladsy 24

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Gebruik die leermetode.

- **Stap 1:** Skryf die getal neer.
- **Stap 2:** Deel die getal deur die kleinste priemgetal wat in daardie getal kan deel, bv. as dit 'n ewe getal is, deel deur 2. Hou aan om deur 2 te deel tot dit 'n onewe antwoord gee.
- **Stap 3:** Is 3 'n faktor van die antwoord? Hou aan om dit deur 3 te deel tot dit 'n antwoord gee wat nie 'n veelvoud van 3 is nie.
- **Stap 4:** Hou aan om deur al die priemgetalle te deel wat faktore van die getal is tot 1 oorbly.

Die volgende kan uit die leer gesien word:

- die priemfaktore van die getal (gebruik dit in vraag 4 in Aktiwiteit 3)
- al die priemgetalle wat vermenigvuldig moet word om die getal te kry (gebruik dit in vraag 2 in Aktiwiteit 3).

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders eers die leermetode oefen met makliker "ronde" getalle soos 200, 250, 1 000, ens.

**Uitbreiding:** Leerders kan hul eie getalle as die produk van hul priemgetalle skryf. Elke keer as hulle dit regkry, kan hulle 'n groter getal kies om hulself uit te daag.

#### Voorgestelde antwoorde

- 1 (leermetode)
- |                             |                            |                             |
|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| a $PF_{80} = \{2; 5\}$      | b $PF_{100} = \{2; 5\}$    | c $PF_{138} = \{2; 3; 23\}$ |
| d $PF_{204} = \{2; 3; 17\}$ | e $PF_{315} = \{3; 5; 7\}$ | f $PF_{600} = \{2; 3; 5\}$  |
- 2 a  $80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$       b  $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$   
 c  $138 = 2 \times 3 \times 23$       d  $204 = 2 \times 2 \times 3 \times 17$   
 e  $315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7$       f  $600 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$



3 a  $80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$   
 $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$   
GGF =  $2 \times 2 \times 5 = 20$   
c  $315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7$   
 $600 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$   
GGF =  $3 \times 5 = 15$

b  $138 = 2 \times 3 \times 23$   
 $204 = 2 \times 2 \times 51$   
GGF = 2

## EENHEID

# 5

## Verhouding en koers

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 25

Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- skryf en vereenvoudig verhoudings
- verdeel hoeveelhede in dele (verhoudings)
- vermeerder/verminder 'n getal in 'n gegewe verhouding
- skryf en werk met koers, insluitende spoed, afstand en tyd
- werk met wisselkoers

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 25

- 1 a 1 : 2      b 3 : 1      c 1 : 6 : 1      d 7 : 10 : 16
- 2 a  $5 + 1 = 6$  dele; een deel =  $90 \div 6 = 15$ ;  $15 \times 5 = 75$ ;  $75 : 15$   
b  $4 + 2 + 3 = 9$  dele; een deel =  $513 \div 9 = 57$ ;  $57 \times 4 = 228$ ;  $57 \times 2 = 114$ ;  
 $57 \times 3 = 171$ ;  $228 : 114 : 171$
- 3 a  $24 \div 3 = 8$ ;  $8 \times 5 = 40$   
b  $240 \div 6 = 40$ ;  $40 \times 13 = 520$   
c  $R3\ 000 \div 25 = 120$ ;  $120 \times 26 = R3\ 120$
- 4 a  $52 \div 13 = 4$ ;  $4 \times 9 = 36$   
b  $660 \div 30 = 22$ ;  $22 \times 29 = 638$   
c  $R5\ 120 \div 2 = R2\ 560$ ;  $R2\ 560 \times 1 = R2\ 560$
- 5 a Onwaar      b Waar      c Waar

### Agtergrondinligting

Leerders gaan in Graad 8 voort om probleme op te los wat verhouding en koers behels.

## Onderwysriglyne

Leerders ondervind gewoonlik probleme met verhouding en koers omdat hulle nie die verskil tussen die terme verstaan nie. Verduidelik dat verhouding twee (of meer) gelyksoortige hoeveelhede vergelyk. Leerders behoort seker te maak dat albei waardes in dieselfde eenheid geskryf is. Let egter wel dat die antwoord geen eenhede bevat nie, omdat hulle mekaar uitkanselleer. Verhouding kan gebruik word om 'n getal in 'n gegewe verhouding te verdeel asook om die getal in 'n gegewe verhouding te vermeerder of te verminder. Gebruik leerders se voorafgaande kennis van koeldrank aanmaak en verf meng om die konsep meer konkreet te maak. Wys leerders op die verskillende notasies van verhoudings skryf, byvoorbeeld  $2 : 3$  is ekwivalent aan  $\frac{2}{3}$ .

Koers word bepaal wanneer een eenheid in vergelyking met 'n ander gemeet word, byvoorbeeld afstand oor 'n sekere hoeveelheid tyd (spoed), wisselkoerse, ensovoorts. Dit is belangrik om bykomende oefeninge aan leerders te verskaf indien nodig.

## Verhouding

### Aktiwiteit I

### Vereenvoudig verhoudings

Leerderboek bladsy 26

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders kan verhoudings vereenvoudig deur al die getalle deur hul GGF te deel.
- Laat leerders 'n paar voorbeelde op die bord doen en die stappe volg soos in die voorbeelde in die Leerderboek gewys word.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders wat met hierdie konsep sukkel, moet die oefeninge oordoen tot hulle al die verhoudings korrek kan vereenvoudig. Jy kan ook bykomende oefeninge aan hulle verskaf om te doen.

**Uitbreiding:** Leerders doen vraag 2–9.

### Voorgestelde antwoorde

- |   |                           |           |               |              |
|---|---------------------------|-----------|---------------|--------------|
| 1 | a 1 : 2                   | b 3 : 1   | c 3 : 13      | d 32 : 71    |
|   | e 41 : 57                 | f 15 : 19 | *g 9 : 12 : 2 | *h 7 : 9 : 3 |
| 2 | 3 : 5                     |           |               |              |
| 3 | 3 440 : 215 = 16 : 1      |           |               |              |
| 4 | 6 : 4 : 8 = 3 : 2 : 4     |           |               |              |
| 5 | R26 : R24 = 13 : 12       |           |               |              |
| 6 | 312 : 534 = 52 : 89       |           |               |              |
| 7 | 2 GB : 4 GB = 1 : 2       |           |               |              |
| 8 | R175 : R245 = 5 : 7       |           |               |              |
| 9 | R3 417 : R2 295 = 67 : 45 |           |               |              |

# Verhouding: Verdeel hoeveelhede in dele

## Aktiwiteit 2

## Verdeel hoeveelhede in dele

Leerderboek bladsy 27–28

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Verduidelik die konsep deur 'n lang reghoek op die bord te teken en dit dan in 8 dele te verdeel (om die voorbeeld in die Leerderboek te demonstreer). Kleur 2 dele een kleur in, 3 dele 'n ander kleur en nog 3 dele 'n ander kleur om te wys dat Jurie 2 dele, Anton 3 dele en Chrisna 3 dele kry, maar altesaam is daar 8 dele. Gaan dan voort met die stappe soos in die Leerderboek uiteengesit.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders wat met hierdie konsep sukkel, moet die oefening oordoen tot hulle kan onthou hoe om al die stappe te volg en tot hulle die regte antwoorde op al die vrae gekry het. Oefening is ook van die allergrootste belang.

**Uitbreiding:** Leerders kan in pare werk om hul eie klein oefeninge met nog probleme wat hoeveelhede in dele verdeel, uit te dink en dan die oefeninge vir mekaar gee om te doen.

### Voorgestelde antwoorde

- 1
  - a  $2 + 3 = 5$  dele; een deel is  $50 \div 5 = 10$ ;  $10 \times 2 = 20$ ;  $10 \times 3 = 30$ ;  $20 : 30$
  - b 8 dele; een deel is 11;  $55 : 33$
  - c 5 dele; een deel is 15;  $15 : 60$
  - d 7 dele; een deel is 30;  $60 : 150$
  - e 8 dele; een deel is 50;  $250 : 150$
  - f 3 dele; een deel is 12;  $24 : 12$
  - g 4 dele; een deel is 16;  $16 : 48$
  - h 12 dele; een deel is 12;  $60 : 84$
  - i 10 dele; een deel is 30;  $60 : 90 : 150$
  - j 7 dele; een deel is 8;  $24 : 8 : 24$
- 2 5 dele; een deel is R15; Salomie het 'n wins van R30 gemaak en Busisiwe het 'n wins van R45 gemaak.
- 3 7 dele; een deel is 6 vrugte; Daar is 6 appels en 36 aarbeie in die vrugtemandjie.
- 4 9 dele; een deel is 10 mense; Daar is 20 dokters en 70 verpleegkundiges by die hospitaal.
- 5 5 dele; een deel is 25 leerders; 75 leerders het gedraf en 50 leerders het fietsgery.
- 6 3 dele; een deel is 4 musiekkonserte; Lila het 4 musiekkonserte bygewoon en Mandisa het 8 musiekkonserte bygewoon.
- 7 8 dele; een deel is 5 CD's; Karel het 15 CD's en Naeem het 25 CD's.
- 8 10 dele; een deel is 20 dansers; Daar is 100 hip-hop-dansers, 40 kontemporêre dansers en 60 jazz-dansers by die dansskool.
- 9 9 dele; een deel is 111 ml; Anna gebruik 555 ml vars vrugte, 222 ml jogurt en 222 ml lemoensap.
- 10 7 dele; een deel is 2 doele; Marinus het 2 doele aangeteken, Lindiwe het 8 doele aangeteken en Zaid het 4 doele aangeteken.

## Vermeerder/verminder 'n getal in 'n gegewe verhouding

### Aktiwiteit 3

### Vermeerder/verminder 'n getal in 'n verhouding

Leerderboek bladsy 29

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Hierdie metode is basies die direkte proporsionele metode. Leerders moet eers die verhouding neerskryf. Die tweede hoeveelheid sal altyd die ou hoeveelheid verteenwoordig. Die ou hoeveelheid word dus aan die regterkant onder die verhouding se hoeveelheid geskryf. Die eerste hoeveelheid verteenwoordig die nuwe hoeveelheid. Die vraagteken word dus onder die eerste getal van die verhouding geskryf. Volg dan die stappe soos in die Leerderboek uiteengesit.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders wat met hierdie konsep sukkel, moet die oefening oordoen tot hulle kan onthou hoe om al die stappe te volg en tot hulle die regte antwoorde op al die vrae gekry het.

**Uitbreiding:** Leerders doen vraag 3–5.

#### Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $30 \div 6 = 5$ ;  $5 \times 7 = 35$   
b  $R400 \div 8 = 50$ ;  $50 \times 11 = R550$   
c  $740 \div 20 = 37$ ;  $37 \times 23 = 851$  leerders
- 2 a  $45 \div 9 = 5$ ;  $5 \times 7 = 35$   
b  $R750 \div 5 = R150$ ;  $R150 \times 3 = R450$   
c  $320 \div 4 = 80$ ;  $80 \times 1 = 80$  resiesmotors
- 3  $R150\,000 \div 3 = R50\,000$ ;  $R50\,000 \times 4 = R200\,000$
- 4  $400\text{ ml} \div 10 = 40\text{ ml}$ ;  $40\text{ ml} \times 7 = 280\text{ ml}$
- 5  $6\text{ bome} \div 3 = 2\text{ bome}$ ;  $2\text{ bome} \times 5 = 10\text{ bome}$

## Koers: Tyd, afstand en speed

### Wat is koers?; Die verskil tussen verhouding en koers

#### Aktiwiteit 4

#### Skryf koers neer wat speed, afstand en tyd insluit

Leerderboek bladsy 31–32

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Gebruik alledaagse voorbeelde wat leerders ken om hierdie konsep te verduidelik, bv. 'n ouer wat teen 'n sekere speed in km/u. ry; 'n ouer wat 'n sekere bedrag geld per uur verdien, ensovoorts.
- Wys vir leerders hoe om die korrekte getalle in die gegewe formules te vervang, hoe om die antwoorde te bereken en dan die korrekte eenhede neer te skryf.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders wat met hierdie konsep sukkel, moet die oefening oordoen tot hulle die regte antwoorde op al die vrae gekry het. Oefening is belangrik.

**Uitbreiding:** Leerders doen vraag 12, 13 en 14.

### Voorgestelde antwoorde

- 1  $8 \text{ km}/1 \text{ u.} = 8 \text{ km/u.}$
- 2  $R40/20 \text{ sakke} = R2/\text{sak}$
- 3  $R1\ 000/4 \text{ u.} = R250/\text{u.}$
- 4  $28 \text{ liedjies}/2 \text{ u.} = 14 \text{ liedjies/u.}$
- 5  $R200/8 \text{ u.} = R25/\text{u.}$
- 6  $R5\ 580/20 \text{ dae} = R279/\text{dag}$
- 7  $20 \text{ burgers}/15 \text{ min} = 80 \text{ burgers}/1 \text{ u.} = 80 \text{ burgers/u.}$   
(Vermenigvuldig die aantal burgers en die tyd met 4.)
- 8  $R54\ 000/12 \text{ maande} = R4\ 500/\text{maand}$
- 9  $620 \text{ km}/50 \text{ L} = 12,4 \text{ km/L}$
- 10  $400 \text{ km}/6 \text{ u.} \approx 66,67 \text{ km/u.}$
- 11  $30 \text{ km/u.} \times 3,25 \text{ u.} = 97,5 \text{ km}$
- \*12  $0 \text{ km}/(15 \div 60) \text{ u.} = 10 \text{ km}/0,25 \text{ u.} = 40 \text{ km/u.}$
- \*13  $100 \text{ km}/38 \text{ km/u.} = 2,63... \text{ u.}; 2,63... \text{ u.} \times 60 \approx 158 \text{ minute}$
- \*14  $8 \text{ km}/65 \text{ km/u.} = 0,12... \text{ u.}; 0,12... \text{ u.} \times 60 \approx 8 \text{ minute}$  (Rond af na bo omdat hy nie sy ma se huis binne 7 minute sal bereik nie.)

## Wisselkoers

### Aktiwiteit 5 Werk met wisselkoers

Leerderboek bladsy 33

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik verskillende geldeenhede, bv. R1 is nie dieselfde as VSA\$1 nie. Die rand is swakker as die dollar, so as ons Amerika toe gaan, moet ons baie rand betaal om 'n paar dollar te koop/kry.
- Herleiding van geldeenhede: As die wisselkoers gegee word as 1 van 'n ander geldeenheid = R..., dan kan ons:
  - rand na enige ander geldeenheid herlei deur te deel
  - enige geldeenheid na rand herlei deur te vermenigvuldig.
- Moedig leerders aan om op hoogte te bly van algemene geldeenhede soos die Amerikaanse dollar, die Japannese yen, en so meer, en om vir die klas terugvoering te gee oor wat die wisselkoerse is.
- Gebruik die jongste wisselkoerse om vinnige herleidings in die klas te doen. Moedig leerders aan om skattings te gee.
- Gebruik scenario's in die werklike lewe waar moontlik, byvoorbeeld: As jy 'n paar skoene in Londen wil koop wat £40 kos teen die huidige wisselkoers, hoeveel rand sal jy spandeer?

## Remediëring

Leerders moet die instruksies volg om te besluit of hulle moet vermenigvuldig of deel.  
Hulle kan hul sakrekenaars gebruik.

## Voorgestelde antwoorden

- 1
  - a  $R5\,000 \div R8,4661/VSA\$ \approx VSA\$590,59$
  - b  $R3\,500 \div R8,33502/Aus\$ \approx Aus\$419,92$
  - c  $R7\,500 \div R1,0812/BP \approx BP6\,936,74$
  - d  $R1\,400 \div R0,106737/¥ \approx ¥13\,116,35$
  - e  $R20\,000 \div R12,9772/£ \approx £1\,541,16$
  - f  $R800 \div R8,78813/SF \approx SF91,03$
- 2
  - a  $\$250 \times R8,4661/\$ \approx R2\,116,53$
  - b  $£400 \times R12,9772/£ = R5\,190,88$
  - c  $€3\,200 \times R10,5563/€ = R33\,780,16$
  - d  $6\,000\,BP \times R1,0812/BP = R6\,487,20$
  - e  $60\,000\,MK \times R0,031111/MK = R1\,866,60$
  - f  $¥50\,000 \times R0,106737/¥ = R5\,336,85$

# Hoofstuk I hersiening

Leerderboek bladsy 34–35

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voor hulle die hersieningsaktiwiteite probeer doen. Die hersieningsaktiwiteite moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en om te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

### Voorgestelde antwoorden

- |    |                                                                                    |                                                                                         |   |                                                                  |
|----|------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|---|------------------------------------------------------------------|
| 1  | a                                                                                  | <                                                                                       | b | >                                                                |
| 2  | R125 876 599; R189 657 841; R358 674 258; R456 987 325; R565 715 548; R589 632 574 |                                                                                         |   |                                                                  |
| 3  | a                                                                                  | 313                                                                                     | b | 0                                                                |
|    |                                                                                    |                                                                                         | c | 6                                                                |
| 4  | a                                                                                  | 4; 20                                                                                   | b | 30; 720                                                          |
| 5  | a                                                                                  | 20; $12 + 38 = 50$                                                                      | b | 3; $18 \times 12 = 216$                                          |
| 6  | 50; 3; $550 + 33 = 583$                                                            |                                                                                         |   |                                                                  |
| 7  | $14(20 - 5) = 14(15) = 210$                                                        |                                                                                         |   |                                                                  |
| 8  | a                                                                                  | $5(30 + 4) = 5 \times 30 + 5 \times 4 = 150 + 20 = 170$                                 |   |                                                                  |
|    | b                                                                                  | $10(30 - 2) = 10 \times 30 - 10 \times 2 = 300 - 20 = 280$                              |   |                                                                  |
|    | c                                                                                  | $20(100 - 3) = 20 \times 100 - 20 \times 3 = 2\,000 - 60 = 1\,940$                      |   |                                                                  |
| 9  | a                                                                                  | 44; 62 of 62; 44                                                                        | b | 1 050; 150                                                       |
| 10 | a                                                                                  | $\approx 580 + 100 \approx 680$                                                         | b | $\approx 50 \times 300 \approx 100 \times 150 \approx 15\,000$   |
|    | c                                                                                  | $\approx 14\,000 \div 1\,000 \approx 14$                                                |   |                                                                  |
| 11 | a                                                                                  | $\approx 70 \times 50 \approx 35 \times 100 \approx 3\,500$                             | b | $\approx 500 \times 32 \approx 1\,000 \times 16 \approx 16\,000$ |
|    | c                                                                                  | $\approx 900 \div 5 \approx 1\,800 \div 10 \approx 180$                                 | d | $\approx 600 \div 50 \approx 1\,200 \div 100 \approx 12$         |
| 12 | a                                                                                  | Skatting: $860 + 140 \approx 1\,000$ ; Werklike antwoord: 999; Toets: $999 - 138 = 861$ |   |                                                                  |
|    | b                                                                                  | Skatting: $780 - 530 \approx 250$ ; Werklike antwoord: 248; Toets: $248 + 527 = 775$    |   |                                                                  |
|    | c                                                                                  | Skatting: $860 - 310 + 540 \approx 1\,090$                                              |   |                                                                  |
|    |                                                                                    | Werklike antwoord: 1 088; Toets: $1\,088 - 540 + 310 = 860$                             |   |                                                                  |

- d Skatting:  $10 \times 4 \approx 40$   
Werklike antwoord: 36; Toets:  $36 \div 4 = 9$
- e Skatting:  $700 \times 5 \approx 350 \times 10 \approx 3\,500$   
Werklike antwoord: 3 565; Toets:  $3\,565 \div 5 = 713$
- f Skatting:  $1\,700 \div 25 \approx 6\,800 \div 100 \approx 68$   
Werklike antwoord: 66; Toets:  $66 \times 25 = 1\,650$
- 13 a Korrek b Verkeerd, 258
- 14 a  $30 + 3$  b  $20 - 3$
- 15 a  $112(30 + 3) = 112 \times 30 + 112 \times 3 = 3\,360 + 336 = 3\,696$   
b  $728(20 - 3) = 728 \times 20 - 728 \times 3 = 14\,560 - 2\,184 = 12\,376$
- 16 a  $130 - 48 + 8 = 82 + 8 = 90$  b  $12(6) + 4 = 72 + 4 = 76$   
c  $34 + 11 \times 8 = 34 + 88 = 122$  d  $(88 - 80)3 - 8 = 8(3) - 8 = 24 - 8 = 16$
- 17 a  $V_{65} = \{65; 130; 195; 260; 325\}$  b  $V_{156} = \{156; 312; 468; 624; 780\}$   
c  $V_{114} = \{114; 228; 342; 456; 570\}$  d  $V_{136} = \{136; 272; 408; 544; 680\}$
- 18 a 780 b 1 080 c 408
- 19 a  $F_{100} = \{1; 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50; 100\}$  b  $F_{175} = \{1; 5; 7; 25; 35; 175\}$   
c  $F_{230} = \{1; 2; 5; 10; 23; 46; 115; 230\}$  d  $F_{452} = \{1; 2; 4; 113; 226; 452\}$
- 20 a  $PF_{100} = \{2; 5\}$  b  $PF_{175} = \{5; 7\}$  c  $PF_{230} = \{2; 5; 23\}$  d  $PF_{452} = \{2; 113\}$
- 21 a  $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$  b  $175 = 5 \times 5 \times 7$   
c  $230 = 2 \times 5 \times 23$  d  $452 = 2 \times 2 \times 113$
- 22 a  $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$   
 $175 = 5 \times 5 \times 7$   
 $GGF = 5 \times 5 = 25$   
b  $175 = 5 \times 5 \times 7$   
 $230 = 2 \times 5 \times 23$   
 $GGF = 5$   
c  $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$   
 $230 = 2 \times 5 \times 23$   
 $452 = 2 \times 2 \times 113$   
 $GGF = 2$
- 23 a  $V_{16} = \{16; 32; 48; 64; 80; 96; 112; 128; 144; 160; 176; 192; 208; 224; 240\}$   
b Daar moet 14 bokse gekoop word. (224 is die 14<sup>de</sup> veelvoud van 16.)
- 24 a 1 : 5 b 157 : 7 c 4 : 1 d 6 : 9 : 5
- 25 55 min : 40 min = 11 : 8
- 26 a 16 dele; een deel is 10; 50 : 110  
b 6 dele; een deel is R5 000; R5 000 : R15 000 : R10 000
- 27 a  $55 \div 5 = 11$ ;  $11 \times 7 = 77$  b  $R650 \div 25 = R26$ ;  $R26 \times 28 = R728$
- 28 a  $80 \div 8 = 10$ ;  $10 \times 5 = 50$  b  $R2\,000 \div 4 = R500$ ;  $R500 \times 3 = R1\,500$
- 29  $315 \div 9 = 35$ ;  $35 \times 10 = 350$  leerders
- 30  $R86 : 2\text{ kg} = R43/\text{kg}$
- 31  $s = a \div t = 69\text{ km} \div 1,1\text{ u.} \approx 62,73\text{ km/u.}$
- 32  $a = s \times t = 8\text{ km/u.} \times 1,25\text{ u.} = 10\text{ km}$
- 33  $t = a \div s = 50\text{ km} \div 9,5\text{ km/u.} = 5,263\dots\text{ u.}$   
 $5,263\dots\text{ u.} \times 60 \approx 315,79\text{ min}$
- 34 a  $\pounds 7\,300 \times R12,9772/\pounds = R94\,733,56$  b  $\text{SF}10\,000 \times R8,78813/\text{SF} = R8\,7881,30$
- 35 a  $R4\,000 \div R0,106737/\pounds \approx \pounds 37\,475,29$  b  $R280\,500 \div R8,4661/\$ \approx \$33\,132,14$

Tyd: 50 minute

Totaal: 50 punte

## Voorgestelde antwoorde

- 1 124 248 758; 125 220 904; 125 865 248; 125 875 258; 126 084 347;  
126 548 335✓✓ (-1 per fout; 2 of meer foute = geen punte nie) (2)
- 2 R7 878 000 > R7 779 999✓ (1)
- 3 a 38✓ b 47✓ c 0✓ d 46✓ (4)
- 4  $498 \times R5,99 \approx 500 \times R6 \approx 1\,000 \times R3 \approx R3\,000$ ✓ (2)
- 5 a 1 731✓✓ (2)  
b 711✓; 230✓✓ (3)  
c 19 822✓✓ (2)  
d 683✓✓ (2)  
e  $175 - 21 \div 7 + (3 + 2 \times 2)$   
 $= 175 - 3 + (3 + 4)$   
 $= 175 - 3 + 7$   
 $= 179$ ✓ (4)
- 6 a  $V_{12} = \{12; 24; 36; 48; 60\}$ ✓ (2)  
 $V_{15} = \{15; 30; 45; 60; 75\}$ ✓ (1)  
b KGV = 60✓ (1)
- 7 a  $F_{18} = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\}$ ✓ (2)  
 $F_{20} = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\}$ ✓ (2)  
b GGF = 2✓ (1)  
c 

2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

 ✓✓ (2 punte as leer korrek gedoen is)
- $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ✓ (3)
- 8 R275 : R350✓ = 11 : 14✓ (2)
- 9  $4 + 3 = 7$  dele✓; 'n deel =  $42 \div 7 = 6$ ✓;  $24 : 18$ ✓✓ (4)
- 10  $3 + 2 + 1 = 6$  dele✓ (A; 'n deel =  $60 \div 6 = 10$ ✓);  $10 \times 3 = 30$ ✓ (3)
- 11  $600 \div 12 \times 7$  (M) = 350 ml swartm verf✓ (3)
- 12  $R90/2$  h (M) = R45/h✓ (2)
- 13 Spoed =  $50 \text{ km} \div (50 \div 60)$  ✓✓ = 60 km/h ✓ (3)
- 14  $50\,000 \div 8,23423$ ✓ = \$6 072,21✓ (2)





# Heelgetalle

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 37–71  
Voorgestelde tydstoekenning: 9 ure

<b>Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:</b>	
<b>Eenheid 1: Tel, rangskik en vergelyk heelgetalle</b>	1 uur
Wat is heelgetalle?	
Vergelyk heelgetalle	
Rangskik heelgetalle	
<b>Eenheid 2: Berekening met heelgetalle</b>	4 ure
Tel heelgetalle op	
Trek heelgetalle af	
Vermenigvuldig heelgetalle	
Deel heelgetalle	
Gemengde bewerkings	
Kwadrate, vierkantswortels, derdemagte en derdemagswortels	
<b>Eenheid 3: Eienskappe van heelgetalle</b>	1 uur
Eienskappe van bewerkings	
Die vermenigvuldigingsinverses	
<b>Eenheid 4: Finansiële Wiskunde</b>	3 ure
'n Persentasie van 'n hoeveelheid	
Afslag	
Inkomste, uitgawes, wins en verlies	
Begrotings	
Rekeninge	
Lenings	
Enkelvoudige rente	
Huurkoop	
<i>Hoofstuk 2 hersiening</i>	



# Tel, rangskik en vergelyk heelgetalle

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 38

Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- identifiseer heelgetalle
- tel aan en terug in heelgetalle
- vergelyk heelgetalle om te besluit watter getal groter is
- skryf heelgetalle in stygende en dalende volgorde

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 38

1 a Onwaar

b Waar

2  $\mathbb{Z} = \{25; -16; \frac{14}{7}; 38; -44\}$

3 a  $-10; -12; -14; -16$

b  $5; 0; -5; -10$

c  $-18; -10; -2; 6$

4  $-26; -22; -18$

5 a  $>$  b  $<$

c  $>$  d  $<$

e  $>$

f  $>$

6  $-95; -68; -59; -41; -23; -14; 32; 86$

7  $36; 30; 24; -12; -48; -51; -70; -94$

### Agtergrondinligting

Die konsepte en vaardighede wat in hierdie eenheid gedek word, is hersiening van werk wat in Graad 7 gedoen is. Leerders konsolideer hul getallekennis en berekeningstegnieke vir heelgetalle wat in Graad 7 ontwikkel is.

### Onderwysriglyne

Leerders is in Graad 7 aan heelgetalle bekendgestel, maar dit is belangrik om hierdie afdeling behoorlik te hersien en voorafgaande kennis vas te lê. Daar mag wanopvattinge wees wat reggestel moet word.

Leerders het gewoonlik 'n goeie begrip van temperatuur. Probeer om 'n paar verskillende termometers beskikbaar te hê sodat leerders hulle kan inspekteer. Vra leerders om 'n groot termometer dwarsoor die bokant van die bladsy in hul oefenboeke te teken. Wys hulle op die ooreenkomste met die getallelyn.

Verskaf geleentheid aan leerders om heelgetalle te identifiseer. As hulle eers heelgetalle kan identifiseer, behoort hulle patrone met heelgetalle te kan voltooi. Dit sal help wanneer hulle heelgetalle vergelyk en rangskik. Sommige leerders sukkel met die konsep dat  $-7$  kleiner is as  $-2$ , maar hulle moet verwys word na hul termometers of 'n ekwivalente getallelyn.

# Wat is heelgetalle?

## Tel heelgetalle

### Aktiwiteit I

### Identifiseer en tel heelgetalle

Leerderboek bladsy 39–40

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders het reeds in Graad 7 met heelgetalle kennis gemaak.
- Leerders vind dit dikwels verwarrend om negatiewe heelgetalle te tel, omdat dit lyk asof getalle kleiner word in plaas van groter, en omgekeerd.
- Dit is belangrik om te beklemtoon dat die waardes van negatiewe getalle inderwaarheid afneem as ons “aan” tel ( $-1$ ;  $-2$ ;  $-3$ ; ens.) en toeneem as ons “terug” tel ( $-3$ ;  $-2$ ;  $-1$ ; ens.), en om dit op ’n getallelyn te wys indien nodig. Hoe nader ons van links af aan nul beweeg, hoe groter word die waarde van die getalle.
- Verduidelik dit ook in terme van temperatuur, bv.  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  is kouer as  $-16\text{ }^{\circ}\text{C}$ .  $-16\text{ }^{\circ}\text{C}$  is kouer as  $-12\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ens., dus is  $-20$ ;  $-16$ ;  $-12$ ;  $-8$ ; ...
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek.
- Beklemtoon dat ’n breuk altyd getoets moet word deur dit te vereenvoudig om te sien of dit ’n heelgetal is. Die antwoord sal vir ons sê of dit ’n heelgetal is of nie.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** As leerders sukkel, laat hulle ’n getallelyn teken en daarop tel. Verskaf aan hulle soveel moontlik oefening om met heelgetalle te werk, veral negatiewe heelgetalle.

**Uitbreiding:** Verskaf ’n aktiwiteit aan leerders waar hulle groter negatiewe heelgetalle kan optel en aftrek.

### Voorgestelde antwoorde

- |   |                                                                                                                                |                      |   |                      |   |                      |   |        |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|---|----------------------|---|----------------------|---|--------|
| 1 | a                                                                                                                              | Waar                 | b | Onwaar               | c | Waar                 | d | Onwaar |
| 2 | $\mathbb{Z} = \{-11; 22; 28\}$                                                                                                 |                      |   |                      |   |                      |   |        |
| 3 | a                                                                                                                              | $-28; -35; -42; -49$ | b | $32; 26; 20; 14$     | c | $-25; -30; -35; -40$ |   |        |
|   | d                                                                                                                              | $-66; -55; -44; -33$ | e | $2; 0; -2; -4$       | f | $8; 4; 0; -4$        |   |        |
|   | g                                                                                                                              | $-15; -5; 5; 15$     | h | $-13; -26; -39; -52$ | i | $0; -17; -34; -51$   |   |        |
| 4 | $-3$                                                                                                                           |                      |   |                      |   |                      |   |        |
| 5 | a                                                                                                                              | $-14; -9; -4$        | b | $-14; -2; 4$         |   |                      |   |        |
| 6 | $-5 \rightarrow -1 \rightarrow -6 \rightarrow -2 \rightarrow -8 \rightarrow -3 \rightarrow -11 \rightarrow -4 \rightarrow -15$ |                      |   |                      |   |                      |   |        |

# Vergelyk heelgetalle

## Aktiwiteit 2 Vergelyk heelgetalle

Leerderboek bladsye 40–41

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek.
- Leerders kan 'n getallelyn gebruik om te sien watter getal kleiner is, of hulle kan soos volg redeneer: “As dit temperature was, watter een sou kouer wees?”
- Dit is ook belangrik dat hulle besef dat 'n negatiewe getal met 'n “groter” syfer, bv.  $-40$ , inderwaarheid kleiner is as een met 'n “kleiner” syfer, bv.  $-30$ .

### Remediëring

Gebruik temperature om te bepaal watter hoeveelheid kleiner (kouer) is.

### Voorgestelde antwoorde

1	a >		b <		c <	
	d >		e >		f <	
	g >		h <		i <	
2	a >		b <		c >	d >
	e >		f <		g >	h >
	i <		j >		k >	l <
	m >		n >		o <	

### Rangskik heelgetalle

## Aktiwiteit 3 Rangskik heelgetalle

Leerderboek bladsy 41

### Riglyn vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Leerders behoort getalle in stygende (klein na groot) en dalende (groot na klein) volgorde te kan skryf, gebaseer op dit wat hulle tot dusver in hierdie eenheid geleer het oor die vergelyking van heelgetalle.

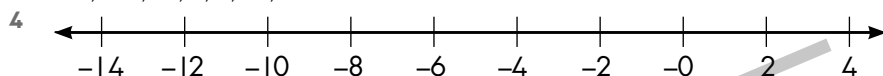
## Remediëring

AS leerders sukkel, is dit 'n nuttige metode om die getalle verspreid in een lyn te skryf. Hulle kan dan byvoorbeeld al die negatiewe getalle omkring en hulle eers in stygende volgorde skryf, en daarna kan hulle die res van die getalle rangskik.

As dit uitgeskryf word, help dit om te sien in watter volgorde die getalle behoort te wees. Leerders kan ook getalle doodtrek, bv. as  $-80$  eerste is, trek hulle  $-80$  dood en bepaal dan die rangorde van die getalle wat oorbly. Hierdie metode sal ook keer dat hulle die fout maak om party van die getalle uit te los.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $-8; -7; -5; -2; 3; 6; 7; 9$  b  $-29; -28; -21; -20; 21; 22; 25; 30$   
c  $-100; -71; -65; -52; -33; -24; -13; -8$   
2 a  $19; 16; 12; 9; 1; -4; -8; -13$  b  $71; 70; 69; 63; -61; -65; -70; -78$   
c  $-8; -10; -43; -53; -63; -71; -89; -94$   
3  $-18; -12; -6; 0; 6; 12; 18$



5

-10	-5	0	5	10
-20	-15	-10	-5	0
-30	-25	-20	-15	-10
-40	-35	-30	-25	-20
-50	-45	-40	-35	-30

## EENHEID

2

## Berekeninge met heelgetalle

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 42

Voorgestelde tydstoekening: 4 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- optel, aftrek, vermenigvuldig en deel heelgetalle sonder om 'n sakrekenaar te gebruik
- definieer en werk met die optellingsinverses
- los probleme op wat optelling en aftrekking van heelgetalle bevat
- hersien en oefen die korrekte volgorde van bewerkinge
- werk met heelgetalle en kwadrate, vierkantwortels, derdemagte en derdemagwortels

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 42

1 a 0	b 0	c -1	d 12
2 a Onwaar	b Waar	c Onwaar	
3 a -5	b -13	c 1	d -6
e 1	f -2	g 9	h -5
i 2	j -30	k 108	l 100
m 2	n -1	o -4	p 12
q 21	r 132	s 90	t 16
u -121	v -125	w -1	x Onmoontlik
y -5	*z -8		

## Agtergrondinligting

Die konsepte en vaardighede wat in hierdie eenheid gedek word, is hersiening van werk wat in Graad 7 gedoen is. Leerders konsolideer hul getallekennis en berekeningstegnieke vir heelgetalle wat in Graad 7 ontwikkel is.

**Let op:** Vermenigvuldiging en deling met heelgetalle, om al vier bewerkings met heelgetalle te doen en om al vier bewerkings met kwadrate, derdemagte asook vierkantswortels en derdemagswortels te doen, is nuut in Graad 8.

## Onderwysriglyne

Laat leerders aan die begin 'n groot getallelyn van -10 tot 10 aan die bokant van die bladsy waarop hulle in hul oefenboek werk, teken. Hulle verwys daarna terwyl hulle die oefening doen. Dit kan hulle help om vas te stel hoe die optelling van heelgetalle werk. Hulle behoort 'n aantal voorbeelde te doen met behulp van die getallelyn. Vra hulle dan om aan te beweeg na die bepaling van reëls wat hulle sal help om die bewerkings in hul koppe te doen. Vra leerders om hul metodes neer te skryf sodat jy kan kyk dat hulle nie enige foutiewe reëls maak of slegte gewoontes aanleer nie.

Hierdie werk sal gebruik word wanneer leerders Algebra doen, daarom is dit goed om hierdie afdeling te hersien deur slegs getalle te gebruik voordat **Hoofstuk 6 Algebra** aangepak word.

## Tel heelgetalle op

### Aktiwiteit 1

### Tel heelgetalle op

Leerderboek bladsy 43

## Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die reeks getalle is so klein dat leerders maklik kan optel sonder om 'n sakrekenaar te gebruik.
- Werk noukeurig deur die uitgewerkte voorbeelde, aangesien leerders moet weg beweeg van die gebruik van 'n getallelyn. Werk dan deur die voorbeelde in die Leerderboek.

- Leerders kan 'n getallelyn gebruik en by die eerste getal in die vraag begin en dan met hul vingers tel na:
  - regs as hulle 'n positiewe getal bytel
  - links as hulle 'n negatiewe getal bytel.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders wat sukkel, kan 'n getallelyn gebruik en met hul vingers op die getallelyn tel. Dit is egter belangrik dat hulle verder vorder as om getallelyne en hul vingers te gebruik wanneer hul eers selfvertroue opgebou het. Dit sal hulle help om te vorder as daar baie geleenthede is om hierdie vaardighede en die toepassing van hierdie reëls te oefen. Hul afhanklikheid van hierdie konkrete hulpmiddels behoort waargeneem te word en geleidelik ontmoedig te word.

**Uitbreiding:** Vraag 10–15 het groter getalle van bevat meer as een stap en is meer uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

1 5	2 -8	3 2	4 -6	5 3
6 5	7 -7	8 3	9 20	*1 -40
*11 -12	*12 -5	*13 -8	*14 0	*15 -39

## Trek heelgetalle af

Die betekenis van die minusteken (-); Die optellingsinverses

### Aktiwiteite 2–3 Trek heelgetalle af; Optelling en aftrekking van heelgetalle

Leerderboek bladsy 45

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Die reeks getalle is so klein dat leerders maklik kan aftrek sonder om 'n sakrekenaar te gebruik. Leerders moet die reëls om heelgetalle af te trek, gebruik.
- Die stappe wat ons in elke voorbeeld gevolg het, is:
  - Skryf die probleem, bv.  $-1 - (-4)$ .
  - Verander die aftrekking van 'n getal na die optelling van sy optellingsinverses, bv.  $= -1 + 4$ .
  - Trek af, bv.  $(4 - 1 = 3)$ . Dit word tussen hakies geskryf omdat ons hierdie stap gewoonlik in ons koppe doen. As dit leerders egter kan help, kan hulle dit neerskryf, solank dit tussen hakies is.
  - Bepaal die teken, bv.  $4 > 1$ , dus is die positiewe getal groter en die antwoord is positief. Die finale antwoord is  $4 - 1 = 3$ .
- Konsolideer hierdie stappe in elke uitgewerkte voorbeeld, asook wanneer leerders heelgetalle moet aftrek.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders wat sukkel, moet die getalle uitbrei deur honderde, tiene en ene saam te skryf en die stappe op geordende wyse onder mekaar neer te skryf.

**Uitbreiding:** Vraag **4i–4l** in Aktiwiteit 2 en vraag **II–IO** in Aktiwiteit 3 het groter getalle of bevat meer as een stap en is meer uitdagend. Leerders moet in vraag **2** in Aktiwiteit 3 besluit of elke getal 'n positiewe of 'n negatiewe hoeveelheid is en dit dan optel.

### Voorgestelde antwoorde

#### Aktiwiteit 2

1	a	0	b	0	c	-6	d	17				
2	a	-3	b	9	c	-74	d	0	e	25	f	-300
3	a	2; 3; 4; 5; 6; 7; 8			b	2; 8	c	Verskillend				
4	a	-8	b	2	c	4	d	-6	e	19	f	-15
	a	11	b	-3	*i	-1	*j	-4	*k	25	*l	-70

#### Aktiwiteit 3

1	a	11	b	-5	c	10	d	2
	e	4	f	23	g	1	h	-31
	i	17	j	-2	k	-27	*l	50
	*m	-125	*n	-2	*o	-106		
2	a	$R20 - R5 = +R15$						
	c	$R120 + R42 - R80 = +R82$						
	e	$-R100 + R56 = +R44$						
	g	$R35 + R35 - R42 - R5 = +R23$						
	b	$-R75 + R32 = -R43$						
	d	$R1\ 100 + R550 - R1\ 649 = +R1$						
	f	$-R40 + R40 = R0$						
	h	$-R15 + -R24 + -R16 + -R10 = -R65$						

## Vermenigvuldig heelgetalle

### Die reëls om heelgetalle te vermenigvuldig

#### Aktiwiteit 4 Vermenigvuldig heelgetalle

Leerderboek bladsy 46–47

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders moet die reëls gebruik wanneer hulle heelgetalle vermenigvuldig. Dit is dus belangrik dat jy dit noukeurig en stelselmatig deurwerk.
- Die patroon in vraag 1 help hulle om te sien hoekom 'n negatiewe getal wat met 'n negatiewe getal vermenigvuldig word, 'n positiewe antwoord gee.
- Laat leerders die algemene reëls ná die aktiwiteit neerskryf:
  - Wanneer ek twee getalle met dieselfde teken vermenigvuldig, is die antwoord positief.
  - Wanneer ek twee getalle met verskillende tekens vermenigvuldig, is die antwoord negatief.



## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet die vrae wat hulle verkeerd beantwoord het, oordoen tot hulle die regte antwoorde op hul eie kan kry. Jy kan ook vir hulle bykomende oefeninge gee om hulle te help om soveel oefening as moontlik te kry.

**Uitbreiding:** Leerders doen vraag 4p–4t waarin daar meer as twee getalle is wat vermenigvuldig word.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $-1; 0; 1; 2; 3$   
b Elke antwoord het met 1 vermeerder. Dit is opeenvolgende getalle.  
c 3; 'n positiewe antwoord
- 2 Nee;  $5 \times -2 = -10$  en  $-2 \times 5 = -10$
- 3 a  $R2 + R2 + R2 + R2 + R2 = R2 \times 5 = R10$   
b  $-R5 + -R5 + -R5 = -R5 \times 3 = -R15$   
c  $-R10 + -R10 + \dots$  37 keer  $= -R10 \times 37 = -R370$
- 4 a  $-32$       b 0      c  $-18$       d 20      e 70  
f  $-60$       g  $-1$       h 60      i  $-3\ 000$       j  $-36$   
k 60      l  $-180$       m 240      n  $-16$       o 1  
\*p 100      \*q 48      \*r 120      \*s  $-300$       \*t 370

## Deel heelgetalle

### Die reëls om heelgetalle te deel

#### Aktiwiteit 5 Deel heelgetalle

Leerderboek bladsy 48

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders moet die reëls gebruik wanneer hulle heelgetalle deel. Dit is dus belangrik dat jy dit noukeurig en stelselmatig deurwerk.
- Ons gebruik die omgekeerde bewerking (vermenigvuldiging) in elke voorbeeld om te wys watter teken die antwoord gaan hê.
- Laat leerders die algemene reëls ná die aktiwiteit neerskryf:
  - Wanneer ek twee getalle met dieselfde teken deel, is die antwoord positief.
  - Wanneer ek twee getalle met verskillende tekens deel, is die antwoord negatief.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet die vrae wat hulle verkeerd beantwoord het, oordoen tot hulle die regte antwoorde op hul eie kan kry. Jy kan ook vir hulle bykomende oefeninge gee om hulle te help om soveel oefening as moontlik te kry.

**Uitbreiding:** Leerders doen vraag 16–21 waarin daar meer as twee getalle is wat gedeel of vermenigvuldig moet word.

## Voorgestelde antwoorde

1	1	2	-7	3	-4
4	3	5	10	6	-12
7	-4	8	7	9	0
10	-2	11	10	12	Ongedefinieerd
13	-88	14	1	15	0
*16	-20	*17	2	*18	100
*19	48	*20	-74	*21	1

## Gemengde bewerkings

### Aktiwiteit 6

### Gebruik die korrekte volgorde van bewerkings

Leerderboek bladsy 49

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Hersien die volgorde van bewerkings: eers hakies, dan vermenigvuldig/deel, dan optel/af trek. Doen voorbeelde saam met die leerders sodat hulle stap vir stap kan sien hoe om die bewerkings te doen.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet die vrae wat hulle verkeerd beantwoord het, oordoen tot hulle die regte antwoorde op hul eie kan kry. Jy kan ook vir hulle bykomende oefeninge gee om hulle te help om soveel oefening as moontlik te kry.

**Uitbreiding:** Leerders wat die aktiwiteit vinnig voltooi en dit goed verstaan, kan hul eie mini-toetsies opstel en dit vir mekaar gee om te doen. (Werk in pare.)

## Voorgestelde antwoorde

- 1  $-10 \div 2 + 5 = -5 + 5 = 0$
- 2  $9 \times -8 - 12 = -72 - 12 = -84$
- 3  $15 + -6 \times -4 = 15 + 24 = 39$
- 4  $-13 - -4 \div 4 = -13 - -1 = -13 + 1 = -12$
- 5  $-5 \times 12 \div -6 = -60 \div -6 = 10$
- 6  $-4 - (-1) + -5 = -4 + 1 + -5 = -3 + -5 = -8$
- 7  $-8 + -8 \times -8 = -8 + 64 = 56$
- 8  $6 + 2 \times -3 - 7 = 6 + -6 - 7 = 0 - 7 = -7$
- 9  $9 + (-4 + 2 \times -2) = 9 + (-4 + -4) = 9 + -8 = 1$
- 10  $(-10 + -10) \div -10 = -20 \div -10 = 2$
- 11  $6 \div -3 + -6 \times 2 = -2 + -12 = -14$
- 12  $(-5 \times -5)4 + -102 = (25)4 + -102 = 100 + -102 = -2$
- 13  $16 \div (-20 \div -4 + -5) = 16 \div (5 + -5) = 16 \div 0 = \text{ongedefinieerd}$
- \*14  $100 - (-22 \div -11 + 3) = 100 - (2 + 3) = 100 - 5 = 95$
- \*15  $3 - 5(-1 \times 1 - 1) = 3 - 5(-1 - 1) = 3 - 5(-2) = 3 + 10 = 13$
- \*16  $-8 - 2(-10 \div 10 + 9) = -8 - 2(-1 + 9) = -8 - 2(8) = -8 - 16 = -24$

# Kwadrate, vierkantswortels, derdemagte en derdemagswortels

Die reëls vir heelgetalle in kwadrate, vierkantswortels, derdemagte en derdemagswortels

## Aktiwiteit 7

Werk met heelgetalle en kwadrate, vierkantswortels, derdemagte en derdemagswortels

Leerderboek bladsy 50

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Dit is belangrik dat leerders die verskil tussen  $(-5)^2$  en  $-5^2$  verstaan.  $(-5)^2$  beteken  $-5 \times -5$  en gee 'n positiewe antwoord, naamlik 25.  $-5^2$  beteken  $-1 \times 5 \times 5$  en het dus 'n negatiewe antwoord, naamlik -25. Spandeer tyd om dit te verduidelik en maak seker dat leerders die verskil verstaan.
- Doen vinnige voorbeelde van bogenoemde op die bord voordat jy aangebeweeg.
- Werk noukeurig en stelselmatig deur die stappe en die voorbeelde in die Leerderboek.
- Vierkantswortels van negatiewe getalle bestaan nie omdat geen getal vermenigvuldig met homself 'n negatiewe antwoord gee nie.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Oefen deur die vrae in die aktiwiteit oor te doen. Sluit oefeninge by die hoofrekenesessies aan die begin van elke les in wat leerders sal help om die verskil tussen voorbeelde soos  $-5^2$  en  $(-5)^2$ , soos hierbo geïllustreer, te oefen en wat vir hulle oefening gee om die reëls wat in hierdie afdeling gedek word, toe te pas. Dit sal goed wees vir leerders wat bykomende ondersteuning nodig het sowel as diegene wat uitbreidingsaktiwiteite benodig.

**Uitbreiding:** Vraag 2m–2o bevat meer as een kwadraat van derdemag.

- |                      |                         |                      |              |
|----------------------|-------------------------|----------------------|--------------|
| 1 a Onwaar           | b Waar                  | c Onwaar             | d Waar       |
| 2 a 25               | b 49                    | c -81                | d -121       |
| e -64                | f -64                   | g -1                 | h Onmoontlik |
| i -2                 | j -10                   | k Onmoontlik         | l -100       |
| *m $144 \div 4 = 36$ | *n $-27 \times -1 = 27$ | *o $121 + -100 = 21$ |              |



# Eienskappe van heelgetalle

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 52

Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- herken en gebruik die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe met heelgetalle
- werk met die omgekeerde van die distributiewe eienskap
- bepaal die vermenigvuldigingsinverses

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 52

1	a -17	b -30	c $-11 + -3 = -14$		
	d $-4 \times 24 = -96$	e -28	f -20		
2	a -4; -12 of -12; -4	b -7; -13	d -50; 150		
	c -9; -11 of -11; -9				
3	a $\frac{1}{5}$	b $\frac{6}{1}$	c -9	d $-\frac{5}{7}$	e 1
					f $-\frac{1}{2}$
4	a $\frac{1}{12}$	b $\frac{5}{2}$	c 1	*d $-\frac{25}{16}$	*e $-\frac{35}{3}$
					*f 1

### Agtergrondinligting

Leerders is in Kwartaal 4 van Graad 7 bekendgestel aan die kommutatiewe en assosiatiewe eienskappe van heelgetalle.

**Let op:** Om met die distributiewe eienskappe van heelgetalle asook die optellings- en vermenigvuldigingsinverses te werk, is nuut in Graad 8. Die eienskappe self is egter nie nuut nie en is omvattend in die vorige grade met telgetalle toegepas.

### Onderwysriglyne

Leerders het in Hoofstuk 1, asook in vorige grade, die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe op telgetalle toegepas. Leerders ondersoek in hierdie eenheid hierdie eienskappe met heelgetalle.

Herinner leerders aan die betekenis van hierdie eienskappe en laat hulle dan ondersoek hoe die eienskappe op heelgetalle van toepassing is. Die kommutatiewe en assosiatiewe eienskappe is slegs op optelling en vermenigvuldiging van toepassing. Die distributiewe eienskap is nogal belangrik in Algebra. Een van die algemene foute wat leerders met die distributiewe eienskap maak, is dat leerders nie die teken en die getal met al die getalle tussen die hakies vermenigvuldig nie. Stel die dolfynmetode voor: leerders teken kurwes van die getal buite die hakies af na elke term tussen die hakies. Leerders kan ook 'n ander

kleur kurwe gebruik om die teken voor en die tekens (of geïmpliseerde tekens) tussen die hakies te verbind.

Die vermenigvuldigingsinverses is die resiprook van 'n getal en het 'n rasionale getal tot gevolg as die getal 'n heelgetal is. Wanneer 'n getal met sy vermenigvuldigingsinverses vermenigvuldig word, is die antwoord 1. Dit is baie belangrik wanneer leerders begin om vergelykings op te los wat 'n aantal stappe vereis en wat nie deur inspeksie alleen opgelos kan word nie.

## Eienskappe van bewerkings

**Die kommutatiewe eienskap; Die assosiatiewe eienskap; Die distributiewe eienskap**

### Aktiwiteit 1 Ondersoek die eienskappe van heelgetalle

Leerderboek bladsy 53

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Leerders het reeds met al hierdie eienskappe gewerk toe hulle met telgetalle gewerk het. As daar deur die eienskappe gewerk word in die konteks van heelgetalle, behoort dit vir hulle te wys dat die reëls steeds van toepassing is, al werk hulle nou met heelgetalle.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Die getalsinne lei leerders en help hulle om die wette te gebruik en die vrae te beantwoord.

#### Voorgestelde antwoorde

- |                                    |                                 |
|------------------------------------|---------------------------------|
| 1 a -5; -20                        | b $50 + -20 = 30$               |
| c 4; -40                           | d $-6 \times 8 = -48$           |
| 2 a $-4 + -2 = -6$                 | b $5; -20 + 4 = -16$            |
| c $-2 \times 120 = -240$           | d $20; -3 \times -80 = 240$     |
| 3 a -6; 6; $54 + -54 = 0$          | b $8; -14; -8 - 14 = -22$       |
| 4 a $(-3 + 10); -7 \times 7 = -49$ | b $-1(-18 - 10) = -1(-28) = 28$ |
| 5 a -24                            | b $-8 - 9 = -17$                |
| c -4                               | d $-16 + 9 = -7$                |
| e -15                              | f $-144 \div -12 = 12$          |
| g -20; 100                         | h $2 \times -40 = -80$          |

## Die vermenigvuldigingsinverses

### Aktiwiteit 2 Bepaal die vermenigvuldigingsinverses

Leerderboek bladsy 54

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die inleiding in die Leerderboek.
- Verduidelik die woord *resiprook*: die resiprook van 'n heelgetal is 1 gedeel deur daardie getal, bv.  $\frac{1}{3}$  is die resiprook van 3 omdat  $1 \div 3 = \frac{1}{3}$ . Dit is belangrik dat leerders dit verstaan.

- Doen 'n paar bykomende voorbeelde: Bepaal die vermenigvuldigingsinverses van 'n getal deur 1 deur daardie getal te deel, bv. die vermenigvuldigingsinverses van 3 is  $\frac{1}{3}$ . Die vermenigvuldigingsinverses van  $\frac{5}{4}$  is  $1 \div \frac{5}{4} = \frac{4}{5}$ .
- Die vermenigvuldigingsinverses van 'n negatiewe getal is ook negatief, want as 'n getal en sy vermenigvuldigingsinverses vermenigvuldig word, is die antwoord positief. ('n Negatiewe getal vermenigvuldig met 'n negatiewe getal, gee 'n positiewe antwoord.)

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders kan hul antwoorde op hul sakrekenaars toets deur die inverse te doen:  $1 \div (\text{vermenigvuldigingsinverses}) = (\text{getal waarmee begin is})$ .

**Uitbreiding:** Leerders doen vraag 2g–2i.

### Voorgestelde antwoorde

- |   |                    |                  |                  |                   |                   |                    |
|---|--------------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| 1 | a $\frac{1}{3}$    | b 2              | c $\frac{1}{42}$ | d $-\frac{1}{8}$  | e $\frac{1}{71}$  | f $\frac{5}{27}$   |
|   | g -4               | h $-\frac{1}{7}$ | i $-\frac{8}{3}$ | j $-\frac{1}{16}$ | k $\frac{11}{12}$ | l $-\frac{10}{23}$ |
| 2 | a $\frac{1}{3}$    | b $\frac{1}{14}$ | c $\frac{3}{2}$  | d 1               | e $\frac{6}{5}$   | f $\frac{11}{17}$  |
|   | *g $-\frac{23}{3}$ | *h 18            | *i 1             |                   |                   |                    |
| 3 | a B                | b D en A         |                  |                   |                   |                    |

## EENHEID



## Finansiële Wiskunde

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 55

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- bereken 'n persentasie van 'n hoeveelheid
- werk met afslag en bereken afslagpryse
- definieer en werk met inkomste, uitgawes, wins en verlies
- werk met 'n gesinsbegroting
- definieer en identifiseer behoeftes en begeertes
- werk met rekeninge
- werk met lenings en leningstabellen
- bereken enkelvoudige rente op 'n rekening en die eindbedrag van 'n belegging
- werk met huurkoop
- los probleme op wat finansiële kontekste en heelgetalle bevat.

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar; Internet (opsioneel); gesinsbegroting (opsioneel); gesin se selfoon- of telefoonrekening (opsioneel)

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 55

- 1 a 240 mense  
2 a R89,20

- b 225 tafels  
b 768,75 kg

## Agtergrondinligting

Die konsepte en vaardighede wat in hierdie eenheid gedek word, is hersiening van werk wat in Graad 7 gedoen is. Leerders konsolideer die vaardighede wat vereis word wanneer hulle werk met probleme wat met Finansiële Wiskunde verband hou.

## Onderwysriglyne

Leerders is reeds in Graad 7 aan hierdie konsepte bekendgestel. Spandeer egter weer eens tyd aan die vaslegging van die konsepte. Hierdie vaardighede sal in die alledaagse lewe gebruik word en leerders behoort makliker daarby aansluiting te vind. Die vaardighede wat in hierdie eenheid gedek word, word ook in vakke soos Aardrykskunde, EBW, Natuurwetenskappe, Lewensoriëntering, ensovoorts gebruik.

Probeer om die afdeling so geloofwaardig moontlik te maak deur leerders te vra om brosjures, koerante en tydskrifte te bring wat advertensies bevat. Laat leerders begrotings vir hulself opstel asook vir die voorbeelde in die Leerderboek. Selfoonrekeninge kan vir baie mense duister wees en dit is die moeite werd om deur nog een te werk, buiten die een wat in Aktiwiteit 5 in die Leerderboek gegee word.

Moedig leerders aan om krities te dink oor lenings en huurkoop. Dit is belangrik om verantwoordelike besluite aan te moedig. Maak seker dat leerders die verskil verstaan tussen die kontantprys en die prys wat op huurkoop betaal word of as 'n lening aangegaan word. Daag leerders uit om uit te werk hoe lank dit sal neem om dieselfde bedrag teen 'n spesifieke rentekoers te spaar. Dit kan weer inskakel by die begroting wat vroeër gedoen is.

## 'n Persentasie van 'n hoeveelheid; Afslag

### Aktiwiteite 1–2

### Bepaal 'n persentasie van 'n hoeveelheid; Werk met afslag

Leerderboek bladsy 56–57

## Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Verduidelik dat 'n persentasie 'n breuk van 'n honderd is, bv. 20% beteken  $\frac{20}{100}$ , en dat die woord "van" in hierdie konteks beteken dat ons moet vermenigvuldig.
- Leerders kan ook 20% as 'n desimale breuk skryf, m.a.w. 0,20.
- Afslag is 'n konsep wat baie leerders in die alledaagse lewe ervaar, dus kan jy vir die leerders kans gee om self hierdie konsep vir die klas te verduidelik.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek. Wys vir hulle albei metodes om die bedrag te bepaal wat betaal moet word as 'n sekere hoeveelheid afslag gegee word. Leerders kan dan kies van watter metode hulle hou of die beste verstaan.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders wat met hierdie konsep sukkel, moet die oefening oordoen tot hulle die regte antwoorde op al die vrae kan kry. Hulle moet ook so dikwels moontlik met voorbeelde uit die regte lewe oefen.

**Uitbreiding:** Leerders doen vraag 6 van Aktiwiteit 2.

## Voorgestelde antwoorden

## Aktiviteit 1

- |          |          |                                        |          |             |
|----------|----------|----------------------------------------|----------|-------------|
| <b>1</b> | <b>a</b> | $\frac{10}{100} \times 210 = 21$ mense | <b>b</b> | 94 tafels   |
|          | <b>c</b> | 418 babas                              | <b>d</b> | 482 kinders |
| <b>2</b> | <b>a</b> | R65,99                                 | <b>b</b> | R412,50     |
|          | <b>e</b> | 400 kg                                 | <b>f</b> | 250 ml      |
|          | <b>i</b> | €797,25                                | <b>j</b> | £371,73     |
|          |          |                                        | <b>g</b> | 675 kg      |
|          |          |                                        | <b>h</b> | ¥139,86     |
|          |          |                                        | <b>k</b> | R567,73     |

## Aktiwiteit 2

- 1 a**  $40\% \text{ van R5 999} = \frac{40}{100} \times \text{R5 999} = \text{R2 399,60}$
- b**  $\text{R5 999} - \text{R2 399,60} = \text{R3 599,40}$
- 2**  $100\% - 45\% = 55\%; \frac{55}{100} \times \text{R560} = \text{R308}$
- 3**  $100\% - 60\% = 40\%; \frac{40}{100} \times \text{R199} = \text{R79,60}$
- 4**  $\frac{15}{100} \times \text{R750} = \text{R112,50}$
- 5**  $100\% - 1\% = 99\%; \frac{99}{100} \times \text{R79,50} \approx \text{R78,71}$
- \*6**  $100\% - 60\% = 40\%; \frac{40}{100} \times \text{R2,50} = \text{R1}; \text{R1} \times 3\,000 = \text{R3 000}$

## Inkomste, uitgaves, wins en verlies

### Inkomste en uitgawes; Soorte uitgawes; Formule vir wins en verlies

### Aktiwiteit 3    Onderzoek koste, inkomste, wins en verlies

Leerderboek bladsy 58

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur elke konsep (inkomste; uitgawes; wins; verlies; gelykbreek) in die inleiding. Leerders kan self verduidelikings vir die klas gee, omdat hulle in vorige grade aan hierdie konsepte blootgestel was en ook omdat hulle hierdie konsepte in hul alledaagse lewe teëkom.
- Verduidelik dat wins en verlies bepaal kan word deur hierdie formule te gebruik: Wins of Verlies = Inkomste – Uitgawes. Wys vir leerders dat as die uitgawes meer as die inkomste is, 'n verlies gely word. As die inkomste meer as die uitgawes is, word daar 'n wins gemaak. As die inkomste en uitgawes presies dieselfde is, breek ons gelyk.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Die getalsinne en tabelle is ontwerp om leerders te help om stelselmatig te werk om die antwoorde te kry.

**Uitbreiding:** Leerders moet in vraag 3 hul eie getalsinne skryf en dan die vrae beantwoord.



## Voorgestelde antwoorde

- 1 a Uitgawes = R50; Inkomste =  $R80 \times 10 = R800$   
 b Wins = Inkomste – Uitgawes =  $R800 - R50 = R750$

2 a

Dosyn koekies	Uitgawes	Inkomste	Verskil	Wins of verlies?
0	R60	R0	–R60	Verlies
1	R76	R32	–R44	Verlies
2	R92	R64	–R28	Verlies
3	R108	R96	–R12	Verlies
4	R124	R128	R4	Wins
5	R140	R160	R20	Wins
6	R156	R192	R36	Wins

- b Sy moet vier dosyn koekies verkoop om te begin om 'n wins te maak. Ek lees dit uit die tabel.  
 c Inkomste =  $R32 \times 24 = R768$ ; Uitgawes =  $R60 + R16 \times 24 = R444$   
 Wins = Inkomste – Uitgawes =  $R768 - R444 = R324$

- \*3 a Uitgawes =  $R20 + R75 \times \square$ ; Inkomste =  $R135 \times \square$

b

Aantal komberse	Uitgawes	Inkomste	Verskil	Wins of verlies?
0	R20	R0	–R20	Verlies
1	R95	R135	R40	Wins
2	R170	R270	R100	Wins
3	R245	R405	R160	Wins
4	R320	R540	R220	Wins
5	R395	R675	R280	Wins

- c Sy moet 1 kombers verkoop om te begin om 'n wins te maak.  
 d R280

## Begrotings

### Wat is 'n begroting en waarom begroot ons?

#### Aktiwiteit 4 Werk met 'n gesinsbegroting

Leerderboek bladsy 60

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Gesels met die leerders oor die dinge waarvoor hul gesinne hul geld gebruik: kos; klere; elektrisiteit; skoolfonds; vervoer; ens. Verduidelik dat al hierdie dinge uitgawes genoem word. Andersins kan jy die woord *uitgawes* bekendstel en vir leerders vra om voorbeelde te gee.
- Beklemtoon hoe belangrik 'n begroting is: dat ons moet begroot sodat ons genoeg geld kan hê vir alles wat ons gedurende die week of maand moet koop. Sonder 'n

begroting loop ons die risiko van oorbesteding, wat tot finansiële probleme kan lei. Bespreek dit met die leerders en verken hul begrip van oorbesteding en finansiële probleme. Verken ook deur bespreking die belangrikheid en voordele daarvan om 'n gedeelte van jou weeklikse/maandelikse inkomste te spaar.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Dit is baie nuttig om die konsepte te verduidelik aan die hand van basiese voorbeelde waarmee leerders kan identifiseer. Breek dit vir hulle op deur voorbeelde van eenvoudige basiese inkomste en bekende scenario's te gebruik, soos om sakgeld te verdien (inkomste) en hoe daarmee begroot kan word.

**Uitbreiding:** Leerders kan vir hul ouers vra hoe die gesin se begroting lyk. (Dit is persoonlike inligting, dus hoef leerders dit nie met die onderwyser/klas te bespreek nie.)

### Voorgestelde antwoorde

1 a R11 160 b R10 148,72

c  $R11\ 160 - R10\ 148,72 = R1\ 011,28$ ; Ja

d

Behoeftes	Begeertes
Huur	Selfoonrekening
Munisipale rekening	Vermaak
Voorafbetaalde elektrisiteit	
Kruideniersware	
Mediesefondsbydrae	
Pensioenfondsbydrae	
Openbare vervoer	
Mediese uitgawes	
Versekering	
Kindersorg	
Skoolgeld	
Onvoorsiene uitgawes	
Kredietkaartbetaling	
Kredietkaartrente	

e Antwoorde sal verskil. 'n Paar moontlikhede: gesin kan openbare vervoer gebruik in plaas daarvan om hul eie motor te hê; gebruik 'n goedkoper selfoonpakket; probeer om kruideniersware te besnoei deur spesiale aanbiedings van goedkoper produkte te koop; ens.

f Eie antwoord. Hang van 1e af.

2 a i  $R1\ 000 \div R37\ 300 \times 100 \approx 3\%$  ii  $R6\ 800 \div R37\ 300 \times 100 \approx 18\%$

iii  $R8\ 200 \div R37\ 300 \times 100 \approx 22\%$  vi  $R750 \div R37\ 300 \times 100 \approx 2\%$

\*v  $(R2\ 950 + R1\ 200) \div R37\ 300 \times 100 \approx 11\%$

- \*vi Totale uitgawes sonder spaargeld = R34 330;  
 Inkomste – Uitgawes = R37 300 – R34 330 = R2 970;  
 $R2\,970 \div R37\,300 \times 100 \approx 8\%$
- b Totale uitgawes sonder spaargeld = R34 330 – R6 800 + R3 550 = R31 080;  
 Inkomste – Uitgawes = R37 300 – R31 308 = R6 220
- c Antwoorde sal verskil. Een moontlikheid is om minder geld op vermaak en klere te spandeer.

## Rekeninge

### Aktiwiteit 5 Ondersoek rekeninge

Leerderboek bladsy 62

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Gesels met die leerders oor selfoonkontrakte. Verduidelik die maandelikse kostes, die gratis minute wat 'n mens kry en dat die koste van oproepe sal wissel na gelang van hoe lank die oproep is, sowel as watter diensverskaffer gebruik word.
- Verduidelik hoe om die koste van oproepe te bereken en hoe om sente na rand om te skakel.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat die leerders in klein groepies deur die aktiwiteite werk en mekaar met die konsepte help.

**Uitbreiding:** Leerders kan vir hul ouers vra hoe hulle selfoonrekeninge lyk. (Dit is persoonlike inligting, dus hoef leerders dit nie met die onderwyser/klas te deel nie.)

#### Voorgestelde antwoorde

- 1 a Sy naam en van moet op die rekening wees en korrek wees; sy adres moet op die rekening wees en korrek wees; sy selfoonnommer moet korrek wees.  
 b gespesifiseerde rekening; oproeper-identiteit en nooddienste  
 c R172,60  
 d i  $R6 \div 10 = R0,60$       ii  $R8,40 \div 24 = R0,35$       iii  $R15 \div 5 = R3$   
 e  $R50 \div 20 = R2,50$ ; hy betaal per minuut.  
 f R0; hy het meer as 104 gratis minute.  
 g Ja  
 h Nee, dit behoort R29,40 te wees.  
 i Die totale bedrag verskuldig, is R377,29, maar bo-aan die rekening sê dit R377,28.
- 2 a 18 765 kWu.      b 20 054 kWu.  
 c  $A = 20\,054 - 18\,765 = 1\,289$  kWu.      d  $1\,289 \times R0,11 = R141,79$   
 e  $R141,79 + R115,86 = R257,65$       f  $105 \div 100 \times R257,65 = R270,53$

## Lenings

## Verstaan lenings

Leerderboek bladsy 65

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik aan leerders wat lenings is, dat rente gehef word as 'n mens geld leen en dat rente kan verskil na gelang van waar jy die geld leen, hoeveel geld jy leen en oor watter tydperk jy ooreengekom het om dit terug te betaal.
- Verduidelik hoe die leningstabel werk. Wat merk hulle op? Is dit die beste opsie om kleiner bedrae geld oor 'n langer tydperk terug te betaal? Bespreek.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek.
- 'n Ander manier om deur die voorbeeld te werk, is om leerders in groepe te verdeel en vir elke groep 'n terugbetalingstydperk te gee. Laat hulle uitwerk hoeveel hulle in totaal moet terugbetaal en hul antwoorde met dié van ander groepe vergelyk.
- Doen bykomende voorbeelde as oefening deur werklike leningstabelle op die Internet te kry.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Maak seker dat leerders die korrekte waardes van die tabel aflees en die korrekte stappe volg. Verskaf individuele hulp waar nodig.

**Uitbreiding:** Leerders kan leningstabelle op die Internet kry en verdere berekeninge doen deur hierdie tabelle te gebruik.

## Voorgestelde antwoorden

- 1**
- |          |                                    |           |                               |
|----------|------------------------------------|-----------|-------------------------------|
| <b>a</b> | $i \quad R70 \times 24 = R1\,680$  | <b>ii</b> | $R1\,680 - R1\,000 = R680$    |
| <b>b</b> | $i \quad R215 \times 36 = R7\,740$ | <b>ii</b> | $R7\,740 - R5\,000 = R2\,740$ |
| <b>c</b> | $i \quad R120 \times 48 = R5\,760$ | <b>ii</b> | $R5\,760 - R2\,500 = R3\,260$ |
- 2**
- a**  $R215 \times 36 = R7\,740$
- b**  $R7\,740 - R5\,000 = R2\,740$
- \*3**
- a**  $R2\,050 + R200 + R500 + R300 = R3\,050$
- b**  $R5\,000$
- c** 2 jare = 24 maande;  $R230 \times 24 = R5\,520$
- \*4**
- 36 maande:  $215 \times 36 = R7\,740$ ; Rente =  $R7\,740 - R5\,000 = R2\,740$
- 48 maande:  $200 \times 48 = R9\,600$ ; Rente =  $R9\,600 - R5\,000 = R4\,600$
- Hoewel sy 'n kleiner bedrag per maand sal betaal as sy die R5 000 oor 'n tydperk van 48 maande terugbetaal, gaan sy meer rente betaal en dus sal ek aanbeveel dat sy die geld oor 'n tydperk van 36 maande terugbetaal.

# Enkelvoudige rente

## Aktiwiteit 7

## Bereken enkelvoudige rente

Leerderboek bladsy 67

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik dat as ons ons geld belê, ons rente ontvang, wat 'n persentasie is van die bedrag wat ons belê het.
- Verduidelik die konsep van belegging, hoe geld belê word (beleggingsopsies, bv. om eiendom te koop; versekering; ens.) en bespreek die voordele van geld belê.
- Verduidelik die konsepte *enkelvoudige rente* en *hoofsom* soos in die voorbeeld.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Maak seker dat leerders wat sukkel die stappe volg wat vir hulle in die voorbeeld gegee is. Leerders kan in pare werk as dit nodig is en mekaar help.

**Uitbreiding:** Leerders doen vraag 4–5.

### Voorgestelde antwoorde

- 1
  - a  $15\%$  van R10 000 =  $0,15 \times \text{R}10\,000 = \text{R}1\,500$
  - b  $\text{R}10\,000 + \text{R}1\,500 = \text{R}11\,500$
  - c  $\text{R}11\,500 + \text{R}1\,500 = \text{R}13\,000$
- 2  $16,5\%$  van R12 500 =  $0,165 \times \text{R}12\,500 = \text{R}2\,062,50$   
Einde van eerste jaar:  $\text{R}12\,500 + \text{R}2\,062,50 = \text{R}14\,562,50$   
Einde van tweede jaar:  $\text{R}14\,562,50 + \text{R}2\,062,50 = \text{R}16\,625$   
Einde van derde jaar:  $\text{R}16\,625 + \text{R}2\,062,50 = \text{R}18\,687,50$
- 3
  - a  $14,75\%$  van R3 525 =  $0,1475 \times \text{R}3\,525 = \text{R}519,94$   
Einde van eerste jaar:  $\text{R}3\,525 + \text{R}519,94 = \text{R}4\,044,94$   
Einde van tweede jaar:  $\text{R}4\,044,94 + \text{R}519,94 = \text{R}4\,564,88$   
Einde van derde jaar:  $\text{R}4\,564,88 + \text{R}519,94 = \text{R}5\,084,82$
  - b  $\text{R}5\,084,82 - \text{R}3\,525 = \text{R}1\,559,821$
- \*4
  - a Rente vir een jaar:  $10\%$  van R55 000 = R5 500;  
 $\text{R}55\,000 + 20 \times \text{R}5\,500 = \text{R}165\,000$
  - b Jy kan sê twintig maal die rente in plaas daarvan om dit 20 keer op te tel.
- \*5 Mnr. Tshabalala:  $9,5\%$  van R10 000 = R950;  $\text{R}10\,000 + 5 \times \text{R}950 = \text{R}14\,750$   
Mnr. Tshabalala se broer:  $10\%$  van R9 500 = R950;  $\text{R}9\,500 + 5 \times \text{R}950 = \text{R}14\,250$ ; Nee

# Huurkoop

## Voordele van huurkoop; Nadele van huurkoop

### Aktiwiteit 8

### Werk met huurkoop

Leerderboek bladsy 68

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk noukeurig deur die konsep van *huurkoop* in die Leerderboek.
- Aangesien leerders ook hul kennis van die berekening van persentasies toepas, gee hulle verskillende scenario's soortgelyk aan die een in die Leerderboek nadat jy saam met hulle deur hierdie voorbeeld gewerk het.
- Probeer om werklike voorbeelde van huurkoop-ooreenkomste te gebruik wat plekke soos meubelwinkels aanbied/adverteer. Laat leerders hul bevindings met die klas deel.
- Bespreek die voordele en nadele van huurkoop.

### Remediëring en uitbreiding

Leerders kan nog van hul eie oefeninge uitdink en dit uitruil met maats.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $17,5 \div 100 \times R5\,999 = R1\,049,83$   
b  $R1\,049,83 + (R409,99 \times 24) = R10\,889,59$   
c R4 890,59
- 2 a  $10 \div 100 \times R349,99 = R35$   
b  $R35 + (R21 \times 48) = R1\,043$   
c  $R1\,043 - R349,99 = R693,01$
- 3 a (geen deposito nie)  $+ (R80 \times 12) = R960$ ;  $R960 - R750 = R210$   
b  $210 \div 750 \times 100 = 28\%$
- \*4 a i  $(30 \div 100 \times R2\,600) + (R505 \times 6) = R780 + R3\,030 = R3\,810$   
ii  $(25 \div 100 \times R2\,600) + (R305 \times 12) = R650 + R3\,660 = R4\,310$   
iii kontant = R2 600  
b Kontant, want dan betaal jy nie enige rente nie.
- 5 Ben se verlies:  $R1\,000 - R275 = R725$ . Ben se verlies is  $-R725$ .
- 6 a  $R1\,320,46 - R800 = R520,46$ ; Rente teen 2,5% = R13,02;  $R520,46 + R13,02 = R533,48$
- \*7 a Inkomste =  $R3\,200 + R800 = R4\,000$ ; Uitgawes = R5 650  
Verlies = Inkomste - Uitgawes =  $R4\,000 - R5\,650 = -R1\,650$   
b As jou uitgawes jou inkomste oorskry, eindig jy met 'n negatiewe totaal. Geld wat jy oor het van wins wat jy maak, gee 'n positiewe totaal.  
Leerders gee hul eie antwoorde om te verduidelik wat mense doen wat nie met hul maandelikse inkomste kan uitkom nie.

# Hoofstuk 2 hersiening

Leerderboek bladsy 70

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteite aanpak. Die hersieningsaktiwiteite moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en om te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a Waar b Onwaar c Onwaar d Waar
- \*2  $(-2)^2 = -2 \times -2 = 4$  en  $-2^2 = -1 \times -2 \times -2 = -4$ ; Dus is  $(-2)^2 \neq -2^2$
- 3  $\mathbb{Z} = \{16; -4; 0; \frac{18}{2}\}$
- 4 a  $-28; -32; -36; -40$  b  $-8; -17; -26; -35$  c  $-5; -20; -35; -50$
- 5  $49; 8; -9; -14; -26; -52; -85; -90$
- 6 a  $-11$  b  $-10$  c  $-3$  d  $-88$
- e Ongedefinieerd f 3 g  $-2$  h 3
- i 0 j 144 k  $-81$  l  $-8$
- m Onmoontlik n  $-5$
- o  $-10(5 + 200) = -10(205) = -2\ 050$  p  $-6 \times -12 = 72$
- q  $3 - 5 + 28 = -2 + 28 = 26$  r  $77 \div -11 \times 4 = -7 \times 4 = -28$
- 7 a o b  $-16$  c  $\frac{9}{8}$  d 1
- 8 a  $-2$  b 5 c  $-85$  d 0 e 13
- 9 a  $\frac{1}{13}$  b  $-\frac{1}{6}$  c 4 d  $-\frac{7}{3}$  e  $-\frac{11}{14}$
- 10 a  $4; -5$  b  $-1 \times 34 = -34$
- c  $-18; 8; 90 + -40 = 50$  d  $(-3 + 7); 4; -28$
- e  $8; -9$  f  $-20$
- 11 a  $0,25 \times 800 = 200$  mense b  $0,54 \times 250 = 135$  huise
- c  $0,165 \times R345,45 \approx R57$  d  $0,7175 \times 150 = 107,625$  kg
- 12 a  $100\% - 62\% = 38\%$ ;  $0,38 \times R798 = R303,24$
- 13 a

Aantal etes	Uitgawes	Inkomste	Verskil	Wins of verlies
0	250	0	-250	Verlies
2	300	90	-210	Verlies
4	350	180	-170	Verlies
6	400	270	-130	Verlies
8	450	360	-90	Verlies
10	500	450	-50	Verlies
12	550	540	-10	Verlies
14	600	630	10	Wins
16	650	720	30	Wins
18	700	810	70	Wins

- b Sy moet 13 etes verkoop om 'n wins te begin maak.
- c  $\text{Inkomste} = R45 \times 25 = R1\ 125$ ;  $\text{Uitgawes} = R250 + R25 \times 25 = R875$ ;  
 $\text{Wins} = R1\ 125 - R875 = R250$
- 14  $R120 \times 48 = R5\ 760$ ;  $R5\ 760 - R2\ 500 = R3\ 260$
- 15 a  $7,5\%$  van  $R25\ 000 = R1\ 875$
- b  $R25\ 000 + 3 \times R1\ 875 = R30\ 625$
- 16 a  $20\%$  van  $R5\ 750 + 36 \times R400 = R1\ 150 + R14\ 400 = R15\ 550$
- b  $R15\ 550 - R5\ 750 = R9\ 800$



## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 72–97

Voorgestelde tydstoekenning: 9 ure

**Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:**

- |                                                                                                      |       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| <b>Eenheid 1: Kwadrate en derdemagte</b>                                                             | 2 ure |
| Kwadrate en vierkantswortels                                                                         |       |
| Derdemagte en derdemagswortels                                                                       |       |
| <b>Eenheid 2: Vergelyking en voorstelling van getalle in eksponensiële vorm</b>                      | 2 ure |
| Voorstelling van telgetalle in eksponensiële vorm                                                    |       |
| Uitgebreide en eksponensiële notasie                                                                 |       |
| Voorstelling van heelgetalle in eksponensiële vorm                                                   |       |
| Vergelyking van heelgetalle in eksponensiële vorm                                                    |       |
| <b>Eenheid 3: Berekening met eksponente</b>                                                          | 4 ure |
| Eksponentwette                                                                                       |       |
| Gebruik die eksponentwette om met kwadrate, vierkantswortels, derdemagte en derdemagswortels te werk |       |
| <b>Eenheid 4: Wetenskaplike notasie</b>                                                              | 1 uur |
| Skryf groot getalle in wetenskaplike notasie                                                         |       |
| Herleiding van wetenskaplike notasie na gewone notasie                                               |       |
| Vergelyking van getalle in wetenskaplike notasie                                                     |       |

*Hoofstuk 3 hersiening*

*Kwartaal 1 Toets (PvA)*





# Kwadrates en derdemagte

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 73

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- hersien en doen berekeninge met kwadrates en vierkantswortels wat telgetalle en heelgetalle insluit
- hersien en doen berekeninge met derdemagte en derdemagswortels wat telgetalle en heelgetalle insluit

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek

### Hoofrekenes

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 73

1	a	153	b	117	c	100	d	125
	e	Onmoontlik	f	-4	g	10	h	-40
	i	-2	j	68	k	-250	l	10
2	a	$6 < \sqrt{40} < 7$	b	$11 < \sqrt{130} < 12$				
	c	$4 < \sqrt[3]{70} < 5$	d	$2 < \sqrt[3]{9} < 3$				

### Agtergrondinligting

Leeders het in Graad 7:

- getalle in eksponensiële vorm vergelyk en voorgestel
- kwadrates en vierkantswortels (tot ten minste by  $12^2$ ), en derdemagte en derdemagswortels (tot ten minste by  $6^3$ ) bepaal
- die eksponentwette geleer ten einde berekeninge met eksponente te doen
- berekeninge met eksponente gedoen wat al vier bewerkings insluit, beperk tot eksponente tot by 5
- probleme opgelos wat getalle in eksponensiële vorm en vierkantswortels en derdemagswortels insluit.

**Let op:** Leeders gaan weer in Graad 8 die bogenoemde hersien en ook kennis maak met heelgetalle en rasionale getalle in eksponensiële vorm sowel as wetenskaplike notasie van getalle.

### Onderwysriglyne

Hierdie eenheid is hersiening van die werk wat in Graad 7 gedoen is. Dit is nuttig om hierdie belangrike werk vas te lê en om seker te maak dat leeders al die konsepte, terminologie en notasie verstaan. Die Leerderboek begin met 'n konkrete voorbeeld van

die betekenis van volkome kwadrate. Leerders behoort aangemoedig te word om ten minste die eerste 12 volkome kwadrate te leer.

Die konsep van vierkante en oppervlaktes van vierkante kan gebruik word om vierkantswortels bekend te stel wanneer leerders die oppervlaktes van vierkante gegee word en gevra word om die lengte van 'n sy uit te werk. Verskaf baie hoofrekene-oefeninge met kwadrate en vierkantswortels asook derdemagte en -wortels aan leerders. Derdemagte word ook met 'n meer konkrete 3D-kubus bekendgestel. Dit is nuttig om 'n klompie kubusse beskikbaar te hê, want sommige leerders sukkel om die lae te 'sien' as 3D-voorwerpe in twee dimensies geteken word.

## Kwadrate en vierkantswortels

### Kwadrate; Vierkantswortels; Berekeninge met kwadrate en vierkantswortels; Nie-volkome vierkante

#### Aktiwiteit 1

#### Werk met kwadrate en vierkantswortels

Leerderboek bladsy 75

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Dit behoort 'n sessie met 'n vinnige pas te wees wat alle basiese konsepte dek wat tot dusver geleer is.
- Leerders het in Hoofstuk 2 met kwadrate en vierkantswortels gewerk. Hersien die definisies van kwadrate en derdemagte en vierkants- en derdmagswortels deur saam met die leerders deur die inleiding in die Leerderboek te werk.
- Toets die leerders met vrae soos: Wat beteken  $5^2$ ? ( $5 \times 5$ ); Wat noem ons  $5^2$ ? (Mag); Wat word die 5 genoem? (Grondtal); en so meer.
- Sluit vrae in soos:  $7^2$  is 14. Is dit Waar? (Nee.  $7^2$  beteken 7 met homself vermenigvuldig, m.a.w. 49.)
- Maak seker dat leerders hierdie feite goed ken.
- Werk noukeurig deur die voorbeelde wat berekeninge met kwadrate en vierkantswortels sowel as nie-volkome vierkante wys. Begin deur leerders se basiese kennis te toets, soos om uit te brei, bv. Hoe sal ek die antwoord op  $(-5)^2$  uitwerk?
- Hersien die volgorde van bewerkings.
- Help leerders om die stappe vir berekeninge met meer as een term uit te skryf.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet na al die voorbeelde en stappe verwys. Maak seker dat hulle die volgorde van bewerkings korrek volg.

**Uitbreiding:** Vraag 1k–lo en vraag 2 bied bietjie meer van 'n uitdaging. Gee leerders 'n bykomende aktiwiteit wat vrae met meer terme en moeiliker terme bevat, waarin leerders die volgorde van bewerkings moet toepas.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $1 + 9 = 10$  b  $100 - 25 = 75$  c  $9 \times 100 = 900$   
d  $64 \div 4 = 16$  e  $9 + 25 - 4 = 30$  f  $36 \div 4 \times 9 = 9 \times 9 = 81$   
g  $2 + 5 = 7$  h  $7 - 6 = 1$  i  $4 \div 2 = 2$   
j  $8 \times 9 = 72$   
\*k  $16 + 49 \times 0 = 16$   
\*l  $144 - (9 + 5) = 144 - 14 = 130$   
\*m  $4 \div 2 + 9 \times 5 = 2 + 45 = 47$   
\*n  $2^2 \times 2^2 + 19 = 4 \times 4 + 19 = 16 + 19 = 35$   
\*o  $\sqrt{11 + 25} = \sqrt{36} = 6$
- 2 a  $2 < \sqrt{7} < 3$  b  $6 < \sqrt{42} < 7$  c  $11 < \sqrt{126} < 12$   
d  $3 < \sqrt{12} < 4$  e  $8 < \sqrt{80} < 9$

## Derdemagte en derdemagswortels

### Berekeninge met derdemagte en derdemagswortels; Nie-volkome derdemagte

#### Aktiwiteite 2–3

**Werk met derdemagte en derdemagswortels; Werk met kwadrate, vierkantswortels, derdemagte en derdemagswortels**

Leerderboek bladsy 76–77

### Riglyn vir die implementering van hierdie aktiwiteite

Aangesien hierdie les ook hersiening van bekende vaardighede en kennis is, kan presies dieselfde formaat as vir die vorige les gevolg word.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders doen Aktiwiteit 3 vir meer oefening.

**Uitbreiding:** Vraag 1k–lo en vraag 2 in Aktiwiteit 2 is meer uitdagend.

## Voorgestelde antwoorde

### Aktiwiteit 2

- 1 a  $64 + -1 = 63$  b  $-1\,000 - 27 = -1\,027$   
c  $-8 \times 1\,000 = -8\,000$  d  $1\,000 \div 125 = 8$   
e  $64 - -1 + 1\,000 = 64 + 1 + 1\,000 = 1\,065$   
f  $1\,000 \div 1 \times -27 = 1\,000 \times -27 = -27\,000$   
g  $-5 + 2 = -3$  h  $4 - 5 = -1$   
i  $10 \div -2 = -5$  j  $-5 \times 1 = -5$   
\*k  $23 + -27 \times 0 = 23$  \*l  $-8 - (6 + 5) = -18 - 11 = -19$   
\*m  $-4 \div -8 + 27 = \frac{1}{2} + 27 = 27\frac{1}{2}$   
\*n  $2^3 \times 2^3 + 36 = 8 \times 8 + 36 = 64 + 36 = 100$   
\*o  $\sqrt[3]{10 + 2 \times 27} = \sqrt[3]{10 + 54} = \sqrt[3]{64} = 4$
- 2 a  $4 < \sqrt[3]{89} < 5$  b  $2 < \sqrt[3]{12} < 3$  c  $3 < \sqrt[3]{38} < 4$

## Aktiwiteit 3

- I  $8 + 25 = 33$   
3  $144 - -125 = 144 + 125 = 269$   
5  $16 + 4 = 20$   
7  $144 - 64 + 4 = 84$   
9  $16 \times (0 + 1) - 4 = 16 \times 1 - 4 = 16 - 4 = 12$   
10  $10 \div 2 \times 25 = 5 \times 25 = 125$   
II  $-4 \div 4 + -64 = -1 + -64 = -65$   
\*12  $5 + 36 - 10 = 31$   
\*13  $(125 + 49) \div 2 - 8(10) = 174 \div 2 - 80 = 87 - 80 = 7$   
\*14  $49(18 - 17) = 49(1) = 49$   
\*15  $\sqrt{-10 + 64 + 27} = \sqrt{81} = 9$   
2  $64 \times 100 = 6\,400$   
4  $0 \div 64 + 1 = 0 + 1 = 1$   
6  $121 + 81 - 64 = 138$   
8  $121 - -5 = 121 + 5 = 126$

## EENHEID



# Vergelyking en voorstelling van getalle in eksponensiële vorm

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 78

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- stel telgetalle in eksponensiële vorm voor
- stel heelgetalle in eksponensiële vorm voor
- hersien, identifiseer en werk met magte, veranderlikes en konstante getalle
- definieer en werk met koëffisiënte
- skryf in uitgebreide notasie en eksponensiële notasie;
- vergelyk heelgetalle, insluitende telgetalle, in eksponensiële vorm

Hulpbronne: Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 78

- I a Konstante                      b Veranderlike                      c Konstante  
d Veranderlike                      e Veranderlike                      f Konstante
- 2 a  $h \times h \times h \times h \times h \times h \times h$                       b  $-16 \times a \times b$   
c  $9 \times x \times y \times y \times y \times y$   
d  $-5 \times -5 \times -5 \times -5 \times -5 \times -5 \times m \times m \times m \times m \times m \times m$   
e  $-p \times -p \times y \times y \times z \times z$   
f  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x \times y \times y$

- |          |                                                                  |                    |                  |
|----------|------------------------------------------------------------------|--------------------|------------------|
| <b>3</b> | <b>a</b> $8^7$                                                   | <b>b</b> $8p^7q^9$ | <b>c</b> $45p^4$ |
|          | <b>d</b> $m^4n^4$                                                | <b>e</b> $-20hkz$  | <b>*f</b> $-k$   |
| <b>4</b> | <b>a</b> $3^4 = 81$ ; $5^3 = 125$ ; $3^4 < 5^3$                  |                    |                  |
|          | <b>b</b> $(-18)^4 = 18^4$ ; $18^2$ ; $(-18)^4 > 18^2$            |                    |                  |
|          | <b>c</b> $-4^6 = -4\ 096$ ; $(-4)^5 = -1\ 024$ ; $-4^6 < (-4)^5$ |                    |                  |

## Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7:

- getalle in eksponensiële vorm vergelyk en voorgestel
- kwadrate en vierkantswortels (ten minste tot by  $12^2$ ), en derdemagte en derdemagswortels (ten minste tot by  $6^3$ ) bepaal
- die meeste van hierdie definisies teëgekome: *konstante getalle*, *veranderlikes*, *magte*, *koëffisiënte*, *uitgebreide notasie* en *eksponensiële notasie*.

**Let op:** Leerders gaan weer in Graad 8 die bogenoemde hersien en ook kennis maak met heelgetalle en rationale getalle in eksponensiële vorm sowel as wetenskaplike notasie.

## Onderwysriglyne

Alhoewel leerders die definisies van konstante getalle, veranderlikes, magte, koëffisiënte, uitgebreide notasie en eksponensiële notasie in vorige grade teëgekome het, is dit baie belangrik om hierdie kennis vas te lê en seker te maak dat al die leerders wel hierdie werk gedoen het.

Reëls word gegee om getalle in uitgebreide notasie te skryf in die vorm van 'n *Dink só/ Doen dit* voorbeeld in die Leerderboek. Die tabel in Aktiwiteit 1 kan uitgebrei word met verskeie bykomende voorbeelde as leerders ekstra oefening benodig.

Laat leerders eers die uitgebreide vorm gebruik sodat hulle heelgetalle in eksponensiële vorm kan vergelyk en rangskik, en om aan te hou om hierdie vorm te gebruik tot hulle vaste reëls uit oefening kan vasstel.

## Voorstelling van telgetalle in eksponensiële vorm

**Hersiening: Magte; Konstante getalle en veranderlikes; Magte en koëffisiënte; Uitgebreide en eksponensiële notasie; Reëls om getalle in uitgebreide notasie te skryf; Reëls om getalle in eksponensiële notasie te skryf**

### Aktiwiteit 1 Stel telgetalle in eksponensiële vorm voor

Leerderboek bladsy 80

## Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders het in Graad 7 al die meeste van die definisies teëgekome en met *konstante getalle*, *veranderlikes*, *magte*, *koëffisiënte*, *uitgebreide notasie* en *eksponensiële notasie* gewerk. Hersien die terminologie en al die konsepte en werk noukeurig deur al die voorbeelde in die Leerderboek.
- Dit is raadsaam om een deel van die aktiwiteit op 'n keer te doen nadat die toepaslike gedeelte van die inhoud gedek is.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Vraag 2 word in 'n tabel aangebied om die vraag in dele 'op te breek' en dit sodoende makliker te maak.

**Uitbreiding:** Vraag 2d–2g en 4h is meer uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a Konstante                      b Veranderlike                      c Veranderlike  
d Konstante                      e Veranderlike                      f Konstante

2

	Koëffisiënt	Grondtal	Eksponent
a	2	$a$	5
b	16	$t$	14
c	8	$abc$	3
*d	4	$k$	1
*e	3	$g$	1
*f	1	$x$	5
*g	2	$ab$	3

- 3 a  $p \times p \times p$                       b  $3 \times k \times k$   
c  $8 \times p \times p \times p \times p \times q \times q$                       d  $5 \times x \times y \times y$   
e  $3 \times 3 \times x \times x$                       f  $2 \times 2 \times a \times a \times b$   
g  $a \times a \times a \times b \times b \times c \times c$                       h  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times y \times y$
- 4 a  $40^5$                       b  $3ab^2c$                       c  $4p^2q^2$                       d  $45k^3p$   
e  $56x^2y$                       f  $48a^2b^5$                       g  $120pq^3$                       \*h  $3a^2b^4c^7d$

### Voorstelling van heelgetalle in eksponensiële vorm

#### Aktiviteit 2 Stel heelgetalle in eksponensiële vorm voor

Leerderboek bladsy 81

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Benader die onderrig van hierdie afdeling op soortgelyke wyse as die vorige afdeling, aangesien die enigste verskil is dat leerders nou met heelgetalle werk in plaas van met telgetalle.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Vraag 2 word in 'n tabel aangebied om die vraag in dele :op te breek” en dit sodoende makliker te maak.

**Uitbreiding:** Vraag 2d–2g en 3f–3h is meer uitdagend.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a Konstante                      b Veranderlike                      c Veranderlike  
d Konstante                      e Veranderlike

2

	Koëffisiënt	Grondtal	Eksponent
a	-4	$m$	7
b	-7	$k$	-12
c	-2	$abc$	3
*d	12	$mn$	1
*e	16	$pq$	1
*f	-1	$\gamma$	10
*g	-25	$de$	7

- 3 a  $-30 \times p \times q$                       b  $-4 \times x \times x \times y \times y$   
c  $-1 \times x \times x \times y$                       d 0  
\*e  $-1 \times x \times y \times y \times z \times z$                       \*f  $-2 \times -2 \times a \times a \times b$   
\*g  $-1 \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times b \times b \times c \times c$                       \*h  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times x \times x \times y \times y$
- 4 a  $-9w^2$                       b  $3pqr$                       c 0                      d  $-4hkj$   
e  $60p^2$                       f  $-x$                       g  $-8mpq^2$                       h  $b^3c^3$

## Vergelyking van heelgetalle in eksponensiële vorm

### Aktiwiteit 3 Vergelyk heelgetalle in eksponensiële vorm

Leerderboek bladsy 82

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik die volgende aan die leerders: Dit is soms moeilik om te sien of een mag groter as 'n ander is. Daar is byvoorbeeld twee magte, een met 4 as grondtal en een met 5 as grondtal. Beteken dit dat  $4^{\square} < 5^{\square}$ ? Nie noodwendig nie. Dit hang ook van die eksponent af. Dit is waarom ons eers uitbrei en dan die magte bereken om te sien watter een groter is.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek. Doen een of twee bykomende voorbeelde op die bord indien nodig.
- Leerders kan hul sakrekenaars gebruik om die antwoorde op groter magte uit te werk, bv. in vraag 2h en 2i.
- Ons kan in sommige gevalle sê watter een groter is sonder om 'n berekening te doen. Ons weet byvoorbeeld dat  $(-8)^3$  'n negatiewe antwoord en  $(-8)^2$  'n positiewe antwoord sal gee, dus is  $(-8)^3 < (-8)^2$ .

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** As leerders nie kan sien watter mag groter is nie, kan hulle dit in uitgebreide notasie skryf, byvoorbeeld vir vraag **2a**:  $t^7 = t \times t \times t \times t \times t \times t \times t$  en  $t^4 = t \times t \times t \times t$ . Ons kan sien dat  $t^4$  minder  $t$ 's het as  $t^7$ , dus is  $t^7 > t^4$ .

**Uitbreiding:** Die feit dat leerders, bv. in vraag **2c**, kan sien dat die een mag 'n negatiewe antwoord sal gee, dat die ander mag 'n positiewe antwoord sal gee en dat hulle dus nie nodig het om enige berekeninge te doen nie, is hoë-orde denke.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 Vra leerders om 'n skatting te maak volgens die kennis wat hulle sover opgedoen het. Hulle moet nie sommer wilde raaiskote waag nie.
- 2
- |   |                                              |   |                                         |
|---|----------------------------------------------|---|-----------------------------------------|
| a | $t^7 > t^4$                                  | b | $(-18)^1 < 18^1$                        |
| c | $7^5 > -7^5$                                 | d | $-13^4 < 13^2$                          |
| e | $-4^3 = (-4)^3$                              | f | $(-10)^3 < (-3)^{10}$                   |
| g | $2^3 = 8; 3^2 = 9; 2^3 < 3^2$                | h | $4^5 = 1\,024; 3^7 = 2\,187; 4^5 < 3^7$ |
| i | $-64 = -1\,296; -4^6 = -4\,096; -6^4 > -4^6$ |   |                                         |

## EENHEID

3

## Berekeninge met eksponente

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 83

Voorgestelde tydstoekenning: 4 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- leer eksponentwet 1–4 (vermenigvuldiging, deling, hakies en nul as die eksponent)
- gebruik getalle om die eksponentwette te ondersoek
- gebruik die eksponentwette om met kwadrate, vierkantswortels, derdemagte en derdemagswortels te werk
- los probleme op wat getalle in eksponensiële vorm bevat

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar



## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 83

- 1 a  $12^2 = 144$  b  $\sqrt{64} = 8$
- 2 a  $LK = x^{m+n} = 5^{2+3} = 5^5 = 3\,125$   
 $RK = x^m + x^n = 5^2 + 5^3 = 25 + 125 = 150$   
 $LK \neq RK; \therefore x^{m+n} \neq x^m + x^n$ ; Onwaar  
b  $LK = (x^m y)^n = (5^2 \times 1)^3 = 25^3 = 15\,625$   
 $RK = x^{mn} + y^n = 5^{2 \times 3} + 1^3 = 5^6 + 1 = 15\,625 + 1 = 15\,626$   
 $LK \neq RK; \therefore (x^m y)^n \neq x^{mn} + y^n$ ; Onwaar
- 3 a  $7^{14}$  b  $13^{11}$  c  $18^{12}$  d  $\frac{4}{3}$   
e  $-36m^{10}n^5$  f  $-\frac{1}{2m^6p^3}$  g  $x^{150}$  h 1  
i  $(-4)^3 = -64$  j  $-6p^{13}q^9$  k  $-\frac{10x^4}{3y^3}$  l  $\frac{1}{15^6}$   
m  $\sqrt{100} = 10$  n  $a^{20}b^{24}$  o 2 p  $9^2 = 81$   
q  $\frac{49}{144}$  r  $-\frac{15m^{11}}{17n^{15}}$

## Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7:

- berekeninge met eksponente gedoen wat al vier bewerkings bevat, beperk tot eksponente tot by 5
- die reëls geleer om berekeninge met eksponente te doen
- probleme opgelos wat getalle in eksponensiële vorm, vierkantwortels en derdemagswortels bevat.

**Let op:** Leerders gaan weer in Graad 8 die bogenoemde hersien en ook kennis maak met die eksponentwette, heelgetalle en rasionale getalle in eksponensiële vorm sowel as wetenskaplike notasie van getalle.

## Onderwysriglyne

Maak seker dat leerders berekeninge met al vier bewerkings kan doen wat eksponente behels. Die hoofrekene-afdeling op bladsy 82 in die Leerderboek kan dien as goeie oefening vir voorafgaande kennis as 'n toets of 'n individuele aktiwiteit. Identifiseer enige tekortkominge, maar konsentreer veral op wanopvattinge wat uit die verskillende onderrigmetodes kon ontstaan.

Moedig leerders aan om die uitgebreide vorm te gebruik as hulle moet. Hulle moet egter probeer om aan te beweeg na die gebruik van die eksponentwette. Maak seker dat elke wet goed vasgelê word voordat daar na die volgende aanbeweeg word. Herinner leerders daaraan dat Algebra gebruik word om ons gebruike met getalle in 'n algemene wet of reël "op te som". Hierdie reëls maak dit makliker om ander getalle te bereken, want ons hoef nie elke keer berekening met die uitgebreide vorm te doen nie. Ons kan direk na die antwoord beweeg deur die reël toe te pas.

Verskaf oorgenoeg oefening in elk van die wette voordat daar na die volgende aanbeweeg word. Een van die probleme wat leerders het, is dat hulle gewoon raak daaraan om die veranderlike as die basis van die mag te gebruik en die wette daarmee te volg, maar wanneer die basis 'n getal is, vermenigvuldig of deel hulle ook die basisse. Hulle sal, byvoorbeeld, sê dat  $2^3 \times 2^5 = 4^8$ . Net so ook met deling. Spandeer tyd aan die uitstryk van enige gereelde foute soos hierdie en maak seker dat daar 'n mengsel van voorbeelde met veranderlikes en getalle as basisse is.

Die opsomming van die eksponentwette is 'n bruikbare hulpmiddel vir leerders om te gebruik tot hulle al die wette gewoon is. Dit kan gekopieer word of leerders kan dit verkieslik op 'n aparte vel papier skryf sodat hulle vinnig daarna kan verwys wanneer hulle oefeninge doen. (Skryf is 'n baie belangrike leermetode.)

## Eksponentwette

### Eksponentwet I: Vermenigvuldiging; Stappe om magte te vermenigvuldig

#### Aktiwiteit I

#### Werk met vermenigvuldiging van eksponente

Leerderboek bladsy 84

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik die eksponentwet deur eers die terme uit te brei en dan te tel hoeveel grondtalle daar is. Skryf dan uit wat gedoen is, bv.  $6^3 \times 6^4 = 6^7$ . Laat die leerders self sien  $3 + 4 = 7$  en hulle eie reël opmaak voordat hulle dit formeel neerskryf.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek en gee bykomende voorbeelde op die bord indien nodig.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet vraag 1 oordoen tot hulle elke vraag korrek kan doen. Laat leerders ook bykomende oefeninge doen.

**Uitbreiding:** Vraag 2 bevat groter en meer terme, wat dit meer uitdagend maak.

#### Voorgestelde antwoorde

I	a	$4^8$	b	$35^{18}$	c	$17^{17}$
	d	$25^{40}$	e	$b^{15}$	f	$c^7$
	g	$99m^9$	h	$48p^4$	i	$-130k^7$
	j	$-48a^9b^{12}$	k	$-36p^3q^4$	l	$108x^{16}y^6$
*2	a	$50a^6$	b	$-800x^3y^4$	c	$-60a^9b^{14}$
	d	$450p^9q^7$	e	$216a^{16}b^{14}$	f	$-24p^{13}q^{11}$

## Eksponentwet 2: Deling

### Aktiwiteit 2 Werk met deling van eksponente

Leerderboek bladsy 85

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Dit is baie belangrik om die proses van 'uitkansellerings' behoorlik te verduidelik. Doen eers maklike voorbeelde soos  $\frac{2}{2} = 1$ ,  $\frac{8}{8} = 1$ ,  $\frac{-6}{-6} = 1$ ,  $\frac{x}{x} = 1$  en  $\frac{2x^2}{2x^2} = 1$ . Wys vir leerders dat 'n getal of term wat deur homself gedeel word, gelyk is aan 1. As ons dus uitkanselleer en daar "bly niks oor nie", is daar eintlik 1 oor.
- Wanneer leerders dit verstaan, verduidelik die eksponentwet deur eers die terme uit te brei en dan uit te kanselleer om te sien wat "oorbly". Skryf neer wat gedoen is, bv.  $5^7 \div 5^4 = 5^3$ . Laat die leerders self sien dat  $7 - 4 = 3$  en hul eie reël opmaak voordat hulle dit formeel neerskryf.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek.
- Leerders moet vir hulself die volgende vrae vra wanneer hulle deling doen:
  - Vraag 1:** Sal ek 'n positiewe of negatiewe antwoord kry as ek die koëffisiënte deel?
  - Vraag 2:** Wat is die GGF van die koëffisiënte? Deel albei getalle deur die GGF.
  - Vraag 3:** Is daar meer veranderlikes bo of onder? As die meeste  $b$ 's byvoorbeeld bo is, skryf dan  $b^7$  bo wanneer die antwoord neergeskryf word.

#### Remediëring

Leerders moet vir hulself die vrae hierbo vra met elke probleem wat hulle aanpak. Wanneer jy 'n leerder help, moenie net die antwoord of metode gee nie, maar vra eerder hierdie selfde vrae oor en oor. Dit sal leerders help om na te dink oor wat hulle doen en self die metode en antwoorde te kry.

#### Voorgestelde antwoorde

1	a $5^2$	b $12^{14}$	c $82^5$
	d $33^{20}$	e $p^{10}$	f $2x^3$
	g $-4m^2$	h $-6x^2y^6$	i $6a^{10}b^{11}$
2	a $\frac{p^6q^7}{2}$	b $\frac{mn^{13}}{5}$	c $\frac{-3c^5b^8}{5}$
	d $\frac{-16m^6}{5}$	e $\frac{3x^2y^5}{2}$	*f $\frac{-9m^{28}n^{-4}}{11}$

## Eksponentwet 3: Hakies

### Aktiwiteit 3 Werk met verheffing van hakies tot 'n mag

Leerderboek bladsy 86

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik weer hierdie wette deur eers uit te brei en vir leerders te wys waar die wet vandaan kom. Skryf dan die korter wette formeel neer.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders oefen deur die vrae wat hulle verkeerd gehad het, oor te doen en deur bykomende oefeninge te doen.

**Uitbreiding:** Verskaf 'n meer uitdagende oefening aan leerders wat berekening bevat wat al die eksponentwette insluit.

### Voorgestelde antwoorde

1	$10^6$	2	$12^{40}$	3	$15^{72}$
4	$36^{55}$	5	$a^{24}$	6	$p^{28}$
7	$a^8b^{30}$	8	$c^{72}d^{48}$	9	$g^{40}h^{80}$
10	$25k^2$	11	$16m^{20}$	12	$n^{40}$
13	$16p^{48}q^{60}$	14	$400r^{70}t^{100}$	15	$-v^{150}w^3$

### Eksponentwet 4: Nul as 'n eksponent; Opsomming van die eksponentwette

#### Aktiwiteite 4-5 Werk met $a^0 = 1$ ; Werk met al die eksponentwette

Leerderboek bladsy 87-88

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Gebruik die volgende konsepte om hierdie wet te verduidelik: As  $a = b$  en  $a = c$ , dan  $b = c$ . Dit mag dalk nie vir leerders maklik wees om hierdie konsep te snap nie en dit sal help as jy meer as een voorbeeld op die bord doen.
- Maak seker dat leerders verstaan dat die eksponent in 'n voorbeeld soos  $(-8a^2b)^0$  op die hele hakie van toepassing is en die antwoord 1 sal wees. As daar egter nie 'n hakie is nie, dan beteken  $-8a^2b^0$  byvoorbeeld  $-8a^2 \times b^0 = -8a^2 \times 1 = -8a^2$ .

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders wat sukkel, moet die breinkaart van eksponentwette byderhand hou wanneer hulle Aktiviteit 5 doen.

**Uitbreiding:** Leerders kan in pare werk en hul eie mini-toetsies vir mekaar opstel.

### Voorgestelde antwoorde

#### Aktiviteit 4

1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1
7	1	8	1	9	1	10	1	11	1	12	5
13	12	14	-4	15	-20						

#### Aktiviteit 5

1	$23^{13}$	2	$16^6$	3	$\frac{1}{13^8}$	4	$36^{42}$	5	1	6	$m^{25}$
7	$-2m^7$	8	$g^{33}$	9	$-36p^{15}$	10	$9a^{30}$	11	34	12	$-n\frac{7}{9}$
13	$15^3r^{18}t^{21}$	14	$-20xy^6$	15	$160p^8q^4$	16	$\frac{5x^4y}{4}$	17	$-\frac{5m^3}{2n}$	18	$-27a^7b^{27}$

## Gebruik getalle om die eksponentwette te toets

### Aktiwiteit 6 Gebruik getalle om die eksponentwette te ondersoek

Leerderboek bladsy 88

#### Riglyn vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Leerders het dikwels 'n wanopvatting oor die eksponentwette. Hier poog ons om hulle te laat sien watter teorieë waar of onwaar is deur waardes aan elke kant van die vergelyking te vervang en dan gevolgtrekkings te maak.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders in pare werk. Die leerders moet egter elkeen die werk in hul eie oefenboeke neerskryf.

**Uitbreiding:** Dit is reeds 'n uitdagende oefening!

#### Voorgestelde antwoorde

- 1  $LK = y^{m+n} = 3^{2+4} = 3^6$   
 $RK = y^m \times y^n = 3^2 \times 3^4 = 3^6 \therefore LK = RK \therefore$  Waar
- 2  $LK = (x + y)^m = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$   
 $RK = x^m + y^m = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13 \therefore LK \neq RK \therefore$  Onwaar
- 3  $LK = x^m + x^n = 2^2 + 2^4 = 4 + 16 = 20$   
 $RK = x^{m+n} = 2^2 + 4 = 2^6 = 64 \therefore LK \neq RK \therefore$  Onwaar
- 4  $LK = \frac{x^m}{y^n} = \frac{22}{32} = \frac{11}{16}$   
 $RK = \frac{x^m}{y} = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3} \therefore LK \neq RK \therefore$  Onwaar
- 5  $LK = (x + y)^m = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$   
 $RK = xy^m = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18 \therefore LK \neq RK \therefore$  Onwaar
- 6  $LK = (x^m y^n)^p = (2^2 \times 3^4)^1 = 4 \times 81 = 324$   
 $RK = (y^n)^p \times (x^m)^p = (3^4)^1 \times (2^2)^1 = 81 \times 4 = 324 \therefore LK = RK \therefore$  Waar

## Gebruik die eksponentwette om met kwadrate, vierkantswortels, derdemagte en derdemagswortels te werk

Algemene reëls vir optelling en aftrekking; Algemene reëls vir vermenigvuldiging en deling

### Aktiwiteit 7 Gebruik die eksponentwette

Leerderboek bladsy 89

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die reëls vir optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling.
- Dit is belangrik dat leerders eers optel en aftrek voordat hulle die kwadraat, derdemag, vierkants- of derdemagswortel bereken. Neem dit noukeurig waar en korreger hulle waar nodig.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders doen die vrae oor wat hulle verkeerd het.

**Uitbreiding:** Leerders kan in pare werk en hul eie mini-toetsies vir mekaar opstel.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $12^2 = 144$  b  $\sqrt{64} = 8$  c  $\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$   
d  $\sqrt[3]{\frac{27}{216}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  e  $(20 - 9)^2 = 11^2 = 121$
- 2 a  $(11 + 9)^2 = 20^2 = 400$  b  $(1 + 4 + 5)^3 = 10^3 = 1\,000$  c  $42 = 16$   
d  $5^3 = 125$  e  $\sqrt{100} = 10$  f  $\sqrt[3]{1\,000} = 10$   
g  $\sqrt{16} = 4$  h  $\sqrt[3]{125} = 5$  i  $\frac{121}{81}$   
j  $\frac{1}{8}$  k  $\frac{6}{7}$  l  $\frac{5}{3}$
- 3 Ná 40 minute: Aantal bakterieë =  $10 \times 10 = 100$   
Ná 60 minute: Aantal bakterieë =  $100 \times 10 = 1\,000$   
Ná 80 minute: Aantal bakterieë =  $1\,000 \times 10 = 10\,000$   
Ná 100 minute: Aantal bakterieë =  $10\,000 \times 10 = 100\,000$
- 4 a Ná 3 minute ( $t = 3$ ): Aantal virusse =  $2(1 + 0,05)^3 \approx 2$   
Ná 10 minute ( $t = 10$ ): Aantal virusse =  $2(1 + 0,05)^{10} \approx 3$   
Ná 60 minute ( $t = 60$ ): Aantal virusse =  $2(1 + 0,05)^{60} \approx 37$   
\*b Ná 120 minute ( $t = 120$ ): Aantal virusse =  $2(1 + 0,05)^{120} \approx 698$
- 5 Aan die einde van jaar 3 ( $n = 3$ ):  $A = R50\,000(1 + 0,06)^3 = R59\,550,80$   
Aan die einde van jaar 4 ( $n = 4$ ):  $A = R50\,000(1 + 0,06)^4 \approx R63\,123,85$   
Aan die einde van jaar 7 ( $n = 7$ ):  $A = R50\,000(1 + 0,06)^7 \approx R75\,181,51$   
Aan die einde van jaar 8 ( $n = 8$ ):  $A = R50\,000(1 + 0,06)^8 \approx R79\,692,40$

## EENHEID

### 4

## Wetenskaplike notasie

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 92

Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- skryf van groot getalle in wetenskaplike notasie
- herleiding van wetenskaplike notasie na gewone notasie
- vergelyking van getalle in wetenskaplike notasie

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek

## Hoofrekenne

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 92

- |   |   |                                                                      |   |                       |   |                       |
|---|---|----------------------------------------------------------------------|---|-----------------------|---|-----------------------|
| 1 | a | $5,25 \times 10^{21}$                                                | b | $4,86 \times 10^{17}$ | c | $8,42 \times 10^{19}$ |
| 2 | a | 500 000 000                                                          | b | 1 380 000 000 000     | c | 685,7                 |
| 3 | a | $5 \times 10^7 = 50\,000\,000$ ; $1,5 \times 10^6 = 1\,500\,000$ ; > |   |                       |   |                       |
|   | b | $3,78 \times 10^4 = 37\,800$ ; $2 \times 10^4 = 20\,000$ ; >         |   |                       |   |                       |
|   | c | $1 \times 10^3 = 1\,000$ ; $9,2 \times 10^4 = 92\,000$ ; <           |   |                       |   |                       |

## Agtergrondinligting

- Hierdie inhoud is nuut in Graad 8. Leerders gaan leer om baie groot getalle in wetenskaplike notasie te skryf.
- Wanneer hulle getalle in wetenskaplike notasie skryf, moet leerders die verhouding tussen die aantal desimale plekke en die eksponent van 10 verstaan en toepas.
- Wetenskaplike notasie is beperk tot positiewe eksponente.

## Onderwysriglyne

Wetenskaplike notasie word in Graad 8 bekendgestel. Leerders is gefassineer met baie groot getalle en daar word 'n paar in die artikel in die Leerderboek genoem. Ander feite wat leerders fassineer, is, byvoorbeeld, die afstand rondom die Aarde, die maan en die son, die afstand tussen planete en die son, die spoed van lig, die aantal mense in die wêreld en enige ander groot getalle waaraan jy kan dink waarin jou leerders sal belangstel. Vra leerders om twee feite te bring wat baie groot getalle behels en laat hulle dit voorlees aan die klas. Skryf die getalle op die bord neer terwyl hulle dit uitlees, of laat leerders dit op die bord skryf.

As leerders eers sien hoe baie nulle van hierdie getalle kan hê, maak dit sin om 'n afgekorte weergawe daarvan te gebruik. As ons eers probeer om enige berekening met hierdie getalle te doen, raak dit baie moeilik.

Wetenskaplike notasie vereis die volgende vaardighede:

- afronding (tot een of twee desimale plekke)
- 'n begrip vir die verhouding tussen die aantal desimale plekke en die eksponent van 10.

Leerders word ook gewys hoe om getalle in wetenskaplike notasie te herlei na normale notasie en hoe om baie groot getalle in wetenskaplike notasie te skryf.

# Skryf groot getalle in wetenskaplike notasie

## Aktiwiteit 1

## Skryf groot getalle in wetenskaplike notasie

Leerderboek bladsy 93

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Skryf twee baie groot getalle neer, bv. met 23 of 30 syfers. Vra leerders om getalle eers op te tel en dan te vermenigvuldig (bykans onmoontlik).
- Verduidelik dat dit baie moeilik is (soos die leerders gesien het) om met sulke groot getalle te werk en dit is hoekom ons wetenskaplike notasie gebruik.
- Verduidelik wetenskaplike notasie en werk deur die uitgewerkte voorbeelde in die Leerderboek.

### Remediëring

Leerders werk in pare.

### Voorgestelde antwoorde

1	a 1	b 2	c 3	d 4
	e 5	f 6	g 7	h 10
2	a $7,39 \times 10^{22}$	b $6 \times 10^{13}$	d $7 \times 10^8$	
	c $3 \times 10^8$	f $3,61 \times 10^8$	h $1,2 \times 10^{14}$	
	e $1,33 \times 10^9$	j $5,8 \times 10^{10}$		
	g $1 \times 10^7$			
	i $2,54 \times 10^4$			

## Herleiding van wetenskaplike notasie na gewone notasie

### Aktiwiteit 2

### Skryf getalle in gewone notasie

Leerderboek bladsy 94

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek.
- Laat leerders met nog getalle oefen deur 'n klomp nulle aan die einde van 'n getal by te voeg en dan die komma net soveel plekke soos die eksponent te skuif.

### Remediëring en uitbreiding

Gebruik die “baie nulle”-metode soos hierbo genoem.



## Voorgestelde antwoorde

- |   |                        |    |                       |
|---|------------------------|----|-----------------------|
| 1 | 78 700 km <sup>3</sup> | 2  | 24 000 legkaartstukke |
| 3 | 172,7 cm               | 4  | 5 130 minute          |
| 5 | 28 288 m <sup>2</sup>  | 6  | 12 272 kg             |
| 7 | 247,2 km               | 8  | 1 433 letters         |
| 9 | 4 499,7 kg             | 10 | 110,3 m               |

## Vergelyking van getalle in wetenskaplike notasie

### Aktiwiteit 3 Vergelyk getalle in wetenskaplike notasie geskryf is

Leerderboek bladsy 95

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Dit is soms moeilik om te sien watter getal die grootste is. Daarom moet leerders elke getal eers in gewone notasie skryf en dit dan vergelyk.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Gebruik die “baie nulle”-metode om getalle in gewone notasie te skryf. Leerders vergelyk getalle soos hulle met telgetalle gedoen het.

**Uitbreiding:** Laat leerders voorbeelde op die Internet soek van interessante feite waar wetenskaplike notasie gebruik is.

## Voorgestelde antwoorde

- 1
- a  $3,18 \times 10^5 = 318\,000$ ;  $2,98 \times 10^6 = 2\,980\,000$ ; <
  - b  $6,10 \times 10^4 = 61\,000$ ;  $7,4 \times 10^4 = 74\,000$ ; <
  - c  $8 \times 10^3 = 8\,000$ ;  $9,98 \times 10^2 = 998$ ; >
  - d  $1,6 \times 10^8 = 160\,000\,000$ ;  $1,2 \times 10^7 = 12\,000\,000$ ; >
  - e  $9,9 \times 10^2 = 990$ ;  $8 \times 10^2 = 800$ ; >
- \*2
- a  $1,2272 \times 10^4 \text{ kg} = 12\,272 \text{ kg}$ ;  $4,4997 \times 10^3 \text{ kg} = 4\,499,7 \text{ kg}$ ; >
  - b  $2,4 \times 10^4 = 24\,000$ ;  $1,433 \times 10^3 = 1\,433$ ; >
  - c  $2,472 \times 10^2 \text{ km} = 247,2 \text{ km}$ ;  $1,103 \times 10^2 \text{ m} = 110,3 \text{ m}$ ;  $110,3 \text{ m} \div 1\,000 = 0,1103 \text{ km}$ ; >

# Hoofstuk 3 hersiening

Leerderboek bladsy 96

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

- I a Konstante                      b Veranderlike                      c Konstante  
d Veranderlike                      e Veranderlike

2

	Koëffisiënt	Grondtal	Eksponent
a	4	$q$	20
b	8	$xy$	5
c	-2	$k$	-15
d	-1	$y$	6
*e	-14	$bc$	5

3 a  $k \times k \times k \times k \times k \times k \times k$

b  $5 \times 5 \times a \times a$

c  $-1 \times x \times x \times x \times x \times x \times y \times y \times y \times y \times z \times z \times z$

d  $-10 \times p \times p \times p \times p \times p \times p \times q$

4 a  $6^8$                       b  $-16m^3n^3p^5q^3$                       c  $250p^{13}q^{19}$

d  $6a^3b^6c$

e  $x^6y^6$

5 a  $<$                       b  $>$                       c  $=$                       d  $=$

e  $2,5 \times 10^5 = 250\ 000$ ;  $2,15 \times 10^4 = 21\ 500$ ;  $>$

f  $6 \times 10^3 = 6\ 000$ ;  $6,1 \times 10^5 = 610\ 000$ ;  $<$

6 a  $LK = x^m \times x^n = 4^2 \times 4^1 = 16 \times 4 = 64$

$RK = x^{m \times n} = 4^{2 \times 1} = 4^2 = 16$ ;  $LK \neq RK$ ; Onwaar

b  $LK = (x + y)^m = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$

$RK = x^m + y^m = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$ ;  $LK \neq RK$ ; Onwaar

7 a  $(1 + 9)^2 = 10^2 = 100$

b  $(20 - 11)^2 = 9^2 = 81$

c  $\sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$

8 a  $5,82 \times 10^{12}$

b  $4,1 \times 10^{10}$

c  $9,88 \times 10^{17}$

9 a 68 500 000 000

b 700 000 000

c 897,6

10 a  $16 + 36 = 52$

b  $1 \times 25 = 25$

c  $72^{20}$

d  $-88a^{26}b^{20}$

e  $12^9$

f  $-5m^2n^3$

g  $15^{30}$

h  $x^{36}y^{12}$

i  $9a^{10}$

j 4

k  $9 + 11 = 20$

l  $-4 \div 1 = -4$

m  $\frac{1}{12}$

\*n  $-24a^{20}b^{14}$

\*o  $81 + 4 \times 4 = 81 + 16 = 97$

\*p  $\sqrt[3]{12 + 8 + 7} = \sqrt[3]{27} = 3$

II  $9 < \sqrt{90} < 10$



## Getal- en meetkundige patrone

### Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 98–102

Voorgestelde tydstoekenning: 4,5 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

**Eenheid 1: Onderzoek en uitbreiding van patrone**

4,5 ure

Uitbreiding van patrone deur die reël te bepaal

Skryf 'n algemene reël

*Hoofstuk 4 hersiening*

#### EENHEID



## Onderzoek en uitbreiding van patrone

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 99

Voorgestelde tydstoekenning: 4,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- brei detal- en meetkundige patrone met konstante verskille verhoudings uit
- brei detal- en meetkundige patrone sonder konstante verskille verhoudings uit
- skryf die reël vir 'n getalpatroon in woorde neer
- skep eie getalpatrone, met van sonder konstante verskille van verhoudings
- skryf die eerste paar terme neer
- herken 'n patroon uit die geskrewe terme, bepaal die reël informeel en skryf 'n formule (vergelyking) neer
- bereken groter terme deur formules te gebruik

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

## Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 99

- I a i** Tel vier by elke getal om die volgende getal in die reeks te kry.  
 ii 32; 36; 40; 44  
**b i** Vermenigvuldig elke getal met  $-2$  om die volgende getal in die reeks te kry.  
 ii 80;  $-160$ ; 320;  $-640$   
**c i** Die teller bly 1. Trek vier van elke noemer af om die volgende noemer in die reeks te kry.  
 ii  $\frac{1}{-16}$ ;  $\frac{1}{-20}$ ;  $\frac{1}{-24}$ ;  $\frac{1}{-28}$   
**d i** Vermenigvuldig elke getal met 3 om die volgende getal in die reeks te kry.  
 ii 27; 81; 243; 729

**2 a i**

$n$	1	2	3	4
$T_n$	6	9	12	15

- ii  $T_1 = 3(1) + 3 = 6$ ;  $T_2 = 3(2) + 3 = 9$ ;  $T_3 = 3(3) + 3 = 12$ ;  $T_4 = 3(4) + 3 = 15$   
 iii  $T_n = 3(n) + 3$   
 iv Ek moet elke keer 3 bytel om die volgende getal in die getalreeks te kry. Ek het dus die termnommer met 3 vermenigvuldig. Vir die eerste term is  $3 \times 1 = 3$ , maar die antwoord is 6. Ek moet dus 3 bytel om die korrekte antwoord te kry.  
 v  $T_{200} = 3(200) + 3 = 603$

**b i**

$n$	1	2	3	4
$T_n$	$-10$	$-6$	$-2$	2

- ii  $T_1 = 4(1) - 14 = -10$ ;  $T_2 = 4(2) - 14 = -6$ ;  $T_3 = 4(3) - 14 = -2$ ;  
 $T_4 = 4(4) - 14 = 2$   
 iii  $T_n = 4(n) - 14$   
 iv Ek moet elke keer 4 bytel om die volgende getal in die getalreeks te kry. Ek het dus die termnommer met 4 vermenigvuldig. Vir die eerste term is  $4 \times 1 = 4$ , maar die antwoord is  $-10$ . Ek moet dus 14 aftrek om die korrekte antwoord te kry.  
 v  $T_{200} = 4(200) - 14 = 786$

## Agtergrondinligting

Leerders het omvattend met patrone in vorige grade gewerk. Die omvang van getalpatrone word in Graad 8 uitgebrei om patrone met vermenigvuldiging en deling met heelgetalle en getalle in eksponensiële vorm in te sluit.

## Onderwysriglyne

Daar word ook verwag dat leerders se beskrywings van patrone meer presies sal word en die volgende sal insluit: die gebruik van algebraïese taal om die algemene reël te beskryf, beskrywings van die verwantskap tussen terme en hul posisie in 'n reeks, en die staving van oplossings. Hulle word ook bekendgestel aan die taal van "term" van "n reeks" ten einde die term te onderskei van die posisie van 'n term in 'n reeks.

Leerders gebruik Algebra in Hoofstuk 3 om die patroon te veralgemeen na getalle in eksponensiële vorm. Leerders gebruik weer Algebra in hierdie hoofstuk om algemene reëls uit te dink. As dit eers vasgelê is, dan gebruik hulle dit om ander waardes of posisies in die patroon te voorspel sonder om die patroon uit te skryf tot by die  $n$ de term. Beklemtoon hoe belangrik Algebra kan wees in die bepaling van hierdie kortpaaie.

## Uitbreiding van patrone deur die reël te bepaal

### Aktiwiteite 1–2

### Brei getal- en meetkundige patrone uit; Skep jou eie getalreëls

Leerderboek bladsy 100

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

Laat die leerders die reël stelselmatig bepaal.

**Stap 1:** Laat leerders opeenvolgende getalle in die reëls aftrek om te sien of dieselfde getal elke keer bygetel is. Indien nie, gaan na stap 2 toe.

**Stap 2:** Laat leerders opeenvolgende getalle in die reëls optel om te sien of dieselfde getal elke keer afgetrek is. Indien nie, gaan na stap 3 toe.

**Stap 3:** Laat leerders opeenvolgende getalle in die reëls deel om te sien of elke getal met dieselfde getal vermenigvuldig is. Indien nie, gaan na stap 4 toe.

**Stap 4:** Laat leerders opeenvolgende getalle in die reëls vermenigvuldig om te sien of elke getal deur dieselfde getal gedeel is. Indien nie, gaan na stap 5 toe.

**Stap 5:** Die patroon is nie 'n konstante verskil of verhouding nie. Leerders moet die patroon deur inspeksie bepaal.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders in pare werk.

**Uitbreiding:** Vraag **Ig–Ij** in Aktiwiteit 1 is meer uitdagend. Leerders kan ook moeiliker reëls in Aktiwiteit 2 opstel.

### Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 1

- I a i Tel 6 by elke getal om die volgende getal in die reëls te kry.
  - ii  $-2; 4; 10; 16$
- b i Trek 7 van elke getal af om die volgende getal in die reëls te kry.
  - ii  $-22; -29; -36; -43$
- c i Tel 15 by elke getal om die volgende getal in die reëls te kry.
  - ii  $-35; -20; -5; 10$
- d i Vermenigvuldig elke getal met 10 om die volgende getal in die reëls te kry.
  - ii  $4\ 000; 40\ 000; 400\ 000; 4\ 000\ 000$
- e i Vermenigvuldig elke getal met  $-3$  om die volgende getal in die reëls te kry.
  - ii  $81; -243; 729; -2\ 187$
- f i Deel elke getal deur 4 om die volgende getal in die reëls te kry.
  - ii  $18\ 750; 4\ 687,5; 1\ 171,875; 292,96875$

- \*g i Die teller bly 1. Tel 3 by elke noemer om die volgende noemer in die reeks te kry.  
 ii  $\frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}, \frac{1}{21}$
- \*h i Die teller bly 1. Deel deur die kwadraat (negatief) van elke termnommer om die noemer te kry.  
 ii  $-\frac{1}{64}, -\frac{1}{125}, -\frac{1}{216}, -\frac{1}{343}$
- \*i i Trek opeenvolgende getalle af, m.a.w. trek 1 af, dan 2, dan 3, ens.  
 ii 0; -5; -11; -18
- \*j i Tel opeenvolgende ewe getalle by, m.a.w. tel 2 by, dan 4, dan 6, ens.  
 ii 0; 10; 22; 36
- 2 a i Tel 7 by elke getal om die volgende getal in die reeks te kry.  
 ii 28; 35; 42; 49
- b i Trek R50 van elke getal af om die volgende getal in die reeks te kry.  
 ii R100; R50; R0; -R50
- c i Vermenigvuldig met opeenvolgende getalle, m.a.w. vermenigvuldig met 2, dan met 3, dan met 4, ens. om die volgende getal in die reeks te kry.  
 ii 72; 360; 2 160; 15 120

## Aktiwiteit 2

I-5 Leerders se eie skeppings

## Skryf 'n algemene reël

**Gebruik tabelle om terme van getalpatrone te bepaal; Hoe om die  $n$ de term te kry; Hoe om die algemene reël te bepaal**

### Aktiwiteit 3

### Bepaal terme in getalpatrone

Leerderboek bladsy 102

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Ons leer leerders nie formeel om die formule van 'n patroon te bepaal nie. Dit is 'n meer informele manier om die formule te bepaal.
- Leerders moet die konstante verskil as 'n riglyn gebruik om die uitvoerwaarde ( $T_n$ ) te bepaal. Hulle moet ondermekaar neerskryf hoe om die eerste paar terme te bepaal. Dit sal hulle help om die patroon maklik te sien.
- Dit sal die leerders help as jy meer as twee voorbeelde op die bord saam met hulle doen. Leerders verstaan beter as hulle herhaaldelik sien hoe dit gedoen moet word.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet terugverwys na die voorbeeld in die Leerderboek om hulle te help. Anders kan jy die leerders in pare laat werk.

**Uitbreiding:** Vraag 4-6 is meer uitdagend.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a
- |       |   |   |   |    |
|-------|---|---|---|----|
| $n$   | 1 | 2 | 3 | 4  |
| $T_n$ | 5 | 7 | 9 | 11 |
- b  $T_1 = 2(1) + 3 = 5$ ;  $T_2 = 2(2) + 3 = 7$ ;  $T_3 = 2(3) + 3 = 9$ ;  $T_4 = 2(4) + 3 = 11$   
c  $T_n = 2(n) + 3$   
d Ek moet elke keer 2 bytel om die volgende getal in die getalreeks te kry. Ek het dus die termnommer met 2 vermenigvuldig. Vir die eerste term is  $2 \times 1 = 2$ , maar die antwoord is 5. Ek moet dus 3 bytel om die korrekte antwoord te kry.  
e  $T_{200} = 2(200) + 3 = 403$
- 2 a
- |       |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|
| $n$   | 1  | 2  | 3  | 4  |
| $T_n$ | 10 | 15 | 20 | 25 |
- b  $T_1 = 5(1) + 5 = 10$ ;  $T_2 = 5(2) + 5 = 15$ ;  $T_3 = 5(3) + 5 = 20$ ;  $T_4 = 5(4) + 5 = 25$   
c  $T_n = 5(n) + 5$   
d Ek moet elke keer 5 bytel om die volgende getal in die getalreeks te kry. Ek het dus die termnommer met 5 vermenigvuldig. Vir die eerste term is  $5 \times 1 = 5$ , maar die antwoord is 10. Ek moet dus 5 bytel om die korrekte antwoord te kry.  
e  $T_{200} = 5(200) + 5 = 1\ 005$
- 3 a
- |       |   |   |   |    |
|-------|---|---|---|----|
| $n$   | 1 | 2 | 3 | 4  |
| $T_n$ | 2 | 5 | 8 | 11 |
- b  $T_1 = 3(1) - 1 = 2$ ;  $T_2 = 3(2) - 1 = 5$ ;  $T_3 = 3(3) - 1 = 8$ ;  $T_4 = 3(4) - 1 = 11$   
c  $T_n = 3(n) - 1$   
d Ek moet elke keer 3 bytel om die volgende getal in die getalreeks te kry. Ek het dus die termnommer met 3 vermenigvuldig. Vir die eerste term is  $3 \times 1 = 3$ , maar die antwoord is 2. Ek moet dus 1 aftrek om die korrekte antwoord te kry.  
e  $T_{200} = 3(200) - 1 = 599$
- \*4 a
- |       |    |    |    |   |
|-------|----|----|----|---|
| $n$   | 1  | 2  | 3  | 4 |
| $T_n$ | -6 | -4 | -2 | 0 |
- b  $T_1 = 2(1) - 8 = -6$ ;  $T_2 = 2(2) - 8 = -4$ ;  $T_3 = 2(3) - 8 = -2$ ;  $T_4 = 2(4) - 8 = 0$   
c  $T_n = 2(n) - 8$   
d Ek moet elke keer 2 bytel om die volgende getal in die getalreeks te kry. Ek het dus die termnommer met 2 vermenigvuldig. Vir die eerste term is  $2 \times 1 = 2$ , maar die antwoord is -6. Ek moet dus 8 aftrek om die korrekte antwoord te kry.  
e  $T_{200} = 2(200) - 8 = 392$
- \*5 a
- |       |    |    |     |     |
|-------|----|----|-----|-----|
| $n$   | 1  | 2  | 3   | 4   |
| $T_n$ | -3 | -9 | -15 | -21 |
- b  $T_1 = -6(1) + 3 = -3$ ;  $T_2 = -6(2) + 3 = -9$ ;  $T_3 = -6(3) + 3 = -15$ ;  $T_4 = -6(4) + 3 = -21$   
c  $T_n = -6(n) + 3$   
d Ek moet elke keer 6 aftrek om die volgende getal in die getalreeks te kry. Ek het dus die termnommer met -6 vermenigvuldig. Vir die eerste term is  $-6 \times 1 = -6$ , maar die antwoord is -3. Ek moet dus 3 bytel om die korrekte antwoord te kry.  
e  $T_{200} = -6(200) + 3 = -1\ 197$

\*6 a

$n$	1	2	3	4
$T_n$	-10	-6	-2	2

- b  $T_1 = -1(1 \times 1) = -1$ ;  $T_2 = -1(2 \times 2) = -4$ ;  $T_3 = -1(3 \times 3) = -9$ ;  $T_4 = -1(4 \times 4) = -16$   
 c  $T_n = -1(n^2)$  or  $T_n = -1(n \times n)$   
 d Ek moet die termnommer met homself en met  $-1$  vermenigvuldig om die korrekte antwoord te kry.  
 e  $T_{200} = -1(200 \times 200) = -40\,000$

## Hoofstuk 4 hersiening

### Nota

Leerders sal hierdie inhoud aan die einde van Hoofstuk 5 hersien.

Leerders kan ook gevra word om vraag I-3 van **Hoofstuk 5 hersiening** nou te beantwoord.

Review Copy





# Funksies en verwantskappe

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 103–114

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

**Eenheid 1: Invoerwaardes, uitvoerwaardes en vloeiagramme** 1,5 ure  
 Invoerwaardes, uitvoerwaardes en vloeiagramme  
 Herken, beskryf en staaf die reël

**Eenheid 2: Ekwivalente vorms van verwantskappe** 1,5 ure  
 Gebruik ekwivalente vorms om uitvoerwaardes te bepaal  
 Gebruik ekwivalente vorms om die reël te bepaal

*Hoofstuk 5 hersiening*

### EENHEID



## Invoerwaardes, uitvoerwaardes en vloeiagramme

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 104

Voorgestelde tydstoekenning: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- definieer invoer- en uitvoerwaardes
- definieer terme en termnommers
- werk vorentoe om die uitvoerwaarde te bepaal deur die reël te gebruik wat in 'n vloeiagram gegee is
- werk terug en doen die omgekeerde bewerkings om die invoerwaarde te bepaal deur die reël te gebruik wat in 'n vloeiagram gegee is
- los probleme op wat tabelle, vloeiagramme en formules bevat

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 104

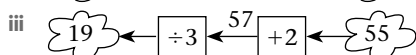
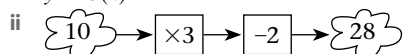
1 a  $y = -4(-1) - 15 = -11$

b  $y = 18 \div -2 + 27 = 18$

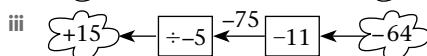
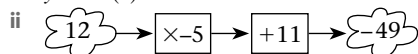
2 a  $x = -5(-3) + 15 = 30$

b  $x = 20(4) + 20 = 100$

3 a i  $y = 3(n) - 2$



b i  $y = -5(n) + 11$



## Agtergrondinligting

Leerders het in vorige grade omvattend met invoer- en uitvoerwaardes, vloei-diagramme en tabelle gewerk.

Leerders bepaal in Graad 8 invoer- en uitvoerwaardes van reëls vir patrone en verwantskappe deur van veranderlikes, formules en vergelykings gebruik te maak.

Die reëls en getalpatrone waarvoor leerders invoer- en uitvoerwaardes moet bepaal, word uitgebrei om patrone met vermenigvuldiging en deling van heelgetalle en getalle in eksponensiële vorm in te sluit.

Hulle begin ook 'n bewustheid opbou van die definisiegebied van invoerwaardes om natuurlike getalle, heelgetalle en rasionale getalle in te sluit.

## Onderwysriglyne

Vloei-diagramme is baie nuttig om 'n reël vas te stel. Leerders gebruik dit al vir jare in verskillende gedaantes, soos die lineêre vloei-diagram, die "spinnepkop"- of "skoelapper"-diagram, ensovoorts. Dit is nuttig om 'n klomp sulke voorbeelde wat hulle moontlik al teëgekomp het, byderhand te hou.

Maak seker dat leerders verstaan dat die getalle aan die linkerkant van die vloei-diagram die invoerwaardes is as daar van links na regs beweeg word. Die getal aan die einde van die vloei-diagram is die uitvoerwaarde.

Stappe word aan leerders verskaf om die reël of algemene formule te skryf. Dit is 'n baie belangrike vaardigheid en kom handig te pas in Algebra. Maak seker dat leerders óf die vloei-diagram met die invoer- en uitvoerwaardes óf tabelle kan gebruik om die algemene formule te kry.

# Invoerwaardes, uitvoerwaardes en vloeiagramme

## Aktiwiteit 1

### Bepaal invoerwaardes en uitvoerwaardes

Leerderboek bladsy 105

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders moet vorentoe werk om die uitvoerwaarde te bepaal. Hulle moet eers die antwoord op elke stap in die vloeiagram kry voordat hulle na die volgende stap oorgaan en dan uiteindelik die uitvoerwaarde bepaal.
- Leerders werk agteruit om die invoerwaarde te bepaal. Hulle doen die omgekeerde bewerking in elke stap en kry ook die antwoord op elke stap voordat hulle na die volgende stap oorgaan.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek en hersien die betekenis van die simbole  $n$  en  $T_n$ .
- Verskaf bykomende oefeninge en vloeiagramme aan leerders en laat hulle oefen om die inligting in tabelle te skryf en die algemene reël te bepaal. Hul selfvertroue en vaardigheid sal met oefening toeneem.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet stap vir stap werk om elke antwoord te kry voordat hulle na die volgende een oorgaan.

**Uitbreiding:** Leerders wat die werk vinnig snap en die aktiwiteit vinnig voltooi, kan ander leerders help wat sukkel. Hulle kan ook in pare werk en vir mekaar vloeiagramme opstel om op te los.

#### Voorgestelde antwoorde

- |   |                               |                                |
|---|-------------------------------|--------------------------------|
| 1 | a $y = 15(4) + 3 = 63$        | b $y = (13 + 7) \div 4 = 5$    |
|   | c $y = 24 \div -2 - 8 = -20$  | d $y = (72 + 8) \div -2 = -40$ |
|   | e $y = -5(-3) + 7 = 22$       |                                |
| 2 | a $x = (99 \div 3) - 3 = 30$  | b $x = 10(8) + 20 = 100$       |
|   | c $x = (23 - 5) \div -3 = -6$ | d $x = (-20 + 10) \div -2 = 5$ |
|   | e $x = (30 \div -3) + 6 = -4$ |                                |

## Herken, beskryf en staaf die reël

## Aktiwiteit 2

### Bepaal die formule, invoerwaardes en uitvoerwaardes

Leerderboek bladsy 107

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hier leer ons die leerders formeel hoe om die formule te bepaal. Werk noukeurig en stelselmatig deur die stappe en voorbeelde in die Leerderboek.
- Hierdie stappe mag vir leerders baie lank lyk. Dit is die beste om ten minste drie bykomende voorbeelde op die bord saam met die leerders te doen sodat hulle stap vir stap kan sien hoe dit gedoen word.

- Wanneer jy by die derde voorbeeld kom, vra die leerders om vir jou te sê wat die volgende stap is en wat jy op die bord moet skryf.
- Leerders moet ook die formules wat hulle so pas geskryf het, gebruik om invoer- en uitvoerwaardes te bepaal.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders mag dalk baie hulp benodig. Verwys terug na die stappe en voorbeelde in die Leerderboek. Laat hulle in pare werk indien nodig.

**Uitbreiding:** Vraag **lg-lh** en vraag **2h** is meer uitdagend. Laat leerders in pare saam met ander leerders sodat hulle mekaar kan help.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $y = 2(n) + 1$ ;  $a = 2(15) + 1 = 31$ ;  $b = (41 - 1) \div 2 = 20$   
 b  $y = 5(n) - 2$ ;  $c = 5(20) - 2 = 98$ ;  $d = (123 + 2) \div 5 = 25$   
 c  $y = 3(n) - 4$ ;  $e = 3(12) - 4 = 32$ ;  $f = (23 + 4) \div 3 = 9$   
 d  $y = -2(n) + 22$ ;  $e = -2(10) + 22 = 2$ ;  $f = (-14 - 22) \div -2 = 18$   
 e  $y = -1(n) + 11$ ;  $j = -1(15) + 11 = -4$ ;  $k = (-8 - 11) \div -1 = 19$   
 f  $y = -4(n) + 6$ ;  $m = -4(8) + 6 = -26$ ;  $p = (-42 - 6) \div -4 = 12$   
 \*g  $y = 10(n^2)$ ;  $q = 10(12^2) = 1\,440$ ;  $r = \sqrt{(810 \div 10)} = 9$   
 \*h  $y = n^3 + 1$ ;  $v = 7^3 + 1 = 344$ ;  $w = \sqrt[3]{(730 - 1)} = 9$
- 2 a  $K = 100(n) + 250$  b  $12(100) + 50 = R1\,250$   
 c  $(2\,050 - 250) \div 100 = 18$  fietse d R180  
 e  $I = 180(n)$  f  $12(180) = R2\,160$   
 g  $2\,880 \div 180 = 16$  fietse  
 \*h Inkomste =  $180(7) = R1\,260$   
 Uitgawes =  $100(7) + 250 = R950$   
 Wins =  $R1\,260 - R950 = R310$

## EENHEID

# 2

## Ekwivalente vorms van verwantskappe

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 109  
 Voorgestelde tydstoekenning: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- bepaal uitvoerwaardes van getal- en meetkundige patrone deur vloeiagramme te teken, formules te gebruik en met tabelle te werk
- bepaal en beskryf die reëls van getal- en meetkundige patrone deur hulle in woorde te beskryf, vloeiagramme te teken, formules te gebruik en met tabelle te werk

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

## Hoofrekenne

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 109

1 a  $t = 10p - 20$

b + c

$p$	1	2	3	4	5
$t$	-10	0	10	20	30

2 a

<b>Termnommer</b>	$n$	1	2	3	4
<b>Aantal vierkante</b>	$q$	5	7	9	11

b  $q = 2(n) + 3$

c Ek moet die invoerwaarde met 2 vermenigvuldig en dan 3 bytel om die uitvoerwaarde te kry.

3 a  $t = 10(p) + 5$

b Ek moet die invoerwaarde met 10 vermenigvuldig en dan 5 bytel om die uitvoerwaarde te kry.

## Agtergrondinligting

Die fokus hierdie kwartaal is op die oefening van bewerkings met heelgetalle, of om heelgetalle by die reëls in te sluit om uitvoerwaardes te bepaal.

Dit is belangrik om daarop te let dat wanneer leerders invoer- of uitvoerwaardes vir gegewe reëls bepaal, hulle die numeriese waarde van algebraïese uitdrukkings met behulp van substitusie bepaal.

## Onderwysriglyne

Leerders lê in **Hoofstuk 4 Patrone, funksies en Algebra** en **Hoofstuk 5 Funksies en verwantskappe** die ekwivalente vorms waarin funksies en verwantskappe geskryf word, vas. Leerders veralgemeen die patroon of verwantskap in albei hoofstukke na 'n reël wat hulle dan kan gebruik om ander waardes op posisies te voorspel.

Leerders het met sommige van hierdie ekwivalente vorms gewerk in vorige grade. Die vloedidiagram in verskeie vorms, insluitende lineêrediagramme, word hier gebruik en die "spinnepkop"- of "skenlapper"-diagram wat in vroeëre grade gebruik is, kom handig te pas om die reëls vas te stel.

Die reëls kan dan gebruik word om 'n tabel van invoer- en uitvoerwaardes te voltooi. Wanneer die invoer- en uitvoerwaardes as spesifieke veranderlikes gegee word, kan die algemene reël of formule bepaal word. (Gebruik die stappe in die Leerderboek indien nodig.)

Leerders behoort meer gemaklik te wees om tussen die verskillende ekwivalente vorms, insluitend die skryf van die algemene reël of formule, te beweeg.

# Gebruik ekwivalente vorms om uitvoerwaardes te bepaal

## Aktiwiteit I

## Bepaal uitvoerwaardes

Leerderboek bladsy 111

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Leerders gaan in hierdie afdeling al die vaardighede oefen wat hulle reeds verkry het.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet probleme oordoen tot hulle alles regkry.

**Uitbreiding:** Vraag 4 is meer uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

1 a  $t = 4(p) + 10$

b  $t = 4(1) + 10 = 14; 30; 2; -10; -30$

c

$p$	1	2	3	4	5
$t$	14	18	22	26	30

2 a  $t = (p \div 2) - 7$

b  $t = (8 \div 2) - 7 = -3; -5; -8; -12; -16$

c

$p$	1	2	3	4	5
$t$	$-6\frac{1}{2}$	-7	$-7\frac{1}{2}$	-8	$-8\frac{1}{2}$

3 a  $t = (p + 7) \times -3$

b  $t = (3 + 7) \times -3 = -30; -24; -15; -12; 3$

c

$p$	1	2	3	4	5
$t$	-24	-27	-30	-33	-36

\*4 a  $t = (p - 4) \div 3$

b  $t = (25 - 4) \div 3 = 21 \div 3 = 7; 1; -1; -4; -10$

c

$p$	1	2	3	4	5
$t$	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$1\frac{1}{3}$

# Gebruik ekwivalente vorms om die reël te bepaal

## Aktiwiteit 2      Bepaal en beskryf die reël

Leerderboek bladsy 112

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Leerders moet die reël op hul eie bepaal. 'n Leidraad waarna hulle kan kyk, is die uitvoerwaarde wanneer die invoerwaarde 0 is. Dit sal die getal wees wat jy bytel/af trek. Hulle kan dit en nog 'n paar invoer- en uitvoerwaardes gebruik om die reël te bepaal deur agteruit te werk.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders werk in pare.

**Uitbreiding:** Leerders werk in pare en maak moeiliker reëls op wat hul maats moet oplos.

### Voorgestelde antwoorde

- I a i
- |                     |     |   |   |   |   |
|---------------------|-----|---|---|---|---|
| <b>Termnommer</b>   | $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| <b>Aantal blare</b> | $b$ | 2 | 4 | 6 | 8 |
- ii  $b = 2(n)$   
iii Ek moet die invoerwaarde met 2 vermenigvuldig om die uitvoerwaarde te bepaal.

- b i
- |                         |     |   |   |   |   |
|-------------------------|-----|---|---|---|---|
| <b>Termnommer</b>       | $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| <b>Aantal kleipotte</b> | $k$ | 2 | 3 | 4 | 5 |
- ii  $k = n + 1$   
iii Ek moet 1 by die invoerwaarde tel om die uitvoerwaarde te kry.

- c i
- |                                        |     |   |   |    |    |
|----------------------------------------|-----|---|---|----|----|
| <b>Termnommer</b>                      | $n$ | 1 | 2 | 3  | 4  |
| <b>Aantal herwinde plastiekbottels</b> | $p$ | 4 | 9 | 14 | 19 |
- ii  $p = 5(n) - 1$   
iii Ek moet die invoerwaarde met 5 vermenigvuldig en dan 1 aftrek om die uitvoerwaarde te kry.

- d i
- |                     |     |   |   |   |    |
|---------------------|-----|---|---|---|----|
| <b>Termnommer</b>   | $n$ | 1 | 2 | 3 | 4  |
| <b>Aantal stene</b> | $s$ | 1 | 4 | 9 | 16 |
- ii  $s = n^2$   
iii Ek moet die invoerwaarde met homself vermenigvuldig om die uitvoerwaarde te kry.  
OF: Ek moet die invoerwaarde kwadreer om die uitvoerwaarde te kry.

- e i
- |                    |     |   |   |   |   |
|--------------------|-----|---|---|---|---|
| <b>Termnommer</b>  | $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| <b>Aantal uile</b> | $u$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
- ii  $u = n$   
iii Die invoerwaarde is gelyk aan die uitvoerwaarde.

- 2 a i  $t = 5(p) - 2$   
 ii Ek moet die invoerwaarde met 5 vermenigvuldig en dan 2 aftrek om die uitvoerwaarde te kry.
- b i  $t = (p \div 2) + 2$   
 ii Ek moet die invoerwaarde deur 2 deel en dan 2 bytel om die uitvoerwaarde te kry.
- c i  $t = 6(p) + 24$   
 ii Ek moet die invoerwaarde met 6 vermenigvuldig en dan 24 bytel om die uitvoerwaarde te kry.
- 3 Leerders se eie werk.

## Hoofstuk 5 hersiening

Leerderboek bladsy 114

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en te bepaal waar remediëring nodig mag wees. Let op dat die hersiening vir hoofstukke 4 en 5 gekombineer is in een hersieningsoefening op bladsy 113 in die Leederboek. Jy kan dit oorweeg om vraag 1–3 as een oefening en vraag 4–5 as 'n tweede oefening te doen.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a Ek moet opeenvolgende ewe getalle aftrek, m.a.w. trek 2 af, dan 4, dan 6, ens. om die volgende getal te kry.  
 b  $-8; -18; -30; -44$
- 2 a
- |       |   |    |    |     |
|-------|---|----|----|-----|
| $n$   | 1 | 2  | 3  | 4   |
| $T_n$ | 3 | -2 | -7 | -12 |
- b  $T_n = -5(n) + 8$   
 c Ek moet 5 van elke getal aftrek om die volgende getal in die reeks te kry, dus het ek die termnommer met  $-5$  vermenigvuldig. Vir term 1 is  $-5 \times 1 = -5$ , maar die antwoord is 3, dus moes ek 8 bytel.  
 d  $T_{100} = -5(100) + 8 = -492$
- 3 a  $y = 2(n) - 11$   
 b  $m = 2(12) - 11 = 24 - 11 = 13$   
 c  $p = (27 + 11) \div 2 = 38 \div 2 = 19$   
 d  $t = -1(p) + 4$   
 b  $t = -1(5) + 4 = -5 + 4 = -1; 1; 6; 8; 15$
- c
- |     |   |   |   |   |    |
|-----|---|---|---|---|----|
| $p$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  |
| $t$ | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 |
- 5 a
- |                        |     |   |   |    |    |
|------------------------|-----|---|---|----|----|
| <b>Termnommer</b>      | $n$ | 1 | 2 | 3  | 4  |
| <b>Aantal diamante</b> | $d$ | 5 | 8 | 11 | 14 |
- b  $d = 3(n) + 2$   
 c Ek moet die invoerwaarde met 3 vermenigvuldig en dan 2 bytel om die uitvoerwaarde te kry.





# Algebraïese uitdrukkings

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 115–129

Voorgestelde tydstoekenning: 4,5 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

### Eenheid 1 Algebraïese taal

2 ure

Skryf in algebraïese taal

Veranderlikes en konstante getalle

Algebraïese konvensies

Gelyksoortige en ongelyksoortige terme

Benoeming en rangskikking van uitdrukkings

### Eenheid 2 Uitbreiding en vereenvoudiging van algebraïese uitdrukkings

2,5 ure

Verwydering van hakies

Skryf in uitgebreide notasie

Optelling en aftrekking van gelyksoortige terme

Gebruik eienskappe om gelyksoortige terme op te tel en af te trek

Hoofstuk 6 hersiening



# Algebraïese taal

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 116

Voorgestelde tydstoekening: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- skryf in algebraïese taal deur woorde en sinsdele met simbole te vervang
- hersien en identifiseer veranderlikes en konstante getalle in algebraïese uitdrukkings
- gebruik veranderlikes en konstante getalle om algebraïese uitdrukkings te skryf
- definieer en identifiseer uitdrukkings, terme en koëffisiënte
- leer 'n paar belangrike algebraïese konvensies
- korregeer uitdrukkings volgens die algebraïese konvensies
- tel hoeveel terme daar in 'n uitdrukking is
- definieer en identifiseer gelyksoortige en ongeliksoortige terme
- benoem uitdrukkings
- rangskik uitdrukkings in stygende, dalende en alfabetiese volgorde

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; fotokopieë van munte en note

### Hoofrekenne

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 116

1 a  $16 + x$  (of  $x + 16$ )

c  $\frac{2x}{10} + 5$

2 a  $2m$

b  $abz$

3 a 2

b 3

4

a	1	3	-5
b	3	1	1
c	0	-2	12
d	1	0	-1
e	0	-1	0

b  $3x - 10$

d  $\frac{2}{3}n$  leersers

c  $-6kl$

d  $3tu + ty$

c 1

d 3

5

a	8	$abc$	3
b	-16	$rs$	1
c	1	$x$	5
d	-1	$b$	2

6 a  $4y\gamma x$

b  $-18x$

c  $\frac{2}{p}$

7 a Ongelyksoortige terme; daar is twee terme met  $a^3b^3$  en een term met  $a^3b$ .

b Gelyksoortige terme

8 a Drieterm

b Eenterm

c Drieterm

d Eenterm

9  $18 - 3x - 2x^2 + 9x^3 - 12x^4 + x^6$

10  $-3p^2 + 6pq + 5q^2 + 1$

## Agtergrondinligting

- Leerders het in Graad 7 kennis gemaak met formele algebraïese taal as simboliese taal om die begrip van veranderlikes te ontwikkel.
- Hulle het reëls en verwantskappe wat in simboliese vorm voorgestel is (reëls en verwantskappe wat deur middel van simbole voorgestel word), herken, geskryf en vertolk.
- Hulle het ook veranderlikes en konstante getalle in formules en vergelykings geïdentifiseer.
- Hulle hersien die bogenoemde in Graad 8 en maak kennis met die konvensies van algebraïese taal. Hulle begin ook om algebraïese uitdrukkings te manipuleer.

## Onderwysriglyne

Hersien al die werk wat in Graad 7 gedoen is weer eens deeglik om seker te maak al die leerders het dieselfde kennis van die algebraïese taal en konvensies, aangesien dit moontlik nie konsekwent by alle skole gedek is in Graad 7 nie. Jy kan ook die hoofrekenafdeling gebruik as voorafgaande kennis oefening om vas te stel presies waar die leemtes in die kennis of begrip van hierdie belangrike afdeling is. Daar is op hierdie stadium kans om die leemtes te vul en dit is beter om tyd te spandeer daaraan om seker te maak dat die terminologie goed vasgelê is voordat daar aanbeweeg word. Leerders sal die vrugte pluk van 'n goeie grondslag in hierdie afdeling van Algebra in VOO-Wiskunde.

Hierdie hoofstuk bied nog 'n geleentheid aan leerders om die nuwe terminologie en hul definisies in hul woordelys te skryf indien hulle een begin het. Dit is belangrik dat woorde soos *koëffisiënt*, *konstante*, *veranderlike*, *basis*, *mag*, *gelyksoortig*, en *ongelyksoortig* almal dikwels in die klas gebruik word sodat leerders gewoond raak daaraan om dit te hoor en te gebruik. Vra hulle gedurig om die koëffisiënt van terme te identifiseer, of hoeveel veranderlikes daar is, ensovoorts.

Maak seker dat die konvensies bespreek word en vra leerders om ekstra voorbeelde van hul eie vir elke bespreking te gee. Maak seker dat alle leerders die reëls in die Leerderboek ken.

Gelyksoortige en ongelyksoortige terme kan baie verwarrend wees vir leerders, veral wanneer daar baie verskillende veranderlikes is. As leerders die konvensie van teken, koëffisiënt, veranderlike in alfabetiese volgorde en dalende magte volg, is dit makliker om te vergelyk en te identifiseer of die terme dieselfde is. Dit is 'n ander rede waarom hierdie eenheid met sy konvensies so belangrik is: as leerders hierdie konvensies ignoreer, sal die manipulasie van uitdrukkings baie moeilik raak.

# Skryf in algebraïese taal

## Reëls om woorde/sinsdele met simbole te vervang

### Aktiwiteit 1

### Skryf in algebraïese taal

Leerderboek bladsy 117

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Begin die les informeel deur vir die leerders te vra wat hulle dink woorde en sinsdele soos *som van*, *produk*, ens. beteken. Hulle moet sê +, ×, ens. Leerders behoort hierdie woorde en sinsdele te ken en te weet wat hulle beteken.
- Verduidelik hoe ons in algebraïese taal kan skryf deur woorde en sinsdele met simbole te vervang. Werk deur die voorbeelde en reëls in die Leerderboek.
- Beklemtoon dat 'n simbool 'n teken is wat ons in die plek van woorde gebruik en dat wanneer ons in algebraïese taal skryf, ons wiskundig skryf deur kombinasies van simbole te gebruik.
- Verduidelik reël 6 baie noukeurig en maak seker dat leerders hierdie reël begryp.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders kan in pare werk. Dit help soms as 'n maat eers die vraag hardop lees sodat die ander leerder dit kan hoor.

**Uitbreiding:** Vraag 15 en 16 is meer uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

1  $x + 2$

2  $x - 16$

3  $2x$

4  $\frac{26}{x}$

5  $x + 40$  of  $40 + x$

6  $x + 5 - 10$  (of  $x - 5$ )

7  $2x - 4$

8  $x + \frac{1}{2}x$

9  $x - 6 = 20 - 9$  (of  $x - 6 = 11$ )

10  $9 + 2 \times x = 13$

11  $\frac{50}{x} = 10$

12  $13 \times 5 \times x = 1\,170$  (of  $65x = 1\,170$ )

13  $x = 18 - 5$

14  $56 = 12 + x$

\*15  $1 + x = 2 \times x$

\*16  $\frac{1}{2} \times x \times 2 + 13$

## Veranderlikes en konstante getalle

### Aktiwiteit 2

### Identifiseer veranderlikes en konstante en skryf algebraïese uitdrukkings

Leerderboek bladsy 118

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders het in Hoofstuk 3 met veranderlikes en konstante getalle gewerk. Hersien die definisies.
- Leerders moet ook leer hoe om veranderlikes en konstante getalle te gebruik om algebraïese uitdrukkings te skryf.

- Beklemtoon dat 'n algebraïese uitdrukking getalle en simbole bevat, maar nie 'n = teken nie.
- Sê 'n paar voorbeelde hardop, soos  $x + 5$ ;  $32x + 3 = 35$ ; ens. en vra die leerders om te sê of dit algebraïese uitdrukkings is of nie.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders kan in pare werk. Elke leerder moet egter die antwoorde in sy of haar eie oefenboek neerskryf. Verskaf bykomende voorbeelde aan leerders vir oefening.

**Uitbreiding:** Vraag 3 is meer uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

- |    |                                                  |                                                           |                      |
|----|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|----------------------|
| 1  | a Konstante                                      | b Veranderlike                                            | c Veranderlike       |
|    | d Konstante                                      | e Veranderlike                                            | f Konstante          |
| 2  | a $R55 - t$                                      | b $7 \times x$                                            | c $\frac{1}{3}g$     |
|    | e $\frac{1}{2}t$                                 | f $\frac{4}{5}p$                                          | g $\frac{x}{5}$      |
|    | i $\frac{9}{10}d$                                | j $\frac{13}{15}t$                                        | d $c + 11$           |
|    |                                                  |                                                           | h $(2 + x) \times 3$ |
| *3 | a $2x + 1$                                       | b $2x + 1 + 5$ (of $2x + 6$ ) of $2x - 1 + 5$ of $2x + 4$ |                      |
|    | c $\frac{1}{2}(2x + 1)$ of $\frac{1}{2}(2x - 1)$ | d $x; x + 1$                                              |                      |
|    | e $x; x + 1; x + 2$                              | f $x - 1; x; x + 1$                                       |                      |

## Algebraïese konvensies

### Uitdrukkings, terme en koëffisiënte; Belangrike algebraïese konvensies

#### Aktiwiteit 3

#### Werk met konvensies, terme en koëffisiënte

Leerderboek bladsy 120

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien terminologie soos *uitdrukking*, *term*, *konstante*, *veranderlike*, *grondtal*, *eksponent*, *mag* en *koëffisiënt*. Vra die leerders om voorbeelde van elkeen te gee.
- Skryf 'n paar voorbeelde op die bord. Vra leerders om die terme, koëffisiënte, konstante getalle en veranderlikes te identifiseer. Hulle moet ook sê of dit algebraïese uitdrukkings is of nie.
- Werk deur die definisies in die Leerderboek.
- Maak seker dat leerders verstaan wanneer daar net een term is en wanneer daar meer as een term is.
- Wanneer leerders deur die algebraïese konvensies werk, moet hulle altyd seker maak dat hulle vermenigvuldiging sonder hakies of enige ander vermenigvuldigingstekens skryf en dat die uitdrukking in dalende en alfabetiese volgorde geskryf word, tensy anders aangedui.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Vraag 3 en 4 is in 'n tabel om die werk vir leerders “op te breek” om dit makliker te maak om te doen.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $8m$  b  $ab$  c  $kmp$  d  $8r$  e  $5mn$  f  $2abc$   
g  $4bc$  h  $3gh$  i  $z$  j  $abc$  k  $4ax + 6y$  l  $\frac{4+p}{2}$   
2 a 2 b 3 c 2 d 1 e 2 f 1  
g 2 h 4 i 2 j 1 k 2 l 1

3	Uitdrukking	Koëffisiënt van $x^2$	Koëffisiënt van $x$	Konstante
a	$x^2 + 6x + 5$	1	6	5
b	$2x - x^3 + 9x^2 - 1$	9	2	-1
c	$x^2 + 10x + 5$	1	10	5
d	$x^2 - 16x$	1	-16	0
e	$2x - 3y + z$	0	2	0
f	$10x^2 - y$	10	0	0
g	$x^5 - 6x^2 + x$	-6	1	0
h	$x^2 - 1$	1	0	-1

4	Vraag	Koëffisiënt	Grondtal	Eksponent
a	$5p^3$	5	$p$	3
b	$-2a^5$	-2	$a$	5
c	$8(abc)^3$	8	$abc$	3
d	$-(pq)^{-7}$	-1	$pq$	-7
e	$-16(rs)$	-16	$rs$	1
f	$3g$	3	$g$	1
g	$x^5$	1	$x$	5
h	$-b^2$	-1	$b$	2

## Gelyksoortige en ongelyksoortige terme

## Werk met gelyksoortige en ongelyksoortige terme

Leerderboek bladsy 121

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Gebruik 'n paar sakkies met regte of nagmaakte muntstukke (5c, 10c, 20c, 50c, R1, R2 en R5). (Fotokopieer regte geld en knip die sirkels rofweg uit as jy nie regte muntstukke het nie.)
- Laat leerders in groepe werk. Laat elke groep al hul geld op die tafel of vloer neergooi. Die eerste span wat kan sê hoeveel geld daar is, wen.
- Vra die wenspan daarna hoe hulle so gou by die antwoord kon uitkom. Hulle sal waarskynlik sê dat hulle al die R2-muntstukke, al die R1-muntstukke, ens. bymekaargesit het, dit afsonderlik getel het en toe die totale bymekaargetel het.
- Verduidelik aan die leerders dat wat hulle inderwaarheid besig was om te doen, was om al die gelyksoortige muntstukke in groepe te sorteer en dat ons met getalle ook die *gelyksoortige terme* bymekaartel. Doen 'n voorbeeld op die bord om vir hulle te wys wat dit beteken, bv.  $2x + 4x + 10x + 7x$  (hulle het almal  $x$ 'e, dus kan ons hulle bymekaartel).
- Werk deur die inleiding in die Leerderboek.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders kan gelyksoortige terme met glimpenne merk. Dit help om die terme makliker raak te sien.

**Uitbreiding:** Vraag 4–6 toets die leerders se instinktiwiese gevoelens. Dit berei hulle voor op terme wat hulle later in hierdie hoofstuk gaan teëkom.

## Voorgestelde antwoorden

- |   |   |       |   |        |   |      |   |               |   |                 |   |         |
|---|---|-------|---|--------|---|------|---|---------------|---|-----------------|---|---------|
| 1 | a | $2cb$ | b | $3x^3$ | c | $4p$ | d | $a$           | e | $\frac{2}{x+z}$ | f | $2a^2b$ |
|   | g | $4cb$ | h | $3k$   | i | $p$  | j | $\frac{2}{y}$ | k | $3ap$           | l | $4a$    |
- 2
- |   |                                                                                                                                        |   |                                                                                                     |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a | Ongelyksoortig. Die eerste en tweede terme bevat albei $p^2q^2$ , maar die laaste term bevat $p^2q$ (die $q$ het nie 'n kwadraat nie). | c | Gelyksoortig                                                                                        |
| b | Gelyksoortig                                                                                                                           | d | Gelyksoortig                                                                                        |
| e | Gelyksoortig                                                                                                                           | f | Ongelyksoortig. Hoewel al die terme $r^2$ bevat, is die eksponent van $t$ verskillend in elke term. |
| g | Gelyksoortig                                                                                                                           | h | Gelyksoortig                                                                                        |

3	<b>Uitdrukkings waar al die terme gelyksoortige terme is</b>	<b>Uitdrukkings wat ongelyksoortige terme bevat</b>
	a; e; f	b; c; d; g; h

- 4 Sit die R2-muntstukke bymekaar, tel hoeveel daar is, vermenigvuldig dit met twee en kry die totaal. Doen dieselfde met die R5-muntstukke, maar vermenigvuldig met 5. Tel dan die twee totale bymekaar.
- 5 Ons sal nie die geld behoorlik kan tel nie, dus is dit beter om gelyksoortige muntstukke bymekaar te sit.
- 6
  - a Ek *kan* gelyksoortige terme optel.
  - b Ek *kan nie* ongelyksoortige terme optel *nie*.

## Benoeming en rangskikking van uitdrukkings

### Eenterme, tweeterme, drieterme en veelterm; Die volgorde van uitdrukkings

#### Aktiwiteit 5

#### Benoem en rangskik uitdrukkings

Leerderboek bladsy 123

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die terme *eenterm*, *tweeterm*, *drieterm* en *veelterm* en maak seker dat leerders dit verstaan.
- Skryf 'n paar voorbeelde op die bord en vra leerders om te identifiseer of hulle eenterme, tweeterme, drieterme of veelterm is, en om hul antwoorde te staaf.
- Laat leerders eers die getalle 4, 32, 8, 2 en 16 in dalende volgorde rangskik. Vra hulle dan wat hulle oplet oor die eksponente van die getalle wat hulle so pas gerangskik het:  $2^5$ ;  $2^4$ ;  $2^3$ ;  $2^2$  en  $2^1$  (die eksponente is in dalende volgorde).
- Beklemtoon die feit dat die korrekte volgorde waarin 'n uitdrukking geskryf moet word, dalend en alfabeties is. Doen die voorbeelde in die Leerderboek op die bord saam met die leerders.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet vrae wat hulle verkeerd gehad het, oordoen tot hulle dit korrek doen. Oefening is uiters belangrik. Verskaf soveel geleenthede as moontlik aan leerders om te oefen.

**Uitbreiding:** Vraag 3g–3j is meer uitdagend.

#### Voorgestelde antwoorde

- |   |                                     |                                  |
|---|-------------------------------------|----------------------------------|
| 1 | a Drieterm                          | b Eenterm                        |
|   | c Tweeterm                          | d Drieterm                       |
|   | e Veelterm                          | f Drieterm                       |
| 2 | a $12a^5 + 13a^2 + a$               | b $9b^3 - b^2 - 14b + 8$         |
|   | c $3x^6 - x^4 + x^3 - x^2 - 8x + 1$ | d $6y^5 + 3y^4 - y^3 + 5y^2 + 5$ |
| 3 | a $m^4 + 12m^3 + m^2 - 3m + 2$      | b $a^3 + 6a^2 + 4a + 7$          |
|   | c $-2a^5 - 4a^4 + a^2 + a$          | d $-5k^3 - 2k^2 + 7k + 9$        |
|   | e $p^5 - 16p^4 - p^3 + 8p^2$        | f $-5q^3 + 2q^2 + 3q + 6$        |
|   | *g $a^2 + 2ab + b^2$                | *h $x^4y^2 + x^2y^3 - xy^4$      |
|   | *i $-a^2b + ab - b^2 + 1$           | *j $-m^4n^2 - m^2n^4 + mn^6$     |



# Uitbreiding en vereenvoudiging van algebraïese uitdrukkings

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 124

Voorgestelde tydstoekenning: 2,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- verwyder hakies
- skryf terme en uitdrukkings in uitgebreide notasie
- tel gelyksoortige terme op en trek gelyksoortige terme af
- gebruik eienskappe om gelyksoortige terme op te tel en af te trek

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek

### Hoofrekenne

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 124

- |                                                                            |                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 1 a $6x + 6y$                                                              | b $120a + 90b$                                        |
| c $-48a - 32b$                                                             | d $-11x + 110y$                                       |
| e $12a - 144b + 12c - 132z$                                                | f $-8w + 32x + 72y + 16z$                             |
| *g $36v - 45w + 7x + 7y$                                                   | *h $-10a + 45b + 3c + 3d$                             |
| 2 a $7 \cdot a \cdot b \cdot c$                                            | b $2 \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p$         |
| d $-1 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b$                             | c $-10 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b$       |
| e $7 \cdot x \cdot y \cdot y$                                              | f $2 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c$ |
| 3 a $2p^2 + 2p - 11$                                                       | b $23m^2n + 6mn^2 + 3$                                |
| c $3h^2 - 15h - 3$                                                         | d $10b$                                               |
| e $(3a + 11b - 6c) - (-18a + 22b + 42c) = 3a + 11b - 6c + 18a - 22b - 42c$ |                                                       |
|                                                                            | $= 21a - 11b - 48c$                                   |
| 4 a $-5a; -20a$                                                            | b $30x + -20x = 10x$                                  |
| 5 a $-4x^2 + -2x^2 = -6x^2$                                                | b $-4y^5 + (-y^5 + 5y^5) = -4y^5 + 4y^5 = 0$          |
| 6 a $-4a; 6a; 36a - 54a = -18a$                                            | b $-8x; 2x; 8x - (-2x) = 10x$                         |
| 7 a $-7(-3x + 5x) = -7(2x) = -14x$                                         | b $-1(-15y - 10y) = -1(-25y) = 25y$                   |

### Agtergrondinligting

- Leerders is in Graad 7 bekendgestel aan formele algebraïese taal as simboliese taal om die begrip van veranderlikes te ontwikkel.
- Hulle het reëls en verwantskappe wat in simboliese vorm voorgestel is (voorstelling van reëls en verwantskappe deur simbole te gebruik), herken, geskryf en vertolk.
- Hulle het ook veranderlikes en konstante getalle in formules en vergelykings geïdentifiseer.
- Hulle hersien die bogenoemde in Graad 8 en word bekendgestel aan die konvensies van algebraïese taal. Hulle begin ook algebraïese uitdrukkings manipuleer.

## Onderwysriglyne

Leerders begin om algebraïese uitdrukkings te manipuleer in hierdie eenheid. Dit vereis 'n verskeidenheid van wiskundige vaardighede wat gelyktydig gebruik moet word. Elke hoofstuk tot dusver het gebou op die vorige een om seker te maak dat leerders die vaardighede het wat nodig word. Byvoorbeeld, 'n relatiewe eenvoudige vereenvoudiging soos  $7(a + c)$ , vereis kennis van die distributiewe eienskap, vermenigvuldiging en algebraïese konvensies.

Alhoewel leerders die distributiewe eienskap vir telgetalle en heelgetalle in hoofstukke 1 en 2 gebruik het, is dit 'n goeie idee om die numeriese reël vinnig te hersien voordat daar met hierdie eenheid begin word. Maak seker dat die algebraïese konvensies in die vorige eenheid goed vasgelê is. Uitgebreide notasie is 'n nuttige hulpmiddel om te verduidelik hoe manipulasies werk.

Maak seker dat leerders verstaan wat gelyksoortige en ongelyksoortige terme is vanuit die vorige eenheid. Hulle kan die terme wat bymekaargetel moet word, onderstreep, omkring of met glimpenne merk. Dit maak dit aanvanklik makliker om al die terme te identifiseer. Wanneer leerders 'n groot aantal terme bymekaar moet tel, is daar 'n gevaar dat sommige “agterbly” en daarom is dit nuttig vir hulle om in die gewoonte te kom om die terme af te merk soos wat hulle optel.

## Verwydering van hakies

### Aktiwiteit 1

### Verwyder hakies

Leerderboek bladsy 125

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Doen  $2(3 + 5)$  aan die linkerkant van die bord en  $(2 \times 3) + (2 \times 5)$  aan die regterkant. Wys dat albei kante dieselfde antwoord gee.
- Skryf neer  $2(x + y)$  en  $(2 \times x) + (2 \times y)$ . Vra vir die leerders of hulle dink dat hierdie twee uitdrukkings dieselfde antwoord sal gee (ja).
- Verduidelik dat wat ons eintlik met  $2(x + y)$  doen, is om dit “uit te vermenigvuldig” en “ontslae te raak” van die hakie.
- Wys vir leerders die “dolfyn”metode. Trek die pyltjies om te wys dat ons eers 2 met  $x$  vermenigvuldig en dan 2 met  $y$  vermenigvuldig. Maak seker dat die leerders sien dat daar *twee* terme *binne* die hakie is en daarom moet daar ook *twee* terme in die antwoord wees.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet die vrae oordoen tot hulle dit korrek het. Verskaf soveel geleenthede moontlik aan leerders om te oefen.

**Uitbreiding:** Vraag 10–14 is meer uitdagend.

## Voorgestelde antwoorde

- |     |                       |     |                      |
|-----|-----------------------|-----|----------------------|
| 1   | $3x + 3y$             | 2   | $20a + 40b$          |
| 3   | $30b + 45c$           | 4   | $-5k - 5m$           |
| 5   | $-18a - 12c$          | 6   | $40p - 90q$          |
| 7   | $25a - 200b$          | 8   | $-21x + 36y$         |
| 9   | $36a - 27b + 54c$     | *10 | $-26x + 28y + 20z$   |
| *11 | $-2k - 3m - n$        | *12 | $-4w + 7x + 2y - 2z$ |
| *13 | $-6a + 2b + 12c - 3d$ | *14 | $2x + 10y$           |

## Skryf uitdrukkings in uitgebreide notasie

### Aktiwiteit 2

### Skryf uitdrukkings in uitgebreide notasie

Leerderboek bladsy 126

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders het reeds uitgebreide notasie teëgekom. Hersien uitgebreide notasie en maak seker dat leerders weet dat getalle eerste geskryf word en daarna die veranderlikes in alfabetiese volgorde.
- Verduidelik die posisie van die vermenigvuldigingskolletjie (effens hoër as die lyn waarop 'n mens skryf).

### Voorgestelde antwoorde

- |    |                                                                    |    |                                                            |
|----|--------------------------------------------------------------------|----|------------------------------------------------------------|
| 1  | $3 \times p \times q \times r$                                     | 2  | $3 \times k \times k \times k \times k$                    |
| 3  | $-2 \times p \times p \times q \times q \times q \times q$         | 4  | $-1 \times x \times x \times y$                            |
| 5  | $14 \times a \times b \times c \times c$                           | 6  | $14 \times a \times a \times b \times b \times c \times c$ |
| 7  | $4 \times x \div y$                                                | 8  | $m \times m \times m \times m \times m$                    |
| 9  | $-30 \times p \times q$                                            | 10 | $2 \times p \times p \times p \times q \times q \times q$  |
| 11 | $2 \times a \times b \times c$                                     | 12 | $-4 \times x \times x \times y \times y$                   |
| 13 | 0                                                                  | 14 | $-1 \times x \times y \times y \times z \times z$          |
| 15 | $m \times m \times m \times m \times n \times n \times n \times n$ | 16 | $\frac{a \times b}{x \times y}$                            |

## Optelling en aftrekking van gelyksoortige terme

**Belangrike reëls vir optelling en aftrekking van terme; Horisontale optelling van gelyksoortige terme**

### Aktiwiteit 3

### Tel gelyksoortige terme horisontaal op

Leerderboek bladsy 126

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die reëls in die Leerderboek.
- Doen 'n maklike optellingsberekening waar daar slegs twee letters van die alfabet en geen eksponente is nie. Wys vir leerders dat hulle gelyksoortige terme met dieselfde kleur kan omkring. Dit maak dit makliker om hulle bymekaar te tel.
- Doen eers twee of drie eenvoudiger voorbeelde en dan twee meer uitdagende voorbeelde.

## Voorgestelde antwoorde

- |     |                  |     |                       |
|-----|------------------|-----|-----------------------|
| 1   | $9a$             | 2   | $24m$                 |
| 3   | $40k$            | 4   | $4p - 5$              |
| 5   | $-9g + 13$       | 6   | $-3h + 5$             |
| 7   | $7a - b$         | 8   | $6x - 4y$             |
| 9   | $29m - 12n$      | 10  | $-2r + 7t - 21$       |
| 11  | $29p + q - 7$    | 12  | $-18v + 9w + 16$      |
| 13  | $10ab - 3cd + 3$ | 14  | $5pq - 20$            |
| 15  | $4p^2 - 2pq - 2$ | *16 | $12x^3y - 11xy^2$     |
| *17 | $-8a^2b - 2$     | *18 | $10p^2 - 15pq^3 + 30$ |

## Vertikale optelling van gelyksoortige terme

### Aktiwiteit 4 Tel gelyksoortige terme vertikaal op

Leerderboek bladsy 127

### Riglyn vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Verduidelik die vertikale metode deur dit stap vir stap op die bord vir die leerders te wys. (Wys hoe om gelyksoortige terme onder mekaar te skryf en in dalende volgorde te doen.) Hulle mag dalk hierdie metode makliker vind omdat hulle hierdie metode in die laerskool gebruik het om op te tel.

## Voorgestelde antwoorde

- |     |                      |     |                          |
|-----|----------------------|-----|--------------------------|
| 1   | $4a^2 - 11a + 11$    | 2   | $16b^2 - 17b + 9$        |
| 3   | $3p^2 - 14p - 25$    | 4   | $2q^2 - 7q + 2$          |
| 5   | $-10x^2 - 21x + 1$   | 6   | $11k^3 + 23k^2 - 2$      |
| 7   | $17x^2 + 4xy - 9y^2$ | 8   | $9a^2 + 4a + 6$          |
| 9   | $4p^2q + 1$          | 10  | $2a + 4b - c$            |
| *11 | $5x^2 - 2x - 19$     | *12 | $8y^4 - 7y^2 + 5$        |
| *13 | $-6a^2 - a + 25$     | *14 | $-7k^6 + 10k^3 - k + 21$ |

## Horisontale aftrekking van gelyksoortige terme

### Aktiwiteit 5 Trek gelyksoortige terme horisontaal af

Leerderboek bladsy 128

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek.
- Beklemtoon dat ons eers die hakies moet verwyder en dan aftrekking verander na optelling van die optellingsinverses. Dit vereenvoudig die proses, aangesien leerders reeds geoefen het hoe om gelyksoortige terme op te tel.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders gelyksoortige terme met glimpenne merk. Onthou:  $() - ()$  beteken  $() - 1()$ , dus moet hulle  $-1$  met die tweede hakie vermenigvuldig.

**Uitbreiding:** Vraag 13–15 is meer uitdagend.

## Voorgestelde antwoorde

1  $q^2 + 4q + 7$

4  $2a^2 + 7a - 11$

7  $-7b^3 + b + 18$

10  $2f^5 + 3f^2 - 20$

\*13  $-4m^2 + 14n^2 - 10$

2  $8x^2 + 10x + 12$

5  $2pq + q^2$

8  $-5c^2 + 14c + 17$

11  $13x - 7y - 3z$

\*14  $2kp - 9p^2 + 8$

3  $9m^2 + 7$

6  $14k^4 + 7k^2 + 8$

9  $-11e^5 + 6e + 15$

12  $-7a + 2ab - 18b$

\*15  $-4x^2 + 66y^2 - z^2$

## Gebruik eienskappe om gelyksoortige terme op te tel en af te trek

Die kommutatiewe eienskap; Die assosiatiewe eienskap; Die distributiewe eienskap

### Aktiwiteit 6

### Ondersoek die eienskappe van gelyksoortige terme

Leerderboek bladsy 129

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders het reeds die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe op telgetalle en heelgetalle toegepas. Nou gaan hulle hierdie eienskappe op gelyksoortige terme toepas.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek. Skryf bykomende voorbeelde van elke eienskap op die bord.

### Remediëring en uitbreiding

Leerders werk in pare. Elke leerder moet egter die antwoorde in sy of haar eie oefenboek neerskryf.

## Voorgestelde antwoorde

1 a  $8x$ ;  $10x$

c  $-3m + 8m = 5m$

2 a  $5n + 10n = 15n$

c  $-4c + 10c = 6c$

3 a  $-10a$ ;  $6a$ ;  $-32a + 18a = -12a$

c  $-2e$ ;  $6e$ ;  $8e + -24e = -16e$

4 a  $5(-3k + 10k) = 5(7k) = 35k$

\*c  $-4p(-3q + 15q) = -4p(12q) = -48pq$

b  $9a + -7a = 2a$

d  $-9k + -10k = -19k$

b  $5p$ ;  $-3p + 9p = 6p$

d  $3h$ ;  $-20h + 2h = -18h$

b  $8c$ ;  $4c$ ;  $40c - 20c = 20c$

d  $8g$ ;  $2g$ ;  $-8g + 2g = -6g$

b  $10(7n - n) = 10(6n) = 60n$

\*d  $-10r(-20t - 8t) = -10r(-28t) = 280rt$

## Hoofstuk 6 hersiening

### Nota

Leerders sal hierdie inhoud aan die einde van Hoofstuk 7 hersien. Leerders kan ook gevra word om vraag 1-3 van **Hoofstuk 7 hersiening** nou te beantwoord.

## 7

## Algebraïese vergelykings

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 130–141

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

**Eenheid 1: Vergelykings**

1,5 ure

Vergelykings wat probleme beskryf

Vertolking van vergelykings

**Eenheid 2: Oplossing van vergelykings**

1,5 ure

Oplossing deur middel van inspeksie

Oplossing deur middel van die probeer-en-verbeter-metode

Oplossing deur vervanging

*Hoofstuk 7 hersiening**PvA: Taak 2: Patrone, verwantskappe en Algebra*

## EENHEID

## 1

## Vergelykings

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 131

Voorgestelde tydstoekenning: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- leer probleemoplossingsvaardighede aan ten einde woordprobleme op te los
- skryf en los vergelykings op
- vertolk vergelykings

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 131

1 a Korrek

b Verkeerd;  $5x - 1 + 4 = 30$ 2 a  $8x - 8 = 56$ ;  $x = 8$ b  $x + x + 10 = 40$ ;  $x = 10$ ; Zihle is 25 jaar oud en haar broer is 15 jaar oud.c  $x + x + 1 = 29$ ;  $x = 14$ ; Die twee getalle is 14 en 15.

## Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7:

- getalsinne geskryf om probleemsituasies te beskryf
- getalsinne ontleed en vertolk wat 'n gegewe situasie beskryf
- getalsinne opgelos met behulp van inspeksie en die probeer-en-verbeter-metode en hulle voltooi. Getalsinne sluit heelgetalle, kwadrate en derdemagte in
- die numeriese waarde bepaal van 'n uitdrukking deur middel van vervanging.

Leerders hersien die bogenoemde in Graad 8 en los vergelykings op deur optellings- en vermenigvuldigingsinverses en eksponentwette te gebruik.

## Onderwysriglyne

Leerders doen al vir baie jare “woordsomme” en het waarskynlik nog nie Algebra gebruik om hulle op te los nie. Hulle sou formules (soos omtrek en oppervlakte) gebruik het indien dit beskikbaar was, maar het dalk nog nie hul eie vergelykings geskryf nie. Leerders word in hierdie eenheid deur die stappe geneem om probleemoplossingsvaardighede te gebruik om woordprobleme te skryf en op te los.

Wiskunde is ontwikkel om probleme op te los en alhoewel die woordprobleme wat in die Wiskunde-handboeke gevind word noodwendig versin is, is hulle goeie voorbeelde van hoe dit gebruik kan word om alledaagse probleme op te los. Probeer om 'n gevoel van opgewondenheid in hierdie afdeling in te bring. Verduidelik aan leerders dat werklike wiskundiges aan “woordprobleme” werk en dat hulle nou by die interessante deel van Wiskunde uitkom. Woordprobleme word dikwels as probleme gesien en leerders hou nie daarvan nie, daarom is dit so belangrik om daardie houding te verander. Wanneer woordprobleme dikwels goefen word, word hulle oefeninge en behoort hulle nie meer probleme te wees nie!

## Vergelykings wat probleme beskryf

### Probleemoplossingsvaardighede

#### Aktiwiteit 1

#### Los woordprobleme op

Leerderboek bladsy 132

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien wat 'n *vergelyking* is en wat die verskil tussen 'n algebraïese uitdrukking en 'n algebraïese vergelyking is (laasgenoemde bevat 'n gelykaanteken en die linkerkant is gelyk aan die regterkant).
- Werk noukeurig deur die stappe en die voorbeeld in die Leerderboek. Staar 'n rukkie hier stil en toets leerders se begrip van woorde soos *vervang* en *probeer-en-verbeter*.
- Dink 'n paar van jou eie woordprobleme uit (soortgelyk aan die probleme in hierdie aktiwiteit) of soek op die Internet na 'n paar woordprobleme. Skryf dit op die bord. Gebruik die probleemoplossingstappe om vir die leerders te wys hoe om die probleem stap vir stap uit te skryf en op te los.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Indien nodig, moet leerders die probleem 'n paar keer oorlees om seker te maak dat hulle dit verstaan. Werk in pare. Elke leerder moet egter die antwoorde in sy of haar eie oefenboek skryf.

**Uitbreiding:** Vraag 6–12 is meer uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 Laat die getal  $x$  wees;  $6x + 7 = 19$ ;  $x = 2$ ; Die getal is 2.
- 2 Laat die getal  $x$  wees;  $10x + 7 = 57$ ;  $x = 5$ ; Die getal is 5.
- 3 Laat die getal  $x$  wees;  $2x - 5 = 15$ ;  $x = 10$ ; Die getal is 10.
- 4 Laat die getal  $x$  wees;  $(x + 11) \times 2 = 26$ ;  $x = 2$ ; Die getal is 2.
- 5 Laat die geheime getal  $x$  wees;  $\frac{1}{2}x + 2 - 3 = 5$ ;  $\frac{1}{2}x - 1 = 5$ ;  $x = 12$ ; die geheime getal is 12.
- \*6 Laat Sibongile  $x$  jaar oud wees; Sibongile:  $x$ ; Thabiso:  $x + 4$   
 $(x) + (x + 4) = 28$ ;  $x = 12$ ; Dus is Sibongile nou 12 en Thabiso 16 jaar oud.
- \*7 Laat Sipho  $x$  doele aanteken; Sipho:  $x$ ; Khaya:  $x + 3$   
 $(x) + (x + 3) = 17$ ;  $x = 7$ ; Dus het Sipho 7 doele aangeteken.
- \*8 Laat Palisa se afstand  $x$  kilometer wees; Palisa:  $x$ ; Jabu:  $x + 10$   
 $(x) + (x + 10) = 70$ ;  $x = 30$ ; Dus het Palisa 30 km gery en Jabu het 40 km gery.
- \*9 Laat die breedte van die reghoek  $x$  sentimeter wees.  
Breedte:  $x$ ; Lengte:  $x + 2$ ;  $(x) \times (x + 2) = 35$ ;  $x = 5$   
Dus is die breedte van die reghoek 5 cm en die lengte is 7 cm.
- \*10 Laat die breedte van die reghoek  $x$  sentimeter wees.  
Breedte:  $x$ ; Lengte:  $x + 1$ ;  $(x) \times (x + 1) = 90$ ;  $x = 9$   
Dus is die breedte van die reghoek 9 cm en die lengte is 10 cm.
- \*11 Laat die breedte van die reghoek  $x$  sentimeter wees.  
Breedte:  $x$ ; Lengte:  $3 \times x$ ;  $(x) \times (3 \times x) = 12$ ;  $x = 2$   
Dus is die breedte van die reghoek 2 cm en die lengte is 6 cm.
- \*12 Laat die kleinste getal  $x$  wees;  $(x) + (x + 1) = 41$ ;  $x = 20$   
Dus is die twee opeenvolgende getalle 20 en 21.

## Vertolking van vergelykings

### Aktiwiteit 2

### Vertolk vergelykings

Leerderboek bladsy 134

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hier probeer ons vir die leerders leer om te beoordeel wanneer 'n uitdrukking of vergelyking wat hulle skryf, korrek is. Hierdie vaardigheid sal hulle in toetse en eksamens help wanneer hulle woordprobleme skryf en oplos.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek en deur bykomende voorbeelde op die bord indien nodig.



## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders werk in pare. Elke leerder moet egter die antwoorde in sy of haar eie oefenboek skryf.

**Uitbreiding:** Vraag 8 is korrek. Ons het gesê dat opeenvolgende getalle  $x$  en  $x + 1$  is.  $x - 1$  en  $x$  is egter ook opeenvolgende getalle.

### Voorgestelde antwoorde

- |                                      |                           |
|--------------------------------------|---------------------------|
| 1 Korrek                             | 2 Verkeerd; $6x + 2 = 20$ |
| 3 Verkeerd; $2x - 5 + 7 = 22$        | 4 Korrek                  |
| 5 Verkeerd; $(x - 15) \times 2 = 10$ | 6 Korrek                  |
| 7 Korrek                             | *8 Korrek                 |

## EENHEID

# 2

## Oplossing van vergelykings

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 135

Voorgestelde tydstoekenning: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- los probleme op deur middel van inspeksie
- los probleme op deur middel van vervanging

Hulpbronne: Leerderboek; oefenboek

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 135

- |                                                   |                               |             |
|---------------------------------------------------|-------------------------------|-------------|
| 1 a $p = 6$                                       | b $q = 14$                    | c $r = 6$   |
| d $r = 5$                                         | e $k = -2$                    | *f $a = 10$ |
| *g $b = 9$                                        | *h $c = -5$                   | *i $m = 0$  |
| 2 a $5 + -2 = 3$                                  | b $5 - 2(-2) = 5 + 4 = 9$     |             |
| c $5 \times -2 = -10$                             | d $\frac{5}{-2}$              |             |
| e $5^2 = 25$                                      | f $4(-2)^2 = 4 \times 4 = 16$ |             |
| g $5^2 \times (-2)^3 = 25 \times 8 = 200$         |                               |             |
| *h $3(5)^2 + 5(-2) = 3(25) + -10 = 75 + -10 = 65$ |                               |             |

## Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7:

- getalsinne geskryf om probleemsituasies te beskryf
- getalsinne wat 'n gegewe situasie beskryf ontleed en vertolk
- getalsinne opgelos en voltooi deur inspeksie en die probeer-en-verbeter-metode (Getalsinne het heelgetalle, kwadrate en derdemagte ingesluit)
- die numeriese waarde van 'n uitdrukking bepaal deur vervanging.

Leerders hersien die bogenoemde in Graad 8 en los vergelykings op deur optellings- en vermenigvuldigingsinverses en eksponentwette te gebruik.

## Onderwysriglyne

Hierdie eenheid hersien die werk wat leerders in Graad 7 gedoen het, maar dis weer eens belangrik om vas te stel of al die leerders, ongeag hul agtergrond in Wiskunde, die oplossing van vergelykings baasgeraak het.

Leerders kan ook herinner word daaraan dat hulle reeds sedert Graad 1 vergelykings opgelos het in die vorm van  $5 + \square = 8$  en dat hulle eenvoudige vergelykings deur inspeksie kan doen. Leerders gebruik in Graad 8 veranderlikes in stede van daardie klein vierkantjie wat in die Grondslagfase gebruik is, maar die hoofrekene-metodes wat in grade 1, 2 en 3 gebruik is, moet nie vergeet word nie.

Die oplossing van vergelykings met behulp van vervanging is ook nie nuut aan leerders nie. Maak seker dat al die leerders hakies gebruik wanneer hulle vervang. Dit is belangrik om hierdie goeie gewoontes vroeg reeds aan te leer. Soos leerders aanbeweeg na Graad 12 Wiskunde, sal daar van hulle word om geleidelik meer komplekse vergelykings met vervanging te doen daarom is die gebruik van hakies uiters belangrik.

## Oplossing deur middel van inspeksie; Oplossing deur middel van die probeer-en-verbeter-metode

### Aktiwiteit 1

### Los vergelykings op deur middel van inspeksie

Leerderboek bladsy 136

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek.
- Skryf 'n paar vergelykings op die bord met  $\square$  in plaas van veranderlikes. Vra leerders om die vergelykings op te los deur net daarna te kyk. (Leerders het in vorige grade met getalsinne gewerk.) Verduidelik vir die leerders wat *ekwivalent* beteken en hoe om vergelykings deur inspeksie op te los.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Gebruik die omgekeerde bewerking om die veranderlike te bepaal.

**Uitbreiding:** Vraag 2f en 3 is meer uitdagend.

## Voorgestelde antwoorde

- |    |            |             |            |            |            |
|----|------------|-------------|------------|------------|------------|
| 1  | a $x = 2$  | b $a = 37$  | c $b = 5$  | d $c = 24$ | e $k = 2$  |
|    | f $p = 6$  | g $q = 40$  | h $r = 5$  | i $r = 8$  | j $x = 83$ |
|    | k $x = 0$  | l $p = 144$ | m $q = 60$ | n $m = 5$  |            |
| 2  | a $x = 4$  | b $m = 3$   | c $x = 7$  |            |            |
|    | d $k = 2$  | e $x = 2$   | *f $x = 4$ |            |            |
| *3 | a $y = 0$  | b $k = 2$   | c $k = 10$ |            |            |
|    | d $m = 10$ | e $k = 25$  | f $x = 2$  |            |            |

## Oplossing deur vervanging

### Aktiwiteit 2 Doen vervanging in uitdrukkings

Leerderboek bladsy 137

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Verduidelik *vervanging* deur iets eenvoudigs, soos  $3x$ , op die bord te skryf. Skryf dan:

As  $x = 1$ :  $3 \times 1 = 3$

As  $x = 2$ :  $3 \times 2 = 6$

As  $x = 3$ :  $3 \times 3 = 9$

As  $x = 4$ :  $3 \times 4 = 12$

Doen die voorbeelde op die bord saam met die leerders. Hulle mag dalk die vrae wat kwadrate bevat, moeiliker vind.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet die stappe behoorlik uitskryf, met die gelykaantekens onder mekaar.

**Uitbreiding:** Vraag 1j–2n is meer uitdagend.

## Voorgestelde antwoorde

- |   |                                                                         |                                   |                   |                  |
|---|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-------------------|------------------|
| 1 | a $-3 + 4 = 1$                                                          | b $-3 - 4 = -7$                   |                   |                  |
|   | c $4 - (-3) = 7$                                                        | d $(-3)(4)(0) = 0$                |                   |                  |
|   | e $(-3)^2 = 9$                                                          | f $\frac{0}{-3} = 0$              |                   |                  |
|   | g $(-3)^3 + 7 = -27 + 7 = -20$                                          | h $\frac{4}{0}$ is ongedefinieerd |                   |                  |
|   | i $4^3 = 64$                                                            |                                   |                   |                  |
|   | *j $(-3)^2(4) - (4)(-3) = 9(4) - -12 = 36 + 12 = 48$                    |                                   |                   |                  |
|   | *k $4^2(0) - 12(4) - 4(-3) = 0 - 48 + 12 = -36$                         |                                   |                   |                  |
|   | *l $2(-3)^2(4) = 2(9)(4) = 2(36) = 72$                                  |                                   |                   |                  |
|   | *m $-(-3 \times 4)^2 = -(-12)^2 = -1 \times 144 = -144$                 |                                   |                   |                  |
|   | *n $[(-3)^2(4) - 31]^3 = (9 \times 4 - 31)^3 = (36 - 31)^3 = 5^3 = 125$ |                                   |                   |                  |
| 2 | a $-40$                                                                 | b $-161$                          | c $2$             | d $68$           |
|   | e $0$                                                                   | f $-24$                           | g $48$            | h Ongedefinieerd |
|   | i $-60$                                                                 | j $-216$                          | k $-\frac{7}{32}$ | l $72$           |

# Hoofstuk 7 hersiening

Leerderboek bladsy 138

Let op dat die hersiening vir hoofstukke 6 en 7 gekombineer is in een hersieningsoefening op bladsy 137 in die Leerderboek. Leerders behoort aangemoedig te word om deur al die inhoud in die hoofstuk te werk voordat die hersieningsoefening aangepak word. Aangesien dit 'n gekombineerde hersieningsoefening is, oorweeg dit om vraag 1–19 as een oefening en vraag 20–23 as 'n tweede oefening te doen.

Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $40 + x$  of  $x + 40$  b  $10x - 16$   
 c  $\frac{50}{x} = 2$  \*d  $2x + 1 = 35$
- 2 a  $R250 + n$  b  $m + 30$
- 3 a  $xyz$  b  $25t$  c  $10pq + 6q$  d  $5(1 - p)$  of  $(1 - p)5$
- 4 a 3 b 2 c 1 d 2
- 5 a 

5	1	3
7	9	-6
-1	0	11

 6 a 

3	k	7
-1	xy	4
15	k	1
1	y	12
- 7 a  $4x^{15}$  b  $8p$  c  $\frac{5}{2x}$  d  $18p^2q$
- 8 a Veelterm b Eenterm/term c Tweeterm
- 9 a  $3m^4 + 7m^3 + m^2 - 4m + 8$  \*b  $-18a^2b + 6ab - 4b^2$
- 10 a  $36b - 18c$  b  $-66p + 99q$   
 c  $40k + 140m - 120n$  d  $-48x + 80y + 28z$   
 e  $6a + 42b - 36c + 6d - 6e$  \*f  $-3r + 13t - 9t + 18r = 15r + 4t$
- 11 a  $-5 \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot q$  b  $2 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$   
 c  $\frac{4 \cdot x \cdot y \cdot y \cdot z}{a \cdot b}$
- 12 a  $-3pq + 3$  b  $6x^2 + 7x + 9$  c  $7p^2 + 20pq - 10q^2$
- 13  $12m + -n - 11p$
- 14  $(14r^2 - 3r + 5) - (r^2 - 9r + 10) = 13r^2 + 6r - 5$
- 15  $(4x + 8y) + (10y + -12x) = -8x + 18y$ ;  $(x + 5y) - (-8x + 18y) = 9x - 13y$
- 16  $10a + -3a = 7a$
- 17  $-10b$ ;  $2b + -4b = -2b$
- 18  $-p$ ;  $12p$ ;  $-3p + 36p = 33p$
- 19  $5a(-3b + 10b) = 5a(7b) = 35ab$
- 20 a  $x - 8 = 14$ ;  $x = 22$   
 b  $x + x + 5 = 21$ ;  $x = 8$ ; Hendrik het 13 doele aangeteken en Thabo het 8 doele aangeteken.  
 \*c  $x + x + 2 = 54$ ;  $x = 26$ ;  $x + 2 = 28$
- 21 a Korrek b Verkeerd;  $x + x + 20 = 120$
- 22 a  $z = 5$  b  $y = 9$  c  $x = -15$  d  $p = 6$   
 \*e  $n = -1$  \*f  $m = 12$  \*g  $k = 2$

- 23 a  $-5 + 3 = -2$  b  $5(-5) - 7 = -25 - 7 = -32$   
 c  $-2(3) + 13 = -6 + 13 = 7$  d  $\frac{-10}{3}$   
 e  $20(-5) + 20(3) + 20 = -100 + 60 + 20 = -20$   
 f  $(-5 + 3)^2 + 6 = (-2)^2 + 6 = 4 + 6 = 10$

## PvA | Taak 2

## Patrone, verwantskappe en Algebra

Leerderboek bladsy 140–141

Tyd: 50 minute

Punte: 50

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a Ek moet opeenvolgende getalle optel, m.a.w. tel eers 1 by, dan 2, dan 3, ens. om die volgende getal in die reeks te kry. ✓ (1)  
 b  $-2; 3; 9; 16$  ✓ ✓ (1 punt per twee korrekte waardes) (2)  
 2 a ✓ (boonste ry) ✓ (onderste ry) (2)
- |       |   |    |    |     |
|-------|---|----|----|-----|
| $n$   | 1 | 2  | 3  | 4   |
| $T_n$ | 1 | -3 | -7 | -11 |
- b  $T_1 = -4(1) + 5 = 1; T_2 = -4(2) + 5 = -3; T_3 = -4(3) + 5 = -7;$   
 $T_1 = -4(1) + 5 = 1$  ✓ ✓ (1 punt per twee korrekte terme) (2)  
 c  $T_n = -4(n) + 5$  ✓ ( $n$  term) ✓ (+ 5) (2)  
 d  $T_{100} = -4(100) + 5 = -395$  ✓ ✓ (2)  
 3  $t = (-4 + 5)3 = (1)(3) = 3$  ✓;  $12$  ✓;  $0$  ✓;  $30$  ✓  
 (1 punt per twee korrekte waardes) (2)  
 4  $t = 3(n) - 1$  ✓ ( $t =$ ) ✓ ( $3n - 1$ ) (2)  
 5 a  $1 = 2(n)$  ✓ (2)  
 b  $2(7)$  ✓ =  $14$  ✓ (2)  
 c  $24 \div 2$  ✓ =  $12$  weke ✓ (2)  
 6  $2(2x + 1)$  of  $2(2x - 1)$  ✓ ( $\times 2$ ) ✓ (onewe getal) (2)  
 7 a  $3mnp$  ✓ (1)  
 b  $2xy + 3y$  ✓ (1)  
 8 Een term ✓ (1)  
 9  $1$  ✓ (1)  
 10 a  $-1$  ✓ b  $xy$  ✓ c  $16$  ✓ (3)  
 11  $pac^2$  ✓ (1)  
 12 Drieterm ✓ (1)  
 13  $m^4 + 5m^3 + 4m^2 - 5m + 18$  ✓ (1)  
 14 a  $-15a - 30b$  ✓ (2)  
 b  $11n$  ✓ (1)  
 c  $(x^2 + 3x^2) + (5x - 7x) + (-6 + 6) = 4x^2 - 2x$  ✓ (2)  
 d  $(3q^2 + 4q - 5) - (6q^2 - 7q + 6)$   
 $= 3q^2 + 4q - 5 - 6q^2 + 7q - 6$  ✓  
 $= -3q^2 + 11q - 11$  ✓ (4)  
 15 a  $x = 8$  ✓ (1)  
 b  $x = 0$  ✓ (1)  
 c  $x = 40$  ✓ (1)  
 16  $b^2c + -4a = (32)(1) + -4(-2)$  ✓ =  $9$  ✓ +  $8$  ✓ =  $17$  ✓ (4)  
 17  $x + x + 5 = 29$  ✓  
 $x = 12$ ; Elna is 12 jaar oud. ✓ (2)

# Kwartaal I Toets

Time: 50 minutes

Total: 50 marks

- 1 Identifiseer die heelgetalle in hierdie lys.  
Skryf  $\mathbb{Z} = \{\frac{13}{9}; -14; 28; 1\frac{1}{2}; 25,555; 0,65; 15; -6; \frac{10}{5}\}$  (2)
- 2 Skryf die volgende drie getalle in die getallereeks neer:  $-24; -17; -10; \dots$  (1)
- 3 Herskryf in dalende volgorde:  $-13; 14; -8; -25; -37; 63; -43; -10$  (2)
- 4 Waar of onwaar.
  - a  $\frac{8}{5}$  is die optellingsinverses van  $\frac{5}{8}$
  - b  $-\frac{2}{3}$  is die vermenigvuldigingsinverses van  $-\frac{3}{2}$  (2)
- 5 Bereken.
  - a  $-5 - 13 + 1$  (2)
  - b  $-7 + -9 - 2$  (2)
  - c  $-60 \div -5 \times -9$  (2)
  - d  $16 \div -4 + -15 \times 2$  (3)
  - e  $-12^2$  (1)
  - f  $\sqrt{-64}$  (1)
  - g  $5^3 - 6^2$  (3)
  - h  $(25 - 16)2$  (2)
  - i  $32^8 \times 32^{20}$  (1)
  - j  $\frac{9m^4n^2}{-18n^2m^{10}}$  (2)
  - k  $(3x^7y^9)^2$  (2)
  - l  $75(-13)^0x^0$  (2)
  - m  $32 + 2\sqrt{64} \times \sqrt[3]{27}$  (5)
- 6 Werner wil sy neef se ou motor koop. Sy neef wil R75 250 daarvoor hê. Werner oorreë egter sy neef om vir hom 'n 35%-afslag te gee. Wat is die nuwe koopprys van die motor? (2)
- 7 Skat die antwoord van  $\sqrt{50}$  (1)
- 8 Is  $-ab$  'n konstante of 'n veranderlike? (1)
- 9 Trek die tabel oor en vul dit in.
 

	Vraag	Koëffisiënt	Grondtal	Eksponeent
a	$-(xy)^2$			
b	$m$			

 (2)
- 10 Brei uit  $(-5x)^2y$  (1)
- 11 Skryf  $-3p \times 4p \times -5p^7$  in eksponensiële notasie. (2)
- 12 Watter een is groter?
  - a  $5^6$  of  $-6^5$  (1)
  - b  $2,58 \times 10^5$  of  $1,9 \times 10^6$  (2)
- 13 Skryf 568 138 100 000 in wetenskaplike notasie. (2)
- 14 Skryf  $8,21 \times 10^5$  in gewone notasie. (1)

# Kwartaal I Toets Memorandum

- 1  $Z = \{-14; 28; 15; -6; \frac{10}{5}\} \checkmark \checkmark$  (2)
- 2  $-3; 4; 11 \checkmark$  (1)
- 3  $63; 14; -8; -10; -13; -25; -37; -43 \checkmark \checkmark$  (2)
- 4 a onwaar  $\checkmark$  (2)  
b waar  $\checkmark$  (2)
- 5 a  $-18 \checkmark + 1 = -17 \checkmark$  (2)  
b  $-16 \checkmark - 2 = -18 \checkmark$  (2)  
c  $12 \checkmark \times -9 = -108 \checkmark$  (2)  
d  $-4 \checkmark + -30 \checkmark = -34 \checkmark$  (3)  
e  $-144 \checkmark$  (1)  
f nie moontlik nie  $\checkmark$  (1)  
g  $125 \checkmark - 36 \checkmark = 89 \checkmark$  (3)  
h  $92 \checkmark = 81 \checkmark$  (2)  
i  $32^{28} \checkmark$  (1)  
j  $-\frac{1}{2m^6} \checkmark (\checkmark)$  (2)  
k  $9x^{14}y^{18} \checkmark \checkmark$  (2)  
l  $75 \times 1 \checkmark = 75 \checkmark$  (2)  
m  $9 \checkmark + 2(8) \checkmark \times 3 \checkmark = 9 + 48 \checkmark = 57 \checkmark$  (5)
- 6  $100\% - 35\% = 65\%; \frac{65}{100} \times R75\,250 \checkmark = R48\,912,50 \checkmark$  (2)  
OF  $\frac{35}{100} \times R75\,250 = R26\,337,50 \checkmark; R75\,250 - R26\,337,50 = R48\,912,50 \checkmark$
- 7  $7 < \sqrt{50} < 8 \checkmark$  (1)
- 8 veranderlike  $\checkmark$  (1)
- 9 a  $-1; xy; 2 \checkmark$  (2)  
b  $1; m; 1 \checkmark$  (2)
- 10  $-5, -5, x, x, y \checkmark$  (1)
- 11  $60p^9 \checkmark \checkmark$  (2)
- 12 a  $5^6 > -6^5 \checkmark$  (1)  
b  $2,58 \times 10^5 = 258\,000; 1,9 \times 10^6 = 1\,900\,000 \checkmark; 2,58 \times 10^5 < 1,9 \times 10^6 \checkmark$  (2)
- 13  $5,58138 \times 10^{11} \checkmark \checkmark$  (2)
- 14  $821\,000 \checkmark$  (1)



# Nog algebraïese uitdrukkinge

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 142–156

Voorgestelde tydstoekenning: 9 ure

**Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:**

<b>Eenheid 1: Vertolking van algebraïese uitdrukkinge</b>	2 ure
Herkenning en gebruik van algebraïese taal	
Vertolking van algebraïese uitdrukkinge	
<b>Eenheid 2: Werk met algebraïese uitdrukkinge</b>	3 ure
Optelling en aftrekking van algebraïese uitdrukkinge	
Hersiening: Soorte algebraïese uitdrukkinge	
<b>Eenheid 3: Vereenvoudiging van algebraïese uitdrukkinge</b>	4 ure
Vermenigvuldig eenterme	
Vermenigvuldig tweeterme	
Vermenigvuldig drieterme	
Deel eenterme	
Deel tweeterme	
Deel drieterme	
Vereenvoudig komplekse uitdrukkinge	
Vereenvoudig uitdrukkinge met eksponente	
Vereenvoudig uitdrukkinge met wortels	
Vereenvoudig deur vervanging te gebruik	

*Hoofstuk 8 hersiening*





# Vertolking van algebraïese uitdrukkings

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 143

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- herken en gebruik algebraïese taal deur woorde/sinsdele met simbole te vervang
- vertolk algebraïese uitdrukkings deur met die algemene reëls van getalreekse te werk
- vertolk algebraïese uitdrukkings deur woordprobleme op te los met behulp van vervanging

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 143

1 a Onwaar

b Waar

2 a  $(x + 6)$

b  $2x + 1$

c  $\frac{x}{4} = 2$

\*d  $\frac{6 + 2x}{3}$

3 a  $5n$

b  $4n - 3$

\*c  $\frac{1}{3n}$

4 a 40 jaar oud

\*b 42 pare sokkies

### Agtergrondinligting

Leerders het in die eerste kwartaal van Graad 7 en Graad 8 met algebraïese uitdrukkings en vergelykings kennis gemaak. Hulle het:

- veranderlikes en konstante getalle in formules en vergelykings geïdentifiseer
- algebraïese taal herken en vertolk
- in algebraïese taal geskryf
- getalsinne gebruik om probleme op te los
- getalsinne opgelos met behulp van inspeksie en deur te probeer-en-verbeter
- vervanging gebruik
- getal- en meetkundige patrone uitgebrei deur die reël te bepaal
- hulle eie getalreekse geskep
- die algemene reël geskryf
- die  $n$ de term in 'n reeks bepaal.

Die inhoud van hierdie eenheid is dus 'n hersiening van werk wat voorheen gedoen is.

## Onderwysriglyne

Hierdie eenheid fokus op die hersiening van die gebruik van algebraïese taal en om getalreke te beskryf deur algebraïese uitdrukkings te gebruik. Die hoofrekena-oefeninge aan die begin van die eenheid verskaf die noodsaaklike oefening aan leerders wat nodig is om hierdie basiese vaardighede te slyp en kan ook gebruik word om leerders se voorkennis en huidige begrip van hierdie inhoud te assesser. As hierdie soort hoofrekena-aktiwiteite elke dag gedoen word, dien dit ook as hersiening en vaslegging van hierdie basiese vaardighede.

Hersien die volgende belangrike wiskundige konvensies vir die skryf van veranderlikes en konstante getalle voordat jy aangaan met die onderrig van hierdie eenheid.

- 'n Konstante is 'n getal, byvoorbeeld  $-9$ .
- 'n Veranderlike is 'n letter van die alfabet, byvoorbeeld  $a$ .
- 'n Veranderlike kan een waarde verteenwoordig, byvoorbeeld  $a = 5$  in  $a + 7 = 12$ .
- 'n Veranderlike kan ook verskeie waardes verteenwoordig, byvoorbeeld vir  $y = x + 8$ , kan  $x$  en  $y$  talle verskillende waardes hê.
- $-n$  beteken  $-1 \times n$ .

## Herkenning en gebruik van algebraïese taal

### Aktiwiteit 1

### Herken en skryf algebraïese uitdrukkings

Leerderboek bladsy 144

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die woorde en sindele en hul simbole deur saam met die leerders deur die *Onthou* gedeelte in die Leerderboek te werk.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek en verskaf bykomende voorbeelde aan leerders wat hulle mondeling kan doen of vinnig in hul oefenboeke kan neerskryf en dan die antwoorde kan gee, byvoorbeeld 90 verminder met 'n sekere getal vermenigvuldig met 2:  $(90 - x \times 2)$ .
- Beklemtoon dat 'n algebraïese uitdrukking nie 'n  $=$ -teken hoef te bevat nie.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Verskaf eers bykomende voorbeelde wat 'n bietjie makliker is, soos in vraag **2a** en **2b**, om leerders se selfvertroue 'n hupstoot te gee. Leerders kan ook in pare werk, maar dit is belangrik dat hulle individuele vordering dopgehou word om seker te maak dat hulle die basiese konsepte verstaan. Die makliker vrae wat hierbo beskryf is, kan ook in pare gedoen word voordat die leerders vraag **2c–2h** aanpak. Sluit ook makliker en dan geleidelik al hoe meer uitdagende voorbeelde in die 10-minute hoofrekena-sessie elke dag in, soos die voorbeelde in die hoofrekena-aktiwiteit en die voorbeelde in vraag **2a** en **2b**.

**Uitbreiding:** Vraag **2h** is meer uitdagend. Laat leerders in pare werk en hul eie voorbeelde skep en dit met hul maats uitruil om die uitdrukkings neer te skryf.

## Voorgestelde antwoorde

- |   |                           |                                                    |                      |
|---|---------------------------|----------------------------------------------------|----------------------|
| 1 | a Waar                    | b Onwaar                                           | c Waar               |
|   | d Onwaar                  | e Onwaar                                           | f Waar               |
| 2 | a $15 + x$ (or $x + 15$ ) | b $(x - 5)7$                                       | c $2x - 12$          |
|   | d $x - 3x$                | e $x = 16 - 4$                                     | f $\frac{x}{10} = 2$ |
|   | g $2x \times 6 = 24$      | *h $\frac{2x+1}{2} + 5$ (of $\frac{2x-1}{2} + 5$ ) |                      |

## Vertolking van algebraïese uitdrukkings

### Aktiwiteit 2 Vertolk algebraïese uitdrukkings

Leerderboek bladsy 145

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die bepaling van die algemene term vir die getalpatroon van 'n getalreeks deur saam met die leerders deur die voorbeeld in die Leerderboek te werk.
- Doen bykomende, eenvoudige voorbeelde soos die voorbeelde in vraag 1 en 2 voordat leerders die aktiwiteit aanpak.
- Nooi leerders uit om hul eie getalreekse, soos dié in vraag 1, te gee. Werk as 'n klas saam deur die voorbeelde.
- Bykomende voorbeelde, soos die een in vraag 2a, kan mondeling gedoen of hardop gelees word en leerders kan dit dan in hul oefenboeke neerskryf en hul antwoorde gee.
- Gaan deur die opsomming in die Leerderboek as 'n vorm van hersiening en vaslegging van die konsepte wat gedek is nadat leerders die aktiwiteit voltooi het.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Jy kan saam met die leerders deur vraag 1a en 2a werk voordat die leerders op hul eie aangaan indien nodig. Verskaf eers bykomende, makliker vrae aan hulle, soos vraag 2a, om hul selfvertroue 'n hupstoot te gee. Leerders kan ook in pare werk, maar dit is weer eens belangrik om hul individuele vordering dop te hou om seker te maak dat hulle die basiese konsepte begryp. Oefening bou selfvertroue en vaardigheid op.

**Uitbreiding:** Vraag 1e, 1f, 2e en 2f in Aktiwiteit 2 is meer uitdagend.

## Voorgestelde antwoorde

- |   |                                                          |                             |            |
|---|----------------------------------------------------------|-----------------------------|------------|
| 1 | a $2n$                                                   | b $2n - 1$                  | c $2n + 1$ |
|   | d $3n + 1$                                               | *e $\frac{1}{2^n}$          | *f $3^n$   |
| 2 | a $7 - 5 = 2$ jaar oud                                   | b $675 + 50 = 725$ liedjies |            |
|   | c $5 + 1 = 6$ broers                                     | d $25 - 14 = 11$ honde      |            |
|   | *e 2 weke = 14 dae; $x = 14$ dae; $2 \times 14 = 28$ dae |                             |            |
|   | *f $3x = 90$ ; $x = 30$ ; $90 + 30 = 120$ plante         |                             |            |



## Werk met algebraïese uitdrukkings

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 146

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- optelling en aftrekking van gelyksoortige terme in algebraïese uitdrukkings
- identifikasie, vereenvoudiging en benoeming van algebraïese uitdrukkings

Hulpbronne: Leerderboek; oefenboek

#### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 146

- |   |   |                      |   |                              |   |                         |
|---|---|----------------------|---|------------------------------|---|-------------------------|
| 1 | a | Tweeterm             | b | Eenterm                      | c | Drieterm                |
| 2 | a | $7x + 10$ ; Tweeterm | b | $11m^2 - 3m + 12$ ; Drieterm | c | $18n^2 - 8n$ ; Tweeterm |

#### Agtergrondinligting

Leerders het in die eerste kwartaal kennis gemaak met terme soos *gelyksoortig* en *ongelyksoortig* sowel as *eenterme*, *tweeterme* en *drieterme*. Hulle het ook uitdrukkings gerangskik, gelyksoortige terme vertikaal en horisontaal opgetel en afgetrek, en die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe gebruik wanneer hulle met gelyksoortige en ongelyksoortige terme gewerk het.

#### Onderwysriglyne

Die hoofrekene-oefeninge aan die begin van die eenheid gee vir die leerders die noodsaaklike oefening wat nodig is om hierdie basiese vaardighede te slyp en kan ook gebruik word om leerders se voorkennis en huidige begrip van hierdie inhoud te assessee. As hierdie soort hoofrekene-aktiwiteite elke dag gedoen word, dien dit ook as hersiening en vaslegging van hierdie basiese vaardighede.

Hersien *gelyksoortige* en *ongelyksoortige* terme deeglik aan die begin van hierdie eenheid aangesien hierdie konsepte die grondslag vorm van die inhoud wat gedek gaan word. Werk saam met die leerders deur voorbeelde soos die volgende en sluit sulke voorbeelde in daaropvolgende hoofrekene-sessies in.

- Watter term pas nie by die res nie?
 

a	$abc$ ; $3bac$ ; $2cb$	b	$3x^2$ ; $3x^3$ ; $2x^2$	c	$4p$ ; $3q$ ; $-4q$
d	$7; 16$ ; $a$	e	$2a^2b^2$ ; $3a^2b^2$ ; $4a^2b$		

- Is die volgende terme gelyksoortig of ongelyksoortig? As hulle ongelyksoortige terme is, verduidelik hoekom dit die geval is.
 

a $9p^2q^2; p^2q^2; 2p^2q$ c $bac; 9bca; 5acb$	b $2a^2b^3; a^2b^3; 4a^2b^3$ d $7r^2t^5; r^2t^7; 4r^2t^6$
---------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------

Hersien hierdie belangrike wiskundige konvensies soos volg:

- Koëffisiënt eerste: Skryf altyd die getal voor die letter van die alfabet, bv.  $6n$ .
- Volgorde: As daar meer as een veranderlike in 'n term is, moet hulle in alfabetiese volgorde geskryf word. Skryf ook die verskillende terme in die uitdrukking in alfabetiese volgorde, byvoorbeeld  $3a + 6b - c$ .
- Geen hakies of ander tekens word gebruik wanneer vermenigvuldig word nie:  $2x$  is die korrekte manier om  $2 \times x$ ;  $x \times 2$ ;  $2(x)$  of  $(2)x$  of  $2 \cdot x$  te skryf.
- Moenie 1 skryf nie: As daar net een van 'n veranderlike is, byvoorbeeld  $1p$ , skryf ons slegs  $p$ . (Dit is in die haak om eers  $1p$  aan die begin te skryf terwyl die antwoord nog uitgewerk word.)

Doen bykomende voorbeelde soos volg:

- Korreger elke uitdrukking volgens wiskundige konvensies:  $x \times -3$ ;  $-1(t)$ ;  $x \times -11 \times z$ ;  $tax$ ;  $xy(-3)$ ;  $(-1)(x)(y)(z)$ ;  $-2 \times x \times z$ ; ensovoorts.
- Hoeveel terme is daar in  $3x + 2 + \frac{t}{2}$ ?
- Wat is die koëffisiënt van  $y$  in  $2y^3 + 7y^2 + 10y$ ?

## Optelling en aftrekking van algebraïese uitdrukkings

### Aktiwiteit 1

### Tel algebraïese uitdrukkings op en trek hulle af

Leerderboek bladsy 147

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Nadat gelyksoortige en ongelyksoortige terme met die leerders hersien is, herinner hulle daaraan dat slegs gelyksoortige terme opgetel en afgetrek kan word. Dit is nuttig as leerders gelyksoortige terme met 'n glimpen merk, met sirkels en blokkies merk of onderstreep.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek en herinner leerders daaraan dat die finale antwoord in dalende en alfabetiese volgorde geskryf moet word. Doen bykomende voorbeelde met drie of meer veranderlikes om dit te illustreer, want leerders mag dit aanvanklik ietwat moeilik vind om te begryp.
- Beklemtoon die belangrikheid om op die eerste alfabetiese letter te fokus (byvoorbeeld  $x$  as die uitdrukking  $x$  en  $y$  bevat) en dan hierdie veranderlikes in dalende volgorde te skryf voordat hulle na die volgende veranderlike aanbeweeg.
- Vestig leerders se aandag op die aantekeninge in die Leerderboek en maak seker dat hulle hierdie basiese reëls en tegnieke verstaan ten einde algebraïese uitdrukkings te manipuleer.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Maak seker dat leerders altyd gelyksoortige terme uitlig. Dit is soms ook makliker as hulle al die gelyksoortige terme eers saam groepeer, byvoorbeeld:

$$\begin{aligned}(c^2 + 25c + 24) - (5c^2 + 6c + 1) &= c^2 + 25c + 24 - 5c^2 - 6c - 1 \\ &= (c^2 - 5c^2) + (25c - 6c) + (24 - 1) \\ &= -4c^2 + 19c + 23\end{aligned}$$

**Uitbreiding:** Vraag 10–12 is meer uitdagend.

## Voorgestelde antwoorde

- |     |                                                                 |     |                           |
|-----|-----------------------------------------------------------------|-----|---------------------------|
| 1   | $2a + 3$                                                        | 2   | $5b^2 - 24b + 5$          |
| 3   | $-4c^2 + 19c + 23$                                              | 4   | $m^2 - m + 12$            |
| 5   | $10x - 9y + 6z$                                                 | 6   | $22e^2 + 22e$             |
| 7   | $6p^2 + 8pq^3 + 8$                                              | 8   | $17x^2 + 12xy - 6y^2$     |
| 9   | $-3m^2 - 2mn + 5n^2 - 6$                                        | *10 | $22k^3 + 15k^2 - 4k + 17$ |
| *11 | $45r^2 + 3r - 5$                                                |     |                           |
| *12 | $(15x + 18y) - (x + 14y + 8y - x) = 15x + 18y - 22y = 15x - 4y$ |     |                           |

## Hersiening: Soorte algebraïese uitdrukkings

### Aktiwiteit 2 Identifiseer algebraïese uitdrukkings

Leerderboek bladsy 147

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders het in die eerste kwartaal met eenterme, tweeterme en drieterme kennis gemaak.
- Beklemtoon die feit dat 'n term vermenigvuldiging, deling en hakies kan bevat. Terme word geskei deur  $+$ - of  $-$ -tekens. Byvoorbeeld,  $2x \times -1$  is een term, en  $2x + -1$  het twee terme, naamlik  $2x$  en  $-1$ .
- Hersien hierdie soort algebraïese terme deur noukeurig deur die aantekeninge in die Leerderboek te werk. Verskaf bykomende voorbeelde op die bord aan leerders van uitdrukkings wat soortgelyk aan die voorbeelde in die Leerderboek is en laat hulle die terme tel en die soort uitdrukkings benoem.
- Wanneer leerders die selfvertroue het om met bogenoemde te werk, kan hulle die aktiwiteit op hul eie aanpak.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Vraag 1 is eenvoudiger omdat leerders die aantal terme deur inspeksie kan tel. Werk saam met die leerders deur vraag 2a–2b om hul selfvertroue op te bou voordat hulle op hul eie verder werk indien nodig. Verskaf bykomende vrae aan leerders as huiswerk sodat hulle kan oefen.

**Uitbreiding:** Leerders moet in Vraag 2 eers die algebraïese uitdrukkings vereenvoudig voordat hulle dit kan benoem.

## Voorgestelde antwoorde

- |   |                              |                                 |
|---|------------------------------|---------------------------------|
| 1 | a Tweeterm                   | b Drieterm                      |
|   | c Tweeterm                   | d Eenterm                       |
|   | e Drieterm                   | f Eenterm                       |
|   | g Tweeterm                   | h Tweeterm                      |
| 2 | a $14a + 10$ ; Tweeterm      | b $17n^2 - 22n - 12$ ; Drieterm |
|   | c $2c^2 + 4c - 8$ ; Drieterm | d $25a + 5b$ ; Tweeterm         |

## EENHEID



# Vereenvoudiging van algebraïese uitdrukings

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 148

Voorgestelde tydstoekenning: 4 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- vermenigvuldig getalle en eenterme met eenterme
- vermenigvuldig getalle en eenterme met tweeterme
- vermenigvuldig getalle en eenterme met drieterme
- deel eenterme deur getalle en eenterme
- deel tweeterme deur getalle en eenterme
- deel drieterme deur getalle en eenterme
- vereenvoudig komplekse algebraïese uitdrukings
- vereenvoudig algebraïese uitdrukings met kwadrate, derdemagte, vierkants- en derdermagwortels
- vereenvoudig algebraïese uitdrukings met behulp van vervanging

Hulpbronne: Leerderboek; oefenboek

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 148

- |   |                                               |                                              |                             |
|---|-----------------------------------------------|----------------------------------------------|-----------------------------|
| 1 | a $-60x^3y^5$                                 | b $5x - 40y$                                 | c $-21x + 36y$              |
|   | d $15x^2 + 4x$                                | e $8x^4 - 12x^3y^3 - 24x^2y^4$               | f $\frac{x^6}{2y^{12}}$     |
|   | g $\frac{x^3y^3}{15} - 1$                     | h $\frac{5x^7}{y^4} + 4x^3 - \frac{3x}{y^5}$ |                             |
|   | i $-24x^2y^4 + 40x^2y^4 = 16x^2y^4$           |                                              |                             |
|   | j $-19x^3 + 14x^2 + 42x$                      | k $-6x^{21}y^7$                              | l $9x^3y^4$                 |
|   |                                               |                                              | m $-\frac{x}{2y^3}$         |
| 2 | a $(-1)^2 + 5(4) - 4 = 17$                    | b $2(4)^2 - 12 = 20$                         | c $\{3(-1) + 2(4)\}^2 = 25$ |
|   | d $\frac{6(-1) + 4}{3(4) - 5} = -\frac{2}{7}$ | e $\sqrt{(-1)^2 \times (4)^3} = 8$           |                             |

## Agtergrondinligting

Leerders het in die eerste kwartaal en in vorige grade met eksponente en die eksponentwette kennis gemaak en het algebraïese uitdrukkings gerangskik, opgetel en afgetrek. Vermenigvuldiging en deling van eenterme, tweeterme en drieterme is nuut.

## Onderwysriglyne

Die hoofrekenoefeninge aan die begin van die eenheid verskaf die noodsaaklike oefening aan leerders wat nodig is om hierdie basiese vaardighede te slyp en kan ook gebruik word om leerders se voorkennis en huidige begrip van hierdie inhoud te assesser. As hierdie soort hoofrekenoefeninge elke dag gedoen word, dien dit ook as hersiening en vaslegging van hierdie basiese vaardighede.

Stel die inhoud van hierdie eenheid bekend deur die eksponentwette te hersien, aangesien hierdie kennis die grondslag van die inhoud van hierdie eenheid vorm.

- **Eksponentwet 1:**  $8^5 \times 8^7 = 8^{5+7} = 8^{12}$  (Wanneer ons magte met dieselfde grondtalle vermenigvuldig, tel ons die eksponente bymekaar.)
- **Eksponentwet 2 (deling met groter teller):**  $18^{10} \div 18^8 = 18^{10-8} = 18^2$  ( $10 > 8$ )
- **Eksponentwet 3 (deling met groter noemer):**  $12^6 \div 12^{17} = \frac{1}{12^{17-6}} = \frac{1}{12^{11}}$  ( $17 > 6$ )

Doen vinnige, eenvoudige voorbeelde soos hierbo wat vereis dat leerders bogenoemde wette moet toepas. Sluit eenvoudige oefeninge, soos hierbo beskryf, in by die daaglikse hoofrekenoefeninge aan die begin van elke les.

## Vermenigvuldig eenterme

### Aktiwiteit 1

### Vermenigvuldig eenterme

Leerderboek bladsy 149

## Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien Eksponentwet 1: Wanneer ons magte met dieselfde grondtalle vermenigvuldig, tel ons die eksponente bymekaar.
- Hersien deling van ongelyksoortige terme soos in die Leerderboek getoon.
- Beklemtoon die belangrikheid van die volgende stappe:
  - Vermenigvuldig die tekens.
  - Vermenigvuldig die koëffisiënte.
  - Vermenigvuldig die veranderlikes en tel die eksponente van gelyke grondtalle bymekaar.
- Vestig leerders se aandag op die aantekeninge, m.a.w. dat die negatiewe veranderlike met *elke term* tussen die hakies vermenigvuldig moet word. Dit is baie belangrik.



### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Beklemtoon die belangrikheid daarvan om stap vir stap te werk en hou leerders dop terwyl hulle die aktiviteit doen om seker te maak dat hulle te alle tye by die stappe hou ten einde hulle deur bepaalde stappe te lei wat hulle moeilik vind.

**Uitbreiding:** Leerders kan in pare werk en mini-toetsies van drie vrae op 'n keer uitdink wat hul maat kan doen.

### Voorgestelde antwoorde

1	$2b$	2	$15yz$	3	$12rt$	4	$28ab$
5	$-48fg$	6	$12kmn$	7	$-56k^3$	8	$-x^4$
9	0	10	$33c^6f$	11	$-34m^2n^6$	12	$15r^6$
13	$190x^2y^5z^3$	14	$-21a^4b^2c^3$				

## Vermenigvuldig tweeterme

### Aktiviteit 2 Vermenigvuldig met tweeterme

Leerderboek bladsy 149

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiviteit

- Hersien die verwydering van hakies. Ons vermenigvuldig die koëffisiënt met *elke term* tussen die hakies.
- Werk saam met die leerders deur die aantekeninge in die *Onthou* gedeelte en maak by elke stap seker dat hulle dit verstaan.
- Herinner leerders daaraan om antwoorde in dalende en alfabetiese volgorde te skryf.
- Doen 'n paar bykomende voorbeelde op die bord en laat die leerders twee of drie van die voorbeelde op die bord in hul oefenboeke doen en hul antwoorde op die bord kom skryf.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Die algemeenste uitdaging is om te onthou om die koëffisiënt met elke term te vermenigvuldig. Leerders maak dikwels die fout om die koëffisiënt slegs met die eerste term tussen die hakies te vermenigvuldig. Stap rond in die klas en kyk na elke leerder se oefenboek om te sien of hulle die koëffisiënt met al die terme vermenigvuldig en of hulle die stappe volg.

**Uitbreiding:** Verskaf bykomende oefeninge met meer veranderlikes, groter eksponente en groter koëffisiënte aan leerders om te doen.

### Voorgestelde antwoorde

1	$10x + 20y$	2	$-70a + 20b$	3	$-30c - 40d$
4	$-9g + 36h$	5	$12p + 4q$	6	$5x^2 - x$
7	$-9k^2 + 8k$	8	$12x^2 + 10x$	9	$-15x^2 + 33x$
10	$40p^2 + 25p$	11	$-6k - 14p$	12	$-m + n$
13	$12x^2y + 2xy^2$	14	$-15x^2y + 6xy^2$		

# Vermenigvuldig drieterme

## Aktiwiteit 3

## Vermenigvuldig drieterme

Leerderboek bladsy 150

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders hoe om hakies te verwyder. Hulle moet die koëffisiënt met *elke term* tussen die hakies vermenigvuldig en dieselfde stappe volg as wanneer tweeterme vermenigvuldig word.
- Herinner hulle om die antwoorde in dalende en alfabetiese volgorde te skryf.
- Doen 'n paar bykomende voorbeelde op die bord en laat leerders twee of drie van die voorbeelde op die bord in hul oefenboeke doen en die oplossings op die bord kom skryf.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Stap rond in die klas en kyk na elke leerder se oefenboek om te sien of hulle die koëffisiënt met al die terme vermenigvuldig en of hulle die stappe volg.

**Uitbreiding:** Vraag 7–10 bevat veranderlikes in die term voor die hakies en is dus meer uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

1  $60a + 35b - 40c$

3  $-12g^2 - 24g + 80$

5  $60x^3y - 70x^2y - 120x$

\*7  $-6p^3 + 21p^2q - 18pq^3$

\*9  $24v^2w - 42vw^2 + 12vw^3$

2  $24d - 144e + 12f$

4  $-9k^2 + 54k - 27$

6  $-12m^2 - 18m + 13$

\*8  $63x^4 - 49x^3 - 7x^2$

\*10  $-44x^4 + 11x^3y^3 + 11x^2y^4$

## Deel eenterme

## Aktiwiteit 4

## Deel eenterme

Leerderboek bladsy 151

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien Eksponentwet 2 en 3 deur saam met die leerders deur die *Onthou* gedeelte in die Leerderboek te werk.
- Werk saam met die leerders deur die stappe en uitgewerkte voorbeeld.
  - Deel die tekens.
  - Deel die koëffisiënte deur die GGF.
  - Deel die veranderlikes en trek die koëffisiënte van van mekaar af.
- Onthou dat die antwoord lê waar die meeste is, byvoorbeeld in  $\frac{x^2}{x^5}$  is daar meer  $x$ 'e in die noemer, dus sal die antwoord se mag in die noemer wees  $\left[\frac{1}{x^3}\right]$ .

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Beklemtoon die belangrikheid daarvan om die stappe te volg. Neem leerders se vordering waar en verskaf spesifieke leiding en ondersteuning aan hulle met hierdie belangrike proses terwyl hulle met die aktiwiteit besig is. Sit by klein groepies leerders, neem hul vordering waar en verskaf op hierdie manier ondersteuning indien nodig.

**Uitbreiding:** Die grondtalle in vraag 9–12 is in verskillende volgordes. Leerders moet mooi kyk wanneer hulle vereenvoudig.

### Voorgestelde antwoorde

1  $2p^2q^6$

2  $-b^4c^7$

3  $-\frac{1}{b^4c^7}$

4  $-3m^2n^5$

5  $\frac{x^2y^3}{4}$

6  $-\frac{m^7n^8}{4}$

7  $-\frac{p^5q^7}{4}$

8  $-\frac{m^3n^4}{7}$

\*9  $\frac{5k^4h^6}{2}$

\*10  $-\frac{12a^6b^5}{5}$

\*11  $-\frac{8q^4}{9p}$

\*12  $\frac{3}{8}$

## Deel tweeterme

### Aktiwiteit 5

### Deel tweeterme

Leerderboek bladsy 151

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Dit is belangrik dat leerders die tweeterm in twee eenterme opbreek. Gebruik dit as die grondslag om die deling van tweeterme (en drieterme) te onderrig.
- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld in die Leerderboek. Beklemtoon die volgende:
  - Dieselfde noemer moet aan die onderkant van elke breuk geskryf word.
  - Elke eenterm moet afsonderlik geskryf word en daarna moet die antwoord eers neergeskryf word. (Ons het reeds die terme in die korrekte volgorde geplaas omdat dit vir leerders moeilik is om algebraïese uitdrukkings met deling te rangskik, byvoorbeeld hulle weet nog nie dat  $\frac{1}{x^2}$  beteken  $x^{-2}$  nie en dat dit ná  $3x$  behoort te kom nie.)

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Wanneer leerders tweeterme in eenterme opbreek, moet hulle onthou om die eenterm te deel. Herinner hulle om die stappe in elke eenterm te volg en neem noukeurig waar dat hulle dit doen.

**Uitbreiding:** Leerders moet in vraag 10–12 eers een van die terme vermenigvuldig en dan daarna deling doen.

## Voorgestelde antwoorde

$$\begin{array}{ll}
 1 & 8x + 4 \\
 5 & 7x^4 + 1 \\
 9 & 6x^5y + \frac{x^3}{4y} \\
 *11 & \frac{18x^2y}{15x^4y^8} + \frac{12x^5y^5}{15x^4y^8} = \frac{6}{5xy^7} + \frac{4x}{5y^3} \\
 2 & 7x^2 - 2x \\
 6 & \frac{x^3}{3} + 2x^2 \\
 3 & 2x - \frac{1}{5} \\
 7 & 2x^5y + \frac{x^4y^5}{9} \\
 *10 & \frac{22x^2y^7}{6x^2y^7} - \frac{16x^2y}{6x^2y^7} = \frac{11}{3} - \frac{8}{3y^6} \\
 4 & x^6 - \frac{x^4}{2} \\
 8 & \frac{x^6y}{8} - 2y \\
 *12 & \frac{12x^{12}y^9}{8x^3y^{10}} - \frac{6x^{10}y^2}{8x^3y^{10}} = \frac{3x^9}{2y} - \frac{3x^7}{4y^8}
 \end{array}$$

## Deel drieterme

### Aktiwiteit 6 Deel drieterme

Leerderboek bladsy 152

### Riglyn vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek. Beklemtoon weer dat ons die drieterm in drie eenterme opbreek. Dieselfde noemer word aan die onderkant van elke breuk geskryf. Daar word afsonderlik met elke eenterm gewerk voordat die antwoord neergeskryf word.

## Voorgestelde antwoorde

$$\begin{array}{lll}
 1 & 3x^{11}y + 2x^5y^3 + x^2y \\
 4 & 2x^4 + x - 5y^2 \\
 7 & \frac{x}{y} + \frac{2}{y^2} - \frac{1}{13y^2} \\
 10 & \frac{x^4}{y^2} + \frac{2}{x^3y^3} + \frac{y}{4} \\
 2 & 3x^2y^2 + 7x^4y^4 + 13x^6y^6 \\
 5 & \frac{y^3}{3x^2} - \frac{y^3}{4z} - xy^4 \\
 8 & \frac{4x^{14}y^3}{5} + \frac{7x^9}{10} + \frac{3x^4y^6}{5} \\
 11 & \frac{x^{19}}{3y^{16}} - \frac{x^3}{y^{17}} + \frac{1}{9y^9} \\
 3 & \frac{8x}{y^5} + \frac{2}{y} \\
 6 & \frac{x^3}{9y} - \frac{2x^2}{y^3} + \frac{1}{2xy} \\
 9 & \frac{y^2}{x^2} - \frac{x^2}{2y^3} - \frac{1}{4x^2y^4} \\
 12 & \frac{1}{4x^3y^2} + \frac{x^8}{3y^5} - \frac{xy^7}{6}
 \end{array}$$

## Vereenvoudig komplekse uitdrukkings

### Aktiwiteit 7\* Vereenvoudig komplekse uitdrukkings

Leerderboek bladsy 152

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die volgorde van bewerkings met die leerders. As ons met verskeie bewerkings werk, vermenigvuldig ons eers die hakies uit en tel dan gelyksoortige terme bymekaar.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek en verskaf bykomende voorbeelde op die bord aan leerders voordat hulle die aktiwiteit aanpak indien nodig.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders in pare werk. Moedig hulle aan om noukeurig en stelselmatig deur al die stappe te werk. Dit is ook baie belangrik dat hulle netjies werk.

**Uitbreiding:** Aktiwiteit 7 is 'n uitbreidingsaktiwiteit.

## Voorgestelde antwoorde

$$1 \quad -8x^2y^2 + 24x^2y^2 = 16x^2y^2$$

$$3 \quad \frac{6x^5}{5y^{12}} - \frac{3}{5x^2y^{12}} + \frac{4}{5x^7y^9}$$

$$5 \quad 31x^3y - 42xy^2$$

$$7 \quad 6x^5 + 15x^3 - 14x^2$$

$$9 \quad 6x^3 - 54x^2 + 56x + 24$$

$$2 \quad 10x^7 + 20x^7 = 30x^7$$

$$4 \quad \frac{x^{11}}{4y^5} + \frac{1}{3x^3y^5} - \frac{1}{6x^4y^2}$$

$$6 \quad -57x^2 + 17x$$

$$8 \quad 60x^3 - 10x^2y - 18xy$$

$$10 \quad -13x^4y + 45x^3y^2 + 40xy^3$$

## Vereenvoudig uitdrukking met eksponente

### Aktiwiteit 8

### Vereenvoudig uitdrukking met eksponente

Leerderboek bladsy 153

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien kwadrate en derdemagte. Stel dan veranderlikes tot die tweede mag of die derde mag bekend, byvoorbeeld  $(x)^2$  beteken  $x \times x$ ;  $(x^5)^2$  beteken  $x^5 \times x^5 = x^{10}$ ; ens.
- Hersien Eksponentwet 3 deur saam met die leerders deur die aantekeninge in die *Onthou* gedeelte te werk. Beklemtoon die belangrikheid daarvan om die eksponente te vermenigvuldig en nie die algemene fout te maak om hulle op te tel nie.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek. Doen bykomende voorbeelde op die bord, soos in vraag 9 en 10, wat meer uitdagend is voordat leerders die aktiwiteit aanpak.
- Vestig leerders se aandag op die aantekeninge in die Leerderboek en verskaf bykomende, soortgelyke voorbeelde aan hulle om hul begrip te toets, byvoorbeeld  $(-3x^3)^2 = 9x^6$  en nie  $9x^5$  nie.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Hou leerders se vordering dop en maak seker dat hulle die stappe noukeurig volg en Eksponentwet 3 korrek toepas. Verskaf bykomende voorbeelde soortgelyk aan die voorbeelde aan die begin van die aktiwiteit aan hulle om hul selfvertroue op te bou. Oefening bou selfvertroue en vaardigheid op.

**Uitbreiding:** Vraag 9–12 bevat meer veranderlikes, groter eksponente en groter koëffisiënte.

## Voorgestelde antwoorde

$$1 \quad a^6b^6$$

$$4 \quad 125k^{30}m^3$$

$$7 \quad 150p^{14}q^{12}$$

$$*10 \quad -5x^{16}y^6$$

$$2 \quad c^{15}d^{24}$$

$$5 \quad 49m^{20}n^{30}$$

$$8 \quad 32r^{60}t^{15}$$

$$*11 \quad -16x^{19}y^{23}$$

$$3 \quad 121g^8h^{20}$$

$$6 \quad -x^{27}y^{24}$$

$$*9 \quad -144x^4y^{25}$$

$$*12 \quad -10xy^2$$

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien vierkantswortels en derdemagswortels met die leerders.
- Verduidelik dat net soos wat daar 'n klein 3 in die wortelteken van die derdemagswortel is, so is daar ook eintlik 'n klein 2 in die wortelteken van 'n vierkantswortel. Hoekom? Vir 'n derdemag moet ons die getal drie keer met homself vermenigvuldig en vir 'n kwadraat moet ons 'n getal twee keer met homself vermenigvuldig. Die klein 2 word egter nie geskryf nie.
- Leerders moet kennis dra van die 2 of die 3 in die wortelteken, want dit word gebruik om van die wortelteken ontslae te raak. Ons kan elke keer alles uitskryf, maar dit is tydrowend en dit is hoekom ons die eksponente deel deur die worteltal.
- Verduidelik dat die eksponente onder die wortelteken deur die worteltal gedeel word. Ons sê byvoorbeeld in  $\sqrt{x^6}$  dat die antwoord  $x^{6 \div 2} = x^3$ . Ons het die eksponent onder die wortelteken gedeel deur die getal in die wortelteken. Dit maak nie saak hoe groot die eksponent is nie, met hierdie reël kan ons nog steeds vereenvoudig, byvoorbeeld  $\sqrt[3]{x^{30}} = x^{30 \div 3} = x^{10}$ .
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek deur dit op die bord te doen. Verskaf 'n bykomende voorbeeld of twee aan leerders om in hul oefenboeke te doen voordat hulle die aktiwiteit aanpak.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Daar kan nie genoeg klem gelê word op die belangrikheid van oefening nie. Sluit elke dag voorbeelde in die 10-minute hoofrekenesessie in soos dié in Aktiwiteit 9.

**Uitbreiding:** Vraag 9–12 bevat meer veranderlikes, groter eksponente en groter koëffisiënte.

### Voorgestelde antwoorde

1  $4x^2$

4  $4x^2y^3$

7  $-2x^4y^5$

\*10  $\sqrt{81x^6y^4} = 9x^3y^2$

2  $2xy^2$

5  $2x^2y$

8  $-3x^2y$

\*11  $\sqrt[3]{27x^3y^6} = 3xy^2$

3  $7x^4y^5$

6  $-xy$

\*9  $\sqrt{144x^{10}y^8} = 12x^5y^4$

\*12  $\sqrt[3]{\frac{-125}{x^3y^6}} = -\frac{5}{xy^2}$

# Vereenvoudig deur vervanging te gebruik

## Aktiwiteit 10

## Vereenvoudig deur vervanging te gebruik

Leerderboek bladsy 155

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders hoe om veranderlikes met konstante getalle te vervang.
- Herinner leerders ook daaraan om hakies om negatiewe getalle te skryf, want daar is 'n verskil tussen  $(-3)^2$  en  $-3^2$ .
- Werk saam met die leerders deur die voorbeeld in die Leerderboek en verskaf 'n paar bykomende voorbeelde aan hulle wat hulle gou in hul oefenboeke kan doen. Neem so hul begrip waar voordat hulle die aktiwiteit aanpak.
- Vestig leerders se aandag op die aantekeninge in die Leerderboek en verskaf soortgelyke bykomende voorbeelde aan hulle om hul begrip van vervanging te toets.
- Werk saam met die leerders deur die opsomming in die Leerderboek as 'n vorm van hersiening en vaslegging.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Verskaf bykomende voorbeelde vir oefening aan leerders.

**Uitbreiding:** Verskaf meer uitdagende oefeninge aan leerders, byvoorbeeld met groter getalle.

### Voorgestelde antwoorde

1  $-3(1)^5 + 8(1)^3 - (1) = 4$

3  $8(1)^2 - 3 = 5$

5  $[(-3) + 7(1)]^3 = 64$

7  $\frac{3(-3) - 10}{13(1)} = -\frac{19}{13}$

9  $\sqrt{(-3)^2 + 16(1)} = 5$

2  $4(-3)^2 - 16 = 20$

4  $[2(-3) - (1)]^2 = 49$

6  $5(-3)^2 + 4(-3) + 3 = 36$

8  $\frac{2(-3) + 1}{3(1) - 1} = -\frac{5}{2}$

10  $\sqrt[3]{2(-3) + 5(1)} = -1$

# Hoofstuk 8 hersiening

Leerderboek bladsy 156

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersienings-aktiwiteit doen. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a Onwaar b Waar
- 2 a  $\frac{10+x}{3}$  b  $\frac{50}{x} = 25$  c  $2(6 + 2x)$
- 3 a  $5n$  b  $4n + 1$  c  $\frac{1}{n^3}$
- 4 a  $x = 10; x + 4x = 5x; 5(10) = 50$  bome
- 5 a  $8b^2 - 8b + 7$   
b  $-2c^2 - 21c + 16$   
c  $-7x^2 + 9x + 4$
- 6 a  $12x - 9$ ; Tweeterm  
b  $6m - n$ ; Tweeterm
- 7 a  $-24kmn$   
b  $-60x^5y^{16}z^{12}$   
c  $27x - 18y$   
d  $\frac{2h^2}{3k^6}$   
e  $-8x + 4$   
f  $144m^8n^{18}$   
g  $-16p^3q - 32p^2q^2 + 8pq^3$   
h  $-6x^{13}y^{14} \times -x^{18}y^6 = 6x^{31}y^{20}$   
i  $-10x^5y$   
j  $\sqrt{x^4y^6} = 10x^2y^3$   
k  $\frac{16x^5y^5}{4x^4y^4} - \frac{14x^2y}{14x^4y^4} = 4xy - \frac{1}{x^2y^3}$   
l  $-8x^5y^3 + 30x^5y^3 = 22x^5y^3$   
m  $-38x^2y^2 + 18xy^3 + 5y^3$   
n  $-3x^3y^5 + 2xy^3 + \frac{y}{x}$
- 8 a  $10(-2)^2 - 5(-2) + 2 = 52$   
b  $\sqrt[3]{3(-2) + 7(-3)} = -3$   
c  $\sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 - (-3)} = 4$





# Nog algebraïese vergelykings

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 157–159

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

**Eenheid 1: Oplossing van vergelykings**

3 ure

Hersiening

Vergelykings met veranderlikes slegs aan een kant

Ekwivalent of nie?

Soorte oplossings

Vergelykings met veranderlikes aan albei kante

Los vergelykings met hakies op

Oplossing van woordprobleme

*Hoofstuk 9 hersiening*

## EENHEID



## Oplossing van vergelykings

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 158

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- hersien hoe om vergelykings deur middel van inspeksie op te los
- los vergelykings op met veranderlikes slegs aan een kant
- bepaal of die linkerkant en die regterkant van 'n vergelyking ekwivalent is deur middel van vervanging
- bepaal verskillende soorte oplossings vir vergelykings
- los vergelykings op met veranderlikes aan albei kante
- los vergelykings op wat hakies slegs aan een kant bevat
- los vergelykings op wat hakies aan albei kante bevat
- los woordprobleme op, insluitende algemene woordprobleme, probleme wat ouderdom, geld en omtrek en oppervlakte behels

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; gekleurde glimpenne

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 158

- 1 LK =  $3(5) + 21 = 36$ ; RK =  $31 + 5 = 36$ ; Ja
- 2
- |                      |                       |
|----------------------|-----------------------|
| a $x = 3$            | b $x = -10$           |
| c $x = 80$           | d $x = 0$             |
| e Geen oplossing nie | f $x = 0$             |
| g $x = -13$          | h $x = 9$             |
| i $x = \frac{5}{3}$  | j $x = -\frac{12}{5}$ |
- 3 Nou: Nasipi =  $x$ ; Kuhle =  $5x$   
Oor nege jaar: Nasipi =  $x + 9$ ; Kuhle =  $5x + 9$   
 $5x + 9 = 3(x + 9)$ ;  $x = 9$   
Nasipi sal 18 jaar oud wees oor nege jaar.
- 4 B  $\left(\text{sy} = \frac{12}{4} = 3 \text{ cm}; 3^2 = 9 \text{ cm}^2\right)$

## Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7 en weer in Hoofstuk 7 met algebraïese vergelykings kennis gemaak toe hulle:

- vergelykings het gebruik om probleme te beskryf
- vergelykings vertolk en ontleed het
- vergelykings *deur inspeksie* opgelos het
- vergelykings *deur vervanging* opgelos het (bepaling van die numeriese waarde van 'n uitdrukking).

Leerders gaan die bogenoemde hersien in hierdie hoofstuk en hierdie voorkennis gebruik as 'n basis om vergelykings op te los deur gebruik te maak van die optellings- en vermenigvuldigingsinverses.

## Onderwysriglyne

Die hoofrekene-oefeninge aan die begin van die eenheid verskaf die noodsaaklike oefening aan leerders wat hulle nodig om hierdie basiese vaardighede te slyp. Dit kan ook gebruik word om leerders se voorkennis en huidige begrip van hierdie inhoud te bepaal. As hierdie soorte hoofrekene-aktiwiteite elke dag gedoen word, help dit ook om hierdie basiese vaardighede te hersien en vas te lê. Hersien die betekenis van die volgende aan die begin van hierdie eenheid:

- Los 'n vergelyking op deur inspeksie
- Los 'n vergelyking op deur vervanging

Dit is baie belangrik dat die inhoud in hierdie eenheid noukeurig en stelselmatig behandel word en dat die korrekte terminologie gebruik word.

# Hersiening

## Aktiwiteit 1

## Los vergelykings op deur middel van inspeksie

Leerderboek bladsy 159

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Laat leerders in pare deur die aantekeninge in die *Onthou* gedeelte werk. Laat een paar hul begrip mondelings opsom terwyl die res van die klas aandagtig luister en foute identifiseer/vrae vra/leemtes invul. Moedig interaksie aan deur sleutelvrae te vra soos: Hoe verskil 'n algebraïese vergelyking van 'n algebraïese uitdrukking? Is dit 'n vergelyking as die linkerkant nie gelyk aan die regterkant is nie? Wat beteken dit om 'n vergelyking *deur inspeksie* op te los?
- Nooi leerders uit om bykomende voorbeelde vir die res van die klas te gee om deur inspeksie op te los, byvoorbeeld as  $x = 13$  vir die vergelyking  $x + 10 = 23$ , dan is  $LK = x + 10 = 13 + 10 = 23$  en  $RK = 23$ . As leerders aanvanklik nie hul eie voorbeelde kan gee nie, skryf een of twee voorbeelde op die bord vir hulle om op te los en om hulle te prikkel om aan hul eie voorbeelde te dink.
- Doen soveel van hierdie voorbeelde as moontlik voordat jy deur die voorbeeld in die Leerderboek werk om seker te maak dat leerders dit goed verstaan.
- Beklemtoon hoe nuttig dit is om die omgekeerde bewerking te gebruik om die antwoord te kry.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Die belangrikheid van oefening kan nie genoeg beklemtoon word nie. Verskaf soveel moontlik bykomende voorbeelde soos wat in die riglyne hierbo beskryf word aan leerders sodat hulle kan oefen.

**Uitbreiding:** Laat leerders in pare werk en hul eie voorbeelde skep, soos in die riglyne hierbo, en vir die ander gee om op te los.

### Voorgestelde antwoorde

1  $x = 57$

2  $c = 30$

3  $k = -3$

4  $q = 5$

5  $x = 10$

6  $k = 9$

7  $x = 2$

8  $y = 0$

9  $k = -5$

10  $k = \frac{1}{2}$

11  $k = 4$

\*12  $x = 4$

## Vergelykings met veranderlikes slegs aan een kant

### Aktiwiteit 2

### Los vergelykings met veranderlikes slegs aan een kant op

Leerderboek bladsy 160

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Begin die les met die voorbeeld in die Leerderboek wat die skaal voorstel, en beklemtoon die volgende:
  - Ons kan 'n vergelyking neerskryf om voor te stel wat op die skaal gewys word. Ons het  $3 \times x + 1$  aan die een kant en 19 aan die ander kant. Byvoorbeeld, kom ons sê ons het 3 identiese onbekende massas en 'n massa van 1 kg aan

die linkerkant, en 19 massas van 1 kg elk aan die regterkant. Die skaal is gebalanseerd, dus is die totale massa aan die linkerkant gelyk aan die totale massa aan die regterkant. Ons kan 'n vergelyking neerskryf om dit aan te toon:  $3x + 1 = 19$ .

- $x$  is die onbekende waarde wat ons moet bepaal, dus moet ons  $x$  isoleer (met slegs  $x$  aan die linkerkant eindig). Hoe sal ons te werk gaan om die 1 aan die linkerkant te verwyder sodat ons net  $x$ -waardes het?
- Om 'n vergelyking "gebalanseerd" te hou (die linkerkant = die regterkant), moet ons te alle tye wat ons aan die linkerkant doen ook aan die regterkant doen. Dit is baie belangrik vir die begrip van vergelykings.
- Wanneer ons die massa van 1 kg van albei kante verwyder, doen ons dit soos volg:  $3x + 1 - 1 = 19 - 1$ . Die antwoord is:  $3x = 18$ . Onthou: ons skaal is nog steeds gebalanseerd, omdat ons 1 kg aan elke kant weggeneem het.
- Onthou: ons moet vir  $x$  oplos, dus is ons mikpunt om slegs  $x$  aan die linkerkant van die skaal te hê. Wat moet ons volgende doen om dit reg te kry? Ons kan  $3x$  met  $\frac{1}{3}$  vermenigvuldig of  $3x$  deur 3 deel, maar weer eens moet ons dieselfde aan die linkerkant en die regterkant doen:  $\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$ . Dus is  $x = 6$ .
- Is ons antwoord korrek? Ons kan dit toets deur  $x$  te vervang daarmee:  $3(6) + 1 = 18 + 1 = 19$ . Ons antwoord is dus korrek.
- Werk noukeurig deur die uitgewerkte voorbeeld in die Leerderboek. Doen bykomende voorbeelde op die bord om die stappe en die leerders se begrip van die proses vas te lê.
- Beklemtoon hoe belangrik dit is om netjies te werk en die  $=$ -tekens onder mekaar te hou.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders deur soveel voorbeelde werk as wat nodig is deur skale te teken soos in die riglyne hierbo verduidelik word en op hierdie manier deur die proses te werk. Jy kan ook die eerste paar vrae op hierdie manier saam met hulle doen as hulle nog nie genoeg selfvertroue het om dit op hul eie te doen nie, of hulle kan in pare saam met ander leerders werk wat genoeg selfvertroue het om die "onderrig" te behartig soos hierbo beskryf.

**Uitbreiding:** Laat leerders in pare saam met ander leerders werk wat hulp nodig het, deur die skaalmetode te gebruik wat in die riglyne hierbo beskryf word. As hulle hul maats op hierdie manier onderrig, help dit ook om hul eie begrip vas te lê en uit te brei.

### Voorgestelde antwoorde

- |                                        |                                             |
|----------------------------------------|---------------------------------------------|
| 1 $2x = 16; x = 8$                     | 2 $5x = 50; x = 10$                         |
| 3 $4x = -44; x = -11$                  | 4 $4x = 32; x = 8$                          |
| 5 $6x = 66; x = 11$                    | 6 $2x + 5 = 5; 2x = 0; x = 0$               |
| 7 $46 = 3x + 1; 45 = 3x; 15 = x$       | 8 $-x - 6 = -28; -x = -22; x = 22$          |
| 9 $-2x = -20; x = 10$                  | 10 $10 = \frac{2x}{6}; 60 = 2x; 30 = x$     |
| 11 $\frac{x}{4} = 5; x = 20$           | 12 $17 = \frac{17x}{-2}; -34 = 17x; x = -2$ |
| 13 $6 = \frac{3x}{5}; 30 = 3x; x = 10$ | 14 $5x + 3 = -52; 5x = -55; x = -11$        |
| 15 $32 = 13x + 6; 26 = 13x; x = 2$     |                                             |

# Ekwivalent of nie?

## Aktiwiteit 3

## Bewys ekwivalensie

Leerderboek bladsy 160

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Dit is belangrik dat leerders verstaan *hoekom* hulle ekwivalensie moet toets. Ons het in Aktiwiteit 2 ons antwoord getoets deur  $x$  te vervang met 6:  
 $3(6) + 1 = 18 + 1 = 19$ . Ons antwoord was korrek.
- Ons sien in 'n voorbeeld soos  $3x + 1 = 6x - 11$  in die Leerderboek dat  $x = 4$ ; ons vervang  $x$  met 4 om te toets of die linkerkant gelyk is aan die regterkant.
- As ons dieselfde antwoord vir albei kante kry, weet ons dat ons reg gewerk het en dat  $x = 4$  wel die antwoord is. As ons verskillende antwoorde kry, weet ons dat ons 'n fout gemaak het en die probleem moet oordoen.
- Dit is baie belangrik dat antwoorde in toetse en eksamens getoets word en leerders moet altyd herinner word om hul antwoorde op hierdie manier te toets.

### Wenk

Beklemtoon die belangrikheid daarvan om die LK en RK afsonderlik uit te skryf. Verskaf bykomende voorbeelde vir oefening aan leerders en hou hul vordering noukeurig dop. Herhaling en oefening is baie belangrik.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 LK =  $40(1) + 2 = 42$ ; RK =  $1 + 42 = 43$ ; LK  $\neq$  RK; Nee
- 2 LK =  $3(0) + 10 = 10$ ; RK =  $2(0) + 10 = 10$ ; LK = RK; Ja
- 3 LK =  $2(2) + 17 = 21$ ; RK =  $19 + 2 = 21$ ; LK = RK; Ja
- 4 LK =  $\frac{1}{2}(8) \times 6 = 24$ ; RK =  $3 \times 8 = 24$ ; LK = RK; Ja
- 5 LK =  $80 - 20 = 60$ ; RK =  $4 \times 20 = 80$ ; LK  $\neq$  RK; Nee
- 6 LK =  $\frac{15}{3} = 5$ ; RK =  $15 - 5 = 10$ ; LK  $\neq$  RK; Nee
- 7 LK =  $13 + 5 + 13 = 31$ ; RK =  $33 - 2 = 31$ ; LK = RK; Ja
- 8 LK =  $\frac{4(1)}{4} = 1$ ; RK =  $\frac{10(1)}{10(1)} = 1$ ; LK = RK; Ja
- 9 LK =  $\frac{20(6)}{3} = 40$ ; RK =  $7 \times 6 = 42$ ; LK  $\neq$  RK; Nee
- 10 LK =  $0 + 5 = 5$ ; RK =  $0 - 5 = -5$ ; LK  $\neq$  RK; Nee
- 11 LK =  $\frac{27}{9} + 4 = 7$ ; RK =  $9 - 3 = 6$ ; LK  $\neq$  RK; Nee
- 12 LK =  $62x$ ; RK =  $62x$ ; LK = RK; Ja
- 13 LK =  $\frac{45}{9} + 8(2) = 21$ ; RK =  $18 + 2 = 20$ ; LK  $\neq$  RK; Nee
- 14 LK =  $\frac{2 \cdot 100}{100} = 2$ ; RK =  $100 - 80 + 1 = 21$ ; LK  $\neq$  RK; Ja
- 15 LK =  $4(4)^2 = 64$ ; RK =  $64$ ; LK = RK; Ja

## Soorte oplossings

### Aktiwiteit 4

### Bepaal verskillende oplossings

Leerderboek bladsy 161

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Wys vir leerders dat 'n antwoord nie altyd 'n lekker getal of 'n eenvoudige getal is nie. Ons kry situasies waar  $x$  slegs nul kan wees, waar  $x$  enige waarde kan hê ( $x \in \mathbb{R}$ ) of waar  $x$  geen oplossing het nie, byvoorbeeld  $x + 5 = x + 1$ .
- Dit is belangrik, want leerders kan oplossings soos hierdie in toekomstige aktiwiteite teëkom.

#### Wenk

Laat leerders in pare werk. Elke leerder moet egter die antwoorde in sy of haar eie oefenboek skryf.

#### Voorgestelde antwoorde

1  $x = \frac{1}{5}$

2  $x \in \mathbb{R}$

3  $x \in \mathbb{R}$

4  $x = 2$

5  $x \in \mathbb{R}$

6  $x = 0$

7 Geen oplossing nie

8  $x \in \mathbb{R}$

9  $x = 16$

10  $x = 0$

11  $x = 5$

12  $x = 0$

13  $x = 0$

14 Geen oplossing nie

15 Geen oplossing nie

## Vergelykings met veranderlikes aan albei kante

### Aktiwiteite 5–6

### Los vergelykings met veranderlikes aan albei kante op; Los nog vergelykings op

Leerderboek bladsy 162

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Werk noukeurig deur die uitgewerkte voorbeeld. Beklemtoon die volgende:
  - Die doel is om  $x$  te isoleer.
  - Wat ons aan die linkerkant doen, moet ons ook aan die regterkant doen.
- Belangrik: Onderwysers sê dikwels: “Neem dit oor die gelykaanteken en dan verander die teken van die term”. Dit is verkeerd. Verduidelik dat as ons  $2x$  van die een kant moet verwyder, ons die omgekeerde bewerking aan albei kante moet doen, wat  $-2x$  is, omdat die vergelyking te alle tye gebalanseerd moet wees.
- Moenie leerders aanmoedig om kortpaaie te kies nie, want dan is daar 'n risiko dat wiskundige akkuraatheid en korrektheid in die slag kan bly en dit kan later 'n negatiewe uitwerking op leerders se begrip van meer komplekse konsepte en prosedures hê.
- Laat leerders hul antwoorde toets deur vervanging te gebruik en probleme wat verkeerd was, oor te doen sodat hulle kan sien waar hulle verkeerd gegaan het.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet netjies werk en die stappe met  $=$ -tekens onder mekaar neerskryf. Leerders moet die probleme oordoen totdat hulle al die antwoorde reg het. Aktiwiteit 6 verskaf bykomende oefening van dieselfde soort probleme.

**Uitbreiding:** Vraag 11–12 in Aktiwiteit 5 is meer uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

#### Aktiwiteit 5

- |                                                  |                                           |                               |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------|
| 1 $x = -13$                                      | 2 $2x = 20; x = 10$                       | 3 $-2x = -12; x = 6$          |
| 4 $-4x = -10; x = \frac{5}{2}$                   | 5 $14x = 28; x = 2$                       | 6 $x = 0$                     |
| 7 $5x = 45; x = 9$                               | 8 $3x = 24; x = 8$                        | 9 $24x = 36; x = \frac{3}{2}$ |
| 10 $-4x - 11 = -4x - 11; x \in \mathbb{R}$       |                                           |                               |
| *11 $2x - 3 = 6x - 1; -4x = 2; x = -\frac{1}{2}$ | *12 $-2x + 7 = -4x + 49; 2x = 42; x = 21$ |                               |

#### Aktiwiteit 6

- |                                |                                                   |
|--------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1 $x = 15$                     | 2 $x = 6$                                         |
| 3 $x = 15$                     | 4 $-7x = -21; x = 3$                              |
| 5 $x = 5$                      | 6 $7x = -7; x = -1$                               |
| 7 $x = 26$                     | 8 $6x + 9 = 6x - 8$ ; Geen oplossing nie          |
| 9 $-3x = -8x; x = \frac{8}{3}$ | 10 $11x = 3x; x = 0$                              |
| 11 $5x = 15; x = 3$            | 12 $-x = -4; x = 4$                               |
| 13 $12x = 6; x = \frac{1}{2}$  | 14 $11x - 6 = 7x + 20; 4x = 26; x = \frac{13}{2}$ |

## Los vergelykings met hakies op

### Aktiwiteite 7–8

Los vergelykings met een hakie op; Los vergelykings met twee hakies op

Leerderboek bladsy 163

### Riglyn vir die implementering van hierdie aktiwiteite

Hersien die verwydering van hakies. Leerders volg dan die gewone stappe om 'n vergelyking op te los.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Wanneer leerders die hakies verwyder het (wat bykomende oefening van hierdie bepaalde vaardigheid is), oefen hulle die vaardighede wat in vorige lesse geleer is.

**Uitbreiding:** Aktiwiteit 8 bevat vrae met verskeie terme, dus behoort leerders dit te geniet!

## Voorgestelde antwoorde

### Aktiwiteit 7

- |    |                                                    |    |                                                 |
|----|----------------------------------------------------|----|-------------------------------------------------|
| 1  | $3x + 6 = 27; 3x = 21; x = 7$                      | 2  | $30 - 5x = -35; 5x = 65; x = 13$                |
| 3  | $-2x - 9 = -10; -2x = -1; x = \frac{1}{2}$         | 4  | $-10x - 6 = -8x - 6; -2x = 0; x = 0$            |
| 5  | $24 = 5x - 5 - 1; 30 = 5x; x = 6$                  | 6  | $x - 67 = -22x - 44; 23x = 23; x = 1$           |
| 7  | $24x - 84 + 51 = 90x; -33 = 66x; x = -\frac{1}{2}$ | 8  | $-28 - 6x + 32 = 12x; 4 = 18x; x = \frac{2}{9}$ |
| 9  | $-9 + 4x = 12x - 15; 6 = 8x; x = \frac{3}{4}$      | 10 | $-64x = -18 + 8x; 18 = 72x; x = \frac{1}{4}$    |
| 11 | $10 - 30x - 3 = 12x; 7 = 42x; x = \frac{1}{6}$     | 12 | $12 - x - 3 = -x + 9; 9 = 9; x \in \mathbb{R}$  |

### Aktiwiteit 8

- |    |                                                                                |
|----|--------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | $3x + 12 = 2x + 14; x = 2$                                                     |
| 2  | $60 - 6x = 48 - 2x; 12 = 4x; x = 3$                                            |
| 3  | $-3x + 12 = 12 - 4x; x = 0$                                                    |
| 4  | $14 - 7x - 16 = 12x - 12; -7x - 2 = 12x - 12; 10 = 19x; x = \frac{10}{19}$     |
| 5  | $10x - 10 + 2 = 10x + 6; 10x - 8 = 10x + 6; \text{no solution}$                |
| 6  | $30 + 12 + 15x = -2x + 24; 15x + 42 = -2x + 24; 13x = -18; x = -\frac{18}{13}$ |
| 7  | $17 - 4x - 9 = -9x - 7; -4x + 8 = -9x - 7; 5x = -15; x = -3$                   |
| 8  | $24 + 3 - 7x = 12 - 12x; -7x + 27 = -12x + 12; 5x = -15; x = -3$               |
| 9  | $45x - 60 = 24 - 3x + 36; 45x - 60 = -3x + 60; 48x = 120; x = \frac{5}{2}$     |
| 10 | $16 - 13x - 1 = -7x - 21; -13x + 15 = -7x - 21; -6x = -36; x = 6$              |
| 11 | $35 - 15x = 19 - 7x - 56; -15x + 35 = -7x - 37; -8x = -72; x = 9$              |
| 12 | $12 - 5 + 7x = -3x - 21 - 12; 7x + 7 = -3x - 33; 10x = -40; x = -4$            |

## Oplossing van woordprobleme

Oplossing van woordprobleme wat ouderdom behels; Oplossing van woordprobleme wat geld behels; Oplossing van woordprobleme wat omtrek en oppervlakte behels

### Aktiwiteite 9-12

Los woordprobleme op; Los woordprobleme op (ouderdom); Los woordprobleme op (geld); Los woordprobleme op (omtrek en oppervlakte)

Leerderboek bladsy 163-168

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Daar is algemene stappe om 'n woordprobleem op te los, maar daar is gevind dat wanneer dit onderrig word, dit beter is om elke soort woordprobleem afsonderlik te hanteer.
- Bestee tyd aan elke soort probleem m.a.w. een periode per soort (vier periodes). Leerders sukkel dikwels om meer as een soort woordprobleem per dag te begryp.
- Werk elke dag deur die toepaslike voorbeeld(e) in die Leerderboek. Die voorbeeld kan herhaal word en weer verduidelik word totdat die leerders dit verstaan indien nodig.
- Dit is belangrik dat leerders 'n probleem drie keer lees en probeer om iets neer te skryf voor hul om hulp vra. Hulle moet eers self die probleem probeer oplos.



## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Lees, lees en lees aandagtig! Leerders kan in pare werk.

**Uitbreiding:** Aktiwiteit 9–12 is almal uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

#### Aktiwiteit 9

- 1  $(4t - 6) - 2t = 2t - 6$
- 2  $(24m + 15) - (10m - 6) - (7m + 1) = 24m + 15 - 10m + 6 - 7m - 7 = 7m + 14$
- 3  $45 - (4x + 25) = 45 - 4x - 25 = -4x + 20$
- 4  $3t + r = 3\ 000$ ;  $3t + 2r = 5\ 900$ ;  $3\ 000 - r = 5\ 900 - 2r$ ;  $r = R2\ 900$
- 5  $(15p - 5) \div 5 = 3p - 1$
- 6  $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x = 120$ ;  $\frac{5}{6}x = 120$ ;  $x = 120 \times \frac{6}{5} = 144$
- 7  $(5x) + (5x + x + 5) = 115$ ;  $11x + 5 = 115$ ;  $11x = 110$ ;  $x = 10$ ; Jolene weeg 50 kg en Farhana weeg 65 kg
- 8  $4 \times 2x + 4,5 \times x = 75$ ;  $12,5x = 75$ ;  $x = 6$ ; Sy het ses blokkies sjokoladefudge en twaalf blokkies toffiefudge verkoop.

#### Aktiwiteit 10

- 1 Riaan =  $x$ ; Werner =  $x + 4$ ;  $x + x + 4 = 34$ ;  $2x = 30$ ;  $x = 15$ ; Werner is 19 jaar oud.
- 2 Taariq =  $x$ ; Mohammed =  $3x$ ;  $x + 3x = 80$ ;  $4x = 80$ ;  $x = 20$ ; Taariq is 20 jaar oud en Mohammed is 60 jaar oud.
- 3 Daleen =  $x$ ; Broer =  $2x$ ;  $x + 2x = 36$ ;  $3x = 36$ ;  $x = 12$ ; Daleen se broer is 24 jaar oud.
- 4 Karlien =  $x$ ; Belinda =  $x + 1$ ; Bertus =  $x + 2$ ;  $x + x + 1 + x + 2 = 48$ ;  $3x + 3 = 48$ ;  $3x = 45$ ;  $x = 15$ ; Belinda is 16 jaar oud.
- 5 Nou: Rina =  $x$ ; San-Mari =  $3x$ . In 12 jaar se tyd: Rina =  $x + 12$ ; San-Mari =  $3x + 12$ ;  $3x + 12 = 2(x + 12)$ ;  $3x + 12 = 2x + 24$ ;  $x = 12$ ; Rina sal oor 12 jaar 24 jaar oud wees.
- 6 Nou: Danie =  $x$ ; Nico =  $2x$ . 10 jaar gelede: Danie =  $x - 10$ ; Nico =  $2x - 10$ ;  $2x - 10 = 3(x - 10)$ ;  $2x - 10 = 3x - 30$ ;  $x = 20$ ; Danie is nou 20 jaar oud en Nico is nou 40 jaar oud.
- 7 Nou: Tienie =  $x$ ; Pauline =  $4x$ . Oor 2 jaar: Tini =  $x + 2$ ; Pauline =  $4x + 2$ ;  $4x + 2 = 2(x + 2)$ ;  $4x + 2 = 2x + 4$ ;  $2x = 2$ ;  $x = 1$ ; Tienie is nou 1 jaar oud.
- 8 Nou: Ina =  $x$ ; Tomas =  $x + 8$ . 4 jaar gelede: Ina =  $x - 4$ ; Tomas =  $x + 8 - 4 = x + 4$ ;  $x + 4 = 5(x - 4)$ ;  $x + 4 = 5x - 20$ ;  $24 = 4x$ ;  $x = 6$ ; Tomas was vier jaar gelede 10 jaar oud.

#### Aktiwiteit 11

- 1 Aantal kinders =  $x$ ; Aantal volwassenes =  $5x$   
 $40(x) + 100(5x) = 5\ 724\ 000$ ;  $540x = 5\ 724\ 000$ ;  $x = 10\ 600$ ; Daar was 53 000 volwassenes.
- 2 Aantal lekkers =  $x$ ; Aantal sjokolades =  $3x$   
 $0,5(x) + 4,5(3x) = 56$ ;  $14x = 56$ ;  $x = 4$ ; Xander het 12 sjokolades gekoop.
- 3 Aantal toebroodjies =  $x$ ; Aantal hamburgers =  $x + 10$ ; Aantal worsbroodjies =  $2(x + 10)$   
 $= 2x + 20$ ;  $8(x) + 12(x + 10) + 5(2x + 20) = 1\ 460$ ;  $10x + 100 + 12x + 120 + 8x = 1\ 460$ ;  
 $20x + 220 = 1\ 460$ ;  $20x = 1\ 240$ ;  $x = 62$ ; Paula het 144 worsbroodjies verkoop.
- 4 Aantal katte =  $x$ ; Aantal honde =  $x + 5$ ; Aantal visse =  $x + 4$ .  
 $500(x + 5) + 280(x) + 50(x + 4) = 10\ 170$ ;  $500x + 2\ 500 + 280x + 50x + 200 = 10\ 170$ ;  
 $830x + 2\ 700 = 10\ 170$ ;  $830x = 7\ 470$ ;  $x = 9$ ;  
Daar is 9 katte, 14 honde, 13 visse en 36 troeteldiere altesaam verkoop.

## Aktiwiteit 12

- 1  $x = \frac{60}{4} = 15 \text{ mm}$
- 2 Breedte =  $x$ ; Lengte =  $4x - 15$   
 $2(x) + 2(4x - 15) = 900$ ;  $2x + 8x - 30 = 900$ ;  $10x = 930$ ;  $x = 93$   
 $b = 93 \text{ mm}$ ;  $l = 4(93) - 15 = 357 \text{ mm}$
- 3 Breedte =  $x$ ; Lengte =  $3x - 1$   
 $2(x) + 2(3x - 1) = 38$ ;  $2x + 6x - 2 = 38$ ;  $8x = 40$ ;  $x = 5$   
 $b = 5 \text{ m}$ ;  $l = 3(5) - 1 = 13 \text{ m}$
- 4 Breedte =  $x$ ; Lengte =  $3x - 5$   
 $2(x) + 2(3x - 5) = 54$ ;  $2x + 6x - 10 = 54$ ;  $8x = 64$ ;  $x = 8$   
 $b = 8 \text{ cm}$ ;  $l = 3(8) - 5 = 19 \text{ cm}$
- \*5 Breedte =  $x - 2$ ; Lengte =  $x + 8$   
 $2(x - 2) + 2(x + 8) = 40$ ;  $2x - 4 + 2x + 16 = 40$ ;  $4x = 28$ ;  $x = 7$   
 $b = 7 - 2 = 5 \text{ cm}$ ;  $l = 7 + 8 = 15 \text{ cm}$

# Hoofstuk 9 hersiening

Leerderboek bladsy 169

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit doen. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en te bepaal of enige remediëring nodig is.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $LK = 20(1) + 5 = 25$ ;  $RK = 1 + 24 = 25$ ;  $LK = RK$ ; Ja  
b  $LK = 3(3)2 = 27$ ;  $RK = -27$ ;  $LK \neq RK$ ; Nee
- 2 a  $x = 38$  b  $x = 0$   
c  $x = 2$  d  $3x = 12$ ;  $x = 4$   
e  $x = 0$  f  $-x - 11 = 1$ ;  $-x = 12$ ;  $x = -12$   
g  $4 = \frac{2x}{5}$ ;  $2x = 20$ ;  $x = 10$  h  $x \in \mathbb{R}$   
i  $3x = 9$ ;  $x = 3$  j  $x = 0$   
k  $-6x = 5$ ;  $x = -\frac{5}{6}$
- l  $140 - 30x = -10$ ;  $-30x = -150$ ;  $x = 5$
- m  $-4x - 6 = 13x - 9$ ;  $3 = 17x$ ;  $x = \frac{3}{17}$
- n  $9 + 14 + 12x = -20x + 15$ ;  $12x + 23 = -20x + 15$ ;  $32x = -8$ ;  $x = -\frac{1}{4}$
- o  $25 - 2 + x = -8x - 40 - 9$ ;  $x + 23 = -8x - 49$ ;  $9x = -72$ ;  $x = -8$
- 3 a Laat 'n hond  $x$  rand kos; Hond =  $x$ ; Kat =  $y$ ;  
 $2 \text{ honde} + 1 \text{ kat} = \text{R}2\,000$ ;  $2x + y = \text{R}2\,000$ ;  $y = \text{R}2\,000 - 2x$   
 $1 \text{ hond} + 1 \text{ kat} = \text{R}1\,250$ ;  $x + y = \text{R}1\,250$ ;  $y = \text{R}1\,250 - x$   
 $2\,000 - 2x = 1\,250 - x$ ;  $750 = x$ ; Een hond sal R750 kos.
- b Nou: Magnus =  $x$ ; Jurgens =  $x + 6$   
Vier jaar gelede: Magnus =  $x - 4$ ; Jurgens =  $x + 6 - 4 = x + 2$   
 $x + 2 = 3(x - 4)$ ;  $x + 2 = 3x - 12$ ;  $14 = 2x$ ;  $x = 7$ ; Jurgens is nou 13 jaar oud.

- c Aantal kinders =  $x$   
 Aantal volwassenes =  $6x$   
 Fooi vir kinders =  $x \times R100$   
 Fooi vir volwassenes =  $6x \times R250$   
 $\therefore (x \times R100) + (6x \times R250) = 960\,000$   
 $\therefore 100x + 1\,500x = 960\,000$   
 $\therefore 1\,600x = 960\,000$   
 $\therefore x = \frac{960\,000}{1\,600}$   
 $\therefore x = 60$   
 Aantal kinders = 60  
 Aantal volwassenes = 360
- d Omtrek =  $2(l + b)$   
 Breedte =  $x$   
 Lengte =  $2x$   
 $\therefore 2(2x + x) = 104\text{ mm}$   
 $\therefore 4x + 2x = 104\text{ mm}$   
 $\therefore 6x = 104\text{ mm}$   
 $\therefore x = 17,3\text{ mm}$   
 $\therefore l = 34,6\text{ mm}$  en  $b = 17,3\text{ mm}$

**Review Copy**

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 170–228

Voorgestelde tydstoekenning: 25 ure

**Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:**

<b>Eenheid 1: Meetkunde van reguitlyne</b>	9 ure
Hoekverwantskappe	
Loodlyne en reguitlyne	
Snylyne	
Parallele lyne en snylyne	
Identifiseer parallelle lyne	
Probleemoplossing	
<b>Eenheid 2: Konstrueer meetkundige figure</b>	4 ure
Hersiening: Konstrueer hoeke	
Halveer lynsegmente en hoeke	
Konstrueer loodlyne	
Konstrueer spesiale hoeke sonder 'n gradeboog	
<b>Eenheid 3: Eienskappe van meetkundige figure</b>	4 ure
Ondersoek die eienskappe van driehoeke	
Ondersoek die eienskappe van vierhoeke	
Ondersoek die eienskappe van veelhoeke	
Binnehoeke van veelhoeke	
<b>Eenheid 4: Meetkunde van 2D-vorms: Driehoeke</b>	3 ure
Hersiening: Eienskappe en definisies van driehoeke	
Hersiening: Klassifiseer driehoeke	
Oplossing van driehoeke	
<b>Eenheid 5: Meetkunde van 2D-vorms: Vierhoeke</b>	3 ure
Hersiening: Klassifiseer vierhoeke	
Oplossing van vierhoeke	
Probleemoplossing	
<b>Eenheid 6: Meetkunde van 2D-vorms: Kongruente en gelykvormige figure</b>	2 ure
Kongruente en gelykvormige figure	
Ondersoek voorwaardes vir kongruente driehoeke	
Voorwaardes vir gelykvormigheid	
Probleemoplossing	

*Hoofstuk 10 hersiening*

*PvA: Ondersoek 1: Bepaal die som van die binnehoeke van veelhoeke*



# Meetkunde van reguitlyne

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 171

Voorgestelde tydstoekenning: 9 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- hersiening: lyn, lynsegment en straal
- hersiening: loodlyne
- hersiening: parallelle lyne en 'n snylyn
- snylyne en regoorstaande hoeke
- ooreenkomstige, verwisselende en ko-binnehoeke

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; gradeboog; passer; liniaal

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Leerders moet in hierdie eenheid dikwels komplemente en supplemente van hoeke bereken. Moedig leerders aan om die grootte van hoeke te bereken sonder om 'n sakrekenaar te gebruik. Leerders mag vraag 1e uitdagend vind. Vra: Hoe het julle gedink om die antwoorde op die vorige vrae te kry? Gebruik dieselfde denkwysie om hierdie een te doen.

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 171

1	a $70^\circ$	b $15^\circ$	c $56^\circ$
	d $22^\circ$	e $90^\circ - x^\circ$	f $90^\circ - y^\circ$
2	a $80^\circ$	b $60^\circ$	c $55^\circ$
	d $90^\circ$	e $180^\circ - 5x^\circ$	f $180^\circ - 3y^\circ$
3	a $270^\circ$	b $90^\circ$	c $315^\circ$
	d $225^\circ$	e $45^\circ$	f $360^\circ - 2y^\circ$

### Agtergrondinligting

- Napoleon Bonaparte het na bewering gesê: "'n Goeie skets is beter as 'n lang toespraak." Dit is ook waar wanneer ons Meetkunde doen.
- Enige vak het sy eie terminologie: 'n stel tegniese terme wat met die vak verband hou. Wiskunde is dieselfde.
- Dit is belangrik om seker te maak dat leerders presiese beskrywings van die terminologie kan gee wat ons in Meetkunde gebruik.
- Leerders het in Graad 7 die volgende gedoen:
  - punte, lyne en hoeke
  - komplementêre en supplementêre hoeke (uitbreiding)

- parallelle, loodregte, horisontale en vertikale lyne geïdentifiseer en gekonstrueer
- die dele van hoeke geïdentifiseer
- hoeke geles, gemeet, geklassifiseer en gekonstrueer
- liniale, passers en gradeboë gebruik om te meet en te konstrueer.

Leerders hersien in hierdie eenheid die basiese konsepte wat in Graad 7 geleer is. Hulle maak kennis met regoorstaande hoeke, ooreenkomstige hoeke, verwisselende hoeke en ko-binnehoeke (laasgenoemde is uitbreiding) en moet meetkundige probleme oplos om onbekende hoeke te vind deur hierdie hoekverwantskappe te gebruik (met redes).

## Onderwysriglyne

Hersiening van die basiese konsepte wat in Graad 7 geleer is, is baie belangrik omdat leerders van verskillende laerskole af kom, en hul basiese kennis en begrip van die konsepte getoets moet word. Hoekverwantskappe moet op 'n verkennende, ondersoekende manier aangebied word, soos in die Leerderboek uiteengesit en hieronder beskryf word, om seker te maak dat leerders 'n praktiese begrip van hierdie verwantskappe het.

## Hoekverwantskappe

**Lyne en punte; Hersiening: Wat is 'n hoek; Hersiening: Klassifiseer hoeke**

### Aktiwiteit 1

### Hersien woorde wat in Meetkunde gebruik word

Leerderboek bladsy 171

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik die betekenis van die woord *terminologie* (soos beskryf in *Agergrondinligting* hierbo) en die belangrikheid daarvan om die korrekte terminologie te gebruik wanneer Wiskunde, en veral Meetkunde, gedoen word.
- Aktiwiteit 1 kan gebruik word om leerders se voorkennis van die basiese terminologie wat gebruik word wanneer daar met lyne, punte en hoeke gewerk word, te evalueer. Onthou dat leerders in Graad 8 dikwels van verskillende laerskole af kom en dus is dit belangrik om hul begrip van die basiese konsepte te toets.
- Leerders behoort Aktiwiteit 1 sonder hulp te voltooi.

### Remediëring en uitbreiding

Bestee tyd daaraan om die terminologie van punte, lyne en hoeke te hersien indien nodig. Leerders kan ook in pare werk en die tabel gebruik om mekaar te toets. Herhaal hierdie terme dikwels wanneer jy Meetkunde onderrig. Vra leerders om die betekenis van die woorde aan jou te verduidelik.

### Voorgestelde antwoorde

1 f; iii

2 a; vi

3 d; v

4 c; ii

5 b; i

6 e; iv

# Loodlyne en reguitlyne

## Komplementêre hoeke; Supplementêre hoeke

**Aktiwiteit 2**

**Verstaan komplemente en supplemente**

Leerderboek bladsy 176

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien hoeke, die gebruik van die gradeboog om hoeke te meet en klassifikasie van hoeke.
- Werk noukeurig deur die inleiding tot komplementêre en supplementêre hoeke asook die voorbeelde in die Leerderboek. Al het leerders dit waarskynlik as uitbreiding in Graad 7 gedoen, moet jy hierdie konsepte hanteer asof leerders dit vir die eerste maal doen.
- Doen soortgelyke bykomende voorbeelde wat vereis dat leerders komplemente en supplemente op die bord moet bereken voordat leerders die aktiwiteit aanpak. Beklemtoon die belangrikheid daarvan om die berekening korrek uiteen te sit, naamlik op 'n stap-vir-stap manier soos dit in die Leerderboek uiteengesit is.
- Let op die verskil in spelling: Iemand gee vir jou 'n *kompliment* as hulle iets positiefs oor jou sê. Ons werk egter in hierdie aktiwiteit met 'n *komplement*.
- Bespreek hoe om hoeke te nommer en moedig leerders aan om dit in hul eie werk te doen.
- Leerders moet Aktiwiteit 2 op hul eie doen.
- Vraag 1 en 2 is toepassings van die Hoofrekene.
- Dit is baie belangrik dat leerders die antwoorde uitskryf soos van hulle vereis word wanneer hulle Meetkunde doen.

Doen rekenkunde (ontmoedig dit)	Doen Meetkunde (die korrekte manier)
$90^{\circ} - 27^{\circ} = 63^{\circ}$	$x + 27^{\circ} = 90^{\circ}$ (regte hoek)
$\therefore$ Die antwoord is $63^{\circ}$	$x + 27^{\circ} - 27^{\circ} = 90^{\circ} - 27^{\circ}$ $\therefore x = 63^{\circ}$

### Remediëring en uitbreiding

Al die vrae waar leerders die waarde van  $x$  moet vind, is geleenthede om te oefen om vergelykings op te los. Hersien die konsep van *optelling/aftrekking aan albei kante*. Moenie sê dat leerders moet oordra en die teken verander nie.

### Voorgestelde antwoorde

- 1

a  $48^{\circ}$

b  $72,7^{\circ}$

c  $9^{\circ}$

d  $90^{\circ} - y^{\circ}$
- 2

a  $138^{\circ}$

b  $63^{\circ}$

c  $98,4^{\circ}$

d  $180^{\circ} - 4p^{\circ}$

- 3 **Let op:** nommer hoeke van links na regs by hoekpunt waar nodig.
- a  $x + 27^\circ = 90^\circ$  (regte hoek)  $\therefore x = 63^\circ$
  - b  $x + 50^\circ + x = 90^\circ$  (regte hoek);  $2x = 40^\circ \therefore x = 20^\circ$
  - c  $131^\circ + x = 180^\circ$  (reguitlyn)  $\therefore x = 49^\circ$
  - d  $3x + 120^\circ = 180^\circ$  (reguitlyn);  $3x = 60^\circ \therefore x = 20^\circ$
  - e  $103^\circ + 25^\circ + x = 180^\circ$  (reguitlyn)  $\therefore x = 52^\circ$
  - f  $2x + 90^\circ + 3x = 180^\circ$  (reguitlyn);  $5x = 90^\circ \therefore x = 18^\circ$

## Snylyne

### Aktiwiteit 3

### Ondersoek snylyne

Leerderboek bladsy 178

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die inleiding en voorbeelde in die Leerderboek en stel die konsep van *regoorstaande hoeke* noukeurig voor.
- Jy kan leerders vra om pare te vorm en teenoor mekaar in groepe van vier te staan en na die persoon in 'n regoorstaande posisie te wys indien nodig. Teken 'n diagram op die bord van hierdie rangskikking, soortgelyk aan die illustrasie van die heining. Laat leerders hul posisies aan die korrekte punte op die diagram koppel.
- Maak seker dat leerders nie deurmekaar raak met *regoorstaande hoeke* en *teenoorstaande hoeke* nie. (Die teenoorstaande hoeke van 'n parallellogram is gelyk.)
- Verskaf genoeg tyd aan leerders om die hoeke te meet en hul eie afleidings te maak. Bespreek die antwoorde met hulle.

### Remediëring en uitbreiding

Verskaf soortgelyke bykomende voorbeelde aan leerders om te oefen om regoorstaande hoeke te identifiseer en te meet.

### Voorgestelde antwoorde

- 1
  - a  $AD \parallel BE$ ;  $BE \parallel CF$ ;  $AD \parallel CF$
  - b  $CF \perp DF$ ;  $AD \perp DF$ ;  $EB \perp AC$ ; ens.
  - c Lynsegmente BF en CE sny by punt M.
- 2
  - a  $BMC = EMF = 100^\circ$
  - b  $BME = CMF = 80^\circ$
  - c Hulle is gelyk.
- 3  $67^\circ$
- 4 Die hoeke hoort dieselfde grootte te wees. Regoorstaande hoeke is gelyk.



**Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit**

- Leerders oefen die volgende vaardighede in Aktiwiteit 4:
  - vertolk 'n diagram;
  - besluit op 'n strategie om die probleem op te los.
- Beklemtoon die belangrikheid daarvan om die eerste reël van die antwoord te gebruik om 'n stelling en 'n rede neer te skryf. Berekening volg daarna in die tweede en derde reëls.

**Remediëring**

Gebruik die antwoorde in die aktiwiteit om meer vertolkende vrae te vra, byvoorbeeld:

- 1 Wat is die supplement van  $81^\circ$ ? ( $99^\circ$ ) Waar is daardie hoek op die diagram?
- 2 Klassifiseer die hoek wat jy bereken het (stomphoek).
- 3 Hoe kan jy jou antwoorde toets? (Totaal van hoeke moet  $360^\circ$  wees omdat dit 'n omwenteling vorm.)
- 4 Kan jy eers die waarde vir  $y$  bepaal? (Nee)
- 5 Wat het jy gedink toe jy sien dat die waarde van  $x$  nie 'n natuurlike getal is nie? (Geen probleem nie – 'n hoek kan in minute en sekondes verdeel word. Ons werk met desimale waardes.) Wat is die naam vir die lyn wat 'n hoek in twee gelyke dele verdeel? (halveerlyn)
- 6 Bereken die groottes van die twee hoeke as  $x = 25^\circ$  ( $60^\circ$  elk).

**Voorgestelde antwoorde**

- 1
  - a  $x = 81^\circ$  (regoorst.  $\angle$ 'e)
  - b  $2x + 15^\circ = 137^\circ$  (regoorst.  $\angle$ 'e)  
 $2x = 122^\circ$   
 $\therefore x = 61^\circ$
  - c  $x = 102^\circ$  (regoorst.  $\angle$ 'e)  
 $y = 41^\circ$  (regoorst.  $\angle$ 'e)  
 $x + y + z = 180^\circ$  (reguitlyn)  
 $102^\circ + 41^\circ + z = 180^\circ$   
 $\therefore z = 37^\circ$
- 2
  - a  $3x + 12^\circ = 120^\circ$  (regoorst.  $\angle$ 'e)  
 $3x = 108^\circ$   
 $\therefore x = 36^\circ$   
 $3y = x$  (regoorst.  $\angle$ 'e)  
 $\therefore 3y = 36^\circ$   
 $\therefore 3y = 12^\circ$
  - b  $2x = 65^\circ$  (regoorst.  $\angle$ 'e)  
 $\therefore x = 32,5^\circ$   
 $y + 65^\circ = 180^\circ$  (reguitlyn)  
 $\therefore y = 115^\circ$   
 $z = y$  (regoorst.  $\angle$ 'e)  
 $\therefore z = 115^\circ$
  - c  $3x - 15^\circ = 2x + 10^\circ$  (regoorst.  $\angle$ 'e)  
 $\therefore x = 25^\circ$

# Parallele lyne en snylyne

## Ooreenkomstige hoeke; Ko-binnehoeke (uitbreiding); Verwisselende hoeke

### Aktiwiteite 5–6

### Ondersoek hoeke wat deur snylyne gevorm word; Identifiseer hoeke wat deur snylyne gevorm word

Leerderboek bladsye 180–181

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Werk noukeurig deur die voorbeelde en die definisies in die Leerderboek.
- Teken bykomende voorbeelde op die bord wat vereis dat leerders *ooreenkomstige*, *ko-binne-* en *verwisselende hoeke* identifiseer. (Daar word nie van leerders vereis om ko-binnehoeke te ken nie. Dit kan dus as uitbreiding onderrig word.)
- Jy kan, as 'n alternatief, stap-vir-stap aan leerders verduidelik hoe om twee parallelle lyne te konstrueer deur 'n tekendriehoek en 'n liniaal te gebruik om 'n snylyn te teken en ooreenkomstige, ko-binne- en verwisselende hoeke te merk deur kolletjies, sterretjies en regmerkies te gebruik. Hoewel hulle in die volgende eenheid gaan konstrueer, is dit 'n ideale *opwarming*. As hulle die aktiwiteit voltooi het, kan hulle weer na hierdie konstruksies kyk en die hoeke meet as 'n verdere toets van die gevolgtrekkings wat hulle in Aktiwiteit 5 gemaak het.

### Remediëring en uitbreiding

Die konstruksie-aktiwiteit vir opwarming, in die riglyne hierbo, dien as oefening en vaslegging van die konsepte van ooreenkomstige, ko-binne- en verwisselende hoeke. Gee leerders bykomende huiswerktake wat van hulle vereis om parallelle lyne en snylyne te konstrueer, al bogenoemde hoeke te benoem, hulle te meet en gevolgtrekkings oor die verwantskappe tussen hierdie hoeke neer te skryf.

### Voorgestelde antwoorde

#### Aktiwiteit 5

- a Die hoeke is gelyk.
  - b  $\hat{A}\hat{G}\hat{E}$  en  $\hat{C}\hat{H}\hat{E}$
- a Die som van die hoeke is  $180^\circ$ .
  - b  $\hat{A}\hat{G}\hat{F}$  en  $\hat{C}\hat{H}\hat{E}$
- a Die hoeke is gelyk.
  - b  $\hat{B}\hat{G}\hat{F}$  en  $\hat{C}\hat{H}\hat{E}$

#### Aktiwiteit 6

F = ooreenkomstige hoeke; U = ko-binnehoeke; N = verwisselende hoeke

# Identifiseer parallelle lyne

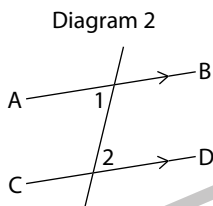
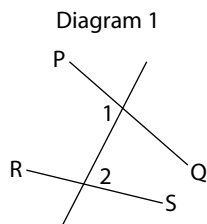
## Aktiwiteit 7

## Gebruik parallelle lyne

Leerderboek bladsy 182

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Daar word nie van leerders vereis om ko-binnehoeke te ken nie, soos reeds genoem. Dit kan dus as uitbreiding onderrig word. As leerders nie ko-binnehoeke ken nie, kan hulle probleme oplos soos in Voorbeeld 1.
- Verduidelik die simbool ( $\parallel$ ) vir parallelle lyne. (Dit is nie iets nuuts vir leerders nie, maar dit sal hulle help om dit te hersien.)
- Leerders meet die hoeke soos gevra en maak hul eie gevolgtrekkings.
- Hulle kan die letters F, U en N gebruik om die posisie van die hoeke te onthou. (Wiskunde is "FUN"!)
- Verduidelik die verskil tussen die volgende pare verwisselende hoeke:



- Die twee hoeke in Diagram 1 is verwisselende hoeke, maar hulle is nie gelyk nie.
- Die twee hoeke in Diagram 2 is verwisselende hoeke *en* hulle is gelyk. Hulle is gelyk omdat die lyne parallel is. Dit is dus noodsaaklik dat die twee parallelle lyne deel van die rede *moet* vorm:  $\hat{1} = \hat{2}$  (verw.  $\angle$ 'e;  $AB \parallel CD$ )
- Bespreek die twee uitgewerkte voorbeelde.
- Leerders werk deur Aktiwiteit 5. Wys leerders op die verskil in die twee vrae:
  - **Vraag 1:** parallelle lyne gegee; hoeke moet bereken word
  - **Vraag 2:** gelyke hoeke gegee; parallelle lyne moet geïdentifiseer word.

### Remediëring

Herhaling, herhaling, herhaling! Leerders moet 100% gemaklik wees met die name en eienskappe van hierdie pare hoeke. Gee spesiale aandag aan die manier waarop leerders hul antwoorde aanbied.

### Wenk

Leerders sal die name van parallelle lyne wat horisontaal gegee word, memoriseer. Leer hulle om die bladsy om te draai as die parallelle lyne vertikaal gegee word; die diagram sal dan weer soos die een wat aan hulle bekend is.

## Voorgestelde antwoorde

- 1  $a = 144^\circ$  (verw.  $\angle'e$ ;  $AB \parallel PQ$ )  
 $b = 144^\circ$  (ooreenk.  $\angle'e$ ;  $EF \parallel GH$ )  
 $c + 144^\circ = 180^\circ$  (ko-binne  $\angle'e$ ;  $XY \parallel RT$ );  $c = 36^\circ$
- 2 a  $CD \parallel EF$  (ooreenk.  $\angle'e$  is gelyk)  
b  $XY \parallel PQ$  (verw.  $\angle'e$  is gelyk)  
c  $PQ \parallel RS$  (Daar is 'n hoek van  $110^\circ$  aangrensend aan die hoek van  $70^\circ$ ; reguitlyn  
 $\therefore$  verw.  $\angle'e$  is gelyk)

## Probleemoplossing

### Aktiwiteit 8

### Los probleme op

Leerderboek bladsy 183

### Riglyn vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Dit is 'n aktiwiteit waarin alles bymekaarkom. Moedig leerders aan om 'n probleem op soveel maniere as wat hulle kan, op te los, mits hulle redes vir hul denkwyse kan gee.

#### Wenk

Jy moet in Meetkunde onthou wat jy in vraag 1 bereken het om vraag 2 te kan beantwoord.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a i  $p = 36^\circ$  (ooreenk.  $\angle'e$ ;  $MN \parallel BC$ )  
 $q = p$  (verw.  $\angle'e$ ;  $MN \parallel BC$ )  $\therefore q = 36^\circ$   
 $r = q$  (ooreenk.  $\angle'e$ ;  $MN \parallel BC$ )  $\therefore r = 36^\circ$   
 $s + r = 180^\circ$  (reguitlyn);  $s + 36^\circ = 180^\circ \therefore s = 144^\circ$   
ii  $t = 144^\circ$  (omwenteling OF reguitlyne OF regoorst.  $\angle'e$ )
- b i  $p = 72^\circ$  (verw.  $\angle'e$ ;  $AB \parallel EF$ )  
 $q = p$  (verw.  $\angle'e$ ;  $AB \parallel CD$ )  $\therefore q = 72^\circ$   
 $r = 72^\circ$  (regoorst.  $\angle'e$ ) **Let op:** GEEN parallelle lyne word hier gebruik nie!  
 $s + 72^\circ = 180^\circ$  (reguitlyn)  $\therefore s = 108^\circ$   
ii  $t = 108^\circ$  (omwenteling OF reguitlyn OF regoorst.  $\angle'e$  OF ooreenk.  $\angle'e$ )
- 2 a  $3x - 20^\circ = 70^\circ$  (verw.  $\angle'e$ ;  $PQ \parallel RS$ );  $3x = 90^\circ \therefore x = 30^\circ$   
b  $2x - 30^\circ = x - 10^\circ$  (ooreenk.  $\angle'e$ ;  $KL \parallel MN$ )  $\therefore x = 20^\circ$
- 3 a  $3x + 2x + x = 180^\circ$  (reguitlyn);  $6x = 180^\circ \therefore x = 30^\circ$   
 $y = 3x$  (verw.  $\angle'e$ ;  $AB \parallel PR$ )  $\therefore y = 3(30^\circ) = 90^\circ$   
 $z = (2x + 3x)$  (ooreenk.  $\angle'e$ ;  $AB \parallel PR$ )  $\therefore z = 5x = 5(30^\circ) = 150^\circ$   
b  $x = 27^\circ$  (ooreenk.  $\angle'e$ ;  $EB \parallel DC$ )  
 $x + 3y = 90^\circ$  (regte hoek);  $27^\circ + 3y = 90^\circ \therefore y = 21^\circ$   
 $z + 27^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  (binne- $\angle'e$  van  $\triangle DBC$ )  $\therefore z = 63^\circ$
- 4 1 – Marí; 2 – Lulama; 3 – Dewald; 4 – Lerato; 5 – Bongani; 6 – André; 7 – Palisa; 8 – Annette

# Konstrueer meetkundige figure

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 185

Voorgestelde tydstoekenning: 4 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- hersien die klassifikasie van hoeke
- hersien hoe om hoeke met 'n gradeboog te meet en te teken
- maak akkurate konstruksies met gebruik van 'n passer:
  - halveer lyne en hoeke
  - halveer hoeke van driehoeke
  - loodlyne by 'n gegewe punt of vanaf 'n gegewe punt
- konstrueer hoeke van  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  en hul veelvoude

**Hulpbronne:** Vir die leerders: Leerderboek; oefenboek; liniaal; gradeboog; passer.

Vir die onderwyser: bordpasser; liniaal; gradeboog

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Leerderboek bladsy 185

Fokus op die hersiening van die klassifikasie van hoeke uit Graad 7. Beklemtoon die belangrikheid van die eenheid waarin ons hoeke meet, naamlik grade ( $^\circ$ ). Maak die leerders aktief betrokke deur hulle te vra om hoeke met hul arms te vorm, soos in die Leerderboek getoon word. Dit is belangrik dat leerders konkrete ervaring van die grootte van 'n hoek opdoen. Hierdie vraag is ter voorbereiding van die einde van die eenheid waar leerders hoeke van  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  en  $60^\circ$  gaan konstrueer sonder om 'n gradeboog te gebruik.

Voorgestelde antwoorde

- |   |                                                            |                     |               |               |
|---|------------------------------------------------------------|---------------------|---------------|---------------|
| 1 | a $90^\circ$                                               | b $180^\circ$       | c $180^\circ$ | d $360^\circ$ |
| 2 | a Skerphoek                                                | b Stomphoek         |               |               |
|   | c Inspringende hoek                                        | d Inspringende hoek |               |               |
| 3 | a Leerders strek hul arms horisontaal uit.                 |                     |               |               |
|   | b Leerders hou een arm vertikaal en die ander horisontaal. |                     |               |               |
|   | c Leerders vorm die helfte van b hierbo.                   |                     |               |               |
|   | d Leerders vorm 'n derde van b hierbo.                     |                     |               |               |
| 4 | 'n Gradeboog                                               |                     |               |               |

### Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7:

- gewerk met tekeninstrumente: liniaal, gradeboog en 'n passer
- reguitlyne, hoeke, loodlyne, parallelle lyne, vertikale en horisontale lyne, driehoeke (uitbreiding), parallelogramme (uitbreiding) en sirkels gekonstrueer en gemeet.

Leerders maak in Graad 8 kennis met die halvering van hoeke in 'n driehoek en hoe om spesiale hoeke sonder 'n gradeboog te konstrueer.

Leerders gebruik dikwels spesiale hoeke in VOO-Wiskunde, veral in driehoeksmeting. Die belangrike basis word in Graad 8 Wiskunde gevestig wanneer hulle hierdie spesiale hoeke konstrueer.

### Onderwysriglyne

Konstruksie is 'n nuttige konteks om die eienskappe van alle meetkundige figure te verken en sal dus deel vorm van alle eenhede wat *Ruimte en Vorm* (Meetkunde) dek. Maak seker dat alle tekeninstrumente vooraf beskikbaar is en dat leerders dit te alle tye akkuraat en veilig gebruik.

## Hersiening: Konstrueer hoeke

### Aktiwiteit 1

### Meet en teken hoeke

Leerderboek bladsy 186

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Dit is belangrike hersiening. Leerders kom dikwels van verskillende laerskole af. Hierdie oefening help dus om hul basiese bevoegdhede te bepaal.
- Stel weer die gradeboog bekend, hersien hoe dit gebruik word, hoe ons die korrekte skaal kies, die belangrikheid om dit korrek te gebruik vir akkurate meting, en so meer.
- Stel die woord *konstrueer* bekend. Verduidelik dat wanneer leerders gevra word om iets te konstrueer, dit beteken hulle moet dit teken met die gebruik van tekeninstrumente soos 'n liniaal, passer en/of 'n gradeboog.
- Werk noukeurig deur die stappe in die Leerderboek.
- Doen soortgelyke bykomende voorbeelde op die bord en wys elke keer hoe om die gradeboog korrek te gebruik. Dit is belangrik dat leerders genoeg oefening kry om hoeke te teken.
- Vra leerders om elke keer die hoeke wat hulle teken, te klassifiseer (hersiening van Graad 7-inhoud).
- Moedig leerders aan om hul eie werk na te sien. Dit mag vir baie leerders iets nuuts wees, omdat die onderwyser in die laerskool die meeste van hul werk nagesien het.
- Wanneer leerders Aktiwiteit 1 voltooi het, verskaf soortgelyke, bykomende take aan leerders indien nodig.

### Remediëring en uitbreiding

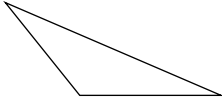
**Remediëring:** Gebruik die woorde *kloksgewys* en *antikloksgewys* wanneer 'n gradeboog gebruik word. Stel die konsep van *aangrensende hoeke* informeel bekend wanneer leerders 'n inspringende hoek konstrueer.

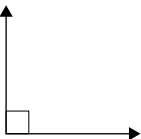
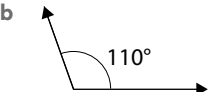
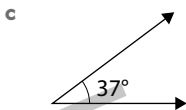
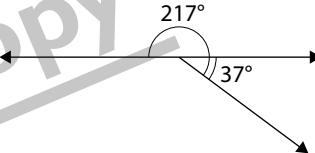
**Uitbreiding:** Wanneer leerders Aktiwiteit 1 voltooi het, verskaf soortgelyke bykomende take aan hulle indien nodig.

## Wenk

Plaas agt afskrifte van 'n gradeboog op 'n vel A4-papier. Kopieer dit op 'n transparantvel en knip die *gradeboë* uit vir die leerders wat nie hul eie gradeboë het nie.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a Diagramme sal verskil, maar daar sal een stomphoek in die driehoek wees:  
  
Driehoek met een stomphoek
- b Antwoorde sal van die diagram afhang.
- c As die totaal  $180^\circ$  is, is dit 'n aanduiding dat die leerder akkuraat gemeet het.
- d Die som van die binnehoeke van 'n driehoek is  $180^\circ$ .
- 2 Albei hoeke is korrek. Die grootte van 'n hoek hang nie van die lengte van die bene af nie.

- 3 a 
- b   
 $110^\circ$
- c   
 $37^\circ$
- d 'n Gradeboog se skaal hou op by  $180^\circ$ , dus is dit nodig om eers 'n berekening te doen:  $217^\circ = 180^\circ + 37^\circ$ . Om dus 'n hoek van  $217^\circ$  te konstrueer: teken 'n reguitlyn en merk die hoekpunt van die hoek; gebruik dan een van die bene van die gestrekte hoek en konstrueer 'n hoek van  $37^\circ$ . Merk die inspringende hoek duidelik op die skets.  
  
 $217^\circ$   
 $37^\circ$
- e Regte hoek ( $90^\circ$ ); Stomphoek ( $110^\circ$ ); Skerphoek ( $37^\circ$ );  
Inspringende hoek ( $217^\circ$ )

## Halveer lynsegmente en hoeke

### Halveer 'n lynsegment; Halveer 'n hoek

#### Aktiwiteit 2 Halveer lynsegmente, hoeke en hoeke

Leerderboek bladsy 189

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- 'n Groep Graad 8-leerders wat 'n passer gebruik, kan 'n uitdagende situasie wees. Hou 'n wakende oë oor leerders om seker te maak dat hulle hierdie potensieel gevaarlike tekeninstrumente veilig gebruik.
- Werk deur die stappe in die twee voorbeelde in die Leerderboek en laat leerders oefen om lynsegmente van verskillende lengtes en hoeke van verskillende groottes te halveer.
- Stel die nuwe woorde bekend (naamlik *lynsegment*; *halveer*; *halveerlyn*; *boog*; *middelpunt*) en herhaal dit dikwels terwyl jy die praktiese oefeninge verduidelik en daardeur werk.

- Herinner leerders daaraan om hul werk na te gaan.
- Leerders voltooi vraag 1–4 as hersiening. Vraag 5 en 6 fokus op die nuwe inhoud.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Om vir leerders meer oefening te gee, vra hulle om 'n gegewe hoek in vier gelyke dele te verdeel. Byvoorbeeld, vraag 4: Verdeel die  $160^\circ$ -hoek in vier gelyke hoeke wat elk  $40^\circ$  is.

**Uitbreiding:** Die punt waar die drie halveerlyne van die drie hoeke van 'n driehoek mekaar sny, word die *ingeskrewe middelpunt* van die sirkel genoem. Hierdie punt is die middelpunt van 'n sirkel wat aan die binnekant van die driehoek geteken kan word om elke sy op een punt te raak. (Vraag 5b en vraag 6b)

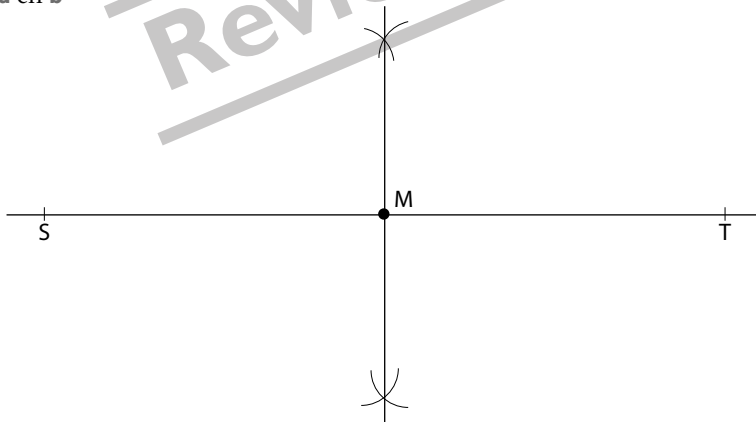
Leerders kan ook gevra word om die drie middelloodlyne van die drie sye van 'n driehoek te teken. Die punt waar die middelloodlyne mekaar sny, word die *omgeskrewe middelpunt* van die sirkel genoem. Hierdie punt is die middelpunt van 'n sirkel wat deur die drie hoekpunte van die driehoek getrek kan word.

### Wenk

As die leerders aanvanklik nie gemaklik is om 'n passer te gebruik nie, vra hulle om patrone met sirkels te maak om die klaskamer te versier sodat hulle kan oefen om hierdie tekeninstrument te gebruik.

### Voorgestelde antwoorde

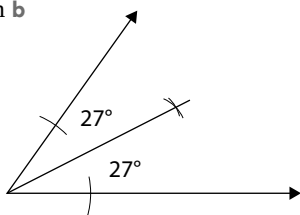
1 a en b



- c  $SM = 4,5 \text{ cm}$  en  $NT = 4,5 \text{ cm}$  (of  $45 \text{ mm}$ )
- 2 Soos in vraag 1: Lynsegment moet in twee gelyke dele van  $63 \text{ mm}$  elk verdeel word. Gebruik hierdie geleentheid om herleiding tussen cm en mm te hersien.

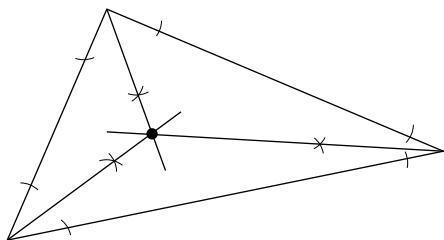


3 a en b



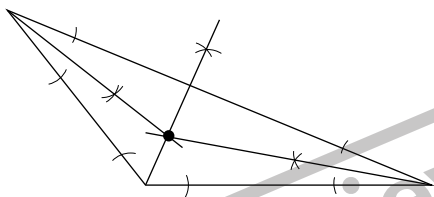
4 Soos in vraag 3: Hoek moet in twee gelyke dele van  $80^\circ$  elk verdeel word.

5 a en b



c Die halveerlyne sny mekaar op een punt.

6 a en b



c Die halveerlyne sny mekaar op een punt.

## Konstrueer loodlyne

### Aktiwiteit 3

### Konstrueer loodlyne

Leerderboek bladsy 190

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

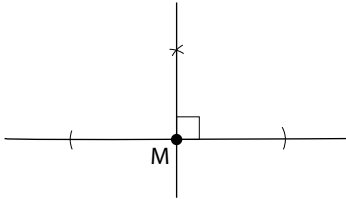
- Hersien die konsep van *loodlyne*. Wys leerders op die verskil tussen parallelle lyne en loodlyne.
- Hersien die simbole wat gebruik word om loodlyne en parallelle lyne aan te toon.
- Werk deur die stappe in die Leerderboek.
- Vra leerders so dikwels moontlik om hierdie twee konstruksies te oefen. Verskaf kort huiswerktake aan hulle indien nodig.
- Beklemtoon die belangrikheid daarvan om die korrekte simbool te gebruik om loodlyne op hul konstruksies te merk.
- Leerders doen Aktiwiteit 3. Herinner hulle daaraan om hul konstruksies te toets deur 'n gradeboog te gebruik.

## Remediëring en uitbreiding

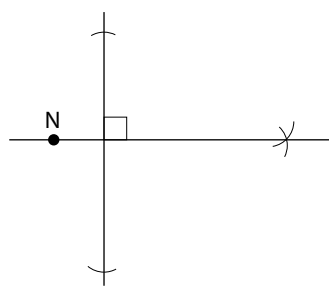
Gereelde oefening van hierdie belangrike konstruksies, met leiding, kan nie genoeg beklemtoon word nie. Dit is die enigste manier om die raaisel rondom hierdie belangrike aspek van Meetkunde te verwyder.

### Voorgestelde antwoorde

1



2



## Konstrueer spesiale hoeke sonder 'n gradeboog

Konstrueer hoeke van  $60^\circ$ ,  $30^\circ$  en  $45^\circ$

### Aktiwiteit 4

### Konstrueer spesiale hoeke met 'n passer

Leerderboek bladsy 192

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Al die werk wat sover in hierdie hoofstuk gedoen is, word nou saamgevat. Leerders moet die vrae ontleed en hul kennis en vaardighede in hierdie finale konstruksies toepas.
- Doen die stappe in die voorbeeld saam met die leerders. Moedig leerders aan om 'n ander lengte vir die sye van die driehoek te gebruik.
- Wanneer jy leerders deur die gevolgtrekking lei, beklemtoon: *As die drie sye van 'n driehoek ewe lank is, sal die drie hoeke elk  $60^\circ$  wees.*
- Leerders sal dalk die klassifikasie van driehoeke onthou en sal dus weet dat dit 'n gelyksydige driehoek is.
- Leerders mag dalk die laaste vraag in aktiwiteit 4 uitdagend vind. Help hulle deur verskillende benaderings tot soortgelyke vrae te bespreek, byvoorbeeld 'n hoek van  $150^\circ$  kan as  $90^\circ + 60^\circ$  beskou word of dit kan as  $180^\circ - 30^\circ$  beskou word.
- Moenie die hoeke wat in die aktiwiteit gevra word, bespreek nie. Verskaf eers die geleentheid aan leerders om hul eie denke op vraag 2–3 toe te pas.
- Volg dieselfde stappe vir Aktiwiteit 9.

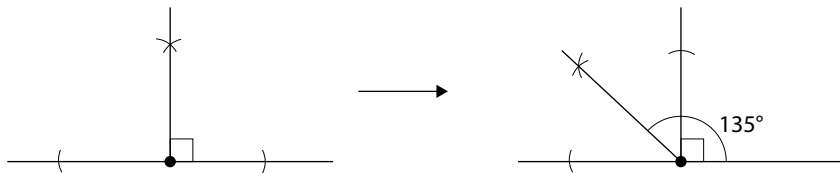
## Remediëring en uitbreiding

Bespreek hoe om 'n hoek van  $240^\circ$  ( $180^\circ + 60^\circ$ ) of 'n hoek van  $300^\circ$  ( $360^\circ - 60^\circ$ ) te konstrueer en dan die inspringende hoek te merk. Oefening is weer eens belangrik. Verskaf soveel geleenthede moontlik aan leerders om te oefen.

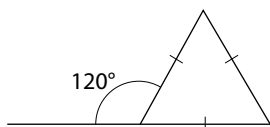
## Voorgestelde antwoorde

### Aktiwiteit 4

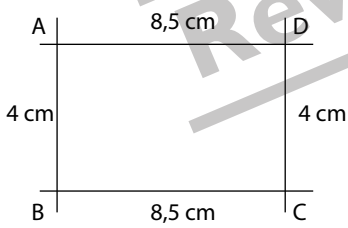
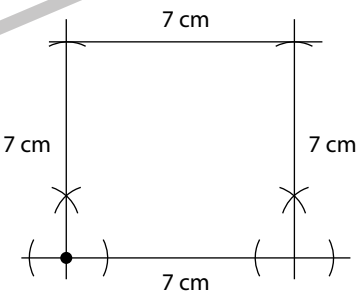
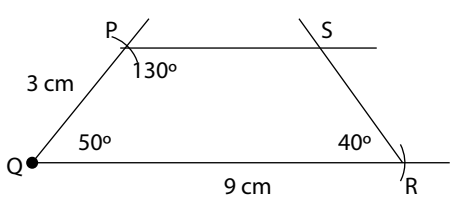
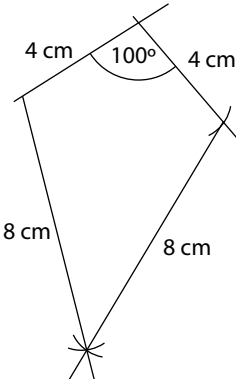
- I
  - a Teken 'n reguitlyn en plaas 'n punt op (of bo/onder) die lyn. Maak 'n konstruksie soos in die Leerderboek op bladsy 188.  
OF: Teken 'n reguitlyn en dui die hoekpunt vir die  $90^\circ$ -hoek aan. Halveer die hoek.
  - b Halveer 'n hoek van  $90^\circ$
  - c Konstrueer 'n driehoek met drie gelyke sye. Elke hoek sal gelyk wees aan  $60^\circ$ .
  - d Halveer 'n  $60^\circ$ -hoek.
- 2 Isak kan twee aangrensende hoeke van  $90^\circ$  elk konstrueer. Hy kan dan een van die reghoeke halveer. Die som van twee van die hoeke sal  $135^\circ$  wees: sien skets. ( $135^\circ = 90^\circ + 45^\circ$ )



- 3  $20^\circ = 180^\circ - 60^\circ$  of  $120^\circ = 90^\circ + 30^\circ$ . Die eerste konstruksie sal vir leerders makliker wees om te doen. Teken 'n reguitlyn en konstrueer 'n driehoek met drie gelyke sye op 'n deel van die lyn. Die hoek wat in die diagram aangedui word, sal gelyk wees aan  $120^\circ$ .



### Aktiwiteit 5

- I
  - 1
 
  - 2
 
- 3
 
- 4
 



## Eienskappe van meetkundige figure

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 193

Voorgestelde tydstoekenning: 4 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- die volgende eienskappe van hoeke van driehoeke:
  - die som van die binnehoeke van 'n driehoek is gelyk aan  $180^\circ$
  - die buitehoek van 'n driehoek is gelyk aan die som van die teenoorstaande binnehoeke
- die volgende eienskappe van vierhoeke:
  - die eienskappe van vierhoeke ten opsigte van sye, hoeke en snylyne
  - die som van die binnehoeke van 'n vierhoek is gelyk aan  $360^\circ$
- die volgende eienskappe van veelhoeke:
  - definisies van onreëlmatige en reëlmatige veelhoeke
  - 'n ondersoek om die som van die binnehoeke van veelhoeke te bepaal

**Hulpbronne:** Leerders: Leerderboek; oefenboek; liniaal; gradeboog; vel papier en gom vir die ondersoeke. Onderwyser: karton; gekleurde penne om 'n plakkaat vir die klaskamer oor die eienskappe van vierhoeke te maak

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Leerders sal aan die einde van die eenheid die name van verskillende veelhoeke ken. Die Hoofrekene-oefening berei leerders hierop voor. Die vrae wat hier gevra word, sal leerders ook bewus maak daarvan dat Wiskunde deel van die alledaagse lewe is, byvoorbeeld verwysings na 'n seekat en die Pentagon in Amerika.

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 193

- |             |                             |           |
|-------------|-----------------------------|-----------|
| 1 a 2 wiele | b 3 wiele                   | c 4 wiele |
| 2 8 pote    | 3 8 note (do, re, me, ens.) |           |
| 4 2 tale    | 5 3 mense                   | 6 5 sye   |
| 7 a 3 hoeke | b 4 hoeke                   | c 5 hoeke |
| d 6 hoeke   | e 7 hoeke                   | f 8 hoeke |

### Agtergrondinligting

- Leerders het in Graad 7 die binnehoeke van driehoeke ondersoek (as uitbreiding) en driehoeke beskryf, benoem, gerangskik en vergelyk.
- Die klem in hierdie eenheid is op die ondersoek van hierdie eienskappe. Leerders gaan in die volgende hoofstuk probleme doen waar hulle hierdie eienskappe toepas.
- 'n Driehoek is een van die basiese vorms wat leerders in baie vertakings van Wiskunde gaan bestudeer, byvoorbeeld Euklidiese Meetkunde, Driehoeksmeting en TransformasieMeetkunde.

- Dit is uiters belangrik in VOO-Wiskunde dat leerders die eienskappe van vierhoeke ken. Leerders in Graad 12 sukkel dikwels om 'n probleem op te los net omdat hulle nie die eienskappe kan onthou nie, byvoorbeeld die eienskappe van die snylyne van 'n ruit.

### Onderwysriglyne

Dit is belangrik om leerders op Graad 8-vlak toe te laat om Wiskunde so dikwels moontlik te ondersoek en konkreet te ervaar. Dit sal abstrakte denke later vergemaklik.

## Onderzoek die eienskappe van driehoeke

### Aktiwiteit 1–3

### Onderzoek die eienskappe van driehoeke; Onderzoek nog eienskappe van driehoeke; Gebruik die eienskappe van driehoeke

Leerderboek bladsy 193

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders het soortgelyke ondersoeke in Graad 7 gedoen. Daar kan dus van hulle verwag word om hierdie ondersoeke en Aktiwiteit 1 op hul eie te doen en die vereiste gevolgtrekkings onafhanklik te bereik. Verskaf slegs bystand wanneer 'n leerder dit werklik nodig het.
- Leerders moet die korrekte terminologie gebruik, byvoorbeeld: *Die buitehoek van 'n driehoek is gelyk aan die som van die teenoorstaande binnehoeke*; en NIE *Die buitehoek is gelyk aan binnehoeke* nie.
- In Vraag 1 in Aktiwiteit 1, herhaal leerders die eienskappe wat hulle ondersoek het.
- Daar word slegs getalle in hierdie voorbeelde gebruik. Leerders gaan in 'n latere eenheid ook vergelykings oplos om soortgelyke vrae te beantwoord. Hulle gaan ook later afkortings vir die redes gebruik.

### Remediëring en uitbreiding

Doen soortgelyke bykomende voorbeelde op die bord om vir leerders genoeg geleentheid te gee om die eienskappe van die hoeke van driehoeke te oefen.

### Wenk

Wissel die manier waarop jy 'n driehoek teken af, byvoorbeeld moenie altyd die buitehoek van 'n driehoek in dieselfde posisie teken nie. Moedig leerders aan om hul boeke te roteer (om te draai) sodat hulle uit 'n ander hoek na 'n gegewe diagram kan kyk. Dit help leerders om die diagram anders te sien.

### Voorgestelde antwoorde

- I
  - a Die som van die drie binnehoeke van 'n driehoek is gelyk aan  $180^\circ$ .
  - b Die buitehoek van 'n driehoek is gelyk aan die som van die twee teenoorstaande binnehoeke.

- 2  $p = 57^\circ$  (Die som van die binnehoeke van 'n driehoek is gelyk aan  $180^\circ$ .)  
 $q = 133^\circ$  (Die buitehoek van 'n driehoek is gelyk aan die som van die teenoorstaande binnehoeke.)  
 $r = 70^\circ$  (Die som van die binnehoeke van 'n driehoek is gelyk aan  $180^\circ$ .)  
 $x = 40^\circ$  (Die buitehoek van 'n driehoek is gelyk aan die som van die twee teenoorstaande binnehoeke.)  
 $y = 60^\circ$  (Die som van die binnehoeke van 'n driehoek is gelyk aan  $180^\circ$ ; al drie hoeke is gelyk.)  
 $a = 30^\circ$  (Die som van die binnehoeke van 'n driehoek is gelyk aan  $180^\circ$ .)  
 $b = 34^\circ$  (Die buitehoek van 'n driehoek is gelyk aan die som van die twee teenoorstaande binnehoeke.)

## Onderzoek die eienskappe van vierhoeke

**Hersiening: Klassifiseer vierhoeke; Hersiening: Onderzoek eienskappe van vierhoeke**

### Aktiwiteite 4–6

### Benoem vierhoeke; Onderzoek die eienskappe van vierhoeke; Gebruik eienskappe van vierhoeke

Leerderboek bladsy 194–196

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Maak seker dat die leerders die basiese terminologie verstaan. Leerders moet nie *teenoorstaande hoeke* met *regoorstaande hoeke* verwar nie.
- Daar is teenoorstaande hoeke in 'n vierhoek.
- Leerders doen Aktiwiteit 2 om te bepaal of hulle die name van vierhoeke ken.
- Vra leerders om alledaagse voorwerpe te noem wat soos vierhoeke lyk, byvoorbeeld die tafel in die klaskamer is 'n reghoek, die teëls op die vloer is vierkante, mense sit rondom tafels in die vorm van 'n trapesium by 'n konferensie, en so meer.
- Leerders volg die instruksies vir die ondersoek in Aktiwiteit 3 soos uiteengesit.
- Leerders moet een bladsy in hul oefenboek gebruik vir 'n opsomming van die eienskappe van vierhoeke. Help leerders om die tabel te beplan sodat hulle genoeg ruimte het om die eienskappe van die vierhoeke neer te skryf. Die opsomming moedig leerders aan om *in prentjies te dink*.
- Daar word elke keer meer as een voorbeeld van 'n vierhoek gegee. Ons moet te alle tye na meer as een voorbeeld kyk om 'n reël te toets.
- Gee spesiale aandag aan die volgende:
  - 'n Reghoek is 'n spesiale soort parallelogram.
  - 'n Ruit is 'n spesiale soort parallelogram.
  - 'n Vierkant is 'n spesiale soort reghoek.
  - 'n Vierkant is ook 'n spesiale soort ruit.
- Wys leerders daarop dat die hoeklyne in sommige vierhoeke (byvoorbeeld, vierkante en ruite) die hoeke van die vierhoek halveer. Dit is egter nie die geval in ander vierhoeke nie (byvoorbeeld, reghoeke en parallelogramme). 'n Vlieër is 'n interessante voorbeeld in hierdie geval: die vertikale hoeklyn halveer die hoeke van die vlieër, maar die horisontale hoeklyn halveer nie die hoeke van die vlieër nie.

#### Wenk

Maak 'n plakkaat vir die klaskamer om die klassifikasie van vierhoeke te toon. Leerders kan na die plakkaat verwys indien nodig.

Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 2

1 c

2 e

3 b

4 d

5 f

6 a

Aktiwiteit 3

Naam	Sye	Hoeke	Hoeklyn(e)
Parallelogram			
Reghoek			
Vierkant			
Ruit			
Vlieër			
Trapesium			

Aktiwiteit 4

- 1

a

Waar

c

Onwaar; slegs een paar

e

Waar

g

Onwaar; 'n ruit het nie regte hoeke nie.

i

Onwaar; twee pare

j

Onwaar; slegs in 'n vierkant, nie in 'n reghoek nie

2

a

'n Reghoek het vier regte hoeke; 'n parallelogram het geen.

b

'n Vierkant het vier gelyke sye; 'n reghoek het twee pare gelyke sye.

b

Waar

d

Waar

f

Onwaar; slegs een paar

h

Waar

- c 'n Vierkant het vier regte hoeke; 'n ruit het geen.  
d 'n Ruit het vier gelyke sye; 'n parallelogram het twee pare gelyke sye.
- |                 |             |          |
|-----------------|-------------|----------|
| a Vlieër        | b Reghoek   | c Ruit   |
| d Parallelogram | e Trapesium | f Vierka |

## Hersiening: Wat is veelhoeke?

## Aktiwiteit 7 Identificeer reëlmatige en onreëlmatige veelhoeken

Leerderboek bladsy 196

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die nuwe woorde wat hier onderrig word (byvoorbeeld *seshoek*, *aghoek*, en so meer), gaan weer in die laaste kwartaal van die jaar gebruik word wanneer leerders Platoniese vastevorms ondersoek. Verwys na ander woorde met dieselfde voorvoegsels om leerders te help om hierdie woorde te onthou.
- Bespreek die twee definisies in die Leerderboek. Wys daarop dat die woord *veelhoek* 'n versameling 2D-vorms beskryf. Driehoeke en vierhoeke is ook veelhoeke.
- Leerders doen Aktiwiteit 5. Dit is belangrik dat hulle redes vir hul antwoorde gee.

### Voorgestelde antwoorden

- 1 a Ja b Nee; nie 'n geslote figuur nie c Ja  
d Nee; moet slegs reguitlyne hê, geen krommes nie e Ja
- 2 a Nee; lengtes van sye nie almal dieselfde nie  
b Ja; as die hoeke almal dieselfde is, sal die sye ook almal dieselfde wees  
c Nee; lengtes van sye nie almal dieselfde nie  
d Ja; al die sye en hoeke is dieselfde
- 3 a Vierkant b Nie een nie; verskillende hoeke

## Binnehoeke van veelhoeke

**PvA | Onderzoek I** Bepaal die som van die binnehoeke van veelhoeke

Leerderboek bladsy 199

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders moet verstaan dat daar baie ander vorms buiten driehoeke en vierhoeke is.
- Leerders gaan in hierdie ondersoek nuwe vorms (met nuwe name) verken en probeer om 'n patroon raak te sien.
- Leerders moet hierdie ondersoek op hul eie doen.
  - Verduidelik *wanneer* (datum) die ondersoek ingehandig moet word.
  - Verduidelik *hoe* die ondersoek aangebied moet word, byvoorbeeld met 'n dekblad (en wat daarop moet wees), inleiding, metode en gevolgtrekking.
- Lees saam met die leerders deur die ondersoek en maak seker dat hulle elke stap verstaan. (Verduidelik ook wat 'n *gevolgtrekking* is en hoe om dit te skryf.)
- Verduidelik die rubriek en maak seker dat hulle verstaan wat hulle moet doen om volpunte vir elke afdeling te kry.



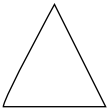
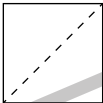

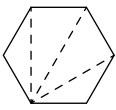
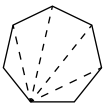
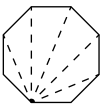
- Moenie vir die leerders 'n formule leer om die som van die binnehoeke van veelhoeke te bereken nie. Die doel is om leerders te leer om te dink sodat hulle soortgelyke probleme op hul eie kan oplos.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Verskaf leiding en bystand soos en waar nodig, maar dit is belangrik dat leerders aangemoedig word om hierdie taak sover moontlik onafhanklik te doen.

**Uitbreiding:** Leerders kan gevra word om die som van die buitehoeke van verskillende veelhoeke op hul eie te verken.

### Voorgestelde antwoorde

Naam van veelhoek	Aantal sye	Vorm	Som van binnehoeke	Een hoek in 'n reëlmatige veelhoek
Driehoek	3		$1 \times 180^\circ = 180^\circ$	$180^\circ \div 3 = 60^\circ$
Vierhoek	4		$2 \times 180^\circ = 360^\circ$	$360^\circ \div 4 = 90^\circ$
Vyfhoek	5		$3 \times 180^\circ = 540^\circ$	$540^\circ \div 5 = 108^\circ$
Seshoek	6		$4 \times 180^\circ = 720^\circ$	$720^\circ \div 6 = 120^\circ$
Sewehoek	7		$5 \times 180^\circ = 900^\circ$	$900^\circ \div 7 = 128,57^\circ$
Aghoek	8		$6 \times 180^\circ = 1\,080^\circ$	$1\,080^\circ \div 8 = 135^\circ$

	Aantal sye	Som van binnehoeke
Dus	$n$	$(n - 2) \times 180^\circ$
	$k$	$(k - 2) \times 180^\circ$
	$t$	$(t - 2) \times 180^\circ$

Gebruik die patroon om die laaste tabel te voltooi.

Veelhoek	Aantal sye	Som van binnehoeke
Negehoek	9	$7 \times 180^\circ = 1\,260^\circ$
Tienhoek	10	$8 \times 180^\circ = 1\,440^\circ$
Twaalfhoek	12	$10 \times 180^\circ = 1\,800^\circ$
Twintighoek	20	$18 \times 180^\circ = 3\,240^\circ$

### Gevolgtrekking

As ons die veelhoek in driehoeke verdeel, is die aantal driehoeke altyd twee minder as die aantal sye van die veelhoek, bv. 'n vyfhoek het vyf sye en dit kan in  $5 - 2 = 3$  driehoeke verdeel word.

Gebruik die volgende rubriek om elke leerder se vordering te assessseer.

	4	3	2	1
Kriteria	Uitstekend/ Besonders	Bereik	Gedeeltelik bereik	Onvoldoende
Taak	Voltooi volgens instruksie	Voltooi, maar nie volgens alle instruksies nie	Onvolledig en nie volgens instruksies nie	Het min of glad nie probeer nie
Gevolgtrekking	Gevolgtrekking is korrek en toon insig	Gevolgtrekking is verkeerd, al toon dit 'n mate van logika	Gevolgtrekking is verkeerd en staan los van taak	Geen gevolgtrekking nie



## Meetskunde van 2D-vorms: Driehoeke

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 202

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- klassifiseer driehoeke ten opsigte van sye
- klassifiseer driehoeke ten opsigte van hoeke
- los driehoeke op

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

- Die hoofrekene is hersiening van die eienskappe van driehoeke en vierhoeke. Hierdie eienskappe gaan in die res van die eenheid op probleme toegepas word.
- Leerders moet die korrekte woorde gebruik wanneer hulle die antwoorde op vraag 3 gee oor die eienskappe van vierhoeke, byvoorbeeld verwys na *teenoorstaande* of *aangrensende* sye.
- Dit is ook 'n geleentheid om weer die ooreenkomste en verskille tussen vierhoeke uit te wys.

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 202

- 80°
  - 45°
  - 2°
- gelyk aan 180°
  - gelyk aan die som van die teenoorstaande binnehoeke
  - gelyk aan 360°
- Vir sye:
  - Twee pare teenoorstaande sye is gelyk en parallel.
  - Twee pare teenoorstaande sye is gelyk en parallel.
  - Al vier sye is gelyk; twee pare teenoorstaande sye is parallel.
  - Al vier sye is gelyk; twee pare teenoorstaande sye is parallel.
  - Twee pare aangrensende sye is gelyk.
  - Een paar teenoorstaande sye is parallel.
 Vir hoeke:
  - Twee pare teenoorstaande hoeke is gelyk.
  - Vier regte hoeke
  - Vier regte hoeke
  - Twee pare teenoorstaande hoeke is gelyk.
  - Een paar teenoorstaande hoeke is gelyk.
  - Elke hoek kan sy eie grootte hê solank die totaal 360° is.

## Hoofrekenes

Vir hoeklyne:

- a Hoeklyne halveer mekaar.
- b Gelyke hoeklyne; halveer mekaar.
- c Gelyke hoeklyne; halveer mekaar loodreg.
- d Hoeklyne halveer mekaar loodreg.
- e Een hoeklyn halveer die ander een loodreg.
- f Geen vasgestelde eienskappe nie

## Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7:

- driehoeke geklassifiseer
- driehoeke beskryf, gerangskik, benoem en vergelyk
- die binnehoeke van 'n driehoek ondersoek (uitbreiding)
- die groottes van hoeke bereken en driehoeke gekonstrueer.

Leerders gaan in Graad 8 vir die eerste maal meetkundige probleme oplos.

## Onderwysriglyne

Die oplossing van meetkundige probleme is 'n belangrike fokus van hierdie eenheid. Dit is uiters belangrik dat leerders die verskil ken tussen 'n oplossing rekenkundig aantoon en hul denke ten opsigte van 'n meetkundige probleem toon met gebruik van die metodes wat vir hierdie fase vereis word. Hoewel albei korrek is, is dit uiters belangrik dat leerders *oefen* om hul denke aan te toon deur middel van die gepaste metodes wat vir hierdie fase vereis word.

**Voorbeeld:** Bepaal  $\hat{C}$  van  $\triangle ABC$  as  $\hat{A} = 50^\circ$  en  $\hat{B} = 70^\circ$ .

Rekenkundig (hierdie metode word nie aanbeveel nie)	Meetkundig (die korrekte metode)
$50^\circ + 70^\circ = 120^\circ$ $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ $\hat{C}$ is dus $60^\circ$	$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ (3 $\angle$ 'e van $\triangle ABC = 180^\circ$ ) $50^\circ + 70^\circ + \hat{C} = 180^\circ$ $\hat{C} = 60^\circ$

Bogenoemde vereis oefening en moet te alle tye beklemtoon en verwag word.

## Hersiening: Eienskappe en definisies van driehoeke

### Aktiwiteit I

### Werk met driehoeke

Leerderboek bladsy 203

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die definisie van 'n driehoek.
- Werk saam met die leerders deur die praktiese oefening.

- Dit is belangrik dat leerders verstaan hoe 'n driehoek saamgestel word. As hulle verstaan dat die kleinste hoek teenoor die kortste sy is, sal dit hulle help om te oordeel of 'n antwoord moontlik is of nie.
- Skenk aandag aan die gebruik van korrekte notasie. Leerders moet hoofletters vir hoeke en kleinletters vir sye gebruik.
- Leerders voltooi Aktiwiteit 1.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 grootste, kortste
- 2
  - a Die sy van 12 cm moet teenoor die hoek van  $105^\circ$  wees.
  - b Die sy van 5 mm moet teenoor die regte hoek wees en die sy van 3 mm moet teenoor die hoek van  $35^\circ$  wees.
  - c Die twee gelyke sye moet teenoor die twee gelyke hoeke wees.

## Hersiening: Klassifiseer driehoeke

### Aktiwiteit 2 Klassifiseer driehoeke

Leerderboek bladsy 203

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

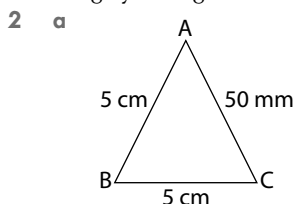
- Hersien die klassifikasie van driehoeke in terme van sye en in terme van hoeke, soos dit in Graad 7 gedek is.
- Vra vir die leerders wat elke soort driehoek uniek maak, byvoorbeeld al die sye en hoeke van 'n gelykbenige driehoek is gelyk. Maak seker dat hulle hierdie driehoeke kan klassifiseer.
- Plak 'n plakkaat op teen die muur met al die verskillende soorte driehoeke.
- Vraag 2 is daarop gemik om te bepaal of leerders woorde kan lees en vertolk en dit grafies kan aanbied.

#### Wenk

Leerders kan maklik aanneem dat alle driehoeke gelykbenige driehoeke is omdat dit die manier is waarop ons die meeste van die tyd driehoeke teken. Wissel die sketse van driehoeke af wat jy op die bord teken.

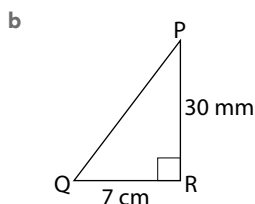
### Voorgestelde antwoorde

- 1 a gelykbenige

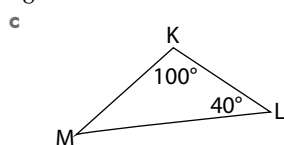


Skerphoekige driehoek  
(Onthou: 5 cm = 50 mm)

- b twee; sye; lengtes



Reghoekige driehoek



Stomphoekige driehoek

- 3 a Gelykbenige driehoek  
 b Ongelyksydige driehoek (Die sy teenoor die regte hoek moet die langste sy wees.)  
 c Gelykbenige driehoek (Bereken eers  $\hat{M}$ .)

## Oplossing van driehoeke

### Aktiwiteit 3 Los driehoeke op

Leerderboek bladsy 207

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- **Let op:** Leerders gaan vir die eerste maal meetkundige probleme oplos.
- Dit is uiters belangrik dat hulle die verskil verstaan tussen slegs rekenkunde doen en 'n meetkundige probleem oplos.

**Voorbeeld:** Bepaal  $\hat{C}$  van  $\triangle ABC$  as  $\hat{A} = 50^\circ$  en  $\hat{B} = 70^\circ$ .

Rekenkundig (hierdie metode word nie aanbeveel nie)	Meetkundig (die korrekte metode)
$50^\circ + 70^\circ = 120^\circ$ $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ; $\hat{C}$ is dus $60^\circ$	$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ (3 $\angle$ 'e van $\triangle ABC = 180^\circ$ ) $50^\circ + 70^\circ + \hat{C} = 180^\circ$ ; $\hat{C} = 60^\circ$

- Albei metodes sal die korrekte antwoord gee, maar dit is baie belangrik dat leerders hul denke *oefen* deur die tweede metode te gebruik.
- Maak seker dat leerders slegs *Meetkunde* in die eerste reël skryf en nie enige getalle nie. As hulle hierdie gewoonte reeds in Graad 8 kan aanleer, gaan dit baie Meetkunde-probleme in die VOO-fase uitskakel!
- Spandeer genoeg tyd aan die voorbeelde voordat leerders Aktiwiteit 3 doen.
- Doen die voorbeelde op die bord en bespreek dit stap-vir-stap. Dit is die grondslag vir die oplossing van meetkundige probleme.
- Verduidelik noukeurig hoe om die *rede* korrek neer te skryf. Byvoorbeeld, as jy 'n gelykbenige driehoek oplos, benoem die sye of die hoeke.
- Dit is *nie* aanvaarbaar om "gelykbenig" of "basishoeke" as 'n rede te skryf nie. (Daar is drie hoeke en drie sye in 'n driehoek. As jy "basishoeke" skryf, is dit onmoontlik om te weet na watter hoeke verwys word.)
- Hierdie probleme bied 'n uitstekende geleentheid om te oefen om vergelykings op te los. Herhaal en oefen die beginsel van *doen dieselfde aan albei kante van die vergelyking*.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Gee spesiale aandag aan die feit dat  $132 = 84 + d$  presies dieselfde as  $84 + d = 132$  is. (vraag 3b) Ons los nie die vergelyking hier op nie, ons pas die kommutatiewe eienskap toe.

**Uitbreiding:** Vraag 1e: Vra vir die leerders hoeveel driehoeke hulle in die diagram kan sien. (Daar is 3:  $\triangle ACD$ ;  $\triangle ABD$  en  $\triangle BCD$ ) Leerders mag dit moeilik vind as daar meer as een driehoek in 'n diagram is (kyk na vraag 3). Moedig hulle aan om dele van die diagram met hul hande toe te maak sodat hulle slegs die driehoek sien waarmee hulle wil werk. Hulle kan ook die driehoek waarmee hulle moet werk, inkleur sodat dit duidelik uitstaan.

## Wenk

Benoem altyd meetkundige figure. Dit is bykans onmoontlik om die eienskappe van 'n driehoek te bespreek as jy nie na 'n spesifieke hoek kan verwys nie, byvoorbeeld deur te sê: "Wat merk jy op oor  $\hat{A}$ ?" Leer die leerders om hul eie etikette by 'n diagram by te voeg as daar nie etikette op 'n werkblad of in 'n assessering gegee word nie.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$  (3  $\angle$ 'e van  $\triangle ABC = 180^\circ$ )  
 $47^\circ + 53^\circ + a = 180^\circ$   
 $a = 180^\circ - 100^\circ$   
 $a = 80^\circ$
- b  $\hat{P} = \hat{Q}$  (RP = RQ)  
 $b = 24^\circ$
- c  $\hat{Z} = \hat{Y}$  (XY = XZ)  
 $\hat{X} + \hat{Y} + \hat{Z} = 180^\circ$  (3  $\angle$ 'e van  $\triangle XYZ = 180^\circ$ )  
 $90 + c + c = 180^\circ$   
 $c = 45^\circ$
- d  $\angle GEF = \hat{D} + \hat{G}$  (Buite- $\angle$  van  $\triangle DEG$  = som van teenoorst. binne- $\angle$ 'e)  
 $x = 60^\circ + 60^\circ$  (DE = EG = DG) of ( $\triangle DEG$  is gelyksydig)  
 $x = 120^\circ$
- e Daar is meer as een driehoek in die diagram, dus is dit selfs nog belangriker om te sê met watter driehoek jy werk wanneer jy redes neerskryf.  
 $x = 60^\circ$  (AC = CD = DA) of ( $\triangle ACD$  is gelyksydig)  
In  $\triangle ABD$ :  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$  (3  $\angle$ 'e van  $\triangle ABD = 180^\circ$ )  
 $60^\circ + 110^\circ + y = 180^\circ$   
 $y = 10^\circ$   
 $y + z = 60^\circ$  (AC = CD = DA) of ( $\triangle ACD$  is gelyksydig)  
 $z = 50^\circ$
- f  $a = 65^\circ$  (RP = RQ)  
 $a + b = 90^\circ$  ( $\hat{QPS} = 90^\circ$ )  
 $b = 25^\circ$   
 $\triangle PRS = \hat{Q} + \triangle QPR$  (Buite- $\angle$  van  $\triangle PQR$  = som van teenoorst. binne- $\angle$ 'e)  
 $c = 65^\circ + 65^\circ = 130^\circ$   
In  $\triangle PRS$ :  
 $\hat{P} + \hat{R} + \hat{S} = 180^\circ$  (3  $\angle$ 'e van  $\triangle PRS = 180^\circ$ )  
 $25^\circ + 130^\circ + d = 180^\circ$   
 $d = 25^\circ$   
 $\triangle PRS$  is 'n stomphoekige driehoek ( $c = 130^\circ$ )  
 $\triangle PRS$  is 'n gelykbenige driehoek ( $b = d = 25^\circ$ )
- 2 a  $\hat{Z} = 60^\circ$  (WY = WZ = YZ)  
 $3x = 60^\circ$   
 $x = 20^\circ$
- b  $\hat{D} + \hat{E} + \hat{F} = 180^\circ$  (3  $\angle$ 'e van  $\triangle DEF = 180^\circ$ )  
 $5x + 3x + 4x = 180^\circ$   
 $12x = 180^\circ$   
 $x = 15^\circ$

- c  $\angle RSU = \hat{T} + \hat{U}$  (Buite- $\angle$  van  $\triangle STU$  = som van teenoorst. binne- $\angle$ 'e)  
 $85^\circ = 4x + x$  (of dit kan só geskryf word:  $= 4x + x = 85^\circ$ )  
 $5x = 85^\circ$   
 $x = 17^\circ$
- d  $\hat{A} = \hat{C}$  ( $BA = BC$ )  
 $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$  (3  $\angle$ 'e van  $\triangle ABC = 180^\circ$ )  
 $x + x + 78^\circ = 180^\circ$   
 $x = 51^\circ$
- e  $\angle KLN = \hat{N} + \hat{NML}$  (Buite- $\angle$  van  $\triangle NLM$  = som van teenoorst. binne- $\angle$ 'e)  
 $6x + 15^\circ = 63^\circ + 3x$   
 $3x = 48^\circ$   
 $x = 16^\circ$
- f  $\hat{B} = \hat{A}$  ( $CA = CB$ )  
 $\hat{A} + \hat{B} = \angle ACD$  (Buite- $\angle$  van  $\triangle ABC$  = som van teenoorst. binne- $\angle$ 'e)  
 $5x + 5x = 128^\circ$   
 $x = 12,8^\circ$
- 3 Daar is meer as een driehoek in hierdie diagramme, dus is dit belangrik om te sê met watter driehoek jy werk.
- a Let op die verskil tussen A en a!  
 $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$  (3  $\angle$ 'e van  $\triangle ABC = 180^\circ$ )  
 $50^\circ + 90^\circ + a = 180^\circ$   
 $a = 40^\circ$   
 $b = a$  (AC halveer  $\triangle ACE$ )  
 $b = 40^\circ$   
 In  $\triangle ACE$ :  
 $\hat{A} = \hat{E}$  ( $CA = CE$ )  
 $\hat{A} + \hat{C} + \hat{E} = 180^\circ$  (3  $\angle$ 'e van  $\triangle ACE = 180^\circ$ )  
 $c + 40^\circ + c = 180^\circ$   
 $c = 70^\circ$   
 $d = 60^\circ$  ( $CE = ED = DC$ )
- b  $\hat{T} = \hat{S}$  ( $RT = RS$ )  
 $a = 69^\circ$   
 $\hat{R} + \hat{S} + \hat{T} = 180^\circ$  (3  $\angle$ 'e van  $\triangle RST = 180^\circ$ )  
 $b + 69^\circ + 69^\circ = 180^\circ$   
 $b = 42^\circ$   
 $c = 90^\circ$  (Gegee)  
 $\angle PRS = \hat{P} + \hat{Q}$  (Buite- $\angle$  van  $\triangle PQR$  = som van teenoorst. binne- $\angle$ 'e)  
 $90^\circ + 42^\circ = 84^\circ + d$   
 $d = 48^\circ$





## Meetkunde van 2D-vorms: Vierhoeke

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 209

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- hersien die eienskappe van vierhoeke
- los woordprobleme op (driehoeke en vierhoeke)

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek

### Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7:

- vierhoeke geklassifiseer
- vierhoeke beskryf, gerangskik, benoem en vergelyk.

Leerders gaan in Graad 8 vir die eerste keer meetkundige probleme oplos.

### Onderwysriglyne

Rekenaarprogrammeerders en ingenieurs gebruik dikwels vloeiagramme om hul werk te beplan. Daar is slegs twee moontlike antwoorde op enige vraag in 'n vloeiagram, naamlik "Ja" of "Nee". Hierdie stelsel dwing jou om 'n ingewikkelde proses in duidelike stappe af te breek. Dit is presies hoe ons moet dink wanneer ons Meetkunde doen.

### Hersiening: Klassifiseer vierhoeke

#### Aktiwiteit 1

#### Klassifiseer vierhoeke

Leerderboek bladsy 210

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Voordat leerders die hersiening aan die begin van hierdie eenheid doen, moet hulle Aktiwiteit 1 doen.
- Aktiwiteit 1 dien as hersiening en daar kan van leerders verwag word om hierdie aktiwiteit op hul eie te doen.
- Gaan deur hierdie hersiening aan die begin van die eenheid nadat die leerders die aktiwiteit op hul eie aangepak het en gebruik dit vir vaslegging.

### Voorgestelde antwoorde

- |                 |           |                         |
|-----------------|-----------|-------------------------|
| 1 Vierkant      | 2 Reghoek | 3 Ruit                  |
| 4 Parallelogram | 5 Vlieër  | 6 Onreëlmatige vierhoek |
| 7 Trapesium     |           |                         |

# Oplossing van vierhoeke

## Aktiwiteit 2

## Los vierhoeke op

Leerderboek bladsy 210

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders doen Aktiwiteit 2 om die eienskappe van vierhoeke weer te oefen.
- Redes is belangrik omdat dit leerders dwing om duidelike en akkurate definisies van vierhoeke te gebruik.
- Maak seker dat leerders altyd redes gee en dat hulle die korrekte meetkundige stappe in hul denke gebruik, soos vroeër verduidelik.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Die diagramme in hierdie aktiwiteit kan gebruik word om herleiding tussen mm en cm te hersien.

**Uitbreiding:** Vraag 6 daag leerders uit deur vir hulle iets te vra wat hulle nog nie geleer het nie.

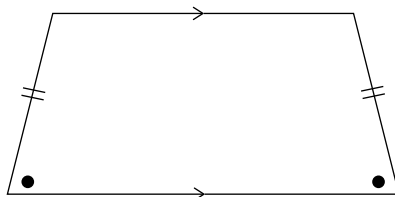
### Wenk

Waarom? Waarom? Waarom? Dit is die vraag wat jy oor en oor moet vra as jy Meetkunde onderrig!

### Voorgestelde antwoorde

- AE = 6,5 cm (Hoeklyne halveer mekaar in reghoek)
  - DC = 5 cm = 50 mm (Teenoorst. sye van reghoek gelyk)
  - $\hat{C} = 90^\circ$  (Eienskap van reghoek)
  - Reghoekige driehoek
- PQ = 70 mm = 7 cm (Teenoorst. sye van vierkant gelyk)
  - PT = QT = RT = ST (Hoeklyne ewe lank, halveer mekaar)
  - PS  $\parallel$  QR
  - Gelykbenige driehoek
- KL  $\parallel$  NM and KN  $\parallel$  LM (Definisie van  $\parallel^m$ )
  - $\hat{N} = 57^\circ$  (Teenoorst. hoeke gelyk in  $\parallel^m$ )
  - $\hat{K} + \hat{L} + \hat{M} + \hat{N} = 360^\circ$  ( $\angle$ 'e van vierhoek)  
 $\hat{K} + 57 + \hat{M} + 57 = 360^\circ$   
 $\hat{K} + \hat{M} = 246^\circ$
  - $\hat{M} = 123^\circ$  (Teenoorst. hoeke gelyk in  $\parallel^m$ )
  - Stomphoekige driehoek
- $\triangle QYZ$  (Al vier sye van ruit moet gelyk wees)
  - $\hat{Q} = 60^\circ$  (XQ = QZ = ZX)
  - YP = PQ en XP = PZ (Hoeklyne van ruit halveer mekaar)
  - XZ  $\perp$  YQ (Hoeklyne van ruit halveer mekaar loodreg)

- 5 a In  $\triangle DEG$ :  
 $\hat{E} = \hat{G}$  ( $DE = DG$ ; eienskap van vlieër)  
 $\hat{D} + \hat{E} + \hat{G} = 180^\circ$  (3  $\angle$ 'e van  $\triangle DEG = 180^\circ$ )  
 $100^\circ + a + a = 180^\circ$   
 $a = 40^\circ$
- b In  $\triangle EFG$ :  
 $\hat{E} = \hat{G}$  ( $FE = FG$ ; eienskap van vlieër)  
 $\hat{E} + \hat{F} + \hat{G} = 180^\circ$  (3  $\angle$ 'e van  $\triangle EFG = 180^\circ$ )  
 $65^\circ + \hat{EFG} + 65^\circ = 180^\circ$   
 $\hat{EFG} = 50^\circ$
- c  $\triangle DEF = \triangle DGF$  (eienskap van vlieër)  
 $\triangle DEF = 40^\circ + 65^\circ = 105^\circ$
- d Ongelyksydige driehoek
- e  $DF \perp EG$  (Hoeklyne in vlieër loodreg op mekaar)
- 6 Die twee nie-parallelle sye in 'n gelykbenige trapesium is gelyk. Daar sal ook twee gelyke hoeke wees, soos op die skets getoon.



## Probleemoplossing

### Aktiwiteit 3 Los woordprobleme op

Leerderboek bladsy 211

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die geheim van sukses in Wiskunde (veral met woordprobleme) kan in drie stappe opgesom word.
  - 1 LEES
  - 2 DINK
  - 3 SKRYF
- Leerders moet in hierdie vrae hul eie diagramme teken. Moenie vir die leerders te gou diagramme gee nie. Hulle moet die vaardighede ontwikkel om inligting te lees, te vertolk en dit grafies aan te bied.
- Daar word geen getalle in vraag 4 gegee nie. Die idee is om te konsentreer op hoe die probleem op te los en nie hoe om rekenkunde te doen nie!

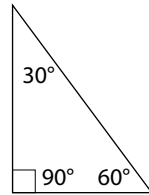
### Remediëring en uitbreiding

Daag leerders met die volgende vraag uit: Hoe kan Tertia die hoek tussen die eerste twee lyne wat sy geteken het, meet as sy nie 'n gradeboog het nie? Sien vraag 4.

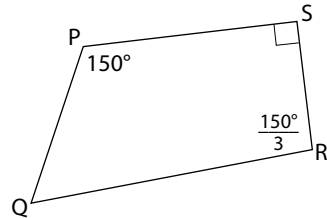
## Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $3 \angle \text{'e van } \triangle = 180^\circ$   
 $p + 2p + 3p = 180^\circ$   
 $6p = 180^\circ$   
 $p = 30^\circ$   
 c Reghoekige, ongelyksydige driehoek

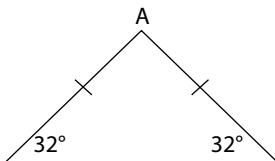
- b Hoeke:  $p = 30^\circ$ ;  
 $2p = 60^\circ$  en  
 $3p = 90^\circ$



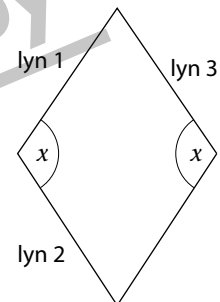
- 2  $\hat{P} + \hat{Q} + \hat{R} + \hat{S} = 360^\circ$  ( $\angle \text{'e van vierhoek}$ )  
 $150^\circ + \hat{Q} + 50^\circ + 90^\circ = 360^\circ$   
 $\hat{Q} = 70^\circ$



- 3 Die dak vorm 'n gelykbenige driehoek.  $\hat{A} = 116^\circ$



- 4 Meet die hoek tussen die eerste twee lyne ( $x$  op diagram).  
 Die teenoorstaande hoeke in 'n ruit moet gelyk wees (ook  $x$ ).  
 As Tertia die ruit op 'n stuk papier teken, kan sy die hoek tussen die eerste lyn en die derde lyn meet as sy in gedagte hou dat die som van die binnehoeke van die ruit  $360^\circ$  moet wees en dat die teenoorstaande hoeke gelyk moet wees.





# Meetkunde van 2D-vorms: Kongruente en gelykvormige figure

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 213

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- definieer kongruente en gelykvormige figure
- leer die vier stelle voorwaardes vir kongruente driehoeke
- bepaal voorwaardes vir gelykvormige driehoeke

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; skêr; gom

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Daar word van leerders vereis om verhoudings te voltooi. Die sye in gelykvormige figure is proporsioneel. Dit beteken dat die teenoorstaande sye van die twee vorms almal dieselfde verhouding het. Die hoofrekene-oefening berei leerders voor daarop om berekeninge met gelykvormige driehoeke aan die einde van die eenheid te doen. Moenie tevrede wees met slegs die korrekte antwoord nie. Leerders moet ook weet *waarom* hulle die antwoorde gee.

Voorgestelde antwoorde

1 a  $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

b  $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

c  $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$

d  $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$

2 a  $\frac{3}{7} = \frac{6}{14}$

b  $\frac{3}{7} = \frac{9}{21}$

c  $\frac{3}{7} = \frac{12}{28}$

d  $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$

3 a  $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

b  $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

c  $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

d  $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

4 a  $\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$

b  $\frac{27}{30} = \frac{9}{10}$

c  $\frac{16}{28} = \frac{4}{7}$

d  $\frac{25}{45} = \frac{5}{9}$

Leerderboek bladsy 213

### Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7 gelykvormige en kongruente figure geïdentifiseer, gepas en geteken.

Die voorwaardes vir kongruensie is iets nuuts wat in Graad 8 onderrig word.

- Die konsepte van *kongruensie* en *gelykvormigheid* is belangrik in Wiskunde.
- Leerders moet weer in transformasie-meetkunde duidelikheid hê oor hierdie twee konsepte. Baie van die formele bewyse in Meetkunde is gebaseer op kongruensie, soos die eienskappe van parallelogramme.
- Kongruensie en gelykvormigheid word albei gebruik om meetkundige probleme in VOO-Wiskunde op te los, dus (soos met alles wat ons in Graad 8 Wiskunde doen) is dit weer eens belangrik om 'n stewige fondament te lê.

## Onderwysriglyne

Die ondersoek in hierdie eenheid is baie belangrik. Dit is die beste as leerders kongruente driehoeke prakties kan ervaar. Leerders kan in Graad 8 uitgedaag word om te probeer om die volgende te konstrueer:

- twee driehoeke met gelyke hoeke en sye wat nie proporsioneel is nie
- twee driehoeke met proporsionele sye en hoeke wat nie gelyk is nie.

## Kongruente en gelykvormige figure

### Kongruente figure; Gelykvormige figure

#### Aktiwiteit 1

#### Werk met kongruensie en gelykvormigheid

Leerderboek bladsy 214

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Mense is dikwels onder die indruk dat kongruensie en gelykvormigheid slegs op driehoeke van toepassing is. Dit is egter nie die geval nie. Enige twee vorms kan kongruent wees. Enige twee vorms kan gelykvormig wees.
- Die eerste aktiwiteit laat leerders met ander vorms werk as driehoeke. Hier is die doel dat die leerders 'n *kropgevoel* vir die twee konsepte ontwikkel.
- Werk noukeurig deur die inleiding en toets leerders se voorkennis van hierdie twee konsepte op deurlopende wyse deur vrae soos die volgende te vra: “Wat onthou julle ...?” “Is figure wat kopieë van mekaar is gelykvormig of kongruent?” “Wat is die verskil tussen gelykvormigheid en kongruensie?”
- Nooi leerders uit om (ruwe) sketse van gelykvormige en kongruente figure op die bord te teken en dit te verduidelik/beskryf.
- Die res van die eenheid fokus op kongruensie en gelykvormigheid in driehoeke. Daarna sal presiese definisies ontwikkel word deur konstruksie en ondersoek.

#### Wenk

Gebruik praktiese, alledaagse voorwerpe om die konsepte van kongruensie en gelykvormigheid te ontwikkel, soos die glasruite in die klaskamer wat kongruent is.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 A, H en O; B en F; C, I en K; G, L en M; E en N
- 2 Die figure moet dieselfde vorms as J, P, D en Q hê maar verskillende groottes.

# Onderzoek voorwaardes vir kongruente driehoeke

Onderzoek die eerste voorwaarde: S;S;S | Onderzoek die tweede voorwaarde: S;∠;S | Onderzoek die derde voorwaarde: ∠;∠;S | Onderzoek die vierde voorwaarde: 90°; SkSS

Aktiwiteit 2–5

Bepaal watter driehoek kongruent is aan  $\triangle ABC$

Leerderboek bladsy 215–217

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

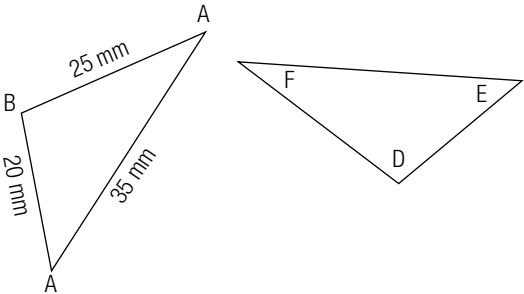
- Die ondersoek is uiters belangrik. Leerders moet kongruense in driehoeke konkreet ervaar.
- Werk saam met die leerders deur hierdie ondersoek om seker te maak dat hulle dit reg doen. Hulle moenie verkeerde gevolgtrekkings maak nie.
- Werk stap-vir-stap saam met die leerders deur die eerste voorbeeld.
- Spandeer tyd aan die volgende: Ons gebruik drie dele van driehoeke om uit te vind of die driehoeke kongruent is. As die driehoeke kongruent is, kan ons aanvaar dat die ander drie dele (waaroor ons nie inligting het nie) ook gelyk is.
- Moedig leerders aan om te probeer om kolomme II, III en IV te doen, maar moet hulle nie los om dit heeltemal op hul eie te doen nie. Bespreek die betekenis van 'n ingeslote hoek (Kolom II), 'n teenoorstaande sy (Kolom III) en die feit dat die soort kongruensie in Kolom IV 'n uitsondering op die reël in Kolom II is.

#### Wenk

Dit werk regtig baie goed om leerders op 'n praktiese manier aan kongruensie van driehoeke bekend te stel. Die vier tabelle kan met driehoeke uit die Leerderboek op een bladsy vir die leerders gekopieer word indien moontlik. Hulle kan dan die gegewe driehoeke uitknip en in hul oefenboeke plak en die korrekte, bypassende driehoek uitknip en op sy kongruente driehoek vasplak.

### Voorgestelde antwoorde

Kolom I



Die leerders skryf ...	Dui aan ...
In $\triangle ABC$ en $\triangle DEF$	Dat die volgorde waarin ons dit hier skryf nie saak maak nie.
1) $AB = DF$ (25 mm) 2) $BC = DE$ (20 mm) 3) $CA = EF$ (35 mm)	Leer die leerders om van 1 tot 3 te nommer. Dan sal hulle weet dat hulle <i>drie</i> gelyke dele moet gee.

$\triangle ABC \equiv \triangle FDE$ (S;S;S)	Die volgorde waarin ons dit hier skryf, <i>moet</i> weerspieël watter dele van die driehoeke dieselfde is. Onthou om die voorwaarde by te voeg (S;S;S).
$\hat{A} = \hat{F}$ $\hat{B} = \hat{D}$ $\hat{C} = \hat{E}$	Wys leerders daarop dat dit die rede is hoekom ons wil weet of twee driehoeke kongruent is of nie.

### Kolom II

In  $\triangle ABC$  en  $\triangle PQR$ :

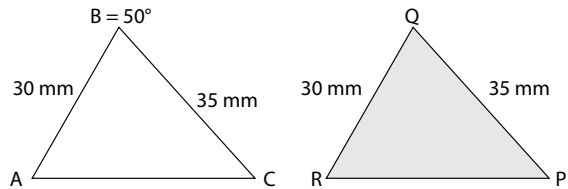
1)  $AB = QR$  (30 mm)

2)  $\hat{B} = \hat{Q}$  ( $50^\circ$ )

3)  $BC = QP$  (35 mm)

$\triangle ABC \equiv \triangle RQP$  (S $\angle$ S)

$\hat{A} = \hat{R}$ ;  $\hat{C} = \hat{P}$  en  $AC = RP$



### Kolom III

In  $\triangle ABC$  en  $\triangle XYZ$

1)  $AB = YZ$  (45 mm)

2)  $\hat{A} = \hat{Y}$  ( $30^\circ$ )

3)  $\hat{C} = \hat{X}$  ( $110^\circ$ )

$\triangle ABC \equiv \triangle YZX$  ( $\angle\angle$ S)

$\hat{B} = \hat{Z}$ ;  $AC = YX$  en  $BC = ZX$

### Kolom IV

In  $\triangle ABC$  en  $\triangle KLM$

1)  $\hat{B} = \hat{L}$  ( $90^\circ$ )

2)  $BC = LM$  (3 cm)

3)  $AC = KM$  (5 cm)

$\triangle ABC \equiv \triangle KLM$  (RK)

$\hat{A} = \hat{K}$ ;  $\hat{C} = \hat{M}$  en  $AB = KL$

## Aktiwiteit 6

## Som voorwaardes vir kongruente driehoeke op

Leerderboek bladsy 218

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die doel van hierdie aktiwiteit is om die gevolgtrekkings van die ondersoek op te som.
- Gee aandag aan die korrekte woordgebruik, byvoorbeeld *ingeslote hoek*, *ooreenkomstige sy*, ens.
- Leerders moet kennis neem van die simbool vir kongruensie ( $\equiv$ ). Maak seker dat hulle hierdie simbool gebruik en dat hulle dit korrek gebruik.

### Wenk

Leerders kan aan die simbool vir kongruensie dink as iets wat vir hulle sê dat die twee driehoeke “ekstra gelyk” is. (Die simbool vir kongruensie lyk soos ’n  $\equiv$ -teken, met ’n ekstra strepie daarby.)



## Voorgestelde antwoorde

- 1 Nee – nooit! As die hoeke van twee driehoeke gelyk is, is die driehoeke gelykvormig, maar nie kongruent nie.
- 2 Die hoek is tussen die twee gemerkte sye ingesluit.
- 3 Nee, dit is nie nodig nie, maar die sye moet teenoorgestelde sye wees met dieselfde lengtes in die twee verskillende driehoeke.
- 4 a  $90^\circ$ : regte hoek; SkS: skuinssy (sy teenoor  $90^\circ$ -hoek).  
b II. Ons werk in hierdie geval met twee sye en een hoek wat nie ingeslote is nie, maar omdat ons 'n regte hoek en die skuinssy gebruik, is dit in orde om dit te doen.

## Aktiwiteit 7 Identifiseer kongruente driehoeke

Leerderboek bladsy 218

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders gaan in hierdie aktiwiteit die voorwaardes vir kongruente driehoeke toepas.
- Doen soortgelyke bykomende voorbeelde op die bord om seker te maak dat al die leerders gemaklik is met die nuwe konsepte en die manier waarop hulle hul antwoorde moet aanbied.

#### Wenk

Leerders moet in Aktiwiteit 3 elke antwoord op slegs een reël neerskryf. As leerders gereed is om na die volgende vlak aan te beweeg, kan jy vir hulle vra om die volledige bewyse van kongruensie vir een of twee van die vrae wat gevra is, neer te skryf. Hul antwoorde sal dan in die formaat van die ondersoek wees. Dit is hoe daar in Graad 9 verwag sal word dat hulle dit doen.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 Let op: As die driehoeke NIE kongruent is nie, maak die volgorde waarin jy die tweede driehoek neerskryf nie regtig saak nie.
  - a  $\triangle ABC \equiv \triangle RQP$  (S;S;S)
  - b  $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$  (H;H;H – driehoeke is gelykvormig.)
  - c  $\triangle ABC \not\equiv \triangle KLM$  (hoek is nie in KLM ingesluit nie)
  - d  $\triangle ABC \equiv \triangle KHG$  ( $\angle$ ;  $\angle$ ; S – Die gemerkte sy is teenoor die hoek wat  $\gamma$  gemerk is in beide driehoeke.)
  - e  $\triangle ABC \equiv \triangle NOM$  ( $90^\circ$ ; SkS;S)
  - f  $\triangle ABC \equiv \triangle RST$  (S;  $\angle$ ; S – Die regte hoek word hier soos enige ander hoek hanteer.)
  - g  $\triangle ABC \not\equiv \triangle DEF$  (Sye is nie ooreenstemmend nie. Die gemerkte sy is teenoor die hoek wat  $x$  in die een driehoek gemerk is, maar teenoor die sy wat  $\gamma$  in die tweede driehoek gemerk is.)
  - h  $\triangle ABC \equiv \triangle QZY$  ( $\angle$ ;  $\angle$ ; S)
- 2 a As  $PR = XZ$ : S;S;S  
As  $\hat{Q} = \hat{Y}$ : S;  $\angle$ ; S  
b As  $PR = KM$  of as  $QR = LM$  of as  $PQ = KL$ :  $\angle$ ;  $\angle$ ; S  
c As  $PQ = DE$ : S;  $\angle$ ; S  
As  $\hat{R} = \hat{F}$  of as  $\hat{Q} = \hat{E}$ :  $\angle$ ;  $\angle$ ; S  
d As  $PQ = ST$ :  $90^\circ$ ; SkS;S  
As  $QR = TU$ : S;  $\angle$ ; S

- 3 Leerders moet die eienskappe van vierhoeke gebruik om hierdie vraag te beantwoord.
- $\triangle PQR \equiv \triangle RSP$  (S;S;S of  $90^\circ$ ;SkS;S of S; $\angle$ ;S)
  - Geen kongruente driehoeke nie
  - $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$  (S; $\angle$ ;S of  $\angle$ ; $\angle$ ;S) As  $AB = AC$ , dan is  $\hat{B} = \hat{C}$
  - $\triangle VXZ \equiv \triangle YZX$  (S;S;S of S; $\angle$ ;S)
  - $\triangle KLN \equiv \triangle MLN$  (S;S;S of S; $\angle$ ;S) of  $\triangle KLM \equiv \triangle KNM$  (S;S;S of S; $\angle$ ;S)  
of  $\triangle KLO \equiv \triangle MLO$  ( $90^\circ$ ;SkS;S) of  $\triangle KNO \equiv \triangle MNO$  ( $90^\circ$ ;SkS;S)  
of  $\triangle KLO \equiv \triangle MNO$  ( $90^\circ$ ;SkS;S) of  $\triangle MNO \equiv \triangle MLO$  ( $90^\circ$ ;SkS;S)
  - $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$  ( $90^\circ$ ;SkS;S of  $\angle$ ; $\angle$ ;S) As  $\hat{B} = \hat{C}$ , dan is  $AB = AC$
- 4
- $\hat{L} = \hat{E} = 90^\circ$
  - $\hat{K} = \hat{D} = 23^\circ$  (Som van binnehoeke van  $\triangle = 180^\circ$ )
  - $LM = EF = 5 \text{ cm}$
  - Die skuinssy van  $\triangle KLM = DF = 13 \text{ cm}$

## Voorwaardes vir gelykvormigheid; Probleemoplossing

### Aktiwiteite 8–9

### Gebruik gelykvormigheid van driehoeke; Gebruik gelykvormigheid en kongruensie

Leerderboek bladsye 221–223

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Verduidelik die volgende aan die leerders.
  - Enige twee vorms kan gelykvormig wees.
  - As dit gegewe is dat die twee vorms (byvoorbeeld, driehoeke) gelykvormig is, beteken dit dat die ooreenkomstige hoeke gelyk is en dat die sye in proporsie is.
  - As jy gevra word om te bewys dat vorms gelykvormig is, is daar 'n verskil tussen die voorwaardes vir gelykvormige vorms in die algemeen en gelykvormige driehoeke.
- Twee vorms is gelykvormig as hulle hoeke dieselfde is *en* hulle sye is in proporsie.
- Twee *driehoeke* is gelykvormig as hulle hoeke dieselfde is *of* hulle sye is in proporsie.
- Bespreek die definisie vir gelykvormigheid van vorms deur die afmetings van reghoeke A, B en C te bestudeer. Wys daarop dat  $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ , maar  $\frac{2}{5} \neq \frac{4}{7}$ .
- Beklemtoon die feit dat gelykvormigheid in driehoeke anders werk. Daag leerders uit om die konstruksies te doen. Ken 'n prys toe aan vir die beste poging.
- Oefen om die definisie vir gelykvormige driehoeke van beide rigtings af te lees:
  - Van links af: As die hoeke van twee driehoeke dieselfde is, dan is die driehoeke gelykvormig en daarom sal die sye van die driehoeke in proporsie wees.
  - Van regs af: As die sye van twee driehoeke in proporsie is, dan is die driehoeke gelykvormig en daarom sal die hoeke van die twee driehoeke dieselfde wees.
  - Wys op die verskil tussen die simbole vir kongruente driehoeke ( $\equiv$ ) en gelykvormige driehoeke ( $\parallel$ ). Die volgorde waarin ons die driehoeke neerskryf, is in albei gevalle belangrik.
- Leerders doen Aktiwiteit 4: basiese maar belangrike vrae oor gelykvormige driehoeke.

## Wenk

Leer die leerders om die volgorde van die letters te gebruik om die proporsionele sye neer te skryf. Byvoorbeeld, as  $\triangle ABC \parallel \triangle PQR$ , gebruik altyd die letters van die eerste driehoek eerste en dan die letters van die tweede driehoek.

Dan:  $\frac{\text{eerste twee letters}}{\text{eerste twee letters}} = \frac{\text{laaste twee letters}}{\text{laaste twee letters}} = \frac{\text{eerste en laaste letter}}{\text{eerste en laaste letter}}$ . Leerders wat op rekenaars werk, ken die konsep van “zoom in” en “zoom uit”. Dit is nog ’n voorbeeld van gelykvormigheid.

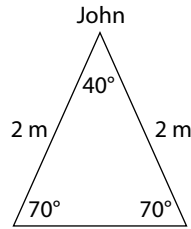
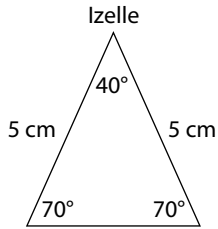
## Voorgestelde antwoorde

### Aktiwiteit 4

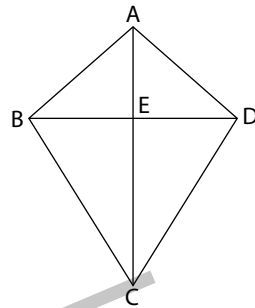
- 1 a Ja; omdat die ooreenstemmende hoeke gelyk is.  $\triangle KML \parallel \triangle XZY$
- 2 Ja; omdat die sye in proporsie is.  
Langste sye:  $\frac{XZ}{KM} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$  Kortste sye:  $\frac{XY}{KL} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$   
Derde paar sye:  $\frac{YZ}{LM} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$  Al die verhoudings is gelyk aan  $\frac{1}{4}$ .  
XYZ  $\parallel$  KLM
- 3 a Ja – die ooreenstemmende hoeke van die twee driehoeke is gelyk.  
b  $\hat{A} = \hat{R} = 30^\circ$  c  $\hat{C} = \hat{S} = 60^\circ$  d  $\triangle ABC \parallel \triangle RTS$
- 4 a Langste sye:  $\frac{KM}{DF} = \frac{12}{25}$  b Kortste sye:  $\frac{LK}{DE} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$   
c Derde paar sye:  $\frac{LM}{EF} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$   
d Die twee driehoeke is nie gelykvormig nie. Die sye is nie in proporsie nie.
- 5 Die driehoek is gelykvormig. Die sye is in proporsie.  
 $\frac{JM}{DU} = \frac{ME}{UT}$  (of  $\frac{JM}{DU} = \frac{JE}{DT}$ )  
 $\frac{8}{DU} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$   
 $DU = 8 \times 3 = 24 \text{ cm}$
- 6  $\triangle ABC \parallel \triangle EDC$  (Die sye is in proporsie.)  
a  $\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC}$   
 $\frac{15}{105} = \frac{BC}{49}$   
 $\frac{1}{7} = \frac{BC}{49}$   
 $BC = 7 \text{ eenhede}$   
b  $\frac{AB}{ED} = \frac{AC}{EC}$   
 $\frac{15}{105} = \frac{21}{EC}$   
 $\frac{1}{7} = \frac{21}{EC}$   
 $EC = 7 \times 21 = 147 \text{ eenhede}$

## Aktiwiteit 5

1 a-b



- c Die driehoek is gelykvormig. H;H;H is nooit 'n rede vir kongruensie van driehoeke nie.
- 2  $ABE \equiv ADE$  ( $90^\circ$ ; SkS; S)  
 $CBE \equiv CDE$  ( $90^\circ$ ; SkS; S)  
 $ABC \equiv ADC$  (S; S; S of S;  $\angle$ ; S)  
 Sien diagram hier regs.
- 3 Die driehoek is gelykvormig. Hulle het dieselfde vorm, maar hulle is verskillende groottes.



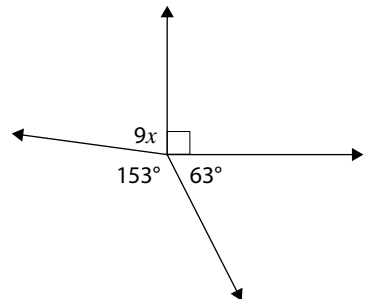
## Hoofstuk 10 hersiening

Leerderboek bladsy 224

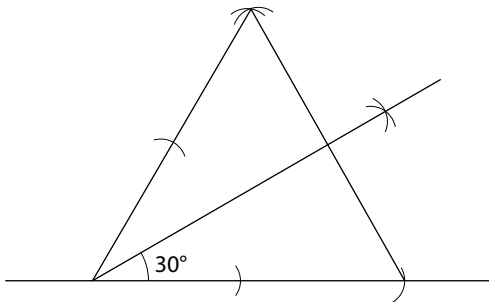
Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aangepak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te evalueer en om te bepaal of remediëring nodig is.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a Waar  
 b Onwaar: die som van die binnehoeke van 'n vierhoek is  $360^\circ$ .  
 c Waar  
 d Onwaar: 'n trapesium het een paar parallelle sye.
- 2 a, b en c Op diagram  
 d  $90^\circ + 63^\circ + 153^\circ + 9x = 360^\circ$  (omwenteling)  
 $9x = 360^\circ - 306^\circ = 54^\circ$   
 $\therefore x = 6^\circ$
- 3  $a = 64^\circ$  (verw.  $\angle$ 'e;  $PQ \parallel UV$ )  
 $a + b = 90^\circ$  (regte hoek)  
 $64^\circ + b = 90^\circ$   
 $\therefore b = 26^\circ$   
 $64^\circ + c = 360^\circ$  (omwenteling)  
 $\therefore c = 296^\circ$   
 $d = 64^\circ$  (ooreenst.  $\angle$ 'e;  $WU \parallel PV$ )  
 $e = d$  (verw.  $\angle$ 'e;  $RS \parallel UV$ )  
 $\therefore e = 64^\circ$   
 $f = e$  (regoorst.  $\angle$ 'e)  
 $\therefore f = 64^\circ$   
 $\therefore e = 64^\circ$



- 4 a  $\hat{A} = \hat{B}$  (CA = CB)  
 $\therefore \hat{A} = \hat{B} = 42^\circ$   
 $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$  (binne- $\angle$ 'e van  $\triangle ABC$ )  
 $42^\circ + 42^\circ + 3x = 180^\circ$   
 $3x = 96^\circ$   
 $\therefore x = 32^\circ$
- b  $x + 15^\circ = 105^\circ$  (regoorst.  $\angle$ 'e)  
 $\therefore x = 90^\circ$
- c  $\hat{CED} = \hat{D} + \hat{F}$  (buite- $\angle$  = som van teenoorst. binne- $\angle$ 'e)  
 $3x + 12^\circ + x = 104^\circ$   
 $4x = 92^\circ$   
 $\therefore x = 23^\circ$
- 5 a  $90^\circ$
- b BC = AD = 55 mm
- c 7 cm (AE = helfte van AC en AC = BD)
- 6 a  $\triangle KLM$  of  $\triangle KNM$
- b  $\triangle KPL$  of  $\triangle KPN$  of  $\triangle MPL$  of  $\triangle MPN$
- c  $\triangle NPM$  (RK)
- 7 a  $\triangle PQR \equiv \triangle MLK$  (S;S;S)
- b  $\triangle PQR \equiv \triangle ACB$  (S; $\angle$ ;S)
- c  $\triangle ABC$  is nie kongruent aan  $\triangle DEF$  nie (sy is nie teenoor dieselfde hoek nie).
- d  $\triangle PQR$  is nie kongruent aan  $\triangle XYZ$  nie (gelyke hoeke nooit rede vir kongruente driehoeke nie; die driehoeke is wel gelykvormig).
- 8 a Hoeke in  $\triangle PQR$ :  $50^\circ$ ;  $70^\circ$  en  $60^\circ$  (som van binne- $\angle$ 'e van  $\triangle = 180^\circ$ )  
Hoeke in  $\triangle ABC$ :  $60^\circ$ ;  $70^\circ$  en  $50^\circ$  (som van binne- $\angle$ 'e van  $\triangle = 180^\circ$ )  
 $\therefore \triangle PQR \parallel \triangle BCA$  (H;H;H)
- b Langste sye:  $\frac{DE}{AC} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$   
Kortste sye:  $\frac{EF}{CB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$   
Derde paar sye:  $\frac{DF}{AB} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$   
 $\therefore$  Driehoeke is nie gelykvormig nie (sye is nie in proporsie nie).
- 9 a Konstrueer enige gelyksydige driehoek akkuraat.
- b Halveer enige een van die hoeke.



# Modelksamenvraestel I (Junie): Memorandum

## Wenke

- Leerders moet oefen hoe om 'n eksamen te skryf.
- Leerders moet die vrae kan lees en beantwoord sonder enige bykomende hulp.
- Leerders moet ook tydsbestuur oefen wanneer hulle 'n toets of eksamen skryf. 'n Vraestel moet die tyd aandui wat vir die toets beskikbaar is, sowel as die punte wat vir elke vraag toegeken word.
- Moenie vir leerders bykomende tyd gee nie.
- Dit is 'n goeie idee om die vraestel sowel as die antwoordstel ná die eksamen aan die leerders te gee. Hulle kan die memorandum gebruik om die vrae te hersien wat vir hulle moeilik was. Hulle kan dit ook gebruik om vir die eindeksamen voor te berei.

## Afdeling A: Algebra

Tyd: 50 minute

Punte: 50

- 1  $x + 2x + 1\checkmark = 20 + 2(20) + 1\checkmark = 61$  bome✓ (3)
- 2  $(20x - 5y) - (4x + 5y + 10y - 6x)\checkmark$   
 $= (20x - 5y) - (-2x + 15y)\checkmark$   
 $= (20x - 5y) + (2x - 15y)\checkmark$   
 $= 22x - 20y\checkmark$  (5)
- 3 a Tweeterm✓ b Eenterm✓ (2)
- 4 a  $-30pq\checkmark$  (1)  
 b  $2x^2\checkmark + 1\checkmark$  (2)  
 c  $\frac{1}{6x^2y}\checkmark + \frac{1}{xy^2}\checkmark - 6\checkmark$  (3)  
 d  $9x^3y^3\checkmark + 40x^3y^3\checkmark = 49x^3y^3$  (3)  
 e  $-2x^2y(-27x^{12}y^{15})\checkmark$  (koëffisiënt) ✓(eksponente)  
 $= 54x^{14}y^{16}\checkmark$  (3)  
 f  $7xy^3\checkmark$  (koëffisiënt) ✓(eksponente) (2)
- 5  $-2(1)^5 + 4(-3)^2\checkmark$   
 $= -2\checkmark + 4 \times 9\checkmark = 34\checkmark$  (4)
- 6 a  $3x = 39\checkmark; x = 13\checkmark$  (2)  
 b  $x = \frac{1}{10}\checkmark$  (1)  
 c  $19x = 19\checkmark; x = 1\checkmark$  (2)  
 d  $2x + 7 = -7x - 24\checkmark\checkmark$   
 $9x = -18\checkmark; x = -2\checkmark$  (4)  
 e  $30 - 3x = -15\checkmark; -3x = -45\checkmark; x = 15\checkmark$  (3)  
 f  $x \in \mathbb{R}\checkmark$  (1)  
 g  $25 + 10 - 5x\checkmark = 8 - 32x\checkmark$   
 $35 - 5x = 8 - 32x\checkmark; 27x = -27\checkmark; x = -1\checkmark$  (5)

- 7 Nou: Lana =  $x$ ; Tara =  $5x$   
 Oor 7 jaar: Lara =  $x + 7$   
 Tara =  $5x + 7$ ;  $5x + 7 = 3(x + 7)$ ✓  
 $5x + 7 = 3x + 21$ ✓  
 $2x = 14$ ✓;  $x = 7$   
 Lana is nou 7 jaar oud.✓

(4)

## Afdeling B: Meetkunde

Tyd: 50 minute

Punte: 65

- 1  $a = 55^\circ$  (verw.  $\angle$ 'e;  $AB \parallel CD$ )  
 $a + b = 90^\circ$  (regte hoek)  
 $\therefore b = 35^\circ$   
 $c = b$  (QD = QR)  
 $\therefore c = 35^\circ$   
 $b + c + d = 180^\circ$  (binne- $\angle$ 'e van  $\triangle QED$ )  
 $35^\circ + 35^\circ + d = 180^\circ$   
 $\therefore d = 110^\circ$   
 $e = d$  (regoorst.  $\angle$ 'e)  
 $\therefore e = 110^\circ$   
 $f = d$  (ooreenk.  $\angle$ 'e;  $CD \parallel EK$ )  
 $\therefore f = 110^\circ$  (2 punte elk: 1 punt vir antwoord; 1 punt vir rede)  
 (12)
- 2 a  $\hat{C}_2 = x + y$  (buite- $\angle$  van  $\triangle ABC =$  binne- $\angle$ 'e)  
 (2 punte: 1 punt vir antwoord; 1 punt vir rede)  
 b  $x = 10^\circ$  (1 punt vir antwoord)  
 c  $y = 100^\circ$  (1 punt vir antwoord)  
 d  $\hat{C}_2 = x + y$   
 $= 10^\circ + 100^\circ$   
 $= 110^\circ$   
 $\therefore \hat{C}_2$  is 'n stomphoek. (2 punte: 1 punt vir  $110^\circ$ ; 1 punt vir "stomphoek")  
 (6)
- 3 a  $p = 16^\circ$  (regoorst.  $\angle$ 'e) (1 punt vir antwoord; 1 punt vir rede)  
 $3q = 90^\circ$  (regoorst.  $\angle$ 'e)  
 $\therefore q = 30^\circ$  (1 punt vir antwoord; 1 punt vir rede)  
 $90^\circ + 16^\circ + r = 180^\circ$  (reguitlyn)  
 $\therefore r = 74^\circ$  (1 punt vir antwoord; 1 punt vir rede)  
 (6)
- b  $2p = 60^\circ$  ( $AB = BC = CA$ )  
 $\therefore p = 30^\circ$  (1 punt vir antwoord; 1 punt vir rede)  
 $q = 7$  cm ( $AB = AC = CA$ ) (1 punt vir antwoord; 1 punt vir rede)  
 $\hat{A}\hat{C}\hat{D} = \hat{A} + \hat{B}$  (buite- $\angle$  van  $ABC =$  som van teenoorst. binne- $\angle$ 'e)  
 $\frac{r}{3} = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$   
 $\therefore r = 360^\circ$  (2 punte vir antwoord; 1 punt vir rede)  
 (7)

4  $2x + 10^\circ = 56^\circ$  (ooreenk.  $\angle$ 'e;  $QP \parallel RT$ )  
 $2x = 46^\circ$   
 $\therefore x = 23^\circ$

(2 punte vir eerste reël: stelling en rede;  
 2 punte vir oplossing van vergelyking)

$3y - 20^\circ = y + 40^\circ$  (verw.  $\angle$ 'e;  $QP \parallel RT$ )  
 $2y = 60^\circ$   
 $\therefore y = 30^\circ$

(2 punte vir eerste reël: stelling en rede;  
 2 punte vir oplossing van vergelyking)  
 (8)

5 a  $\triangle ADC = 80^\circ$  (teenoorst.  $\angle$ 'e van  $\parallel^m$  is gelyk)

(1 punt vir antwoord; 1 punt vir rede)

b Onwaar:  $BC = 4,5$  cm

(1 punt vir antwoord; 1 punt vir rede)

c  $\triangle ACD = \triangle BAC$  (verw.  $\angle$ 'e;  $BA \parallel CD$ )

(1 punt vir rede)

d Skerphoekige driehoek

(1 punt vir antwoord)

e Ongelyksydige driehoek

(1 punt vir rede)

(7)

6 a  $\triangle GJH \equiv \triangle YWX$  (S; $\angle$ ;S)

$\triangle KLM \equiv \triangle UVT$  ( $\angle$ ;  $\angle$ ;S)

$\triangle NOP \equiv \triangle SRQ$  ( $90^\circ$ ;SkS;S)

b  $\triangle ABC \parallel \triangle IZA$  (H;H;H) (2 punte elk: 1 punt vir  $\triangle$ 'e in korrekte volgorde; 1 punt vir rede)  
 (8)

7  $\frac{PQ}{KL} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

$\frac{QR}{LM} = \frac{24}{x} = \frac{3}{5}$

$\therefore x = 40$  eenhede

(2 punte vir twee verhoudings; 1 punt vir antwoord)

$\frac{PQ}{KL} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

$\frac{PR}{KM} = \frac{y}{30} = \frac{3}{5}$

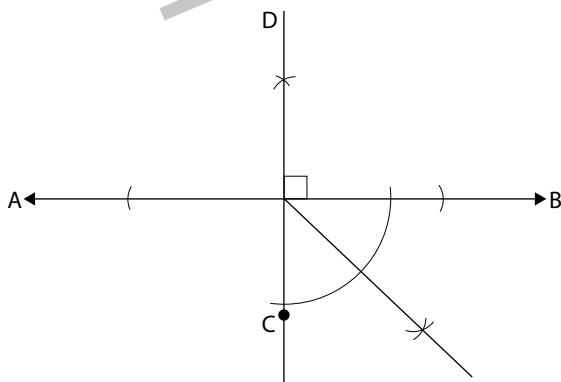
$\therefore y = 18$  eenhede

(2 punte vir twee verhoudings; 1 punt vir antwoord)

(6)

8 a Teken 'n loodlyn van C na AB.

b Halveer een van die regte hoeke.



(3 punte vir loodlyn; 2 punte vir halvering van die hoek)  
 (5)



# Modelksamenvraestel I Junie: Addisioneel

Tyd: 75 minute

Punte: 75

## Vraag 1

[10]

- 1.1 Is  $(-15) - 8 = 8 - (-15)$ ? Toon berekeninge om jou antwoord te staaf. (2)
- 1.2 Waar of Onwaar?  $\sqrt{-100} = -10$  (1)
- 1.3 Watter een is groter: 25 148 287 mm of 25 157 200 mm? (1)
- 1.4 Skryf die optellingsinverses van 250 neer. (1)
- 1.5 Gee die vermenigvuldigingsinverses van  $-\frac{1}{4}$ . (1)
- 1.6 Skryf die volgende getalle in stygende volgorde neer:  
-35; -62; -8; 90; -21; -59; -33; -45 (2)
- 1.7 Voltooi die volgende:  
 $(-20 + -1) + 5 = -20 + (-1 + \square) = \square + \square = \square$  (2)

## Vraag 2

[14]

- 2.1 Bepaal die KGV van 120 en 150. (2)
- 2.2 Skryf 448 as 'n produk van sy priemfaktore. (2)
- 2.3 Bereken. (3)
- 2.3.1  $300 - 100 \div (-20) \times 2$  (3)
- 2.3.2  $-9^2$  (1)
- 2.4 Verminder R1 245 in die verhouding 3 : 5. (3)
- 2.5 Sive wil 'n dubbelbed koop. Die kontantprys van die bed is R5 700. Sy moet 'n deposito van 18% betaal en 24 maandelikse paaiemente van R389,50 elk. Hoeveel gaan sy in totaal vir die bed betaal? (3)

## Vraag 3

[15]

- 3.1 Bereken die volgende sonder om 'n sakrekenaar te gebruik. Toon al die stappe. (3)
- 3.1.1  $9^2 - (-4)^2$  (3)
- 3.1.2  $(\sqrt[3]{37^3} + (-3)^3) \times \sqrt{16}$  (5)
- 3.2 Bereken sonder om 'n sakrekenaar te gebruik. (2)
- 3.2.1  $22x^2y \times -2x^5 \times 10y^3$  (2)
- 3.2.2  $\frac{-28x^2y^5}{-16y^{15}x^{15}}$  (2)
- 3.2.3  $4(-n^{12})^2$  (2)
- 3.3 Skryf 750 000 000 000 000 000 000 kg in wetenskaplike notasie. Rond af tot twee desimale plekke. (1)

## Vraag 4

[10]

- 4.1 Gee die reël (in woorde) om die verhouding tussen die getalle in die getalreeks te beskryf en skryf dan die volgende vier terme in die getalreeks neer:  
1; -2; 4; -8; ... (3)
- 4.2 Tatum maak armbande. Sy het vaste uitgawes van R50 per maand en dit kos haar R10 om een armband te maak. Die onderstaande tabel toon haar totale koste om 'n sekere hoeveelheid armbande te maak.

Aantal armbande (n)	1	2	3	200	x
Koste in rand (K)	60	70	80	?	780

- 4.2.1 Skryf die patroon vir die eerste twee terme neer. (2)

- 4.2.2 Skryf die algemene reël algebraïes. (1)  
 4.2.3 Bepaal die 200ste term. (1)  
 4.2.4 Teken 'n vloeiidiagram om te toon hoe jy die aantal armbande wat gemaak is, sal bepaal as haar totale koste vir die maand R780 is. (3)

#### Vraag 5

[26]

- 5.1 Skryf die volgende sin in algebraïese taal. 13 verhoog met twee maal 'n getal is 30. (1)  
 5.2 Gee die koëffisiënt van  $x$  in  $-7x^3 + 5x + x^2 - 11$ . (1)  
 5.3 Skryf die uitdrukking in die korrekte volgorde.  
 $2 + m^2 + m^4 + 12m^3 - 3m$  (1)  
 5.4 Vereenvoudig waar  $x \neq 0$  en  $y \neq 0$ .  
 5.4.1  $\sqrt[3]{-64x^9y^{12}}$  (2)  
 5.4.2  $\frac{18x^{10}y^5 - 12x^5y^2 + 6x^3y}{6x^3y}$  (3)  
 5.5 Bereken die som van  $5x^2 + x - 6$ ;  $3x^2 - 5x + 10$  en  $x^2 - 9$ . (3)  
 5.6 Los op vir die veranderlike. (Geeneen van die veranderlikes is gelyk aan nul nie.)  
 5.6.1  $850 = 50p$  (1)  
 5.6.2  $k^2 + 12 = 61$  (2)  
 5.6.3  $20x - 13 = 35 - 4x$  (2)  
 5.6.4  $81 = 6(y - 1) + 15$  (3)  
 5.7 Bereken die waarde van  $\sqrt{x^2 + 4y}$  as  $x = -3$  en  $y = \frac{7}{4}$ . (4)  
 5.8 Nicolene is twee maal so oud soos Michael. Tien jaar gelede was Nicolene vier maal so oud soos Michael. Hoe oud is Michael nou? (3)

## Modeleksamenvraestel I (Junie): Addisioneel Memorandum

#### Vraag 1

[10]

- 1.1 Nee✓;  $(-15) - 8 = -23$ ;  $8 - (-15) = 23$ ✓(albei) (2)  
 1.2 Onwaar✓ (1)  
 1.3 25 157 200 mm✓ (1)  
 1.4  $-250$ ✓ (1)  
 1.5  $-4$ ✓ (1)  
 1.6  $-62$ ;  $-59$ ;  $-45$ ;  $-35$ ;  $-21$ ;  $-8$ ;  $90$ ✓✓( $-1$  per fout) (2)  
 1.7  $(-20 + -1) + 5 = -20 + (-1 + 5) = -20 + 4 = -16$ ✓ (2)

#### Vraag 2

[14]

- 2.1  $V_{120} = \{120; 240; 360; 480; 600; \dots\}$   
 $V_{150} = \{150; 300; 450; 600; \dots\}$ ✓ (albei veelvoude uitgeskryf)  
 $KGV = 600$ ✓ (2)  
 2.2
- |   |     |
|---|-----|
| 2 | 448 |
| 2 | 224 |
| 2 | 112 |
| 2 | 56  |
| 2 | 28  |
| 2 | 14  |
| 7 | 7   |
|   | 1 ✓ |
- $448 = 2^6 \times 7$ ✓ (of  $448 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7$ ) (2)

- 2.3.1  $300 + 5 \times 2\checkmark = 300 + 10\checkmark = 310\checkmark$  (3)  
 2.3.2  $-81\checkmark$  (1)  
 2.4  $3 \div 5\checkmark \times 1\,245\checkmark = R747\checkmark$  (3)  
 2.5  $(0,18 \times 5\,700)\checkmark + (24 \times R389,50)\checkmark = R10\,384\checkmark$  (3)

### Vraag 3

[15]

- 3.1.1  $81\checkmark - 16\checkmark = 65\checkmark$  (3)  
 3.1.2  $(37\checkmark + (-27)\checkmark)4\checkmark = 10 \times 4\checkmark = 40\checkmark$  (5)  
 3.2.1  $-440\checkmark x^7 y^4\checkmark$  (2)  
 3.2.2  $\frac{7}{4x^{13}y^{10}}\checkmark$  (koëffisiënte) $\checkmark$  (veranderlikes) (2)  
 3.2.3  $4m^{24}\checkmark\checkmark$  (2)  
 3.3  $7,50 \times 10^{20}\checkmark$  (1)

### Vraag 4

[10]

- 4.1 Ek moet elke getal met  $-2$  vermenigvuldig om die volgende getal in die getalreeks te kry. $\checkmark$   
 $16; -32\checkmark; 64; -128\checkmark$  (3)  
 4.2.1  $T_1 = 10(1) + 50 = 60\checkmark; T_2 = 10(2) + 50 = 70\checkmark$  (2)  
 4.2.2  $T_n = 10(n) + 50\checkmark$  (1)  
 4.2.3  $T_{200} = 10(200) + 50 = 2\,050\checkmark$  (1)  
 4.2.4 

780	→	-50	→	÷ 10	→	73
-----	---	-----	---	------	---	----

 (3)

### Vraag 5

[26]

- 5.1  $13 + 2x = 30\checkmark$  (1)  
 5.2  $5\checkmark$  (1)  
 5.3  $m^4 + 12m^3 + m^2 - 3m + 2\checkmark$  (1)  
 5.4.1  $-4\checkmark x^3 y^4\checkmark$  (2)  
 5.4.2  $3x^7 y^4\checkmark - 2x^2 y\checkmark + 1\checkmark$  (3)  
 5.5  $9x^2\checkmark - 4x\checkmark - 5\checkmark$  (3)  
 5.6.1  $p = 17\checkmark$  (1)  
 5.6.2  $k^2 = 49\checkmark; k = \pm 7\checkmark$  (2)  
 5.6.3  $24x = 48\checkmark; x = 2\checkmark$  (2)  
 5.6.4  $81 = 6y - 6\checkmark + 15; 6y = 72\checkmark; y = 12\checkmark$  (3)  
 5.7  $\sqrt{(-3)^2 + 4 \times \frac{7}{4}}\checkmark = \sqrt{9 + 7}\checkmark = \sqrt{16}\checkmark = 4\checkmark$  (4)  
 5.8 Nou: Michael =  $x$  jaar oud; Nicolene =  $2x$  jaar oud  
 10 jaar gelede: Michael =  $x - 10$ ; Nicolene =  $2x - 10$   
 $2x - 10 = 4(x - 10)\checkmark$   
 $2x - 10 = 4x - 40\checkmark$  (enige korrekte stap)  
 $30 = 2x$   
 $x = 15$   
 Michael is nou 15 jaar oud $\checkmark$  (3)

# Modelksamenvraestel 2 (Junie): Addisioneel

Tyd: 75 minute

Punte: 75

## Vraag 1

[10]

I.1 Kies die korrekte letter (A, B, C of D) in elke geval.

I.1.1  $-x$  is 'n \_\_\_\_\_

A konstante

B veranderlike

C konstante en veranderlike

D geeneen van bogenoemde nie

(1)

I.1.2 Die korrekte uitdrukking volgens wiskundige konvensies vir  $m \times 5 \times n$  is:

A  $mn^5$

B  $5nm$

C  $5(mn)$

D  $5mn$

(1)

I.1.3 Wat noem ons hierdie uitdrukking?  $18a + 12a \div 4 + a \times 2a^7$

A eenterm

B tweeterm

C drieterm

D veelterm

(1)

I.1.4  $\sqrt[3]{-1}$  is \_\_\_\_\_

A ongedefinieerd

B  $-1$

C 1

D  $1^3$

(1)

I.1.5 Watter skatting is die beste vir  $10\,775 \div 25$ ?

A  $10\,000 \div 50 = 200$

B  $20\,000 \div 50 = 400$

C  $5\,000 \div 50 = 100$

D  $6\,000 \div 50 = 120$

(1)

I.1.6 Die antwoord op  $300 - 15 \times 4 + 1$  is:

A 290

B 225

C 241

D 236

(1)

I.2 Sê in elke geval of die stelling waar of onwaar is.

a  $3x^3$  is die ongelyke term in:  $3x^2; 3x^3; 2x^2$ .

b As  $x = 5$ , dan is beide kante ekwivalent in  $5x - 3 = -(3x + 7)$ .

c In  $-5(mn)^3$  is die basis  $-5mn$ .

d  $x \in \mathbb{R}$  in  $5x - 12 = 2x - 12 + 3x$

(4)

## Vraag 2

[16]

2.1 Bepaal die som van 4 567,872 en 397,285.

(2)

2.2 Hoeveel gelyke veelvoude het 300?

(1)

2.3 Hoeveel gelyke faktore het 300?

(3)

2.4 Skryf 300 as 'n produk van sy priemfaktore.

(2)

2.5 Bepaal die KGV van 25 en 45.

(2)

2.6 Jack het 400 liedjies op sy MP3-speler, Zola het 1 200 op hare en Neo het 800 liedjies op sy MP3-speler. Skryf die aantal liedjies wat elke persoon op hul MP3-speler het as 'n verhouding en vereenvoudig dit dan.

(2)

2.7 Bestudeer die onderstaande leningstabel.

Leningsbedrag	Terugbetaling: 24 maande	Terugbetaling: 36 maande	Terugbetaling: 48 maande
R2 500	R160	R140	R120
R5 000	R230	R215	R200

Derick neem 'n lening van R2 500 uit en betaal dit oor 36 maande terug.

Hoeveel geld moet hy in totaal oor hierdie tydperk terugbetaal?

(2)

2.8 Parker was vir twee weke in Londen. Met sy terugkoms moes hy £956,75 vir rande inruil. Hoeveel geld (in rand) het hy gekry? Gebruik die wisselkoers van £1 = R12,9772.

(2)

**Vraag 3****[14]****3.1** Bereken.

**a**  $-5 - 2 + (-1)$  (2)

**b**  $130 + (3 - 6 \times -5)2$  (4)

**c**  $5\,587 \div 1\,000$  (1)

**d**  $(-7)^2 \div \sqrt{49^2}$  (3)

**3.2** Skryf die volgende vier getalle in die getalery neer. 15; 9; 3; ... (2)**3.3** Bereken 89,85% van €3 277,29. Rond jou antwoord af tot twee desimale plekke. (2)**Vraag 4****[7]**

Bestudeer die tabel en beantwoord dan die vrae wat volg.

$x$	1	2	3	4	10	$f$
$y$	18	17	16	15	$e$	-10

**4.1** Bepaal die reël en skryf die formule om  $y$  te bepaal. (2)**4.2** Bepaal die onbekende uitvoerwaarde  $e$ . (2)**4.3** Bepaal die onbekende invoerwaarde  $f$ . (3)**Vraag 5****[16]****5.1** Brei  $(3x)^2 \times (2y)^3$  uit. (2)**5.2** Vereenvoudig.

**a**  $c^{12} \times c^5$  (1)

**b**  $6(-777a)^0$  (1)

**c**  $(5p - q)10$  (2)

**d**  $(7q^2 - 10q - 4) - (q^2 + 6q - 4)$  (3)

**e**  $\frac{30x^7y^3 + 2xy}{2xy}$  (2)

**f**  $-4pq^2(2q^3p^6)^2$  (3)

**5.3** Skryf elke getal in gewone notasie en bepaal dan watter getal die grootste is:  $3,1 \times 10^6$  of  $2 \times 10^7$ . (2)**Vraag 6****[12]****6.1** Bereken die waarde van  $p^2 + 6pq$  as  $p = -5$  en  $q = 2$ . (3)**6.2** Los op vir  $x$  in elke geval.

**a**  $x + 8 = 15$  (1)

**b**  $21 - x = 19x - 19$  (2)

**c**  $5x^3 + 12 = 4(x^3 + 5)$  (3)

**6.3** Hoeveel penne het Zukisa as Emily  $8m - 3$  penne het, Jonathan  $5m + 12$  penne het en hulle altesaam  $35m + 19$  penne het? (3)

# Modelksamenvraestel 2 (Junie): Addisioneel Memorandum

## Vraag 1

- 1.1 a C✓ b D✓ c C✓ d B✓ e B✓ f C✓ [10]  
 1.2 a W✓ b O✓ c O✓ d W✓ (6)  
 (4)

## Vraag 2

- 2.1 "lang optelling" ✓; 4 965,157✓ [16]  
 2.2 'n oneindige hoeveelheid✓ (2)  
 2.3  $F_{300} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 25; 30; 50; 60; 75; 100; 150; 300\}$ ✓✓; (1)  
 12 gelyke faktore✓ (3)  
 2.4 

2	300
2	150
3	75
5	25
5	5
	1

 ✓  
 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ ✓ (of  $300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$ ) (2)  
 2.5  $V_{25} = \{25; 50; 75; 100; \dots; 200; 225\}$   
 $V_{45} = \{45; 90; 135; 180; 225\}$ ✓ (albei veelvoude uitgeskryf)  
 $KGV = 225$ ✓ (2)  
 2.6  $400 : 1\ 200 : 800$ ✓ =  $1 : 3 : 2$ ✓ (2)  
 2.7  $R140 \times 36$ ✓ = R5 040✓ (2)  
 2.8  $956,25 \times 12,9772$ ✓  $\approx$  R12 415,94✓ (2)

## Vraag 3

- 3.1 a  $-7 + -1$ ✓ =  $-8$ ✓ [14]  
 b  $130 + (3 + 30)$ ✓ $2 = 130 + (33)$ ✓ $2 = 130 + 66$ ✓ = 196✓ (2)  
 c 5,587✓ (4)  
 d  $49$ ✓  $\div$   $49$ ✓ = 1✓ (1)  
 3.2  $-3; -9$ ✓;  $-15; -21$ ✓ (3)  
 3.3  $0,8985 \times 3\ 277,29$ ✓  $\approx$  €2 944,65✓ (2)  
 (2)

## Vraag 4

- 4.1  $y = -x + 19$ ✓✓ [7]  
 4.2  $e = -(10) + 19$ ✓ = 9✓ (2)  
 4.3  $(-10 - 19) = -29$ ✓;  $-29 \div -1$ ✓ = 29✓ (2)  
 (3)

## Vraag 5

- 5.1  $3 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot y \cdot y \cdot y$ ✓ =  $72 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y$ ✓ [16]  
 5.2 a  $c^{17}$ ✓ (1)  
 b  $6$ ✓ (1)  
 c  $50p$ ✓ -  $10q$ ✓ (1)  
 d  $7q^2 - 10q - 4 - q^2 - 6q + 4$ ✓ =  $6q^2 - 16q$ ✓ (2)  
 e  $15x^6y^2$ ✓ +  $1$ ✓ (3)  
 f  $-4pq^2 \times 4q^6p^{12}$ ✓ =  $-16p^{13}q^8$ ✓ (2)  
 5.3 3 100 000 en 20 000 000✓;  $3\ 100\ 000 < 20\ 000\ 000$ ✓ (3)  
 (of  $3,1 \times 10^6 < 2 \times 10^7$ ) (2)

**Vraag 6****[12]**

**6.1**  $(-5)^2 + 6(-5)(2) \checkmark = 25 + -60 \checkmark = -35 \checkmark$

(3)

**6.2 a**  $x = 7 \checkmark$

(1)

**b**  $21 + 19 = 19x + x \checkmark; 40 = 20x \checkmark; x = 2 \checkmark$

(3)

**c**  $5x^3 + 12 = 4x^3 + 20 \checkmark; x^3 = 8 \checkmark; x = 2 \checkmark$

(3)

**6.3**  $8m - 3 + 5m + 12 = 13m + 9 \checkmark$

$35m + 19 - (13m + 9) \checkmark = 35m + 19 - 13m - 9 = 22m + 10 \checkmark$

(3)

**Review Copy**



# Hersiening: Gewone breuke

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 229–248

Voorgestelde tydstoekenning: 7 ure

**Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:**

<b>Eenheid 1: Hersiening van gewone breuke</b>	45 minute
Wat is breuke?	
Ekwivalente breuke	
Vereenvoudiging van breuke	
<b>Eenheid 2: Optelling en aftrekking van gewone breuke</b>	1 uur
Herleiding van breuke	
Optelling van gewone breuke	
Aftrekking van gewone breuke	
<b>Eenheid 3: Vermenigvuldiging en deling van gewone breuke</b>	3 ure
Vermenigvuldiging van gewone breuke	
Deling van telgetalle deur gewone breuke	
Deling van gewone breuke	
Kwadrade, derdemagte, wortels en gewone breuke	
<b>Eenheid 4: Persentasies</b>	2 ure 15 minute
Persentasies van telgetalle	
Persentasies van dele van 'n hele	
Persentasie styging en daling	
<i>Hoofstuk 11 hersiening</i>	



## 1

## Hersiening van gewone breuke

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 230

Voorgestelde tydstoekenning: 45 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- definieer tellers en noemers
- definieer en identifiseer soorte gewone breuke, m.a.w. egte breuke, onegte breuke en gemengde getalle
- vereenvoud breuke deur hulle deur die Grootste Gemene Deler (GGF) te deel

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar (om antwoorde te toets)

## Hoofrekene

Voorgestelde antwoorde

(10 minute per dag)

Leerderboek bladsy 230

I	2	
	i	ii
a	15	16
b	18	7
c	25	30
d	87	120

- 2 a Egte breuk  
b Onegte breuk  
c Gemengde getal  
d Onegte breuk

- 3 a  $\frac{1}{2}$       b 6      c  $\frac{2}{5}$       d  $\frac{9}{5}$

## Agtergrondinligting

Leerders het in vorige grade breedvoerig met breuke gewerk. Hulle het die volgende gedoen:

- Die betekenis van breuke
- Vergelyking en rangskikking van breuke: vergelyking en rangskikking van tiendes en honderdstes asook die uitbreiding hiervan tot duisende was 'n spesifieke fokuspunt in Graad 7
- Vereenvoudiging van breuke deur kennis van veelvoude en faktore te gebruik

## Onderwysriglyne

Leerders konsolideer in Graad 8 hul basiese begrip van die betekenis van breuke asook vergelyking en rangskikking van breuke wat in Graad 7 ontwikkel is. Die inhoud van hierdie eenheid is dus hersiening en dien om die basiese vaardighede en begrippe wat in vorige grade geleer is, vas te lê. Die hersiening kan redelik vinnig wees. As leerders met enige van die inleidende konsepte sukkel, gee hulle tyd om 'n paar bykomende

voorbeelde te doen en gee vir hulle 'n paar vir huiswerk. 'n Goeie begrip van breuke is nodig wanneer hulle later na algebraïese breuke kyk, en veral wanneer leerders algebraïese breuke in Graad 9 moet doen. Werk saam met die klas deur die opsomming as 'n vorm van hersiening en moedig leerders aan om na hierdie opsomming te verwys wanneer nodig.

## Wat is breuke?; Ekwivalente breuke; Vereenvoudiging van breuke

### Bepaal ekwivalente breuke

#### Aktiwiteite 1–2 Identifiseer breuke; Vereenvoudig breuke

Leerderboek bladsye 230–231

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Hersien tellers, noemers en gewone breuke (egte en onegte breuke asook gemengde getalle).
- Herinner leerders daaraan dat hulle breuke kan vereenvoudig deur die teller en noemer deur hul GGF te deel (die grootste getal wat in die teller sowel as die noemer gedeel kan word).
- Leerders kan albei aktiwiteite in een les of vir huiswerk doen.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders in pare werk om die GGF te bepaal voordat hulle die breuke in Aktiwiteit 2 vereenvoudig.

**Uitbreiding:** Vraag 16–20 in Aktiwiteit 2 is meer uitdagend.

#### Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 1

	i	ii
a	1	2
b	14	13
c	8	15
d	3	10
e	17	20
f	98	65
g	203	300
h	99	100
i	315	250
j	713	625

- 2
- |   |                |   |                |
|---|----------------|---|----------------|
| a | Egte breuk     | b | Onegte breuk   |
| c | Gemengde getal | d | Onegte breuk   |
| e | Egte breuk     | f | Onegte breuk   |
| g | Gemengde getal | h | Gemengde getal |
| i | Gemengde getal | j | Onegte breuk   |
| k | Egte breuk     | l | Gemengde getal |
| m | Onegte breuk   | n | Egte breuk     |
| o | Egte breuk     |   |                |

## Aktiwiteit 2

$$1 \quad \frac{1}{2}$$

$$5 \quad 4$$

$$9 \quad \frac{25}{3} \text{ or } 8\frac{1}{3}$$

$$13 \quad \frac{3}{17}$$

$$*17 \quad \frac{1}{6}$$

$$2 \quad \frac{1}{3}$$

$$6 \quad \frac{4}{5}$$

$$10 \quad \frac{7}{19}$$

$$14 \quad \frac{5}{16}$$

$$*18 \quad \frac{123}{200}$$

$$3 \quad 5$$

$$7 \quad \frac{5}{2} \text{ of } 2\frac{1}{2}$$

$$11 \quad \frac{3}{4}$$

$$15 \quad \frac{78}{125}$$

$$*19 \quad \frac{24}{5} \text{ of } 4\frac{4}{5}$$

$$4 \quad 2$$

$$8 \quad \frac{22}{5} \text{ of } 4\frac{2}{5}$$

$$12 \quad \frac{11}{9} \text{ of } 1\frac{2}{9}$$

$$*16 \quad 50$$

$$*20 \quad \frac{39}{10} \text{ of } 3\frac{9}{10}$$

## EENHEID



# Optelling en aftrekking van gewone breuke

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 232

Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- herlei gemengde getalle na onegte breuke
- herlei onegte breuke na gemengde getalle
- bepaal die kleinste gemene noemer (KGN)
- tel gewone breuke op en trek gewone breuke af
- los probleme op wat optelling en aftrekking van gewone breuke behels

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar (om antwoorde te toets)

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 232

$$1 \quad a \quad \frac{49}{15}$$

$$b \quad \frac{153}{10}$$

$$c \quad \frac{2524}{25}$$

$$2 \quad a \quad 2\frac{4}{7}$$

$$b \quad 9\frac{1}{5}$$

$$c \quad 6\frac{1}{30}$$

$$3 \quad a \quad 24$$

$$b \quad 105$$

$$c \quad 200$$

4

KGN	Antwoord (onegte)	Antwoord (gemengde)
a 24	$\frac{1}{2}$	
b 60	$\frac{43}{60}$	
c 80	$\frac{437}{80}$	$5\frac{37}{80}$

## Agtergrondinligting

Leerders het in vorige grade breedvoerig met konsepte gewerk wat in hierdie eenheid gedek word. Hulle het die volgende gedoen:

- Herleiding van gemengde getalle na gewone breuke (en omgekeerd) ten einde berekeninge daarmee te doen
- Berekeninge met breuke (optelling en aftrekking van breuke met dieselfde noemers en noemers wat veelvoude van mekaar is, sowel as noemers wat nie veelvoude van mekaar is nie en optelling en aftrekking van gemengde getalle)
- Berekeninge met gewone breuke (optelling en aftrekking deur kennis van gelyksoortige breuke te gebruik)

## Onderwysriglyne

Leerders konsolideer hul basiese getallekennis en vaardigheid in Graad 8 met berekeningstegnieke wat in Graad 7 ontwikkel is. Die inhoud van hierdie eenheid is dus hersiening en kan redelik vinnig gedoen word. Baie van die vrae in die aktiwiteit kan vir huiswerk gedoen word nadat leerders twee of drie vrae in die klas voltooi het. Leerders kan mekaar se werk nasien, of hulle kan hul eie werk nasien m.b.v. die antwoorde wat in die klas teen die muur opgeplak is. Modereer hul werk deur vinnig hul algehele vordering te kontroleer en teken dit. Onthou: 'n goeie begrip van breuke is 'n belangrike voorloper vir die werk wat hulle met algebraïese breuke in Graad 9 gaan doen. Dit is dus baie belangrik om seker te maak dat leerders 'n goeie begrip van breuke vasgelê het as 'n boublok vir algebraïese breuke. Die *Dink só/Doen dit* voorbeelde maak elke stap duidelik. Dit sal help om dit makliker te maak wanneer leerders in Graad 9 hul numeriese kennis van breuke na Algebra moet oordra.

Werk saam met die klas deur die opsomming as 'n vorm van hersiening en moedig leerders aan om na hierdie opsomming te verwys wanneer nodig.

## Herleiding van breuke

**Herlei gemengde getalle na onegte breuke; Herlei onegte breuke na gemengde getalle**

**Aktiwiteit 1**

**Herlei breuke**

Leerderboek bladsy 233

## Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Doen voorbeelde op die bord vir die leerders. Leerders verstaan beter as hulle stap vir stap kan sien hoe dit gedoen word. Leerders kan hul sakrekenaars gebruik om groter getalle te bereken.
- Leerders kan ook agterna die breuksleutels op hul sakrekenaars gebruik om te sien of hulle die berekening korrek gedoen het of nie.
- Maak seker dat leerders die gemengde getalle korrek skryf, byvoorbeeld wanneer  $\frac{29}{4}$  ( $29 \div 4 = 7 \text{ res } 1$ ) herlei word, is die getal 7 die telgetal en die res 1 is die teller van die breuk in die gemengde getal.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Maak seker dat leerders stelselmatig werk en dat hulle al die stappe volg. Hulle moet die vrae oordoen tot hulle die korrekte antwoorde kry en oplet na waar hulle verkeerd gegaan het. Wanneer jy hulle waarneem, vra hulle om hardop te sê wat hulle verkeerd gedoen het en hoe hulle dit moet regmaak.

**Uitbreiding:** Leerders kan ook in pare werk en vir mekaar meer uitdagende gewone breuke/gemengde getalle opstel om te herlei. Hulle kan hul antwoorde nagaan deur die breuksleutels op hul sakrekenaars te gebruik.

### Voorgestelde antwoorde

1	a	$\frac{7}{4}$	b	$\frac{31}{12}$	c	$\frac{29}{8}$	d	$\frac{128}{25}$	e	$\frac{153}{20}$	f	$\frac{31}{2}$
	g	$\frac{81}{4}$	h	$\frac{504}{5}$	i	$\frac{397}{100}$						
2	a	$3\frac{1}{4}$	b	$2\frac{7}{10}$	c	$6\frac{3}{7}$	d	$3\frac{23}{25}$	e	$2\frac{1}{2}$	f	$4\frac{2}{5}$
	g	$12\frac{1}{2}$	h	$2\frac{22}{25}$	i	$3\frac{9}{10}$						

## Optelling van gewone breuke

**Optelling van breuke met dieselfde noemer; Optelling van breuke met verskillende noemers**

### Aktiwiteit 2 Bepaal die KGN en tel gewone breuke op

Leerderboek bladsy 234

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die KGN en hoe om dit te bepaal.
  - Leerders hoef nie altyd die veelvoude van al die getalle uit te skryf om die KGN te bepaal nie.
  - 'n Vinniger metode is as leerders die veelvoude van die groter getal uitskryf, die veelvoud kies wat hulle dink die gemene veelvoud is en dan die deling deur die noemer op hul sakrekenaar doen. As hulle albei stappe in hul koppe doen, toon dit dat hulle 'n goeie begrip het van hoe die proses werk en dat hulle hul vermenigvuldigingstafels ken.
- Verduidelik die stappe om gewone breuke op te tel. Leerders kan ook terugverwys na die stappe en voorbeelde terwyl hulle die aktiwiteit doen.
- Beklemtoon dat ons breuke eers na ekwivalente breuke herlei voordat ons hulle optel (ten einde die noemers dieselfde te maak). Dit is dus ook hersiening van die betekenis en gebruik van ekwivalente breuke.
- Beklemtoon dat slegs die tellers opgetel word en dat die noemers dieselfde bly.
- 'n Onegte breuk en 'n gemengde getal is albei in vereenvoudigde vorm. Albei antwoorde is dus korrek en word in die *Voorgestelde antwoorde* op die volgende bladsy gegee.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders in pare werk en/of berekeninge oordoen met die hulp van 'n maat/onderwyser tot hulle dit op hul eie korrek kan doen. Wanneer jy hulle waarneem, vra hulle om hardop te sê wat hulle verkeerd gedoen het en hoe hulle dit moet regmaak.

**Uitbreiding:** Vraag **1e–f** en vraag **2i–2l** is meer uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

**1**   **a** 10   **b** 24   **c** 20   **d** 30   **\*e** 200   **\*f** 420

<b>2</b>	<b>KGN</b>	<b>Antwoord (onegte)</b>	<b>Antwoord (gemengde)</b>
<b>a</b>	6	$\frac{5}{6}$	
<b>b</b>	15	$\frac{19}{15}$	$1\frac{4}{15}$
<b>c</b>	48	$\frac{31}{48}$	
<b>d</b>	105	$\frac{79}{35}$	$2\frac{9}{35}$
<b>e</b>	60	$\frac{457}{60}$	$7\frac{37}{60}$
<b>f</b>	24	$\frac{371}{24}$	$15\frac{11}{24}$
<b>g</b>	24	$\frac{101}{12}$	$8\frac{5}{12}$
<b>h</b>	60	$\frac{701}{60}$	$11\frac{41}{60}$
<b>*i</b>	12	$\frac{1}{2}$	
<b>*j</b>	60	$\frac{41}{20}$	$2\frac{1}{20}$
<b>*k</b>	40	$\frac{291}{40}$	$7\frac{11}{40}$
<b>*l</b>	60	$\frac{229}{15}$	$15\frac{4}{15}$

## Aftrekking van gewone breuke

**Aftrekking van breuke met dieselfde noemer; Aftrekking van breuke met verskillende noemers**

### Aktiwiteite 3–5

**Trek gewone breuke af; Tel gewone breuke op en trek hulle af; Los probleme op**

Leerderboek bladsy 235–236

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek en maak seker dat leerders gemaklik is om die KGN te vind. Moedig hulle aan om te probeer om die KGN in hul koppe te bepaal, soos in die vorige aktiwiteit beskryf is.

- Beklemtoon dat ons breuke eers na ekwivalente breuke herlei voordat ons hulle aftrek (ten einde die noemers dieselfde te maak). Dit is weer hersiening van die betekenis en gebruik van ekwivalente breuke.
- Leerders kan negatiewe antwoorde kry. Dit is egter aanvaarbaar omdat hulle reeds heelgetalle gedek het.
- Aktiwiteit 3, 4 en 5 moet oor twee lesse versprei word.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders in pare werk en/of die berekeninge oordoen met die hulp van 'n maat/onderwyser tot hulle dit op hul eie korrek kan doen. Laat hierdie leerders toe om eers net die makliker vrae te oefen en moedig hulle aan om die meer uitdagende vrae te doen namate hulle meer selfvertroue kry. Maak egter seker dat hulle al die vrae doen en ook die uitdagende vrae probeer doen, selfs al doen hulle dit vir huiswerk.

**Uitbreiding:** Vraag 9–12 in Aktiwiteit 3, vraag 9–12 in Aktiwiteit 4 en Aktiwiteit 5 is meer uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

#### Aktiwiteit 3

	KGN	Antwoord (onegte)	Antwoord (gemengde)
1	4	$\frac{1}{4}$	
2	15	$\frac{1}{5}$	
3	60	$-\frac{7}{30}$	
4	84	$-\frac{11}{42}$	
5	140	$\frac{64}{35}$	$1\frac{29}{35}$
6	24	$\frac{10}{3}$	$3\frac{1}{3}$
7	60	$\frac{25}{3}$	$8\frac{1}{3}$
8	60	$\frac{53}{10}$	$5\frac{3}{10}$
*9	144	$-\frac{11}{48}$	
*10	36	$\frac{25}{36}$	
*11	40	$\frac{67}{60}$	$1\frac{7}{60}$
*12	150	$\frac{209}{150}$	$1\frac{59}{150}$

#### Aktiwiteit 4

	KGN	Antwoord (onegte)	Antwoord (gemengde)
1	18	$\frac{16}{9}$	$1\frac{7}{9}$
2	21	$\frac{2}{7}$	
3	35	$\frac{33}{35}$	
4	60	$\frac{13}{60}$	
5	20	$\frac{35}{4}$	$8\frac{3}{4}$
6	32	$\frac{93}{32}$	$2\frac{29}{32}$
7	60	$\frac{692}{60}$	$10\frac{29}{60}$
8	24	$\frac{95}{24}$	$3\frac{23}{24}$
*9	30	$\frac{13}{10}$	$1\frac{3}{10}$
*10	120	$\frac{17}{30}$	
*11	40	$\frac{191}{40}$	$4\frac{31}{40}$
*12	300	$\frac{1\ 781}{300}$	$5\frac{281}{300}$

#### Aktiwiteit 5

- 1  $\frac{3}{5} + \frac{1}{8} = \frac{24}{40} + \frac{5}{40} = \frac{29}{40}$ ;  $\frac{29}{40} = \frac{29 \cdot 40}{40 \cdot 40} = \frac{11}{40}$
- 2 a  $\frac{R25}{R80} = \frac{5}{16}$   
 b  $\frac{16}{16} - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$
- \*3 a  $8\frac{1}{4} + 7\frac{13}{20} + 8\frac{93}{100} + 5\frac{2}{5} + 5 + 4\frac{1}{25}$ ; LCD = 100; Antwoord =  $\frac{3\ 927}{100}$  of  $39\frac{27}{100}$   
 b 39 ure  
 c 34 ure  $\times$  R20/u. = R780





# Vermenigvuldiging en deling van gewone breuke

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 237

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- vermenigvuldig en deel gewone breuke, insluitend deling met telgetalle
- los probleme op wat vermenigvuldiging en deling van gewone breuke behels
- bepaal kwadrate en derdemagte van gewone breuke
- bepaal vierkants- en derdemagwortels van breuke

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar (om antwoorde te toets)

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 237

I 36	2 $\frac{3}{2}$	3 $-\frac{32}{15}$	4 $\frac{28}{3}$
5 48	6 100	7 $\frac{9}{4}$ of $2\frac{1}{4}$	8 $-\frac{2}{45}$
9 $-\frac{71}{27}$ of $-2\frac{17}{27}$	10 $\frac{9}{4}$ of $2\frac{1}{4}$	11 $-\frac{27}{100}$	12 $-\frac{3}{2}$ of $-1\frac{1}{2}$

### Agtergrondinligting

Leerders het in vorige grade breedvoerig met sekere konsepte gewerk wat in hierdie eenheid gedek word. Hulle het die volgende gedoen:

- Vermenigvuldiging van gewone breuke en gemengde getalle (insluitende vermenigvuldiging van breuke waar een noemer nie 'n veelvoud van die ander is nie)
- Bepaling van breuke van telgetalle

**Let op:** Leerders deel in Graad 8 vir die eerste maal deur gewone breuke.

### Onderwysriglyne

Die inhoud van hierdie eenheid is hersiening, behalwe vir deling van breuke. Vermenigvuldiging van breuke kan dus redelik vinnig gedoen word.

'n Goeie begrip van breuke is 'n belangrike voorloper tot algebraïese breuke in Graad 9. Dit is baie belangrik om seker te maak dat leerders 'n goeie begrip van breuke as boublokke vir algebraïese breuke vaslê.

Nadat vermenigvuldiging van breuke hersien is, herinner leerders daaraan dat deling deur die breuk  $\frac{a}{b}$  dieselfde is as om met sy resiprook  $\frac{b}{a}$  te vermenigvuldig.

Werk saam met die klas deur die opsomming as 'n vorm van hersiening en moedig leerders aan om na die opsomming te verwys wanneer nodig.

# Vermenigvuldiging van gewone breuke

## Aktiwiteite 1–2 Vermenigvuldig gewone breuke; Los probleme op

Leerderboek bladsy 237–238

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Leerders kan twee metodes gebruik:
  - Metode 1: (soos in die Leerderboek beskryf) Leerders vereenvoudig eers deur tellers en noemers deur hul GGF te deel. Hulle vermenigvuldig dan die tellers en noemers.
  - Metode 2: Leerders kan eers die tellers en noemers vermenigvuldig en dan vereenvoudig. Dit is egter nie altyd maklik om groot getalle sonder 'n sakrekenaar te vermenigvuldig nie en die getalle wat hulle moet vereenvoudig gaan baie groot wees. Moedig hulle dus aan om die eerste metode soos in die Leerderboek beskryf word, te gebruik, tensy tellers en/of noemers nie gemene delers het nie en hulle dus Metode 2 móét volg.
- Beklemtoon die verskille tussen optelling/afrekening en vermenigvuldiging van gewone breuke.
- Doen bykomende voorbeelde op die bord wat soortgelyk is aan die vrae in die aktiwiteit indien nodig.
- Leerders kan Aktiwiteit 1 en 2 in dieselfde les voltooi. Aktiwiteit 1 bevat konteksrye berekeninge, terwyl Aktiwiteit 2 konteksgebaseerde berekeninge bevat.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet stelselmatig werk om die GGF te bepaal ten einde al die breuke te vereenvoudig waar moontlik. Help leerders wat oefening en leiding benodig om die GGF raak te sien. Vra vrae soos die volgende terwyl leerders besig is: “Wat is die grootste faktor wat in albei getalle sal in deel?” Gebruik die woord *faktor* met opset en deurlopend om seker te maak dat kennis van wat 'n faktor is ook vasgelê word. Lei leerders ook om raak te sien wanneer getalle nie gemene faktore het nie en hoe om te vermenigvuldig as daar nie gemene faktore is nie.

**Uitbreiding:** Vraag 9–12 in Aktiwiteit 1 en Aktiwiteit 2 is meer uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

Aktiwiteit 1

1 24

2 5

3 100

4  $-\frac{1}{2}$

5  $-\frac{2}{3}$

6  $\frac{3}{10}$

7  $\frac{7}{5}$  or  $1\frac{2}{5}$

8 60

\*9  $\frac{3}{2}$

\*10 -75

\*11  $\frac{44\ 100}{37}$

\*12  $\frac{7\ 953}{16\ 384}$

## Aktiwiteit 2

- 1  $\frac{5}{8} \times 24 = 15$  groen balle
- 2  $\frac{1}{4} \times 16 = 4$  skaakstukke
- 3  $\frac{3}{4} \times 20 = 15$  appels
- 4  $18\frac{1}{3} \div 3\frac{3}{4} = 4\frac{8}{9}$ ; Chakalaka =  $18\frac{1}{3} - 4\frac{8}{9} = 13\frac{4}{9} \therefore 13$  vol bottels
- 5  $3\frac{3}{7} \times 1\frac{11}{12} = \frac{24}{7} \times \frac{23}{12} = \frac{46}{7} = 6\frac{4}{7}$  sakke potgrond

## Deling van telgetalle deur gewone breuke; Deling van gewone breuke

### Aktiwiteite 3–4 Deel telgetalle deur gewone breuke; Deel gewone breuke

Leerderboek bladsy 239

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Nadat vermenigvuldiging van breuke hersien is, wys vir leerders dat deling deur die breuk  $\frac{a}{b}$  dieselfde is as om met sy resiprook  $\frac{b}{a}$  te vermenigvuldig.
- Dit verander alle deelberekeninge na vermenigvuldiging en lê dus vermenigvuldiging vas. Leerders kan dit nou doen omdat hulle reeds weet hoe om te vermenigvuldig.
- Werk noukeurig deur die voorbeelde in die Leerderboek.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet die vrae oordoen tot hulle die antwoorde korrek het. Moedig hulle altyd aan om hul foute te identifiseer en te verbaliseer ten einde die risiko te verminder dat hulle dieselfde foute oor en oor maak en/of om te help om te bepaal presies waar bykomende remediëring nodig mag wees. Byvoorbeeld, as die probleem is om die GGF raak te sien, dan moet hierdie stap in die berekening geoefen word met oefeninge soos: Wat is die GGF van 6 en 8? Wat is die GGF van 12 en 100? Wat is die GGF van 28 en 4? Wat is die GGF van 3 en 7? As hierdie soort vrae by die hoofreken-aktiwiteit aan die begin van die les ingesluit word, kan dit ook help om hierdie vaardigheid te slyp.

**Uitbreiding:** Leerders kan in pare werk en meer uitdagende vrae vir mekaar opstel om te doen.

### Voorgestelde antwoorde

#### Aktiwiteit 3

- |        |        |       |                                      |
|--------|--------|-------|--------------------------------------|
| 1 21   | 2 26   | 3 -22 | 4 -108                               |
| 5 -12  | 6 -20  | 7 14  | 8 30                                 |
| 9 -100 | 10 -25 | 11 20 | 12 $\frac{40}{3}$ of $13\frac{1}{3}$ |

#### Aktiwiteit 4

$$1 \quad \frac{6}{5}$$

$$2 \quad \frac{1}{2}$$

$$3 \quad -\frac{1}{48}$$

$$4 \quad -\frac{2}{9}$$

$$5 \quad \frac{2}{7}$$

$$6 \quad \frac{3}{10}$$

$$7 \quad \frac{3}{7}$$

$$8 \quad -\frac{1}{30}$$

$$9 \quad -\frac{1}{36}$$

$$10 \quad -\frac{15}{16}$$

$$11 \quad -\frac{10}{11}$$

$$12 \quad -\frac{42}{23} \text{ of } -1\frac{19}{23}$$

## Kwadrate, derdemagte, wortels en gewone breuke

Bepaal kwadrate en derdemagte van gewone breuke; Bepaal vierkants- en derdemagswortels van gewone breuke

### Aktiwiteit 5

Werk met kwadrate, derdemagte en wortels van gewone breuke

Leerderboek bladsy 240

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Dit is nuttig as leerders die eerste 12 volmaakte kwadrate en derdemagte asook hul wortels kan leer.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek en doen 'n paar bykomende voorbeelde op die bord indien nodig.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Sluit eenvoudige oefeninge in by die daaglikse hoofrekenesessies waar leerders die kwadrate en derdemagte van gewone breuke moet bepaal. Leerders moet ook vrae oordoen tot hulle dit regkry en altyd aangemoedig word om hul foute te verbaliseer ten einde die risiko te verminder dat hulle die foute sal herhaal.

**Uitbreiding:** Vraag 9–12 is meer uitdagend.

#### Voorgestelde antwoorde

$$1 \quad \frac{121}{81}$$

$$2 \quad \frac{25}{49}$$

$$3 \quad \frac{1}{64}$$

$$4 \quad \frac{8}{125}$$

$$5 \quad \frac{7}{8}$$

$$6 \quad \frac{12}{5}$$

$$7 \quad -\frac{2}{5}$$

$$8 \quad \frac{10}{-1} = -10$$

$$*9 \quad 18 \times \frac{1}{9} = 2$$

$$*10 \quad -15 \times \frac{1}{27} = -\frac{5}{9}$$

$$*11 \quad 25 \times -\frac{2}{2} = -25$$

$$*12 \quad -45 \times \frac{2}{5} = -18$$



## Persentasies

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 24 l

Voorgestelde tydstoekening: 2 ure 15 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- bereken persentasies van telgetalle
- bepaal persentasies van dele van 'n hele
- verhoog of verlaag 'n hoeveelheid met 'n persentasie
- bereken die persentasie styging of daling;
- los probleme op wat persentasies behels.

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

#### Hoofrekene

Voorgestelde antwoorde

(10 minute per dag)

Leerderboek bladsy 24 l

1 a 90 gaste

b 23 kinders

2 a 192,00 kg

b R77,90

3 a  $\frac{400 \text{ g}}{2\,000 \text{ g}} \times 100 = 20\%$

b  $\frac{25c}{500c} \times 100 = 5\%$

4 107,5% van R18,50  $\approx$  R19,89

5 40% van 30 ml = 12 ml

6  $\frac{10,98 - 10,56}{10,56} \times 100 \approx 4\%$

7  $\frac{80\,000 - 65\,000}{80\,000} \times 100 \approx 18,75\%$

### Agtergrondinligting

Hierdie eenheid fokus op die hersiening van die basiese tegnieke en strategieë wat in Graad 7 geleer is en sommige van die strategieë wat in die Finansiële Wiskunde-afdeling in die eerste kwartaal geleer is, byvoorbeeld bepaling van persentasies. Maak seker dat leerders hierdie basiese tegnieke en strategieë bemeester omdat hulle dit vir die res van hul lewens gaan benodig.

### Onderwysriglyne

Fokus op die vaslegging van hierdie basiese vaardighede en tegnieke. Stel dan die gebruik van 'n sakrekenaar bekend wanneer leerders die basiese tegnieke en strategieë per hand kan doen. Verskaf baie bykomende voorbeelde uit die werklike lewe aan leerders as kort huiswerk oefeninge, byvoorbeeld: Bereken 33% van R120; Bereken 25% van R80; Watter persentasie is R40 van R120? Wat was die persentasie verhoging as treinkaartjies van R100 tot R115 verhoog het? Wat is die persentasie daling as die prys van brandstof van R12,10 per liter tot R11,85 per liter gedaal het? en so meer. Dit is ook nuttig as leerders hul eie voorbeelde klas toe bring sodat die klas tydens die lesse daardeur kan werk. Dit kan pamflette insluit wat afslag toon, nuusberigte van verhogings en dalings in produkte soos brandstof, melk, brood, en so meer.

# Persentasies van telgetalle

## Aktiwiteite 1–2

### Bepaal 'n persentasie van 'n telgetal; Los persentasieprobleme op

Leerderboek bladsy 242

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Werk noukeurig deur die voorbeelde in die Leerderboek en doen bykomende voorbeelde soos in *Riglyne vir onderrig* op die vorige bladsy beskryf word.
- Kyk na die eerste voorbeeld (30% van die 95 vroue by 'n konferensie is van Kaapstad). Hier beteken afronding van die antwoord dat ons 'n benaderde antwoord gee om dit meer betekenisvol te maak (ons kry nie 'n halwe persoon nie). Dit is die verskil tussen 'n antwoord skat en 'n benaderde antwoord gee. (Ons gebruik skatting voor ons 'n berekening doen ten einde te beoordeel wat die antwoord min of meer gaan wees, en ons gebruik benadering ten einde 'n antwoord betekenisvol te maak nadat ons die berekening gedoen het.)
- Benadering word vereis in vraag 1 in Aktiwiteit 1. Verduidelik dit aan leerders in eenvoudige terme. Maar as hulle verward is, verduidelik dat ons afrond tot die naaste telgetal omdat ons met mense, boeke ens. werk (dinge wat heel is).
- Herinner leerders daaraan om die eenhede in hul finale antwoord neer te skryf.
- Laat leerders toe om sakrekenaars te gebruik nadat hulle die basiese vaardighede bemeester het sodat hulle hul antwoorde kan toets of wanneer hulle met meer komplekse berekeninge werk.
- Vrae soos vraag 1d verskaf ook oefening met vermenigvuldiging (en deling) van desimale getalle aan leerders. Moedig leerders aan om dit eers te oefen voordat hulle hul sakrekenaars uithaal.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet die vrae oordoen tot hulle die antwoorde korrek het en moet aangemoedig word om hul foute te identifiseer en te verbaliseer ten einde die risiko te verminder dat hulle hierdie foute herhaal. Verbalisering van 'n metode en van hul foute help om hul begrip duideliker vas te lê.

**Uitbreiding:** Leerders wat die werk maklik onder die knie kry en die aktiwiteit vinnig voltooi, kan leerders help wat sukkel.

#### Voorgestelde antwoorde

##### Aktiwiteit 1

- |   |   |           |   |           |   |             |   |           |
|---|---|-----------|---|-----------|---|-------------|---|-----------|
| 1 | a | 21 mense  | b | 94 tafels | c | 482 kinders | d | 4 katjies |
| 2 | a | 400,00 kg | b | 250,00 ml | c | 675,00 kg   | d | R66,65    |

##### Aktiwiteit 2

- |    |                             |   |                             |
|----|-----------------------------|---|-----------------------------|
| 1  | 50% van R750 = R375         | 2 | 18,5% van €975,23 ≈ €180,42 |
| 3  | 9,25% van 8 760 u. ≈ 811 u. |   |                             |
| *4 | a 18,67% van ¥756 ≈ ¥141,15 | b | ¥756 – ¥141,15 = ¥614,85    |

## Persentasies van dele van 'n hele

### Aktiwiteit 3 Skryf dele van 'n hele as persentasies

Leerderboek bladsy 243

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders moet in hierdie aktiwiteit 'n breuk skryf en dit met 100 vermenigvuldig om die persentasie te kry.
- Die algemene formule is:  $\frac{\text{deel wat gegee word}}{\text{totaal wat gegee word}} \times \frac{100}{1}$ . Indien nodig, doen bykomende voorbeelde op die bord tot leerders genoeg selfvertroue het om die aktiwiteit op hul eie te doen.
- Herinner leerders daaraan om die eenhede in hul finale antwoorde te skryf.
- Leerders kan hul sakrekenaars gebruik nadat hulle die basiese vaardighede per hand bemeester het.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Help leerders met die stappe en verskaf bykomende voorbeelde vir oefening aan leerders. Help hulle ook met die stappe op hul sakrekenaars.

**Uitbreiding:** Vraag 2-6 is in konteks en is dus meer uitdagend.

#### Voorgestelde antwoorde

- |                                                                                  |                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| 1 a $\frac{20c}{320c} \times 100 = 6,25\%$                                       | b $\frac{45 \text{ cm}}{200 \text{ cm}} \times 100 = 22,5\%$ |
| c $\frac{240 \text{ g}}{1000 \text{ g}} \times 100 = 24\%$                       | d $\frac{375 \text{ kg}}{1500 \text{ kg}} \times 100 = 25\%$ |
| e $\frac{1420 \text{ ml}}{3000 \text{ ml}} \times 100 = 47,3\%$                  |                                                              |
| 2 a $16 \div 20 \times 100 = 80\%$                                               | b $100\% - 80\% = 20\%$                                      |
| 3 a $12 \div 13 = 25; 12 \div 25 \times 100 = 48\%$                              | b $100\% - 48\% = 52\%$                                      |
| 4 a $12 \div 23 + 1 = 36 \text{ diere}; 12 \div 36 \times 100 = 33,3\%$ is katte |                                                              |
| b $23 \div 36 \times 100 = 63,9\%$ is honde                                      | c $1 \div 36 \times 100 = 2,8\%$ is hamsters                 |
| 5 a $4 + 3 + 7 + 2 = 16 \text{ bolle wol}$                                       | b $4 \div 16 \times 100 = 25\%$ groen wol                    |
| c $7 \div 16 \times 100 = 43,8\%$ geel wol                                       | d $0 \div 16 \times 100 = 0\%$ pers wol                      |
| 6 a $4 + 5 + 3 + 9 = 21 \text{ kledingstukke}$                                   | b $4 \div 21 \times 100 = 19,0\%$ baadjies                   |
| c $9 \div 21 \times 100 = 42,9\%$ T-hemde                                        |                                                              |

## Persentasie styging en daling

**Bereken persentasie styging; Bereken persentasie daling; Gebruik 'n formule om persentasie styging en daling te bereken**

### Aktiwiteite 4-5 Bereken persentasie styging en daling; Bereken nog persentasie styging en daling

Leerderboek bladsy 245-246

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Werk deur die inleiding in die Leerderboek en bespreek kontekste in die werklike lewe waar persentasie stygings gebruik word. Laat leerders hul eie voorbeelde van persentasie stygings gee.

- Voordat julle deur die voorbeeld in die Leerderboek werk, laat leerders 'n spesifieke voorbeeld soos die volgende in pare bespreek: “Die prys van 'n brood het met 8% verhoog vanaf R8. Hoe sal jy te werk gaan om dit uit te werk?” Spoor hulle aan met vrae soos “Wat weet jy? Wat beteken 8%? Watter inligting sal jou antwoord hê?” Laat hulle die feite neerskryf wat bekend is, byvoorbeeld: Die koste van die brood was R8. 8% beteken  $8/100 \times R8$ . Die antwoord moet toon met hoeveel rand die prys gestyg het en wat die nuwe prys is. Die eenheid wat dus gebruik moet word, is rand. (Leerders verloor dikwels tred met laasgenoemde, met ander woorde die eenheid waarin die antwoord moet wees, en laat na om dit by hul antwoord in te sluit. Dit is ook nuttig om hulle terug te verwys na wat die oorspronklike vraag vra indien nodig.)
- Bogenoemde help om dit vir hulle op te breek en te verduidelik wat die metode inderwaarheid beteken.
- Laat hulle 'n bykomende voorbeeld of twee in pare doen. Hulle hoef nie aanvanklik die berekening self te doen nie – eers nadat jy saam met hulle deur die metodes in die Leerderboek gewerk het.
- Wanneer deur die metodes gewerk word, moet leerders eers besluit of die hoeveelheid toegeneem of afgeneem het.
  - As dit toegeneem het, sal die nuwe persentasie  $100\% + \% \text{ styging}$  wees.
  - As dit afgeneem het, sal die nuwe persentasie  $100\% - \% \text{ daling}$  wees.
- Om die nuwe hoeveelheid te bepaal, is dieselfde as om 'n persentasie van 'n telgetal te bereken.
- Herinner leerders daaraan om die eenhede in hul finale antwoorde te skryf.
- Leerders mag hul sakrekenaars gebruik wanneer hulle meer komplekse berekeninge doen.
- Wanneer hulle verstaan hoekom die metode werk soos dit werk en gevra word om die persentasie styging of daling te bepaal, kan leerders nou eenvoudig die korrekte getalle in die gegewe formule vervang en die antwoord bereken.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders kan eers in pare deur eenvoudige voorbeelde werk soos verduidelik in *Riglyne vir onderrig* hierbo. Sluit elke dag eenvoudige berekeninge by die hoofrekeningsessies in, byvoorbeeld 10% van R100; 5% van R10; 20% van R100; 10% van R20; en so meer.

**Uitbreiding:** Albei aktiwiteite is konteksgebaseerd en dus meer uitdagend.

### Voorgestelde antwoorde

#### Aktiwiteit 4

- |   |                                                    |    |                                                            |
|---|----------------------------------------------------|----|------------------------------------------------------------|
| 1 | $112 \div 100 \times R4,50 \approx R5$             | 2  | $120 \div 100 \times R99,99 \approx R119,99$               |
| 3 | $60 \div 100 \times 90 \text{ ml} = 54 \text{ ml}$ | 4  | $65 \div 100 \times 67 \text{ dae} \approx 44 \text{ dae}$ |
| 5 | $110 \div 100 \times R160 = R176$                  | 6  | $125 \div 100 \times 15 \text{ g} \approx 19 \text{ g}$    |
| 7 | $60 \div 100 \times R240 = R144$                   | 8  | $82 \div 100 \times R468 = R383,76$                        |
| 9 | $95 \div 100 \times R225\,000 = R213\,750$         | 10 | $44 \div 100 \times 237 = 104 \text{ items}$               |



Aktiwiteit 5

- 1

$$\frac{(1\,150 - 980)}{980} \times 100 \approx 17\%$$
- 3

$$\frac{(11,06 - 10,72)}{11,06} \times 100 \approx 3\%$$
- 5

$$\frac{(3\,150 - 2\,500)}{2\,500} \times 100 \approx 26\%$$
- 7

$$\frac{(2\,000 - 1\,690)}{2\,000} \times 100 \approx 16\%$$
- 9

$$\frac{145\,000 - 127\,600}{145\,000} \times 100 = 12\%$$
- 2

$$\frac{(2\,800 - 2\,500)}{2\,500} \times 100 = 12\%$$
- 4

$$\frac{(5\,020 - 4\,500)}{4\,500} \times 100 = 12\%$$
- 6

$$\frac{(80 - 50)}{80} \times 100 \approx 38\%$$
- 8

$$\frac{(8\,965,30 - 8\,725,35)}{8\,725,35} \times 100 \approx 3\%$$

Hoofstuk II hersiening

Leerderboek bladsy 247

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesseer en te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

Voorgestelde antwoorde

- 1

	i	ii
a	1	7
b	113	105
c	198	210
- 2

a

Egte breuk
- b

Gemengde getal
- c

Onegte breuk
- 3

a

$\frac{1}{5}$
- b

12
- c

$\frac{7}{4}$
- d

$\frac{5}{26}$
- 4

a

$\frac{101}{20}$
- b

$\frac{17}{4}$
- c

$\frac{207}{25}$
- 5

a

$6\frac{1}{2}$
- b

$3\frac{1}{6}$
- c

$3\frac{15}{16}$
- 6

a

42
- b

200
- 7

a

KGN = 42; Antwoord =  $\frac{25}{42}$
- b

KGN = 200; Antwoord =  $\frac{27}{100}$
- c

KGN = 24; Antwoord =  $\frac{51}{8}$  of  $6\frac{3}{8}$
- d

R35
- e

$-\frac{1}{15}$
- f

-26
- g

$\frac{4}{5}$
- h

3
- i

144
- j

$-\frac{1}{5}$
- k

4
- l

Onmoontlik
- 8

$\frac{1}{5} \times R1\,490 = R298$
- 9

a

35 mans
- b

281 honde
- 10

a

1 820 kg
- b

R158,10
- 11

a

R204,60
- b

R1 115,40
- 12

a

2%
- b

30%
- 13

a

14 balle
- b

36%
- c

7%
- d

'n Mens het 'n 7% kans om eerste prys te wen. (Nie 'n baie goeie kans nie.)
- 14

105% van R8,50  $\approx$  R8,93
- 15

60% van 6 ure  $\approx$  3,6 u.
- 16

Persentasie styging =  $\frac{10\,250 - 9\,500}{9\,500} \times 100 = 8\%$

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 249–266

Voorgestelde tydstoekenning: 9 ure

**Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:**

<b>Eenheid 1: Rangskikking en vergelyking van desimale breuke</b>	2 ure
Plekwaarde	
Tel in desimale breuke en desimale getalle	
Vergelyking en rangskikking van desimale breuke en desimale getalle	
Afronding van desimale breuke	
<b>Eenheid 2: Optelling en aftrekking van desimale breuke</b>	2 ure
Optelling van desimale breuke	
Aftrekking van desimale breuke	
<b>Eenheid 3: Vermenigvuldiging en deling van desimale breuke</b>	3 ure
Vermenigvuldiging van desimale breuke	
Deling van desimale breuke	
Kwadrade, derdemagte, wortels en desimale breuke	
<b>Eenheid 4: Ekwivalente vorms</b>	2 ure
Gewone en desimale breuke	
Gewone breuke, desimale breuke en persentasies	

*Hoofstuk 12 hersiening*



# Rangskikking en vergelyking van desimale breuke

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 250  
Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- hersien en werk met plekwaarde
- tel aan en terug met desimale breuke
- vergelyk desimale breuke
- rangskik desimale breuke in stygende en dalende volgorde
- rond desimale breuke af
- los probleme op wat rangskikking en afronding van desimale breuke behels

**Hulpbronne:** Leerderboek, oefenboek; sakrekenaar (om antwoorde te toets)

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 250

- $9\,000 + 500 + 20 + 8 + \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1\,000}$
- negeduisend; vyfhonderd; twintig; agt; een-tiende; twee-honderdstes; vyf-duisendstes
- $(+0,11)$  2,405; 2,515; 2,625; 2,735; 2,845
  - $(-0,0098)$  4,9604; 4,9506; 4,9408; 4,93; 4,9212
- $3,45 > 2,98$
  - $2,987,7 \text{ kg} < 3,1 \text{ ton}$
- 7,68; 7,3598; 7,304; 7,3; 7,256; 7,25
- 1,005; 1,0325; 1,1; 1,357; 1,68; 1,758

### Agtergrondinligting

Leerders hersien in hierdie eenheid belangrike basiese vaardighede wat plekwaarde, rangskikking, vergelyking en afronding van desimale breuke insluit.

### Onderwysriglyne

Aangesien dit hoofsaaklik hersiening is van werk wat in vorige grade gedoen is, is dit 'n geleentheid om leerders se voorkennis te assesser en die fundamentele feite oor desimale breuke wat nog aandag vereis, vas te lê. Die uitgewerkte voorbeelde en aktiwiteite is daarop gemik om leerders se basiese begrip te verdiep en leerders moet aangemoedig word om as hersiening onafhanklik of in pare hierdeur te werk terwyl hul vordering en begrip waargeneem en geassesseer word. Dit is ook belangrik dat leerders geleenthede kry om hul denke en begrip te verbaliseer terwyl hulle op hierdie manier op hul eie moet werk.

# Plekwaarde

## Aktiwiteit I

## Werk met plekwaarde

Leerderboek bladsy 251

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek of laat leerders op hul eie of in pare daardeur werk, soos beskryf in die riglyne vir onderrig hierbo.
- Dit is ook baie nuttig as leerders die verskillende plekwaardes van die syfers hardop (vir 'n maat) sê soos hulle hierdeur werk en dit help ook om hul begrip van plekwaarde te verdiep.
- Dit is belangrik om te kontroleer of leerders weet wat die waarde van elke syfer is wat hulle in die tabel plaas omdat hulle slegs die syfers in dieselfde volgorde skryf as wat dit in die kolomme verskyn. As hulle hierdie waardes kan verbaliseer, moedig dit hulle ook aan om te dink oor wat dit is wat hulle doen, voordat hulle na vraag 2 en 3 aangaan.
- Dit is op hierdie tydstip nog belangrik dat hulle die waardes vanaf die eerste telgetal tot die laaste desimale getal posisioneer in plaas van 'n strategie wat algemeen gebruik word wat hulle aanmoedig om van die middel na buite te werk.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** As leerders selfvertroue moet opbou om op hul eie te werk, kan hulle in pare of selfs klein groepies onder jou wakende oog en met doelgerigte intervensie werk. As hulle deur die voorbeelde en aktiwiteit werk op die manier wat hierbo beskryf word, dien dit ook as 'n remediëringstrategie op sigself, met ander woorde hulle posisioneer een syfer op 'n keer van begin tot einde terwyl die waarde van elke syfer geverbaliseer word.

**Uitbreiding:** Leerders werk op hul eie deur die voorbeelde en aktiwiteit en/of werk in pare saam met leerders wat ondersteuning nodig het, volgens jou diskresie.

### Voorgestelde antwoorde

I

		D	H	T	E	t	h	d	td
a	5 258,19	5	2	5	8	1	5	9	
b	25,005			2	5	0	0	5	
c	951,24		9	5	1	2	4		
d	2 861,289	2	8	6	1	2	8	9	
e	4 561,02	4	5	6	1	0	2		

- 2 a  $5\,000 + 200 + 50 + 8 + \frac{1}{10} + \frac{5}{100} + \frac{9}{1\,000}$
- b  $20 + 5 + \frac{5}{1\,000}$
- c  $900 + 50 + 1 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100}$

$$\text{d } 2\,000 + 800 + 60 + 1 + \frac{2}{10} + \frac{8}{100} + \frac{9}{1\,000}$$

$$\text{e } 4\,000 + 500 + 60 + 1 + \frac{2}{100}$$

- 3 a vyfduisend; tweehonderd; vyftig; agt; een-tiende; vyf-honderdstes; nege-duisendstes  
 b twintig; vyf; vyf-duisendstes  
 c negehonderd; vyftig; een; twee-tiendes; vier-honderdstes  
 d tweeduisend; agthonderd; sestig; een; twee-tiendes; agt-honderdstes; nege-duisendstes  
 e vierduisend; vyfhonderd; sestig; een; twee-honderdstes

## Tel in desimale

### Aktiwiteit 2 Tel in desimale

Leerderboek bladsy 251

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek of laat leerders op hul eie of in pare werk soos beskryf in *Riglyne vir onderrig*.
- Leer vir leerders om elke keer die getal te bepaal wat bygetel of afgetrek word deur die verskil tussen twee opeenvolgende getalle te bereken. (Hulle kan sakrekenaars gebruik om dit te doen.)

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders mag dit moeilik vind om in desimale getalle te tel of uit te werk watter getalle in die getallelyn, kettingdiagram of getallerooster geskryf moet word. Help leerders deur vir hulle leidrade te gee, maar laat hulle self die antwoorde kry.

**Uitbreiding:** Vraag 1f is meer uitdagend. Leerders werk op hul eie deur die voorbeelde en aktiwiteit en/of saam met leerders wat ondersteuning nodig het, volgens jou goeddunke.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a (+ 0, 1) 0,415; 0,515; 0,615; 0,715; 0,815  
 b (+ 0,012) 1,586; 1,598; 1,61; 1,622; 1,63  
 c (− 0,025) 4; 3,975; 3,95; 3,925; 3,9  
 d (− 0,07) 3,789; 3,719; 3,649; 3,579; 3,509  
 e (+ 0,1111) 2,4567; 2,5678; 2,6789; 2,79; 2,9011  
 \*f (− 0,0203) 5,5023; 5,482; 5,4617; 5,4414; 5,4211
- 2 (+ 0,005) A = 2,11; B = 2,115; C = 2,12; D = 2,125
- 3 (+ 0,002) A = 1,322; B = 1,326
- 4 −0,5; 1; 3; + 2,5; 5,5
- 4  $1,5 \rightarrow \boxed{+1} \rightarrow \boxed{0,5} \rightarrow \boxed{+2} \rightarrow \boxed{2,5} \rightarrow \boxed{+3} \rightarrow \boxed{5,5}$

# Vergelyking en rangskikking van desimale breuke en desimale getalle

## Aktiwiteit 3

## Vergelyk en rangskik desimale

Leerderboek bladsy 252

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek of laat leerders op hul eie of in pare deur die voorbeelde werk soos beskryf in *Riglyne vir onderrig* op die vorige bladsy.
- Vergelyking is baie maklik, omdat leerders duidelik kan sien watter getal groter is as al die getalle dieselfde aantal desimale plekke ná die komma het.
- Skryf nulle aan die einde van die getalle tot al die desimale breuke dieselfde aantal desimale plekke het, as leerders getalle op hierdie manier wil sien. Moedig hulle aan om dit op hierdie manier te doen indien nodig.
- Dit nuttig om al die getalle onder mekaar neer te skryf om desimale getalle te rangskik, dan nulle aan die einde by te voeg en daarna die getalle te rangskik. Byvoorbeeld, skryf 7,15; 7,165; 7,108; 7,144; 7,190 in dalende volgorde.

**Stap 1:** Skryf onder mekaar.

7,15  
7,165  
7,108  
7,144  
7,190

**Stap 2:** Voeg nulle by.

7,150  
7,165  
7,108  
7,144  
7,190

**Stap 3:** Rangskik.

7,150 3  
7,165 2  
7,108 5  
7,144 4  
7,190 1

**Stap 4:** Rangskik.

7,190; 7,165; 7,15; 7,144; 7,108

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Gebruik die metodes wat in die riglyne hierbo beskryf is om desimale breuke makliker te rangskik.

**Uitbreiding:** Vraag 1e, 1f en 5 is meer uitdagend.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a > b > c < d < e\* < f\* >
- 2 a 3,596; 3,578; 3,349; 3,278; 3,078; 3,027  
b 9,2; 8,23; 6,54; 6,275; 4,25; 3,1547; 1,56  
c 2,967; 2,7586; 2,4; 2,336; 2,3; 2,237; 2,15
- 3 a 7,159; 7,357; 7,418; 7,456; 7,529; 7,630  
b 1,147; 3,4; 4,558; 5,78; 6,275; 7,1; 9,375  
c 8,156; 8,259; 8,25; 8,3; 8,4537; 8,55; 8,972
- 4 5,65; 5,85; 5,95; 6,05

\*5

0,1	0,01	-0,08	-0,17	-0,26
0,2	0,11	0,02	-0,07	-0,16
0,3	0,21	0,12	0,03	-0,06
0,4	0,31	0,22	0,13	0,04
0,5	0,41	0,32	0,23	0,14

## Afronding van desimale breuke

### Aktiwiteit 4 Rangskik en rond desimale breuke af

Leerderboek bladsy 253

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek of laat leeders op hul eie of in pare daardeur werk soos beskryf in *Riglyne vir onderrig* op die vorige bladsy.
- Dit help om 'n sirkel om die syfer te trek waarna leerders moet kyk. As hulle byvoorbeeld tot twee desimale plekke moet afrond, kan hulle 'n sirkel om die derde desimale syfer trek.
  - Vra dan vir die leerders of die omringde syfer kleiner is as 5, of 5 en groter as 5 is.
  - Dit sal leerders help om te besluit of die vorige syfer (tweede syfer) dieselfde moet bly of moet verander.
- Aktiwiteit 4 kan in een les deur leerders voltooi word.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders gebruik die sirkelmetode soos beskryf in die riglyne hierbo.

**Uitbreiding:** Vraag 1c, 2c, 3c, 4c, 5c, 6 en 7 is meer uitdagend.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a 25 b 154 \*c 2 897
- 2 a 75,3 b 358,1 \*c 1 236,2
- 3 a 71,85 b 245,59 \*c 9 541,57
- 4 a R10,57 b R10,98 \*c R11,00
- \*5 a 1,5375 kg b 1,4659 kg c 1,6989 kg

- 6 a 1,098; 2,56; 3,45; 4,035; 4,56  
 b 1,1; 2,6; 3,5; 4,0; 4,6
- 7 a 2,65 m; 1,742 m; 1,258 m; 1,054 m; 0,63 m  
 b 2,65 m; 1,74 m; 1,26 m; 1,05 m; 0,63 m

## EENHEID



# Optelling en aftrekking van desimale breuke

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 254

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- optelling en aftrekking van desimale breuke
- los probleme op wat optelling en aftrekking van desimale breuke behels

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 254

1 R660,79

2 R178,32

3 643,2716 cm

4 1 130,7986 m

5 6 934,225 km

6 136,296 kg

7 R2 397,11

8 R306,58

## Agtergrondinligting

Leerders doen al sedert Graad 6 berekeninge met desimale breuke en behoort vaardig te wees met die optelling en aftrekking van desimale breuke tot ten minste drie desimale plekke.

## Onderwysriglyne

Aangesien dit hoofsaaklik hersiening is van werk wat in vorige grade gedoen is, is dit 'n geleentheid om leerders se voorkennis te assessee en die fundamentele feite oor die optelling en aftrekking van desimale breuke wat nog aandag vereis, vas te lê. Die uitgewerkte voorbeelde en aktiwiteite is daarop gemik om leerders se basiese begrip te verdiep en leerders moet aangemoedig word om as hersiening onafhanklik of in pare hierdeur te werk terwyl hul vordering en begrip waargeneem en geassesseer word. Dit is ook belangrik dat leerders geleenthede kry om hul denke en begrip te verbaliseer terwyl hulle op hierdie manier op hul eie moet werk. 'n Sakrekenaar kan gebruik word vir berekeninge met groter getalle aangesien dit 'n vaardigheid is wat leerders dwarsdeur hul lewens gaan benodig.



# Optelling van desimale breuke; Aftrekking van desimale breuke

## Aktiwiteite 1–3

### Tel desimale breuke op; Trek desimale breuke af; Los probleme op

Leerderboek bladsye 254–255

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek of laat leerders op hul eie of in pare daardeur werk soos beskryf in *Onderwysriglyne*.
- Herinner leerders om hul finale antwoorde met eenhede te skryf.
- Neem hul vordering deeglik waar en verskaf bykomende oefeninge aan leerders vir huiswerk indien nodig.
- Laat leerders toe om 'n sakrekenaar te gebruik vir berekeninge met groter getalle, aangesien dit 'n vaardigheid is wat hulle dwarsdeur hul lewens gaan benodig.
- Gebruik winkelpamflette en laat leerders lyste van die koste van items maak en dit optel.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders moet stelselmatig werk en vrae oordoen indien nodig, en hul foute verbaliseer sodat hulle bewus kan word van wat hierdie foute is en hoe om dit te vermy.

**Uitbreiding:** Vraag 9–12 in Aktiwiteit 1, Aktiwiteit 2 asook Aktiwiteit 3 is meer uitdagend. Verskaf bykomende vrae soos hierdie aan leerders indien nodig en as daar tyd is.

#### Voorgestelde antwoorde

##### Aktiwiteit 1

1 R37,79	2 R578,21	3 R80,48	4 10,765 cm
5 148,007 m	6 1 105,5 ml	7 7,625 m	8 10 457,661 cm
*9 380,9122 kg	*10 10 428,085 mg	*11 R15 355,60	*12 533,7 cm

##### Aktiwiteit 2

1 R215,35	2 1 141,1634 m	3 R19,77
4 1 212,935 g	5 93,831 m	6 R601,05
7 0,8362 cm	8 29,1134	*9 R1 065,17
*10 R9 988,47	*11 R196,54	*12 R3 045,84

##### Aktiwiteit 3

- 1 51,703
- 2  $5,325 \text{ m} + 7,45 \text{ m} = 12,775 \text{ m}$ ;  $12,775 \text{ m} - 2,16 \text{ m} = 10,615 \text{ m}$
- 3 a  $R18\,532,46 - R706,04 = R17\,826,42$   
b  $R17\,826,42 - R95,25 = R17\,731,17$



# Vermenigvuldiging en deling van desimale breuke

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 256

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- vermenigvuldiging en deling van desimale breuke
- los probleme op wat vermenigvuldiging en deling van desimale breuke behels
- bepaal kwadrate en derdemagte van desimale breuke
- bepaal vierkants- en derdemagswortels van desimale breuke

**Hulpbronne:** Leerderboek, oefenboek; sakrekenaar

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 256

- |   |   |                                                                                                                                    |   |    |   |      |
|---|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|----|---|------|
| 1 | a | 30                                                                                                                                 | b | 3  | c | 0,03 |
| 2 | a | 6                                                                                                                                  | b | 60 | c | 60   |
| 3 | a | Skat: $520 \times 10 \approx 5\,200$<br>Bereken: 4 658,4<br>Toets: $4\,658,4 \div 9 = 517,6$ (Doen die omgekeerde bewerking: deel) |   |    |   |      |
|   | b | Skat: $30 \times 0,5 \approx 15 \times 1 \approx 15$<br>Bereken: 13,8915                                                           |   |    |   |      |
|   | c | Skat: $15 \times 0,5 \approx 7,5 \times 1 \approx 7,5$<br>Bereken: 8,463                                                           |   |    |   |      |

### Agtergrondinligting

Leerders doen reeds sedert Graad 6 berekeninge met desimale breuke en behoort vaardig te wees met die vermenigvuldiging en deling van desimale breuke tot ten minste drie desimale plekke. Dit is belangrik om voort te gaan met vermenigvuldiging van desimale breuke wat nie tot een desimale plek beperk is nie, en om deling uit te brei tot deling van desimale breuke deur desimale breuke. Leerders werk ook vir die eerste maal in Graad 8 met kwadrate en derdemagte van desimale breuke.

### Onderwysriglyne

Aangesien dit hoofsaaklik hersiening is van werk wat in vorige grade gedoen is, is dit 'n geleentheid om leerders se voorkennis te assesser en die fundamentele feite oor die vermenigvuldiging en deling van desimale breuke wat nog aandag vereis, vas te lê. Die uitgewerkte voorbeelde en aktiwiteite is daarop gemik om leerders se basiese begrip te verdiep en leerders moet aangemoedig word om as hersiening onafhanklik of in pare hierdeur te werk terwyl hul vordering en begrip waargeneem en geassesseer word. Dit is ook belangrik dat leerders geleenthede kry om hul denke en begrip te verbaliseer.

terwyl hulle op hierdie manier op hul eie moet werk. 'n Sakrekenaar kan gebruik word vir berekeninge met groter getalle, aangesien dit 'n vaardigheid is wat leerders vir die res van hul lewens gaan benodig.

Leerders moet altyd hul antwoorde skat voordat hulle berekeninge doen, veral met vermenigvuldiging van desimale breuke. Hulle behoort in staat te wees om die redelikheid van antwoorde te beoordeel ten opsigte van hoeveel desimale plekke en om ook hul eie antwoorde te toets. Vermenigvuldiging van desimale breuke moet met bekende getalle begin wat leerders deur inspeksie kan bereken sodat hulle 'n gevoel kan ontwikkel van hoe desimale plekke deur vermenigvuldiging beïnvloed word.

As deling deur desimale breuke sonder sakrekenaars gedoen moet word, moet leerders hul kennis van vermenigvuldiging met 10 of veelvoude van 10 gebruik om die deler 'n telgetal te maak. Leerders begin dus met bekende getalle wat hulle deur inspeksie kan bereken, sodat hulle 'n gevoel kan ontwikkel van hoe desimale plekke deur deling beïnvloed word. Voorbeelde soos die volgende moet gebruik word:

$$42 \div 7 = 6$$

$42 \div 0,7 = 420 \div 7 = 60$  (vermenigvuldig albei getalle met 10 om die desimale breuk 'n telgetal te maak)

$42 \div 0,07 = 4\,200 \div 7 = 600$  (vermenigvuldig albei getalle met 100 om die desimale breuk 'n telgetal te maak)

$0,42 \div 0,07 = 42 \div 7 = 6$  (vermenigvuldig albei getalle met 100 om die desimale breuke telgetalle te maak)

Die hoofrekenesessies aan die begin van elke les bied die ideale geleentheid om bogenoemde te oefen en vas te lê.

## Vermenigvuldiging van desimale breuke; Deling van desimale breuke

### Aktiwiteite 1–3

### Vermenigvuldig desimale breuke; Deel desimale breuke; Los probleme op

Leerderboek bladsy 257–259

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Werk deur die inleiding en voorbeelde in die Leerderboek of laat leerders op hul eie of in pare deur die voorbeelde werk soos beskryf in *Onderwysriglyne*.
- Maak altyd seker dat leerders eers hul antwoorde skat sodat hulle hierdie skattings kan gebruik om hul antwoorde te toets.
- Wanneer hulle vermenigvuldig, maak seker dat leerders die hoeveelhede in die korrekte kolomme van die regterkant af skryf en dat hulle hul werk netjies uiteensit.
- Hulle kan ook hulle antwoorde toets deur sakrekenaars te gebruik en deur omgekeerde berekeninge te doen (deling vir vermenigvuldiging en vermenigvuldiging vir deling).



# Kwadrate, derdemagte, wortels en desimale breuke

Bepaal kwadrate en derdemagte van desimale breuke; Bepaal vierkants- en derdemagswortels van desimale breuke

Aktiwiteit 4

Werk met kwadrate, derdemagte, wortels en desimale breuke

Leerderboek bladsy 260

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk baie noukeurig deur die inleiding en die voorbeelde in die Leerderboek en doen bykomende voorbeelde op die bord indien nodig.
- Die berekeningstrategie is ietwat moeiliker as vir gewone breuke. Wanneer leerders die aantal nulle tel wat hulle wegneem wanneer hulle die posisies van desimale syfers skuif, moet hulle die vierkants- of derdemagswortel bepaal van die tiene/ honderde/duisende wat die hoeveelheid nulle aandui. Dit is baie belangrik. Laat hulle hul antwoorde toets deur sakrekenaars te gebruik.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders in pare werk en soveel bykomende oefeninge as moontlik doen sodat hulle bogenoemde strategieë kan oefen.

**Uitbreiding:** Aktiwiteit 4 is uitdagend en as leerders al die vrae op hul eie kan doen, het hulle goed gedoen. Verskaf bykomende oefeninge vir huiswerk aan leerders.

### Voorgestelde antwoorde

1 0,0025	2 0,000036	3 0,0121	4 0,027
5 0,000008	6 0,000064	7 0,8	8 0,01
9 0,4	10 0,05	11 0,01	*12 1,1

EENHEID



## Ekwivalente vorms

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 261

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- herlei gewone breuke na desimale breuke, en andersom
- skryf gewone en desimale breuke as persentasies
- skryf persentasies as gewone en desimale breuke
- los probleme op wat gewone breuke, desimale breuke en persentasies behels

Hulpbronne: Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 261

1	a	1,8	b	5,03	c	3,15		
2	a	$\frac{7}{10}$	b	$\frac{575}{100} = \frac{23}{4}$	c	$\frac{8\,345}{1\,000} = \frac{1\,669}{200}$	d	$\frac{2\,009}{1\,000}$
3	a	80%	b	85%	c	45%		
	d	88%	e	87,25%	f	1,75%		
4	a	$\frac{75}{100}$	$\frac{3}{4}$	0,75				
	b	$\frac{54,54}{100}$	$\frac{2\,727}{5\,000}$	0,5454				
	c	$\frac{2,5}{100}$	$\frac{1}{40}$	0,025				

## Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7 die volgende werk wat in Graad 6 gedek is, hersien:

- Herlei tussen die gewone breuk en desimale breuk van dieselfde getal
- Herken ekwivalensie tussen die gewone breuk, desimale breuk en persentasie van dieselfde getal

Leerders hersien en konsolideer hierdie kennis in Graad 8.

## Onderwysriglyne

Baie leerders sukkel met die konsep van breuke, maar het selfvertroue as dit by desimale breuke kom as gevolg van hul bykans intuïtiewe begrip van geld. Persentasies word ook dikwels geoefen wanneer leerders hul punte vir 'n toets of ander assessering kry.

Die meeste van die werk wat in hierdie eenheid gedoen word, is hersiening van Graad 7-konsepte. Maak die skakels tussen die drie soorte breuke reg van die begin af baie duidelik. Laat leerders met 'n tabel oefen waar hulle een vorm na die ander twee vorms herlei. Die berekening kan sonder 'n sakrekenaar gedoen word, maar dit is 'n goeie idee om 'n paar te gee wat wel die gebruik van 'n sakrekenaar vereis aangesien dit 'n vaardigheid is wat in die alledaagse lewe gebruik gaan word.

Hoofrekene-sessies is ook ideaal om herleidings tussen hierdie verskillende ekwivalente vorms te oefen.

# Gewone en desimale breuke; Gewone breuke, desimale breuke en persentasies

Herlei gewone breuke na desimale breuke; Herlei desimale breuke na gewone breuke; Skryf breuke as persentasies; Skryf persentasies as breuke

## Aktiwiteite 1–3

Herlei gewone breuke en desimale breuke; Herlei tussen breuke en persentasies; Werk met gewone breuke, desimale breuke en persentasies

Leerderboek bladsy 262–264

## Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteite

- Hersien die betekenis van eindige desimale breuke, nie-repeterende desimale breuke en repeterende desimale breuke soos in die Leerderboek getoon. Laat leerders 'n paar voorbeelde doen wat hierdie drie soort desimale breuke op hul sakrekenaars oplewer, byvoorbeeld  $2 \div 5$  (0,4: eindig);  $3 \div 4$  (0,75: eindig);  $5 \div 7$  (0,714285714 ... repeterend, want daar is 'n patroon);  $5 \div 6$  (0,8333 ... repeterend, want daar is 'n patroon);  $8 \div 9$  (0,88888 ... repeterend, want daar is 'n patroon);  $2 \div 11$  (0,18181818 ... repeterend, want daar is 'n patroon);  $3 \div 79$  (nie-repeterend, want dit eindig nie ná die komma nie en het nie 'n patroon nie) of laat hulle hul eie voorbeelde doen met syfers van hul keuse. Laat hulle hierdie syfers en die antwoorde wat hulle kry in hul oefenboeke neerskryf en sê of dit eindig, repeterend of nie-repeterend is. Maak seker dat hulle die kolletjies of lyn op die korrekte syfers in repeterende desimale getalle plaas.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek om herleiding van gewone breuke, desimale breuke en persentasies te verduidelik en doen bykomende voorbeelde op die bord, soos  $\frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$ ;  $\frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$ , en so meer.
- Leerders mag sakrekenaars gebruik om berekeninge met groter getalle te doen. Hulle kan ook hul antwoorde toets deur die breuksleutel op hul sakrekenaar te gebruik. (Dit is nuttig om antwoorde in toetse en eksamens te toets.)
- Aktiwiteit 2 en 3 kan in dieselfde les gedek word.

## Remediëring en uitbreiding

Lê die basiese ekwivalente vorms in die hoofrekenesessies vas.

## Voorgestelde antwoorde

### Aktiwiteit 1

1	a 0,3	b 0,81	c 0,612	d 4,2
	e 5,19	f 2,008	g 0,6	h 0,9
	i 0,68	j 3,5	k 4,64	l 5,69
2	a $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$	b $\frac{85}{100} = \frac{17}{20}$	c $\frac{328}{1\,000} = \frac{41}{125}$	d $\frac{46}{10} = \frac{23}{5}$
	e $\frac{3\,674}{100} = \frac{1\,837}{50}$	f $\frac{19\,562}{1\,000} = \frac{9\,781}{500}$	g $\frac{34}{10} = \frac{17}{5}$	h $\frac{802}{100} = \frac{401}{50}$
	i $\frac{6\,025}{1\,000} = \frac{241}{40}$	j $\frac{315\,055}{1\,000} = \frac{63\,011}{200}$	k $\frac{18\,006}{1\,000} = \frac{9\,003}{500}$	l $\frac{292\,929}{1\,000}$

## Aktiwiteit 2

- 1 a 40% b 85% c 83%  
d 60% e 82% f 80%  
2 a 13% b 74% c 99,8%  
d 68,73% e 24,23% f 2,25%

3

	i	ii
a	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$	0,2
b	$\frac{87}{100}$	0,87
c	$\frac{255}{100} = \frac{51}{20}$	2,55
d	$\frac{66,67}{100} = \frac{6\ 667}{10\ 000}$	0,6667
e	$\frac{25}{1\ 000} = \frac{1}{40}$	0,025
f	$\frac{0,04}{100} = \frac{1}{2\ 500}$	0,0004

4

	Vereenvoudigde gewone breuke	Gewone breuk	Desimale breuk	Persentasie
a	$\frac{21}{25}$	$\frac{84}{100}$	0,84	84%
b	$\frac{13}{20}$	$\frac{65}{100}$	0,65	65%
c	$\frac{17}{50}$	$\frac{34}{100}$	0,34	34%
d	$\frac{29}{200}$	$\frac{45}{100}$	0,45	14,5%
e	$\frac{4}{5}$	$\frac{80}{100}$	0,8	80%

## Aktiwiteit 3

1 a

Vak	Punt behaal	Gewone breuk	Desimale breuk	%
English	$\frac{35}{50}$	$\frac{70}{100}$	0,7	70%
Afrikaans	$\frac{17}{20}$	$\frac{85}{100}$	0,85	85%
Sosiale Wetenskappe	$\frac{28}{50}$	$\frac{56}{100}$	0,56	56%
Natuurwetenskappe	$\frac{12}{25}$	$\frac{48}{100}$	0,48	48%
Wiskunde	$\frac{87}{125}$	$\frac{696}{1\ 000}$	0,696	69,6%

b Afrikaans



- 2 a  $\frac{980}{2\,000} = \frac{4\,900}{10\,000} = 0,49$   
 b 49%  
 c  $100\% - 49\% = 51\%$
- 3 a  $12,5\text{ m} = 1\,250\text{ cm}$ ;  $1\,250\text{ cm} - 90\text{ cm} = 1\,160\text{ cm}$ ;  $\frac{1\,160}{1\,250} = \frac{9\,280}{10\,000} = 0,9280$   
 b 92,80 %

# Hoofstuk 12 Hersiening

Leerderboek bladsy 266

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesseer en te bepaal waar remediëring nodig kan wees.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $500 + 60 + 7 + \frac{9}{10} + \frac{2}{100} + \frac{7}{1\,000}$   
 b vyfhonderd; sesstig; sewe; negetiendes; tweehonderdstes; sewe-duisendstes
- 2 a  $(-0,014)$  1,402; 1,388; 1,374; 1,36; 1,346  
 b  $(+0,015)$  4,005; 4,02; 4,035; 4,05; 4,065
- 3 a  $>$   
 b  $<$
- 4 3,856; 3,786; 3,686; 3,4; 3,25; 3,24
- 5 1,2; 1,36; 1,638; 1,656; 1,789; 1,857
- 6 a 76 548                      b 76 547,7                      c 76 547,67                      d 76 547,675
- 7 a R130,89                      b R548,08                      c 12,178 cm  
 d 9 038,4519 m                      e 12 028,151 mg                      f R4 672,59
- 8 a 2 912,5                      b 694,278                      c 0,297298  
 d 0,368                      e 75,3                      f 0,0581
- 9  $2,024 \times 25 = 50,6\text{ ℓ}$
- 10 a 0,0081                      b 0,064                      c 0,1                      d 0,5

	Vereenvoudigde gewone breuke	Gewone breuk uit 100	Desimale breuk	Persentasie
a	$\frac{2}{25}$	$\frac{8}{100}$	0,08	8%
b	$\frac{41}{50}$	$\frac{82}{100}$	0,82	82%
c	$\frac{163}{1\,000}$	$\frac{16,3}{100}$	0,163	16,3%
d	$\frac{19}{200}$	$\frac{9,5}{100}$	0,095	9,5%
e	$\frac{17}{20}$	$\frac{85}{100}$	0,85	85%

# Meetkunde van 2D-vorms en 3D-voorwerpe

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 267–295

Voorgestelde tydstoekenning: 15 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

<b>Eenheid 1: Die Stelling van Pythagoras</b>	5 ure
Die lengte van die sye van driehoeke	
Hoe om die Stelling van Pythagoras te gebruik om reghoekige driehoeke te bewys	
Gebruik die Stelling van Pythagoras	
<b>Eenheid 2: Oppervlakte en omtrek</b>	2,5 ure
Formules om omtrek en oppervlakte te bereken	
Ander toepassings van die formules	
Omtrek en oppervlakte van driehoeke	
Omtrek en oppervlakte van veelhoeke	
<b>Eenheid 3: Sirkels</b>	2,5 ure
Aspekte van 'n sirkel	
Hoe om pi ( $\pi$ ) te bepaal	
<b>Eenheid 4: Buite-oppervlakte en volume</b>	5 ure
Prismas	
Volume	
Die verwantskap tussen buite-oppervlakte en volume	

*Hoofstuk 13 hersiening*

*PvA: Ondersoek 2: Die verwantskap tussen die middellyn en die omtrek van 'n sirkel*

*PvA: Ondersoek 3: Waarom is die formule vir die oppervlakte van 'n sirkel  $Oppv. = \pi r^2$ ?*

## 1

## Die Stelling van Pythagoras

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 268

Voorgestelde tydstoekenning: 5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- ondersoek die verwantskap tussen die lengte van die sye van 'n reghoekige driehoek om die Stelling van Pythagoras te ontwikkel
- bepaal of 'n driehoek 'n reghoekige driehoek is of nie, as die lengte van die drie sye van die driehoek bekend is
- gebruik die Stelling van Pythagoras om ontbrekende lengtes in reghoekige driehoeke te bereken (los antwoorde in wortelvorm indien nodig)

Hulpbronne: Leerderboek; oefenboek

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 268

1	a 4	b 36	c 49	d 64
2	a 9	b 16	c $9 + 16 = 25$	d 25
3	a 25	b 144	c $25 + 144 = 169$	d 169
4	a 5	b 7	c 10	d 1
5	a 4	b 11	c 9	d $\sqrt{7}$

## Agtergrondinligting

Dit is leerders se eerste kennismaking met die Stelling van Pythagoras. Die Stelling van Pythagoras is waarskynlik die bekendste stelling in Meetkunde en daar is talle verskillende bewyse vir die stelling. As leerders toegang tot die Internet het, kan hulle meer oor Pythagoras en die gewoontes van sy groep volgende lees.

## Onderwysriglyne

Dit is belangrik dat leerders 'n goeie begrip van die Stelling van Pythagoras sal verkry, omdat hulle dit baie in Wiskunde gaan gebruik, byvoorbeeld in Driehoeksmeting, Euklidiese Meetkunde en Analitiese Meetkunde. Die doel van hierdie eenheid is om hierdie stelling op 'n manier bekend te stel wat praktiese ondersoek aanmoedig, en dit is belangrik dat al die leerders aktief aan hierdie ondersoeke deelneem.

Graad 8-leerders werk nie met irrasionale getalle nie. Wanneer hulle driehoeke met behulp van die Stelling van Pythagoras oplos, kan sommige van die antwoorde irrasionale getalle wees. 'n Irrasionale getal is 'n reële getal wat nie 'n rasionale getal is nie.

Maak seker dat leerders weet wat volkome kwadrate (vierkante) is. As hulle antwoord nie 'n volkome kwadraat is nie, moet hulle dit in wortelvorm los.

Die vrae wat in die hoofrekene-oefeninge gevra word is die soort berekeninge wat leerders vinnig behoort te kan doen deur die Stelling van Pythagoras te gebruik.

Maak altyd seker dat die leerders weet wat hulle bereken. Hulle moet die verskil tussen die twee vrae duidelik verstaan:

- 4 gekwadreer ( $4^2$ ) is gelyk aan  $4 \times 4$  en dus gelyk aan 16.
- die vierkantswortel van 4 ( $\sqrt{4}$ ) is gelyk aan 2 (want  $2 \times 2 = 4$ ).

Leerders moet ekstra aandag aan die antwoorde op vrae soos vraag 2 en 3 skenk en kyk of hulle die patrone op hul eie kan raaksien.

Vrae soos vraag 5d is 'n voorbeeld om te bespreek: dit is nie 'n volkome vierkant nie omdat ons dit nie as die kwadraat van 'n getal kan skryf nie. Ons los die antwoorde in hierdie vorm en ons verwys daarna as die wortelvorm.

Sluit voorbeelde by verdere hoofrekene-sessies in waar desimale getalle gebruik word, byvoorbeeld  $0,32 = 0,09$  en  $\sqrt{0,16} = 0,4$ .

## Die lengte van die sye van driehoeke

### Aktiwiteit 1

### Ondersoek die sye van driehoeke

Leerderboek bladsy 268

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders gaan in die ondersoek die kleiner vierkante tel. Wys daarop dat hulle die oppervlakte van die groter vierkante bepaal wat op die sye van elke driehoek geteken is.
- Wanneer hulle die bewoording van die Stelling van Pythagoras memoriseer, moet hulle hierdie vierkante in hul gedagtes sien.
- Hersien die simbole  $<$  en  $>$ .
- Die doel van die ondersoek is nie om die tabel korrek in te vul nie, maar vir leerders om insig in die stelling te ontwikkel.
- Dit is belangrik om te beklemtoon wat die lengte van die sye van die driehoeke is en hul te vergelyk met die oppervlakte van die vierkante wat op die sye geteken is.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Dit is belangrik dat leerders op 'n praktiese en betrokke manier deur die ondersoek werk. Verskaf bykomende driehoeke aan hulle ('n kombinasie van reghoekige driehoeke en ander driehoeke met gegewe sylengtes). Laat leerders die oppervlakte van die sye teken soos in die driehoeke in die aktiwiteit getoon en die inligting in 'n tabel aanteken soos getoon ten einde die Stelling van Pythagoras verder te verken. Laat leerders hul denkprosesse te alle tye verbaliseer ten einde hul begrip te verdiep.

**Uitbreiding:** Daar kan ook ander vorms by die diagramme in die ondersoek gevoeg word, soos halvesirkels.

## Voorgestelde antwoorde

Driehoek	Soort driehoek	$p^2$	$q^2$	$p^2 + q^2$	$r^2$
1	skerphoekig	25	16	41	36
2	reghoekig	16	9	25	25
3	stomphoekig	9	4	13	16

2 Bespreek enige waarnemings wat die leerders maak.

3  $a < b = c >$

4 Ja. Vra vir die leerders *hoekom* hulle “ja” sê.

## Hoe om die Stelling van Pythagoras te gebruik om reghoekige driehoeke te bewys

### Aktiwiteit 2 Stel vas of driehoeke reghoekig is

Leerderboek bladsy 270

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Aktiwiteit 2 is 'n direkte toepassing van wat in Aktiwiteit 1 ondersoek was.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek, maar laat leerders die aktiwiteit op hul eie voltooi.
- Wys daarop dat in Voorbeeld 2 die sy teenoor 'n hoekpunt volgens daardie hoekpunt benoem word, byvoorbeeld  $x$  word na die hoekpunt X direk teenoor dit genoem.
- Doen bykomende voorbeelde op die bord indien nodig en verskaf aan klein groepies elk 'n verskillende driehoek om op hierdie manier te verken. Laat groepe hul bevindinge deel en laat die res van die klas hierdie bevindinge evalueer. Werk deur al die groepe.
- Moedig leerders aan om ruwe sketse te maak wanneer hulle die aktiwiteit doen.

### Wenk

Vra leerders om die woorde van die Stelling van Pythagoras hardop te sê en vra hulle dan om in hul eie woorde te verduidelik wat hulle daaruit verstaan. Hoe meer hulle dit doen, hoe beter.

## Voorgestelde antwoorde

1 Kwadraat van die langste sy =  $9^2 = 81$

Som van die kwadrate van die ander twee sye =  $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

$81 \neq 100 \therefore \triangle ABC$  is nie 'n reghoekige driehoek nie.

$\hat{A}$  is die grootste hoek;  $\triangle ABC$  is 'n skerphoekige driehoek.

2 Kwadraat van die langste sy =  $13^2 = 169$

Som van die kwadrate van die ander twee sye =  $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

$k^2 = l^2 + n^2 \therefore \triangle KLN \therefore \triangle KLN$  is 'n reghoekige driehoek.

$\hat{K}$  is die grootste hoek =  $90^\circ$

- 3 Kwadraat van die langste sy =  $10^2 = 100$   
 Som van die kwadrate van die ander twee sye =  $4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$   
 $100 \neq 65 \therefore \triangle PQR$  is nie 'n reghoekige driehoek nie.  
 $\hat{Q}$  is die grootste hoek;  $\triangle PQR$  is 'n stomphoekige driehoek.
- 4 Kwadraat van die langste sy =  $0,5^2 = 0,25$   
 Som van die kwadrate van die ander twee sye =  $0,3^2 + 0,4^2 = 0,09 + 0,16 = 0,25$   
 $e^2 = d^2 + f^2 \therefore \triangle DEF$  is 'n reghoekige driehoek.  
 $\hat{E}$  is die grootste hoek =  $90^\circ$

## Gebruik die Stelling van Pythagoras

### Aktiwiteit 3 Gebruik die Stelling van Pythagoras

Leerderboek bladsy 271

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Let op die verskil in die voorbeelde.
  - Voorbeeld 1: Bereken die skuinssy as die reghoekige sye gegee word.
  - Voorbeeld 2: Bereken een van die sye wat die regte hoek vorm as die skuinssy en die derde sy gegee word.
  - Voorbeeld 3: Die driehoek is gedraai, maar die berekening is soortgelyk aan Voorbeeld 1. Laat die antwoord in wortelvorm indien nodig.
- Leer leerders om eers die Stelling neer te skryf. Leer hulle om altyd die (skuinssy)<sup>2</sup> eerste te skryf.
- Moenie vir leerders leer wanneer om by te tel (as die skuinssy gevra word) of wanneer om af te trek (as die skuinssy gegee word) as hulle die Stelling van Pythagoras gebruik nie. As hulle genoeg probleme doen, sal hulle self hierdie kortpad agterkom wanneer hulle gereed is daarvoor.
- Dit is belangrik dat leerders ruwe sketse maak as dit nie gegee word nie.
- Leerders moet die korrekte eenhede in die antwoorde gebruik.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Dit is nuttig om 'n paar Pitagoriese drietalle te ken, byvoorbeeld (3, 4, 5); (5, 12, 13); (6, 8, 10); (7, 24, 25); (8, 15, 17) en (9, 40, 41). Dit is ook belangrik dat leerders sal onthou dat die grootste getal die skuinssy moet wees.

**Uitbreiding:** Daag leerders uit om nog illustrasies (of bewyse) vir die Stelling van Pythagoras te kry.

#### Voorgestelde antwoorde

$$\begin{aligned}
 1 \quad a \quad r^2 &= p^2 + q^2 \text{ (Pythagoras)} \\
 &= 8^2 + 6^2 \\
 &= 100 \\
 r &= \sqrt{100} = 10 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

- b Herlei eers:  $1,2 \text{ cm} = 12 \text{ mm}$

$$m^2 = k^2 + l^2 \text{ (Pythagoras)}$$

$$= 12^2 + 9^2$$

$$= 225$$

$$m = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

- c  $c^2 = a^2 + b^2$  (Pythagoras)

$$= 12^2 + 8^2$$

$$= 208$$

$$c = \sqrt{208} \text{ cm}$$

- d  $p^2 = r^2 + q^2$  (Pythagoras)

$$= 2^2 + 1^2$$

$$= 5$$

$$p = \sqrt{5} \text{ cm}$$

- 2  $r^2 = p^2 + q^2$  (Pythagoras)

$$15^2 = 9^2 + q^2$$

$$q^2 = 225 - 81 = 144$$

$$q = \sqrt{144} = 12 \text{ eenhede}$$

In  $\triangle ABC$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ (Pythagoras)}$$

$$17^2 = 8^2 + b^2$$

$$b^2 = 289 - 64 = 225$$

$$b = \sqrt{225} = 15 \text{ eenhede}$$

In  $\triangle ACD$ :

$$a^2 = c^2 + d^2 \text{ (Pythagoras)}$$

$$28^2 = c^2 + 15^2$$

$$c^2 = 784 - 225 = 559$$

$$c = \sqrt{559} \text{ eenhede}$$

- 3 a Die hoek moet gelyk aan  $90^\circ$  wees. Thembakazi het die Stelling van Pythagoras toegepas en opgemerk dat:

$$\text{Berekening 1: } BC^2 = 40^2 = 1\,600$$

$$\text{Berekening 2: } AB^2 + AC^2 = 30^2 + 30^2 = 1\,800$$

$\therefore \hat{A}$  is nie 'n regte hoek nie en die rak sal nie in die hoek inpas nie.



## Oppervlakte en omtrek

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 272

Voorgestelde tydstoekenning: 2,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- gebruik gepaste formules om omtrek en oppervlakte van vierkante, reghoeke en driehoeke te bereken
- bereken die oppervlakte van veelhoeke deur hulle in reghoeke en driehoeke te verdeel
- gebruik en herlei tussen gepaste SI-eenhede

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 272

- 1 Oppervlakte van 'n reghoek
- 2 Oppervlakte van 'n vierkant
- 3 Omtrek van 'n vierkant
- 4 Oppervlakte van 'n reghoek (as haar tafel 'n reghoekige vorm het)
- 5 Omtrek van 'n reghoek
- 6 Omtrek van 'n vierkant (as die teëls in die klaskamer vierkantig is)
- 7 Oppervlakte van 'n reghoek (as die vloer reghoekig is) en die oppervlakte van 'n vierkant (as die teëls vierkantig is)

### Agtergrondinligting

Leerders het reeds die konsepte van oppervlakte en omtrek in vorige grade teëgekom en daarmee gewerk, en die formules is formeel in Graad 7 bekendgestel. Die volgende is nuut in Graad 8:

- Oppervlaktes van veelhoeke deur dit op te breek
- Omtrek en oppervlakte van 'n sirkel

Leerders moet die volgende formules ken en kan gebruik:

- Omtrek van 'n vierkant =  $4s$
- Omtrek van 'n reghoek =  $2(l + b)$  of  $2l + 2b$
- Oppervlakte van 'n vierkant =  $s^2$
- Oppervlakte van 'n reghoek =  $l \times b$
- Oppervlakte van 'n driehoek =  $\frac{1}{2}(b \times h)$
- Deursnee van 'n sirkel:  $2r$
- Omtrek van 'n sirkel:  $\pi d$  of  $2\pi r$
- Oppervlakte van 'n sirkel:  $\pi r^2$



## Onderwysriglyne

Baie leerders sukkel nog in Graad 8 met die konsep van omtrek en oppervlakte. Gebruik voorbeelde uit die klaskameromgewing en skoolgeboue om dit prakties te maak. Die hoofrekene-vrae bied idees vir hierdie soort voorbeelde.

Die hoofrekene-vrae, hoewel streng gesproke nie hoofrekene nie, het ten doel om leerders se begrip van die verskille tussen omtrek en oppervlakte verder te verdiep. Leerders kan ook gevra word om die gepaste formule in elke geval te gee. Hul antwoorde sal 'n aanduiding gee van waar remediërende onderrig en verdere hersiening nodig is.

Hou altyd in gedagte dat leerders individue is en dat hul breine verskillend werk. Party leerders vind inligting in 'n tabel maklik om te verstaan. Ander leerders verkies om na 'n diagram te kyk. Gebruik verskillende benaderings om leerders te help om die formules te verstaan.

Leerders moet die formules memoriseer en weet wanneer en hoe om dit te gebruik.

## Formules om omtrek en oppervlakte te bereken

### Aktiwiteit 1

### Werk met reghoeke en vierkante

Leerderboek bladsy 274

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Spandeer tyd daaraan om die konsepte van omtrek en oppervlakte te ontwikkel en vas te lê. As leerders die konsepte verstaan, sal hulle nie probleme hê om die korrekte eenhede (cm of  $\text{cm}^2$ ) te gebruik nie.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek.
- Hersien die SI-herleidings indien nodig.
- Dit help om die formule vir die omtrek van 'n reghoek in die vorm te gebruik waar leerders kan sien dat hulle 'n som van die sye moet bereken, met ander woorde  $\text{Omtrek} = 2l + 2b$ .
- Wanneer ons 'n oppervlakte bereken, moet ons 'n produk bepaal. Gebruik dus die formule vir die oppervlakte van 'n vierkant in die vorm  $\text{Oppv.} = s \times s$ .
- Moedig leerders aan om stelselmatig te werk, soos in die uitgewerkte voorbeelde in die Leerderboek getoon word.
- Leerders doen Aktiwiteit 1 op hul eie. Vraag 3 en 4 is by die oefening ingesluit om leerders te help om oor die oppervlakte van driehoeke te dink.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Hierdie aktiwiteit is 'n geleentheid om die eienskappe van reghoeke en vierkante te hersien. Dit help as leerders assosiasies kan maak om die verskil tussen omtrek en oppervlakte te sien, byvoorbeeld "Is ek 'n mier?" (omtrek) of "Is ek 'n teëlaar?" (oppervlakte).

**Uitbreiding:** Oefen herleiding van SI-eenhede soveel as moontlik, byvoorbeeld vraag 1b. Gebruik die Stelling van Pythagoras om die lengte van die hoeklyn in vraag 1c te bepaal.

## Voorgestelde antwoorde

- 1
  - a  $\text{Omtrek} = 2l + 2b = 2(10) + 2(4) = 20 + 8 = 28 \text{ cm}$
  - b  $\text{Omtrek} = 4s = 4(15) = 60 \text{ mm}$  (of  $6 \text{ cm}$ )
  - c Herlei mm na cm:  $40 \text{ mm} = 4 \text{ cm}$   
 $\text{Omtrek} = 2l + 2b = 2(4) + 2(3) = 14 \text{ cm}$
  - d  $\text{Omtrek} = 4s = 4(6) = 24$
- 2
  - a  $\text{Oppv.} = l \times b = 10 \times 4 = 40 \text{ cm}^2$
  - b  $\text{Oppv.} = s \times s = 15 \times 15 = 225 \text{ mm}^2$
  - c  $\text{Oppv.} = l \times b = 4 \times 3 = 12 \text{ cm}^2$
  - d  $\text{Oppv.} = s \times s = 6 \times 6 = 36 \text{ m}^2$
- 3 Die oppervlakte van  $\triangle BCD$  is die helfte van die oppervlakte van die reghoek.  
 $\therefore \text{Oppervlakte van } \triangle BCD = 6 \text{ cm}^2$
- 4 Die oppervlakte van  $\triangle PQR$  is die helfte van die oppervlakte van die vierkant.  
 $\therefore \text{Oppervlakte van } \triangle PQR = 18 \text{ m}^2$

## Ander toepassings van die formules

### Aktiwiteit 2

### Gebruik formules vir omtrek en oppervlakte

Leerderboek bladsy 275

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Moenie vir leerders nuwe weergawes van 'n bekende formule leer nie, aangesien dit hulle kan verwar.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek. Leer hulle om met die basiese formule te begin en dan te dink asof hulle 'n vergelyking oplos.
- Leerders weet reeds hoe om vergelykings op te los. Hulle moet besef dat hulle hierdie vaardigheid kan toepas al sê die vraag nie "Los op vir  $x$ " nie.

### Wenk

Moedig leerders aan om hul eie sketse te maak as geen sketse gegee word nie, byvoorbeeld in vraag 2 en 3 in Aktiwiteit 2.

## Voorgestelde antwoorde

- 1
  - a  $l \times b = \text{Oppv.}$   
 $5 \times b = 10 \therefore b = \frac{10}{5} = 2 \text{ cm}$
  - b  $s \times s = \text{Oppv.}$   
 $s \times s = 81 \therefore s = 9 \text{ mm}$
  - c  $l \times b = \text{Oppv.}$   
 $8 \times b = 48 \therefore b = \frac{48}{8} = 6 \text{ mm}$
  - d  $2l + 2b = \text{Omtrek}$   
 $2(5) + 2b = 18$   
 $2b = 8$   
 $\therefore b = 4 \text{ cm}$
  - e  $4 \times s = \text{Omtrek}$   
 $4 \times s = 30 \therefore s = \frac{30}{4} = 7,5 \text{ m}$

f Herlei cm na mm:  $2,1 \text{ cm} = 21 \text{ mm}$   
 $2l + 2b = \text{Omtrek}$   
 $2l + 2(5) = 21$   
 $2l = 11 \therefore b = \frac{11}{2} = 5,5 \text{ cm of } 55 \text{ mm}$

- 2  $4 \times s = \text{omtrek van teël}$   
 $4 \times s = 60$   
 $\therefore \text{Lengte van een sy } s = \frac{60}{4} = 15 \text{ cm}$   
 $\text{Oppv.} = s \times s = 15 \times 15 = 225 \text{ cm}^2$
- 3  $l \times b = \text{Oppervlakte van speelkaart}$   
 $8 \times b = 40 \therefore b = 5 \text{ cm}$   
 $\text{Oppervlakte van kaart} = l \times b$   
 $8 \times 5 = 40 \text{ cm}^2$

## Omtrek en oppervlakte van driehoeke

### Aktiwiteit 3 Werk met driehoeke

Leerderboek bladsy 276

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Wanneer leerders die omtrek van driehoeke bereken, moet hulle staatmaak op hul begrip van wat omtrek is.
- Leerders het reeds die eienskappe van reghoeke bestudeer. Hersien vinnig hierdie eienskappe indien nodig. Hulle het ook met kongruente driehoeke gewerk en 'n kort hersiening van hierdie konsep mag dalk ook nodig wees. As hulle hierdie fundamentele feite onthou, behoort hulle te verstaan waarom die oppervlakte van 'n driehoek gesien kan word as die helfte van die oppervlakte van 'n reghoek.
- Skenk aandag aan die feit dat enige een van die drie sye as die basis beskou kan word. Die hoogte moet altyd loodreg op die basis wees.
- Maak seker dat leerders korrek met die formule vir die oppervlakte van 'n driehoek werk:  $\text{Oppv.} = \frac{1}{2} \times b \times h$ . Dit behels vereenvoudiging van links na regs en nie 'n toepassing van die distributiewe eienskap soos sommige leerders geneig is om te dink nie. Dit is baie belangrik en moet deeglik waargeneem word wanneer hulle die aktiwiteit doen.
- Gebruik hierdie vrae om die SI-herleidings te hersien.
- Maak seker dat leerders hul eie sketse maak as daar nie sketse gegee word nie, byvoorbeeld in vraag 3, 4 en 5.
- Verwys leerders na die voorbeeld wanneer hulle vraag 3, 4 en 5 doen.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders 'n klein kolletjie langs een van die hoekpunte van die driehoek maak wanneer hulle omtrek bereken. Hulle moet dan die lengtes van die sye bymekaar tel tot hulle weer terug is by die kolletjie. Dit sal hulle help met die berekeninge in hierdie aktiwiteit, maar dit is ook goeie voorbereiding vir die meer komplekse figure wat later kom.

**Uitbreiding:** Verskaf party driehoeke wat algebraïese sylengtes het, bv.:

$$a = 2x + 3; b = 2; c = x + 1; \therefore p = 2x + 3 + 2 + x + 1 = 3x + 6.$$

## Voorgestelde antwoorde

1 a  $\text{Omtrek} = a + b + c$   
 $= 9 + 8 + 7$   
 $= 24 \text{ m}$

b Herlei mm na cm:  $50 \text{ mm} = 5 \text{ cm}$   
 $\text{Omtrek} = x + y + z$   
 $= 7,3 + 5 + 7,3$   
 $= 19,6 \text{ cm of } 196 \text{ mm}$

c  $\text{Omtrek} = d + e + f$   
 $= 125 + 125 + 125$   
 $= 375 \text{ mm of } 37,5 \text{ cm}$

2 a  $\text{Oppv.} = \frac{1}{2} \times b \times h$   
 $= \frac{1}{2} \times 36 \times 42$   
 $= 1\,512 \text{ mm}^2$

c Herlei cm na mm:  $3 \text{ cm} = 30 \text{ mm}$   
 $\text{Oppv.} = \frac{1}{2} \times b \times h$   
 $= \frac{1}{2} \times 74 \times 30$   
 $= 1\,110 \text{ mm}^2 \text{ of } 11,1 \text{ cm}^2$

b  $\text{Oppv.} = \frac{1}{2} \times b \times h$   
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 3$   
 $= 12 \text{ mm}^2$

d  $\text{Oppv.} = \frac{1}{2} \times b \times h$   
 $= \frac{1}{2} \times 5 \times 8$   
 $= 20 \text{ cm}^2$

3  $\frac{1}{2} \times b \times h = \text{Oppv.}$

$$\frac{1}{2} \times b \times 9 = 36$$

$$b \times 9 = 72$$

$$b = \frac{72}{9} = 8 \text{ cm}$$

4  $\frac{1}{2} \times b \times h = \text{Oppv.}$

$$\frac{1}{2} \times 15 \times h = 60$$

$$15 \times h = 120$$

$$\therefore h = \frac{120}{15} = 8 \text{ mm}$$

5 Bepaal eers die hoogte:

$$\frac{1}{2} \times b \times h = \text{Oppv.}$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times h = 6$$

$$\therefore \times 2 \text{ aan albei kante:}$$

$$4 \times h = 12$$

$$\therefore h = \frac{12}{4} = 3 \text{ cm}$$

Gebruik die Stelling van Pythagoras om die lengte van die derde sy te bereken:

$$(\text{Derde sy})^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$\therefore \text{Derde sy} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Omtrek} = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm}$$

# Omtrek en oppervlakte van veelhoeke

## Aktiwiteit 4

## Bereken omtrek en oppervlakte van veelhoeke

Leerderboek bladsy 277

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hierdie afdeling is 'n geleentheid vir integrasie. Leerders gaan hul vorige kennis oor reëlmatige veelhoeke en die eienskappe van vierhoeke gebruik, en ook omtrek en oppervlakte bereken.
- Vra die volgende vrae oor die voorbeeld in die Leerderboek: "Wat weet ons van die grootte van 'n trapesium?" "Het ons 'n loodregte hoogte in die driehoek?"
- Leerders moet die sketse in hul oefenboeke oorteken en wys hoe hulle die figure verdeel. Bespreek al die moontlikhede sodat leerders kan sien dat daar dikwels meer as een oplossing vir 'n vraag is.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders kan ook die omtrek van die vlieër in vraag 2 bereken.

**Uitbreiding:** Doen hersiening van die name van reëlmatige veelhoeke soos in vraag 7a en b.

### Voorgestelde antwoorde

I a Oppv. I =  $l \times b$

$$= 8 \times 5$$

$$= 40 \text{ cm}^2$$

Oppv. II =  $l \times b$

$$= 5 \times 2$$

$$= 10 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{Totale oppv.} = 40 + 10 = 50 \text{ cm}^2$$

b Oppv. I =  $l \times b$

$$= 4 \times 3$$

$$= 12 \text{ cm}^2$$

Oppv. II =  $l \times b$

$$= 4 \times 3$$

$$= 12 \text{ cm}^2$$

Oppv. III =  $l \times b$

$$= 8 \times 3$$

$$= 24 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{Totale oppv.} = 12 + 12 + 24 = 48 \text{ cm}^2$$

c Oppv. I =  $l \times b$

$$= 4 \times 2$$

$$= 8 \text{ cm}^2$$

Oppv. II =  $l \times b$

$$= 3 \times 2$$

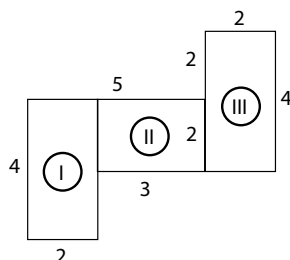
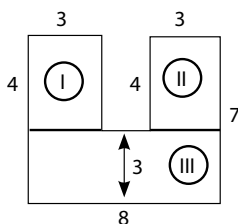
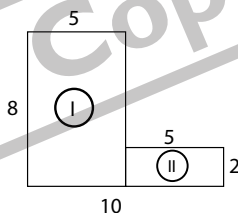
$$= 6 \text{ cm}^2$$

Oppv. III =  $l \times b$

$$= 4 \times 2$$

$$= 8 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{Totale oppv.} = 8 + 6 + 8 = 22 \text{ cm}^2$$



$$\begin{aligned} \text{d Oppv. I} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 4 \\ &= 24 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Oppv. II} &= l \times b \\ &= 12 \times 6 \\ &= 72 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Oppv. III} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 10 \\ &= 15 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{Totale oppv.} = 24 + 72 + 15 = 111 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} 2 \text{ a Oppv. PQR} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 20 \times 6 \\ &= 60 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\triangle PQR \equiv \triangle PSR \text{ (S;S;S)}$$

$$\therefore \text{Totale oppv.} = 2 \times 60 = 120 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{b Oppv. ABC} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \\ &= 48 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\triangle ABC \equiv \triangle ADC \text{ (S;S;S)}$$

$$\therefore \text{Totale oppv.} = 2 \times 48 = 96 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{c Oppv. van een } \triangle &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Totale oppv.} = 6 \times 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

3 Hoeklyne van ruit sny mekaar loodreg.

$$\begin{aligned} AB^2 &= AE^2 + BE^2 \text{ (Pythagoras)} \\ &= 6^2 + 8^2 \\ &= 100 \end{aligned}$$

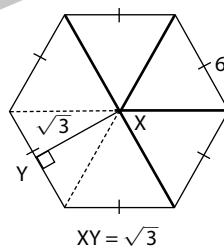
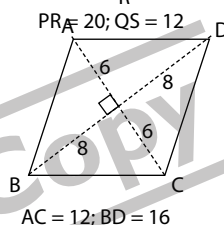
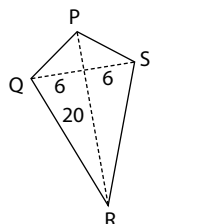
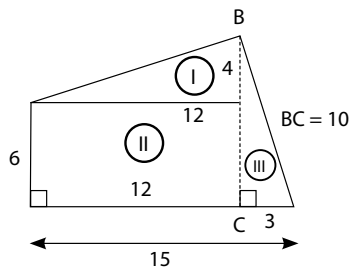
$$\therefore AB = 10 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{Omtrek} = 10 \times 4 = 40 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} 4 \text{ a Oppv. van reghoek} &= l \times b \\ &= 10 \times 5 \\ &= 50 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Oppv. van vierkant} &= s \times s \\ &= 2 \times 2 \\ &= 4 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{Ingekleurde oppv.} = 50 - 4 - 4 = 42 \text{ cm}^2; 42 \text{ cm}^2 = 4\,200 \text{ mm}^2$$



$$\begin{aligned}\text{b Oppv. van vierkant} &= s \times s \\ &= 120 \times 120 \\ &= 14\,400 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Oppv. van } \triangle &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 40 \times 50 \\ &= 1\,000 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\therefore \text{Ingekleurde oppv.} = 14\,400 - 1\,000 = 13\,400 \text{ cm}^2; 13\,400 \text{ cm}^2 = 1,3 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned}5 \text{ a Oppv. van reghoek} &= l \times b \\ &= 10 \times 8 \\ &= 80 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b Omtrek} &= 2l + 2b \\ &= 2(10) + 2(8) \\ &= 36 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c Oppv. van reghoek} &= l \times b \\ &= 14 \times 12 \\ &= 168 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{d Omtrek} &= 2l + 2b \\ &= 2(14) + 2(12) \\ &= 52 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$6 \text{ a Oppv. ABCD} = 6 \times 5 = 30 \text{ cm}^2$$

$$\text{b Oppv. EAD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9 \text{ cm}^2$$

$$\text{c Oppv. DCF} = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10 \text{ cm}^2$$

$$\text{d Oppv. FBE} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \text{ cm}^2$$

$$\text{e Die oppv. buite } \triangle DEF = 9 + 10 + 2 = 21 \text{ cm}^2$$

$$\text{f DEF} = \text{Oppv. ABCD} - \text{ingekleurde oppv.} = 30 - 21 = 9 \text{ cm}^2$$

$$7 \text{ a Omtrek} = 5x$$

$$\text{b Omtrek} = 6y$$

$$\text{c Omtrek} = 4m + 2n$$



## Sirkels

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 279

Voorgestelde tydstoekenning: 2,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- benoem dele van 'n sirkel, byvoorbeeld middelpunt, radius, deursnee, koord, sektor
- ondersoek die verwantskap tussen die omtrek en die deursnee van 'n sirkel om 'n begrip te ontwikkel waaruit die irrasionale getal ( $\pi$ ) afgelei word
- lei 'n formule af vir die omtrek van 'n sirkel
- ondersoek die verwantskap tussen die radius en die omtrek van 'n sirkel om 'n formule af te lei vir die oppervlakte van 'n sirkel
- gebruik gepaste formules vir die:
  - deursnee van 'n sirkel:  $d = 2\pi r$
  - omtrek van 'n sirkel: Omtrek =  $2\pi r$  of Omtrek =  $\pi d$
  - oppervlakte van 'n sirkel: Oppv. =  $\pi r^2$
- gebruik en herlei tussen gepaste SI-eenhede

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; passer; velle papier, passer, liniaal, 'n stuk tou (ongeveer 1 m lank) en 'n sakrekenaar (vir Ondersoek 2); twee velle papier met 49 vierkante (elke vierkant  $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ ), passer, skêr en gomstiffie (vir Ondersoek 3)

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 279

1 7; 14; 21; 28; 35; 42; 49; 56; 63; 70

2 1; 2; 11 en 22

3 a 22

b 220

c 88

d 66

4 a 31,4 mm

b 8,8 cm

c  $4,4 \text{ cm}^2$

d 314 cm

e 0,7 m

f  $0,22 \text{ m}^2$

g 3 140 m

h 0,33 km

i  $22 \text{ miljoen m}^2 = 22\,000\,000 \text{ m}^2 = 22 \text{ km}^2$

### Agtergrondinligting

Leerders het 'n basiese inleiding tot sirkels gehad in vorige grade. Die gebruik van formules en die berekening van die omtrek en oppervlakte van sirkels is nuut. Leerders maak ook vir die eerste maal in Graad 8 kennis met pi, die waarde van pi en die toepassing daarvan in die formules vir omtrek en oppervlakte.



## Onderwysriglyne

Hierdie eenheid is daarop gemik om die inleiding tot omtrek en oppervlakte van sirkels so prakties as moontlik te maak, veral deur ondersoek. Die inhoud moet noukeurig en stelselmatig bekendgestel word en leerders se begrip van die verskille tussen omtrek en oppervlakte moet by elke punt waargeneem word.

Die getalle wat in die hoofrekene-oefeninge gebruik word, is almal getalle wat dikwels in die berekeninge in die res van die eenheid gebruik gaan word en soortgelyke oefeninge moet aan die begin van elke les in die hoofrekene-sessies dwarsdeur hierdie eenheid gegee word.

Hersiening van herleidings tussen SI-eenhede moet 'n deurlopende proses wees.

## Aspekte van 'n sirkel

### Aktiwiteit 1

### Identifiseer die dele van 'n sirkel

Leerderboek bladsy 280

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die dele van die sirkel. Dit is belangrik om seker te maak dat leerders duidelikheid het oor die terminologie.
- Gebruik diagramme en woorde om die terminologie te verduidelik; party leerders dink beter in woorde en ander leerders dink beter in prente.

### Remediëring en uitbreiding

Laat leerders hul eie sirkels teken wat die verskillende dele toon en dit met 'n maat uitruil om dit te benoem.

### Voorgestelde antwoorde

- a sirkel; middelpunt; radius; AD; AB; sektor  
b koord;  $\odot R$ ; deursnee;  $r$
- Stellings b en c

### PoA | Onderzoek 2

### Die verwantskap tussen die deursnee en die omtrek van 'n sirkel

Leerderboek bladsy 280

### Riglyne vir die implementering van hierdie ondersoek

- Daar is twee ondersoeke in hierdie eenheid. Besluit of een of albei vir formele assessering gebruik gaan word.
- Lees die instruksies saam met die leerders in die klas. As daar geen vrae is nie, kan hulle die ondersoek by die huis in hulle eie tyd doen. Wees streng oor die datum waarop die ondersoek ingehandig moet word.
- Die totaal vir die ondersoek is 16 punte. As jy 'n totaal van 20 punte verkies, kan jy die leerders vra om die vier antwoorde van Aktiwiteit 2 by die ondersoek te voeg.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Verduidelik weer die terminologie aan leerders. Laat hulle die woorde en hul betekenis weer teken en uitskryf.

**Uitbreiding:** Leerders kan gevra word om vier ronde voorwerpe te versamel (byvoorbeeld, piering, leë blikkie, en so meer) en met die buitelyne van hierdie voorwerpe werk. Die uitdaging hier is om die deursnee te kry. As leerders sirkels met passers teken (soos in die ondersoek), kan hulle die deursnee akkuraat konstrueer.

### Voorgestelde antwoorde

Kriteria	4	3	2	1
Taak	Volgens instruksies voltooi Vier sirkels gebruik	Volgens instruksies voltooi Twee tot drie sirkels gebruik	Volgens instruksies voltooi Een sirkel gebruik	Geen poging
Metings	Sewe tot agt metings akkuraat voltooi	Drie tot ses metings akkuraat voltooi	Een tot twee metings akkuraat voltooi	Geen metings voltooi
Bewerkings	Alle bewerkings akkuraat voltooi	Twee tot drie bewerkings akkuraat voltooi	Een bewerking akkuraat voltooi	Geen bewerkings akkuraat voltooi
Slotsom	Korrek	Goeie poging	Onvanpas	Geen slotsom ingesluit

## Hoe om pi ( $\pi$ ) te bepaal

### Aktiwiteit 2 Werk met $\pi$

Leerderboek bladsy 282

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Dit is nodig om tyd aan die gevolgtrekkings te spandeer wat leerders in hul ondersoek gemaak het.
- Let op die verskil:  $\frac{22}{7}$  is 'n rasionale getal omdat dit in die vorm  $\frac{\text{telgetal}}{\text{telgetal}} \neq 0$  geskryf kan word.
- $\pi$  is 'n irrasionale getal omdat dit nie as die verhouding van enige twee telgetalle geskryf kan word nie.
- Die vier antwoorde op hierdie aktiwiteit kan by die ondersoek hierbo gevoeg word om 'n totaal van 20 punte te gee.

## Remediëring en uitbreiding

Party Wiskunde-onderwysers vier elke jaar op 14 Maart “Pi-dag” saam met hul leerders. Hulle eet iets wat rond is en doen prettige aktiwiteite wat sirkels behels.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 Griekse
- 2 omtrek; deursnee
- 3 irrasionaal
- 4 sirkels

## Aktiwiteit 3 Bereken die omtrek van 'n sirkel

Leerderboek bladsy 282

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek. Die formule kan in enige vorm gebruik word ( $\text{Omtrek} = \pi d$  of  $\text{Omtrek} = 2\pi r$ ) solank leerders onthou of hulle met 'n radius of 'n deursnee werk. Dit is soms minder verwarrend vir leerders as hulle met slegs een vorm van 'n formule werk.
- Doen bykomende voorbeelde om seker te maak dat leerders die formule verstaan en weet wanneer en hoe om dit te gebruik.
- As sakrekenaars beskikbaar is, kan leerders die  $\pi$ -sleutel op die sakrekenaar gebruik. Leerders moet dit verkieslik onthou as 3,14 of  $\frac{22}{7}$  nadat dit bekendgestel is en hulle die waarde van  $\pi$  bereken het.
- Skenk aandag aan die korrekte afronding van antwoorde.

## Remediëring

Herinner leerders aan die definisie van omtrek vir vraag **1c** en **1d**. Hulle moet by een punt op die omtrek begin en rondom die rand van die vorm “loop” tot hulle weer by die beginpunt kom.

Verskaf baie bykomende oefeninge aan leerders wat wat remediëring sowel as uitbreiding benodig om die gebruik en toepassing van die formule te oefen.

### Voorgestelde antwoorde

- a  $\text{Omtrek} = 2\pi r$   
 $= 2(\pi)(4,2)$   
 $= 26,39 \text{ cm}$
- b  $\text{Omtrek} = 2\pi r$   
 $= 2(\pi)(4,5)$   
 $= 28,27 \text{ cm}$
- c  $\text{Omtrek} = 2\pi r$   
 $= 2(\pi)(30)$   
 $= 188,4955... \text{ mm vir volle sirkel}$   
 $\therefore \frac{1}{2}(188,4955...) = 94,25 \text{ mm vir halfsirkel}$   
 $\therefore \text{Omtrek} = 94,25 + 60 = 154,25 \text{ mm}$
- d  $\text{Omtrek} = 2\pi r$   
 $= 2(\pi)(14)$

= 87,9645... cm vir volle sirkel

$\therefore \frac{3}{4}(87,9645...) = 65,97 \text{ mm}$  vir  $\frac{3}{4}$  van sirkel

$\therefore \text{Omtrek} = 65,97 + 14 + 14 = 93,97 \text{ mm}$

2 a  $2\pi r = \text{omtrek}$

$$2\pi r = 22$$

$$\pi r = 11$$

$$r = 11 \div \pi$$

$$r = 3,5 \text{ mm}$$

$$d = 2 \times r = 2 \times 3,5 = 7 \text{ mm}$$

b  $2\pi r = 36$

$$\pi r = 18$$

$$r = 18 \div \pi$$

$$r = 5,73 \text{ mm}$$

$$d = 2 \times r = 2 \times 5,73 = 11,46 \text{ mm}$$

### PvA | Onderzoek 3

### Waarom is die formule vir die oppervlakte van 'n sirkel $\text{Oppv.} = \pi r^2$ ?

Leerderboek bladsy 283

#### Riglyne vir die implementering van hierdie ondersoek

- Die oppervlakte van 'n sirkel is die aantal vierkante eenhede binnekant daardie sirkel. Dit verskil van die omtrek van 'n sirkel, wat die afstand al die pad rondom die sirkel meet.
- Daar is twee ondersoeke in hierdie eenheid. Besluit of slegs een of albei vir formele assessering gebruik gaan word.
- Baie leerders vind die formules vir die omtrek en die oppervlakte van sirkels baie verwarrend. Die doel van hierdie ondersoek is om op konkrete wyse te sien waarom die formule vir die oppervlakte van 'n sirkel  $\text{Oppv.} = \pi r^2$  is.
- Lees die instruksies saam met die leerders in die klas. As daar geen vrae is nie, kan hulle die ondersoek by die huis in hul eie tyd doen. Wees baie streng oor die datum waarop die ondersoek ingehandig moet word.

#### Wenk

As jy toegang tot die Internet het, maak jou eie geruite papier (of enige ander formaat grafiekpapier of gestippelde papier) by <http://www.incompetech.com/graphpaper/lite>.

#### Remediëring en uitbreiding

Maak 'n plakkaat vir die klaskamer: Skryf die formule vir die omtrek van die sirkel rondom die sirkel en skryf die formule vir die oppervlakte van die sirkel op die ingekleurde deel binne-in die sirkel.

## Voorgestelde antwoorde

Kriteria	4	3	2	1
Taak	Volgens instruksies voltooi Vier sirkels gebruik	Volgens instruksies voltooi Twee tot drie sirkels gebruik	Volgens instruksies voltooi Een sirkel gebruik	Geen poging
Metings	Sewe tot agt metings akkuraat voltooi	Drie tot ses metings akkuraat voltooi	Een tot twee metings akkuraat voltooi	Geen metings voltooi
Bewerkings	Vier bewerkings akkuraat voltooi	Twee tot drie bewerkings akkuraat voltooi	Een bewerking akkuraat voltooi	Geen bewerkings akkuraat voltooi
Slotsom	Korrek	Goeie poging	Onvanpas	Geen slotsom ingesluit

- 5 a Waar  
b Oppv. van reghoek ABCD =  $AD \times AB$   
AD is die helfte van  $(AD + BD)$  omdat  $AD = BC$ .  
AB is die radius van die oorspronklike sirkel.  
 $\therefore$  Oppv. van die sirkel =  $AD \times AB$   
 $= \frac{1}{2}$  van omtrek van sirkel  $\times$  radius van sirkel  
 $= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$   
 $= \pi r^2$

### Aktiwiteit 4 Bereken die oppervlakte van 'n sirkel

Leerderboek bladsy 284

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek. Wys daarop dat  $\sqrt{49} = 7$  of  $-7$ . Ons gebruik slegs die positiewe antwoord, omdat 'n radius 'n lengte is en 'n lengte kan nie negatief wees nie.
- As sakrekenaars beskikbaar is, kan leerders die  $\pi$ -sleutel op die sakrekenaar gebruik. Andersins moet hulle onthou watter waarde om te gebruik: 3,14 of  $\frac{22}{7}$ .
- Maak seker dat leerders hul antwoorde korrek afrond.

#### Remediëring en uitbreiding

Wanneer jy die formule vir die oppervlakte van 'n sirkel gebruik, sê dit soms as volg:  
"Opperv. van 'n sirkel =  $\pi$  maal  $r$  maal  $r$ ." Dit sal leerders help om te verstaan dat slegs  $r$  gekwadreer moet word.

## Voorgestelde antwoorde

1 a Oppv. =  $\pi r^2$   
 $= \pi(4,2)^2$   
 $= 55,42 \text{ cm}^2$

c Oppv. =  $\pi r^2$   
 $= \pi(30)^2$   
 $= 2\,827,4333\dots$  vir volle sirkel

$\therefore \frac{1}{2} \times 2\,827,4333\dots$   
 $= 1\,413,72 \text{ mm}^2$  vir halfsirkel

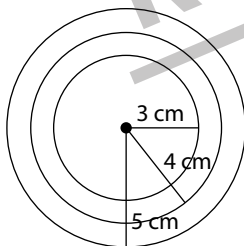
2 Oppv. =  $\pi r^2 = 201,06$   
 $r^2 = 201,06 \div \pi$   
 $= 63,999\dots \approx 64$   
 $\therefore r = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$   
 $d = 2r = 16 \text{ cm}$

3 Oppv. =  $\pi r^2$   
 $\pi r^2 = 78,55$   
 $r^2 = 78,55 \div \pi$   
 $= 24,987\dots \approx 25$   
 $\therefore r = \sqrt{25} = 5 \text{ mm}$   
 Omtrek =  $2\pi r$   
 $= 2\pi(5)$   
 $= 31,42 \text{ mm}$

4 a Herlei cm na mm:  $2 \text{ cm} = 20 \text{ mm}$   
 Oppv. van skryfbare deel = Oppv. van groter sirkel – Oppv. van kleiner sirkel  
 $= \pi(60)^2 - \pi(20)^2$   
 $= 10\,053,1 \text{ mm}^2$

b Herlei mm na cm:  $60 \text{ mm} = 6 \text{ cm}$   
 of Oppv. =  $\pi(6)^2 - \pi(2)^2 = 100,53 \text{ cm}^2$

5 a en b



b Oppv. =  $\pi r^2$   
 $= \pi(4,5)^2$   
 $= 63,62 \text{ cm}^2$

d Oppv. =  $\pi r^2$   
 $= \pi(14)^2$   
 $= 615,752\dots$  vir volle sirkel

$\therefore \frac{3}{4} \times 615,752\dots$   
 $= 461,81 \text{ cm}^2$  vir  $\frac{3}{4}$  van sirkel

c Oppv. =  $\pi r^2$   
 $= \pi(3)^2$   
 $\approx 28,3 \text{ cm}^2$

Oppv. =  $\pi r^2$   
 $= \pi(4)^2$   
 $\approx 50,3 \text{ cm}^2$

Oppv. =  $\pi r^2$   
 $= \pi(6)^2$   
 $\approx 113,1 \text{ cm}^2$

## 4

## Buite-oppervlakte en volume

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 286

Voorgestelde tydstoekenning: 5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- gebruik gepaste formules om die buite-oppervlakte, volume en kapasiteit van kubusse, reghoekige prismas en driehoekige prismas te bereken
- beskryf die verwantskap tussen die buite-oppervlakte en volume van kubusse, reghoekige prismas en driehoekige prismas
- los probleme op wat buite-oppervlakte, volume en kapasiteit behels
- gebruik en herlei tussen gepaste SI-eenhede

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; bokse in die vorm van kubusse, reghoekige en driehoekige prismas

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 286

- 1 a  $1 \times 24; 2 \times 12; 3 \times 8; 4 \times 6$ . Ook  $24 \times 1$ ; ens.  
 b  $1 \times 36; 2 \times 18; 3 \times 12; 4 \times 9; 6 \times 6$ . Ook  $36 \times 1$ ; ens.  
 c  $1 \times 64; 2 \times 32; 4 \times 16; 8 \times 8$ . Ook  $64 \times 1$ ; ens.
- 2 a  $2 \times 3 \times 4; 2 \times 2 \times 6$   
 b  $2 \times 2 \times 9; 2 \times 3 \times 6; 4 \times 3 \times 3$   
 c  $2 \times 2 \times 16; 2 \times 4 \times 8$
- 3 a Oppv. =  $l \times b$  b Omtrek =  $2l + 2b$   
 c Oppv. =  $s \times s$  d Omtrek =  $4s$   
 e Oppv. =  $\frac{1}{2} \times b \times h$  f Omtrek = som van die lengtes van die sye  
 g Oppv. =  $\pi r^2$  h Omtrek =  $2\pi r$  of Omtrek =  $d\pi$

## Agtergrondinligting

Leerders het 'n baie basiese inleiding tot buite-oppervlakte, volume en kapasiteit in vorige grade gehad, waar die fokus op kubusse en reghoekige prismas was. Leerders hersien 'n paar van die verskillende formules wat hulle reeds geleer het.

Berekening van die volume van driehoekige prismas is nuut.

## Onderwysriglyne

Dit is belangrik dat jy tyd spandeer aan die beskrywing en konsep van wat 'n prisma is. Maak voor die tyd bokse of vaste voorwerpe bymekaar (kubusse, reghoekige en driehoekige prismas) sodat leerders hierdie vorms kan sien en hanteer.

Gebruik die konsep van kongruensie wanneer jy verduidelik wat 'n prisma is. Byvoorbeeld: as ek die prisma soos 'n brood sny, sal al die snye kongruent wees.

Baie leerders vind dit ook moeilik om sketse van 3D-voorwerpe te vertolk. Dit is dus uiters belangrik dat hulle met nette werk.

Wanneer buite-oppervlakte en volume bereken word, is dit dikwels nodig om die produk van twee of drie getalle te bereken. Leerders gaan in die hoofrekene-vrae hierdie berekening oefen.

## Prismas

### Ondersoek die buite-oppervlakte van prismas

#### Aktiwiteit 1 Gebruik 'n net om buite-oppervlakte te bereken

Leerderboek bladsy 287

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Dit is ideaal as elke leerder sy of haar eie boks het om mee te werk.
- Maak seker dat daar voorbeelde van die drie verskillende soorte prismas is soos in vraag 1 getoon word.
- Vra leerders om die prisma wat in vraag 1b getoon word, te identifiseer ('n kubus)
- Wanneer leerders 'n net maak, sal hulle ontdek dat 'n kubus deur ses kongruente vlakke gevorm word.
- Volg die instruksies om die bokse op te sny en bereken die oppervlakte van elke vlak (ignoreer die gedeeltes wat oorvleuel).

#### Wenk

Hou 'n versameling prismas in die klaskamer.

#### Remediëring en uitbreiding

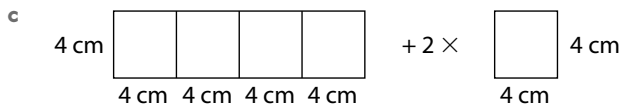
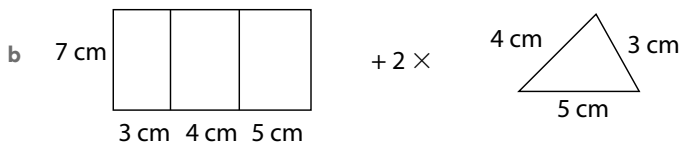
**Remediëring:** Verskaf bykomende oefeninge aan leerders in die vorm van nette waarvan die lengtes van sye gegee word. Laat leerders in klein groepies of in pare oefen om die totale buite-oppervlakte te bereken.

**Uitbreiding:** Leerders doen die bykomende oefeninge soos hierbo bespreek. Vra leerders hoe hulle die totale buite-oppervlakte van 'n silinder sal bepaal. Sê vir hulle dat hulle die silinder in Graad 9 gaan bestudeer.

#### Voorgestelde antwoorde

$$1 \times \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 8 \text{ m} & & & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 10 \text{ m} & 5 \text{ m} & 10 \text{ m} & 5 \text{ m} \\ \hline \end{array} + 2 \times \begin{array}{|c|} \hline 5 \text{ m} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 10 \text{ m} \\ \hline \end{array}$$





- 2
- Totalte buite-oppv. =  $2(10 \times 8) + 2(5 \times 8) + 2(10 \times 5) = 340 \text{ m}^2$
  - Totalte buite-oppv. =  $(12 \times 35) + 2 \times (10 \times 7,5) = 570 \text{ cm}^2$
  - Totalte buite-oppv. =  $(16 \times 11) + 2 \times (4 \times 4) = 208 \text{ cm}^2$

## Aktiwiteit 2 Bereken buite-oppervlakte met 'n formule

Leerderboek bladsy 288

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders behoort die betekenis van die formule te verstaan en in staat te wees om dit in berekeninge te gebruik nadat hulle met nette gewerk het.
- Maak seker dat leerders altyd eers die formule neerskryf wanneer hulle die totale buite-oppervlakte bereken. Dit is 'n goeie praktyk om altyd toe te pas.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders kan die oppervlakte van die verskillende syvlakke bereken as hulle dit moeilik vind om met die produk van die omtrek van die basis en die hoogte van die prisma te werk om die oppervlakte van die syvlakke te bepaal.

**Uitbreiding:** Leerders moet aangemoedig word om met die produk van die omtrek van die basis en die hoogte van die prisma te werk om die oppervlakte van die syvlakke te bepaal. Verskaf bykomende oefeninge aan hulle.

### Voorgestelde antwoorde

- Totalte buite-oppv. van reghoekige prisma  
 = omtrek van basis  $\times$  hoogte van prisma +  $2 \times$  oppv. van basis  
 =  $(2 \times 10 + 2 \times 5) \times 8 + 2 \times (10 \times 5)$   
 =  $340 \text{ m}^2$   
 Totalte buite-oppv. van kubus
  - $SA = (2 \times 10 + 2 \times 7,5) \times 12 + 2 \times (10 \times 7,5)$   
 =  $570 \text{ cm}^2$
  - $SA = (4 \times 4) \times 11 + 2 \times (4 \times 4)$   
 =  $208 \text{ cm}^2$
- Totalte buite-oppv. van buitekant van boks  
 = omtrek van basis  $\times$  hoogte van prisma +  $1 \times$  oppv. van basis  
 =  $(2 \times 31 + 2 \times 22) \times 7,5 + (31 \times 22)$   
 =  $1\,477 \text{ cm}^2$

# Volume

## Volume, kapasiteit en die SI-stelsel

### Aktiwiteit 3

### Bereken volume

Leerderboek bladsy 291

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Spandeer tyd aan die konsep van volume. Leerders het in vorige grade met volume en kapasiteit gewerk deur kubusse te gebruik en hulle op mekaar te stapel en behoort in hul eie woorde te kan verduidelik wat volume is, sowel as die verskil tussen volume (die hoeveelheid 3D-ruimte wat deur 'n 3D-voorwerp soos 'n prisma in beslag geneem word) en kapasiteit (die hoeveelheid ruimte binne-in die prisma). Spandeer tyd daaraan om dit te ondersoek indien nodig. Byvoorbeeld, 'n stapel kubusse wat uit vier kubusse ( $1 \text{ cm}^3$ ) in elk van drie lae bestaan, het 'n volume van  $12 \text{ cm}^3$  ( $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ ); en die kapasiteit van 'n houer waarin hierdie stapel kubusse pas, is  $12 \text{ cm}^3$ .
- As hulle slegs die formule vir volume kan opsê, verstaan hulle nie noodwendig die konsep nie. Toets hul begrip deur die toepassing van die formule.
- Werk deur die voorbeelde in die Leerderboek.
- Die oorsprong van die SI-stelsel is baie interessant en inligting hieroor kan op die Internet verkry word.
- Dit is belangrik om nie vir leerders te leer dat volume = lengte  $\times$  breedte  $\times$  hoogte nie. Dit is slegs die formule vir die volume van 'n reghoekige prisma.
- Ons begin in Graad 8 vir leerders die algemene formule leer: Volume van 'n prisma = oppervlakte van die basis van die prisma  $\times$  hoogte.
- Maak 'n oop boks met afmetings van  $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ . Verseël die kante so goed as moontlik met kleefband. Vra die leerders of hulle dink dat al die water van 'n eenliterbottel daarin gegooi kan word. Wys dan vir hulle dat dit wel so is. Dit sal leerders help om altyd die herleiding tussen volume en kapasiteit te onthou:  
 $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ liter}$ .  
Dit is dan maklik om te weet dat  $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ milliliter}$ .
- Die herleiding tussen  $\text{cm}^3$  en milliliter sal in vraag 3 van die aktiwiteit geoefen word.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Die konsepte van volume en kapasiteit kan dikwels baie verwarrend wees. Herhaling sal leerders help om die konsepte te verstaan. Gebruik nog talle ander voorbeelde om die konsep te verduidelik en vir leerders om deur te werk.

**Uitbreiding:** Leerders hou van stories oor wiskunde. Vra hulle om 'n storie oor die oorsprong van die SI-stelsel te skryf en dit te verbind met die Franse Rewolusie, waarvan hulle in Sosiale Wetenskappe leer.

## Voorgestelde antwoorden

- 1 a Oppv. van basis =  $l \times b$   
 $= 6 \times 19$   
 $= 114 \text{ cm}^2$   
 $\therefore \text{Volume} = \text{oppv. van basis} \times h$   
 $= 114 \times 8$   
 $= 912 \text{ cm}^3$
- b Herlei eers:  $20 \text{ mm} = 2 \text{ cm}$   
Oppv. van basis =  $l \times b$   
 $= 30 \times 18$   
 $= 540 \text{ cm}^2$   
 $\therefore \text{Volume} = \text{oppv. van basis} \times h$   
 $= 540 \times 2$   
 $= 1\,080 \text{ cm}^3$
- c Herlei eers:  $0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$   
Oppv. van basis =  $l \times b$   
 $= 50 \times 7,5$   
 $= 375 \text{ cm}^2$   
 $\therefore \text{Volume} = \text{oppv. van basis} \times h$   
 $= 375 \times 7,5$   
 $= 2\,812,5 \text{ cm}^3$
- d Oppv. van basis =  $\frac{1}{2} \times b \times h$  van  $\triangle$   
 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 6$   
 $= 6 \text{ cm}^2$   
 $\therefore \text{Volume} = \text{oppv. van basis} \times h$  van prisma  
 $= 6 \times 9$   
 $= 54 \text{ cm}^3$
- e Herlei eers:  $150 \text{ mm} = 15 \text{ cm}$   
Oppv. van basis =  $\frac{1}{2} \times b \times h$  van  $\triangle$   
 $= \frac{1}{2} \times 10 \times 4$   
 $= 20 \text{ cm}^2$   
 $\therefore \text{Volume} = \text{oppv. van basis} \times h$  van prisma  
 $= 20 \times 15$   
 $= 300 \text{ cm}^3$
- f Herlei eers:  $50 \text{ mm} = 5 \text{ cm}$   
Oppv. van basis =  $s \times s$   
 $= 5 \times 5$   
 $= 25 \text{ cm}^2$   
 $\therefore \text{Volume} = \text{oppv. van basis} \times h$  van prisma  
 $= 25 \times 5$   
 $= 125 \text{ cm}^3$
- 2 a  $912 \text{ cm}^3 = 912 \text{ ml} = 0,912 \ell$   
b  $1\,080 \text{ cm}^3 = 1\,080 \text{ ml} = 1,08 \ell$   
c  $3\,750 \text{ cm}^3 = 3\,750 \text{ ml} = 3,75 \ell$   
d  $54 \text{ cm}^3 = 54 \text{ ml} = 0,054 \ell$   
e  $300 \text{ cm}^3 = 300 \text{ ml} = 0,3 \ell$   
f  $125 \text{ cm}^3 = 125 \text{ ml} = 0,125 \ell$

- 3 a Oppv. van basis  $\times h$  = Volume  
 $40 \times h = 120$   
 $h = 120 \div 40$   
 $h = 3 \text{ cm}$
- b Herlei eers:  $70 \text{ mm} = 7 \text{ cm}$   
 Oppv. van basis  $\times h$  = Volume  
 Oppv.  $\times 7 = 343$   
 $\therefore \text{Oppv.} = 49 \text{ cm}^2$
- c Oppv. van basis  $\times h$  = Volume  
 $45 \times h = 135$   
 $\therefore h = 3 \text{ m}$
- d Herlei eers:  $35 \text{ ml} = 35 \text{ cm}^3$   
 Oppv. van basis  $\times h$  = Volume  
 Oppv.  $\times 7 = 35$   
 $\therefore \text{Oppv.} = 5 \text{ cm}^2 = 500 \text{ mm}^2$
- e Herlei eers:  $64 \text{ kl} = 64 \text{ m}^3$   
 Oppv. van basis  $\times h$  = Volume  
 Maar:  $4 \times 4 \times 4 = 64$   
 Oppv. =  $16 \text{ m}^2$  en hoogte van prisma =  $4 \text{ m}$
- f Herlei eers:  $690 \text{ ml} = 690 \text{ cm}^3$   
 Herlei eers:  $230 \text{ mm} = 23 \text{ cm}$   
 Oppv. van basis  $\times h$  = Volume  
 Oppv.  $\times 23 = 690$   
 $\therefore \text{Oppv.} = 30 \text{ cm}^2$

## Die verwantskap tussen buite-oppervlakte en volume

### Aktiwiteit 4

### Ondersoek verwantskappe tussen buite-oppervlakte en volume van prisma's

Leerderboek bladsy 292

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Vra een vraag op 'n keer en bied leerders die geleentheid om hul eie gevolgtrekkings te ondersoek en te formuleer.
- Herinner leerders daaraan dat 'n kubus ses kongruente vierkante het vir vraag 1. As hulle dit in gedagte hou, sal dit minder tyd neem om die totale buite-oppervlakte te bereken.
- Dis is altyd riskant om Wiskunde in kompartemente te doen, byvoorbeeld om die totale buite-oppervlakte van prisma's te bereken en dan die volumes van prisma's sonder om verder daaraan te dink.
- Leerders gaan in hierdie ondersoek die geleentheid hê om die twee berekeninge te oefen, maar dan sal hulle ook aangemoedig word om die verwantskappe tussen die totale buite-oppervlakte en volume van verskillende prisma's te verken.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Vra leerders om aan te gaan met die laaste kolom in vraag 1 (verhouding TBO : V) sonder om enige verdere berekeninge te doen.

**Uitbreiding:** Leerders kan gevra word om die vorm van die reghoekige prisma wat die kleinste buite-oppervlakte sal hê, te voorspel en te verifieer. (Dit sal 'n kubus soos in vraag 2 van die aktiwiteit wees.)

### Voorgestelde antwoorde

Lengte van een sy van kubus in m	Totale buite-oppervlakte van kubus in $m^2$ (TBO)	Volume van kubus in $m^3$ (V)	Verhouding TBO : V
1 m	$6 \times 1^2 = 6$	$1 \times 1 \times 1 = 1$	$6 : 1$
2 m	$6 \times 2^2 = 24$	$2 \times 2 \times 2 = 8$	$24 : 8 = 6 : 2$
3 m	$6 \times 3^2 = 54$	$3 \times 3 \times 3 = 27$	$54 : 27 = 6 : 3$
4 m	$6 \times 4^2 = 96$	$4 \times 4 \times 4 = 64$	$96 : 64 = 6 : 4$
5 m	$6 \times 5^2 = 150$	$5 \times 5 \times 5 = 125$	$150 : 125 = 6 : 5$
6 m	$6 \times 6^2 = 216$	$6 \times 6 \times 6 = 216$	$216 : 216 = 6 : 6$
7 m	$6 \times 7^2 = 294$	$7 \times 7 \times 7 = 343$	$294 : 343 = 6 : 7$
s	$6 \times s^2$	$s \times s \times s = s^3$	$6s^2 : s^3 = 6 : s$

- b Die verhouding van Totale buite-oppervlakte : Volume sal altyd  $6 : s$  wees waar s die lengte van die sy van die kubus is.

2 a Volume van Oppv. =  $l \times b \times h$   
 $= 4 \times 2 \times 8$   
 $= 64 \text{ cm}^3$

Volume van B =  $l \times b \times h$   
 $= 4 \times 4 \times 4$   
 $= 64 \text{ cm}^3$

Volume van C =  $l \times b \times h$   
 $= 2 \times 2 \times 16$   
 $= 64 \text{ cm}^3$

- b Antwoorde sal wissel.

c Totale buite-oppv. van A = omtrek van basis  $\times$  hoogte van prisma +  $2 \times$  oppv. van basis  
 $= (2 \times 4 + 2 \times 2) \times 8 + 2 \times (4 \times 2)$   
 $= 112 \text{ cm}^2$

Totale buite-oppv. van B =  $6 \times$  die oppv. van een vlak  
 $= 6 \times (4 \times 4)$   
 $= 96 \text{ cm}^2$

Totale buite-oppv. van C = omtrek van basis  $\times$  hoogte van prisma +  $2 \times$  oppv. van basis  
 $= (4 \times 2) \times 16 + 2 \times (2 \times 2)$   
 $= 136 \text{ cm}^2$

- d Antwoorde sal wissel. Daar is geen verhouding soos in vraag 1 nie.

- e Ja, maar slegs  $96 \text{ cm}^2$  is nodig vir die kubus.

- f Die koste sal minder wees vir die vervaardiger. Die prys sal beter wees vir die verbruiker.

Dit is beter vir die omgewing as minder karton gebruik word omdat minder bome afgekap hoef te word.

- 3 a Ons kan 'n soortgelyke ondersoek as die een in vraag 2 doen. Maak sketse van driehoekige prisma's met dieselfde volume. Bereken die totale buite-oppervlakte van elke prisma en kyk of daar 'n patroon is.
- b Leerders maak voorspellings.
- 4 Antwoorde sal wissel.

## Hoofstuk 13 hersiening

Leerderboek bladsy 294

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

**Let op:** Leerders moet probeer om soveel moontlik van die vrae op hul eie te doen. Laat leerders toe om hul Leerderboeke en hul oefenboeke te gebruik. Die leerders is nie geleer hoe om die omtrek van 'n ruit soos in vraag 2a te bereken nie, maar as hulle die eienskappe van 'n ruit ken (vier gelyke sye) en 'n goeie begrip het van wat omtrek is, behoort hulle die omtrek te kan bereken.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a Oppv. van vierkant  $= s \times s$   
 $= 4 \times 4$   
 $= 16 \text{ cm}^2$
- b Oppervlakte van ruit: nie genoeg inligting om te kan bereken nie.
- c Oppv. van driehoek  $= \frac{1}{2} \times b \times h$   
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 4$   
 $= 16 \text{ cm}^2$
- d Oppv. van reghoek  $= l \times b$   
 $= 8 \times 4$   
 $= 32 \text{ cm}^2$   
 $\therefore$  Vierkant en driehoek het gelyke oppervlaktes.
- 2 a Hoeklyne van ruit sny mekaar loodreg.  
 $\therefore$  Lengte van een sy van ruit  $= 5 \text{ cm}$  (Pythagoras)  
Omtrek  $= 4 \times s$   
 $= 4 \times 5$   
 $= 20 \text{ cm}$
- b Omtrek = som van die sye  
 $= 6 + 7 + 11 = 24 \text{ cm}$
- c Omtrek van reghoek  $= 2l + 2b$   
 $= 2(8) + 2(4)$   
 $= 24 \text{ cm}$
- d Daar is nie genoeg inligting om die omtrek van driehoek te bepaal nie.  
 $\therefore$  Driehoek in vraag 2b en reghoek het gelyke omtrekke.

$$\begin{aligned}
 3 \quad a \quad c^2 &= a^2 + b^2 \text{ (Pythagoras)} \\
 &= 5^2 + 12^2 \\
 &= 169 \\
 \therefore AB &= 169 = 13 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Radius =  $\frac{1}{2}$  van deursnee

$$\therefore r = 6,5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
 4 \quad a \quad 61^2 &= 3\,721 \\
 60^2 + 11^2 &= 3\,600 + 121 = 3\,721 \\
 \therefore 61^2 &= 60^2 + 11^2
 \end{aligned}$$

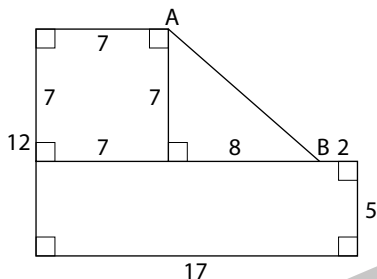
Dit beteken dat die Stelling van Pythagoras geld.

$\therefore AC \perp BD$ .

$$\begin{aligned}
 b \quad AD^2 &= AC^2 + CD^2 \text{ (Pythagoras)} \\
 &= 60^2 + 60^2 \\
 &= 7\,200
 \end{aligned}$$

$$\therefore AD = \sqrt{7\,200} \text{ m} = 60\sqrt{2}$$

5 a



$$\begin{aligned}
 b \quad \text{Oppv. van reghoek} &= l \times b \\
 &= 17 \times 5 \\
 &= 85 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Oppv. van vierkant} &= s \times s \\
 &= 7 \times 7 \\
 &= 49 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Oppv. van driehoek} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\
 &= \frac{1}{2} \times 8 \times 7 \\
 &= 28 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{Totale oppv.} &= 85 + 49 + 28 \\
 &= 162 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

6 a Driehoekige prisma: Die twee driehoeke is parallel aan mekaar, dus is die basis van die prisma 'n driehoek. Ook, as ons die prisma "sny" met 'n reghoek as die basis, sal die snye nie kongruent wees nie (hulle sal dieselfde wees). As ons die prisma "sny" met 'n driehoek as die basis, sal die snye kongruent wees.

b Volume van prisma = oppv. van die basis  $\times$  hoogte van die prisma

$$\begin{aligned}
 \text{Oppv. van basis} &= \frac{1}{2} \times b \times h \text{ van driehoek} \\
 &= \frac{1}{2} \times 15 \times 8 \\
 &= 60 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{Volume} &= 60 \times 10 \\
 &= 600 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c \quad \text{Totale buite-oppv. van prisma} &= \text{oppv. van syvlakke} + 2 \times \text{oppv. van basis} \\
 &= (10 \times 8) + (10 \times 15) + (10 \times 17) + 2 \times 60 \\
 &= 520 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

OF

$$\begin{aligned}
 \text{Totale buite-oppv. van prisma} &= \text{omtrek van basis} \times h \text{ van prisma} + 2 \times \text{oppv. van basis} \\
 &= (8 + 15 + 17) \times 10 + 2 \times 60 \\
 &= 520 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$7 \quad \text{Oppv. van een syvlak} = s \times s = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$$

Die oop boks het 5 syvlakke buite en 5 syvlakke binne wat geverf moet word.

$$\therefore \text{Oppv. om te verf} = 9 \times 10 = 90 \text{ cm}^2$$

- 8 a Volume van prisma = oppv. van die basis  $\times$  hoogte van die prisma  
Oppv. van basis =  $l \times b$   
 $= 70 \times 50$   
 $= 3\,500 \text{ cm}^2$   
 $\therefore \text{Volume} = 3\,500 \times 20$   
 $= 70\,000 \text{ cm}^3$
- b  $70\,000 \text{ cm}^3$ : Hierdie antwoord sê vir ons dat die hoeveelheid 3D-ruimte wat die prisma sal beslaan,  $70\,000 \text{ cm}^3$  is.
- c  $70\,000 \text{ cm}^3 = 70\,000 \text{ ml} = 70 \text{ liter}$ . Hierdie antwoord sê vir ons dat 70 liter die maksimum hoeveelheid is wat in hierdie prisma kan inpas.

Review Copy



## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 296–327

Voorgestelde tydstoekenning: 15 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

<b>Eenheid 1: Versameling van data</b>	1,5 ure
Die datasiklus	
Die stel van vrae	
Bronne vir dataversameling	
Steekproewe en populasies	
Vraelyste	
<b>Eenheid 2: Organisering en opsomming van data</b>	2,5 ure
Die datasiklus	
Tabelle	
Tellings	
Stingel-en-blaar-diagramme	
Maatstawwe van sentrale neiging	
Maatstawwe van verspreiding	
Gegroepeerde data	
<b>Eenheid 3: Voorstelling van data</b>	3 ure
Die datasiklus	
Staafigrafieke en dubbelstaafigrafieke	
Histogramme	
Sirkeldiagramme	
Gebrokelyngrafieke	
<b>Eenheid 4: Vertolking, ontleding en verslagdoening van data</b>	3,5 ure
Die datasiklus	
Kritiese ontleding van data	
Vergelyking van grafieke	
Verslagdoening oor data	

*Hoofstuk 14 hersiening*

*PvA: Projek: Dataksiklus: Taak 1–4*

## 1

## Versameling van data

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 297

Voorgestelde tydstoekenning: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- stel vrae wat verband hou met sosiale, ekonomiese en omgewingskwessies
- kies geskikte bronne vir die versameling van data (insluitende maats, familie, koerante, boeke en tydskrifte)
- onderskei tussen steekproewe en populasies
- stel geskikte steekproewe vir ondersoek voor
- ontwerp en gebruik eenvoudige vraelyste om vrae met veelkeuse-antwoorde te vra

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; velle papier vir vraelyste; voorbeelde van vraelyste uit tydskrifte of van die Internet

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

**Let op:** Die vrae in die dataversamelingsproses, sluit dikwels woorde soos *gedurende die afgelope week/maand/jaar in*. **Skrikkeljare:** as die jaartal deelbaar is deur vier, is dit 'n skrikkeljaar. As die jaartal deelbaar is deur 100, maar nie 400 nie, is daardie jaar egter nie 'n skrikkeljaar nie. Dit beteken dat 2000 en 2400 skrikkeljare is en 1800, 1900 en 2100 nie skrikkeljare is nie.

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 297

- |   |                                                |                              |           |
|---|------------------------------------------------|------------------------------|-----------|
| 1 | a 7 dae                                        | b 30 dae                     | c 365 dae |
|   | d 31 dae                                       | e 366 dae                    |           |
|   | f 29 dae in skrikkeljaar; 28 dae in ander jare |                              |           |
| 2 | a 12 maande                                    | b 6 maande                   |           |
| 3 | a 52 weke                                      | b 13 weke                    |           |
| 4 | a 24 ure                                       | b $24 \times 7 = 168$ ure    |           |
| 5 | a 12 eiers                                     | b 12 dosyn eiers = 144 eiers |           |

## Agtergrondinligting

Leerders sou die meeste van die vaardighede wat in hierdie eenheid gedek word reeds in Graad 7 ontwikkel het. Die stel van vrae; keuse van bronne; onderskeiding tussen steekproewe en populasies en ontwerp van vraelyste is almal vaardighede wat aan leerders bekend behoort te wees.

## Onderwysriglyne

Jy kan redelik vinnig deur hierdie eenheid werk en meer tyd spandeer aan die ontwerp van 'n steekproefvraelys en die evaluering daarvan – 'n vaardigheid wat leerders vir hul projek gaan benodig. Maak seker dat leerders die konsepte verstaan wat gedek word terwyl julle deur hierdie eenheid werk, aangesien die toepassing daarvan baie belangrik gedurende die verloop van hul projek gaan wees.

## Die datasiklus; Die stel van vrae

### Aktiwiteit I

### Vra goeie vrae

Leerderboek bladsy 298

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk saam met die leerders deur die inleiding en fokus op die stappe in die datasiklus. Leerders behoort hierdie siklus te ken en hierdie deel van die les kan as hersiening gedoen word. Vra sleutelvrae soos: “Waar begin die datasiklus? Hoekom is goeie bronne belangrik? Wat is die verskil tussen 'n steekproef en 'n populasie? Watter doel dien 'n vraelys? Wat gaan in 'n vraelys in? Wat is maniere waarop ons data kan organiseer? Wat is die maniere waarop ons data kan voorstel?” en so meer. Dit is die soort vrae wat tot dinamiese besprekings behoort te lei wat voorkennis hersien en vaslê.
- Sommige van die vrae wat in die Leerderboek gegee word, gaan oor konkrete goed, terwyl ander vrae handel oor wat mense glo en dink. Verduidelik vir leerders dat die versameling van data vereis dat ons die menings en oortuigings van ander mense sal respekteer en dat die doel daarvan is om inligting te kry wat verband hou met die vraag wat gestel word.
- Aktiwiteit 1 help leerders om vrae te formuleer wat ondersoek kan word. Herinner leerders daaraan dat die data wat versamel word, uiteindelik in die vorm van 'n grafiek aangebied word.
- Leerders vind hierdie aspek van die datahanteringsiklus dikwels uitdagend: Wat is die sleutelvrae wat ons kan vra wat die data sal genereer wat ons vereis? Byvoorbeeld, as die stelling is: Tieners spandeer te veel tyd aan TV kyk, kan vrae die volgende insluit: “Hoeveel ure kyk jy TV op weekdae? Hoeveel ure kyk jy TV oor naweke?” Spoor leerders aan deur te beklemtoon dat dit oor die vra van sleutelvrae gaan wat inligting sal voortbring wat gebruik kan word om 'n gevolgtrekking te maak oor die stelling. Oefen met 'n paar bykomende voorbeelde voordat leerders die aktiwiteit aanpak en fokus op hoogstens twee eenvoudige vrae op 'n keer (soos in die voorbeeld in die Leerderboek).
- Vrae moet verband hou met sosiale kwessies (Hoe kommunikeer tieners met mekaar?), ekonomiese kwessies (Hoe bestee tieners hulle sakgeld?) of omgewingskwessies (Hoe neem tieners aan herwinning deel?) wat op leerders van toepassing is.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders eers in pare of klein groepies werk en hoogstens twee vrae per stelling formuleer.

**Uitbreiding:** Vra leerders om drie of meer vrae te formuleer en hierdie vrae uit te brei (sien *Voorgestelde antwoorde* hieronder).

### Voorgestelde antwoorde

- 1 Hoeveel tyd het jy elke dag van verlede week voor die TV deurgebring? Kan uitgebrei word om te vra: Hoeveel tyd het die volwassenes in jou huis elke dag van verlede week voor die TV deurgebring?
- 2 Wat is jou gunstelingmusiek? Kan uitgebrei word om te vra: Na watter musiek het ons onderwysers/ouers/grootouers geluister toe hulle in Graad 8 was?
- 3 Watter persentasie of breukdeel van elke bladsy is met advertensies gevul? Wat is die totale persentasie advertensies in die tydskrif?
- 4 Vra elke onderwyser: Wat is die kleur van u motor? Hierdie vraag kan uitgebrei word om 'n motorverkoopspersoon by 'n motorhandelaar te vra: Wat was die kleure van die motors wat u verlede jaar verkoop het? Wat was die kleure van ander voertuie (bakkies, afleweringsvoertuie, en so meer) wat u verlede maand verkoop het?
- 5 Watter troeteldiere het jy? Hoeveel troeteldiere het jy?
- 6 Hoeveel ligte is in jou huis? Hoeveel van hulle het energiebesparende gloeilampe in? Hoe raak jy van die energiebesparende gloeilampe ontslae?
- 7 Hoeveel tyd bestee jy aan jou hare op 'n weeksdag? En oor naweke? Hoeveel tyd bestee jy aan Wiskunde-huiswerk gedurende die week? En oor naweke?
- 8 Hoeveel bestee u per dag aan vervoer werk toe? Hoeveel betaal u per maand vir 'n woonplek? Hierdie vrae kan uitgebrei word om die volgende in te sluit: In watter ouderdomsgroep is u?
- 9 Watter persentasie van die koerant handel oor sport? Ekonomiese nuus? Sosiale kommentaar? Nuus van die dag? Advertensies? Vergelyk hierdie syfers met die persentasies van 'n ander koerant.
- 10 Vra vir die seuns: Watter take doen jy elke dag in die huis? Vra vir die meisies dieselde vraag. Vra ook: In watter ouderdomsgroep is jy?

### Wenk

Bring 'n koerant of gewilde tydskrif klas toe. Vra die leerders om vrae te formuleer wat ondersoek kan word gebaseer op stellings wat in die koerant of tydskrif gemaak word.

## Bronne vir dataversameling

### Aktiwiteit 2

### Identifiseer bronne vir dataversameling

Leerderboek bladsy 299

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Laat leerders eers die aktiwiteit doen. Bespreek dan elke bron: Hoe beskikbaar is dit? Is die inligting wat uit die bron verkry word, betroubaar?
- Wys daarop dat ons altyd ons bronne moet erken: As ons 'n opdrag in enige vak doen, moet ons al die bronne lys wat ons gebruik het.

## Remediëring en uitbreiding

Laat die leerders die data in primêre en sekondêre databronne kategoriseer. Laat leerders ook verduidelik watter bronne hulle kan gebruik om die vrae in Aktiwiteit 1 te beantwoord en laat hulle hierdie bronne kategoriseer.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a Familielede; portuurgroep   b Koerant   c TV  
d Boek   e Artikel   f Internet  
g Radio
- 2 a Familielede   b Boek met vraestelle of Internet  
c Weervoorspelling op TV, in koerant of op die Internet  
d Boek in biblioteek of die Internet  
e Brosjyre van verskillende banke of die Internet
- 3 As jou bron nie betroubaar is nie, gaan jy 'n verkeerde of valse gevolgtrekking maak.
- 4 Oop bespreking. As ons iets wil ondersoek wat lank gelede gebeur het, moet ons van sekondêre data gebruik maak.

## Steekproewe en populasies

### Aktiwiteit 3

### Werk met steekproewe en populasies

Leerderboek bladsy 300

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Bespreek die verskil tussen *populasie* en *steekproef*. Spandeer tyd aan die voorbeeld in die Leerderboek.
- 'n Populasie is die totale stel van alle mense in 'n land, dorp of enige streek (of slegs die aantal sodanige mense).
- Die term word deur uitbreiding gebruik vir die totale versameling voorwerpe wat nagevors word, byvoorbeeld alle motors wat deur 'n bepaalde maatskappy in die jaar 2001 gebou is; alle appels wat as Graad 1 deur 'n bepaalde supermark verkoop word; alle studente aan 'n universiteit; alle rokers; en so meer.
- 'n Steekproef is 'n deelversameling van 'n populasie wat gewoonlik op so 'n manier gekies word dat dit ten opsigte van sekere kenmerke as verteenwoordigend van die populasie beskou kan word.
- As elke lid van die steekproef gekies word deur die ekwivalent van lootjies trek, is die steekproef 'n *ewekansige steekproef*.
- Vra leerders om met hul eie voorbeelde vorendag te kom om te sien of hulle die verskil tussen die twee konsepte verstaan. Byvoorbeeld, die populasie van moeders en babas, tot die ouderdom van 2 jaar by die kliniek, is al die moeders en babas op die kliniek se rekords. 'n Steekproef sal al die moeders en babas wees wat die kliniek tussen 9 vm. en 1 nm. op 'n bepaalde oggend besoek het. Jy kan leerders met sulke voorbeelde aanspoor indien nodig.

## Remediëring en uitbreiding

Laat leerders weer na Aktiwiteit 1 kyk en die populasie vir elkeen bepaal. Vra hulle hoe hulle te werk sal gaan om 'n steekproef te kies of wat 'n verteenwoordigende steekproef sal wees.

### Voorgestelde antwoorde

- 1   a   Populasie: 100 sokkerspelers; Steekproef: 25 spelers  
     b   Populasie: 12 kopers. Geen steekproef nie
- 2   a   Nee. Leerders wat die swembad besoek, kan byna almal swem. Leerders wat nie kan swem nie, sal eerder van die swembad af wegbly.  
     b   Ja. Sy metode was goed. Hy het nie voor die tyd sekere mense of sekere huise gekies nie.
- 3   As 60 uit 100 leerders sê dat hulle vir Cecilia gaan stem, kan verwag word dat 60% van die 800 leerders (480 leerders) vir Cecilia gaan stem. Die akkuraatheid van die vooruitskouing sal afhang van hoe die steekproef van 100 leerders gekies is.

## Vraelyste

### Wenke vir 'n goeie vraelys

#### Aktiwiteit 4      Stel 'n vraelys op

Leerderboek bladsy 301

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Herinner leerders daaraan dat hulle hul eie vraelyste aan die einde van die eenheid gaan opstel.
- Bespreek die wenke in die Leerderboek. Spoor leerders aan vir nog wenke.
- Dit sal goed wees as daar 'n voorbeeld van 'n vraelys in die klaskamer opgeplak is.
- Fotokopieer 'n leë vraelystemplaat soos die een wat in die Leerderboek gegee word (sonder die opskrifte en inligting) en laat die leerders in pare oefen om 'n vraelys op te stel deur enige van die stellings of vrae uit Aktiwiteit 1 te gebruik.
- Laat pare leerders mekaar se vraelyste ontleed/evalueer deur gebruik te maak van gegewe kriteria waarop die klas besluit het en wat gebaseer is op wenke in die Leerderboek.

### Voorgestelde antwoorde

- 1   Die tweede lys is beter. *Dikwels* of *nogal dikwels* is te vaag en kan verskillend vertolk word deur verskillende mense.
- 2   Vraag A. Vraag B is 'n *leidende vraag* omdat dit 'n persoon lei om met die stelling saam te stem.
- 3   a   Slegs drie opsies word as 'n antwoord gegee. Daar is leerders wat nie per trein, bus of taxi reis nie.  
     b   Voeg 'n vierde opsie by, bv. *Ander*.
- 4   Oop bespreking in die klas  
     a   Ons vra nie gewoonlik 'n persoon se naam of adres nie. Mense mag huiwer om hul werklike mening te gee as hulle hul name moet gee.  
     b   Wees versigtig met vrae wat 'n verleentheid kan veroorsaak of aanstootlik kan wees nie. Hierdie soort vraag kan gevra word, maar dan slegs in 'n private situasie waar daar 'n vertrouwensverhouding is.

**Riglyne vir die implementering van hierdie projek**

- Dit is die eerste taak in die proses van een volledige datasiklus. Die ander take sal aan die einde van daaropvolgende eenhede van hierdie hoofstuk gedoen word.
- Bespreek die soort vrae wat in die vraelys ingesluit moet word.
- Verskaf duidelike keurdatums: een datum waarop die vraelys voltooi moet wees en nog 'n datum wanneer die hele projek voltooi moet wees.
- Besluit of die leerders in pare of op hul eie moet werk (sien wenk hieronder).

**Remediëring en uitbreiding**

**Remediëring:** As leerders nie weet waar om te begin nie, verskaf 'n bietjie leiding aan hulle. Elke leerder moet onderhoude met ten minste 20 respondente voer om genoeg data te kry om in grafieke voor te stel. Hulle het 20 afskrifte van hul vraelys hiervoor nodig of hulle kan een datavel voorberei om te gebruik. Herinner hulle daaraan om die opskrifte in die vraelys aan te pas.

**Voorgestelde antwoorde**

Antwoorde sal wissel. Gebruik die onderstaande tabel as 'n riglyn.

Respondent	Vraag 1	Vraag 2	Vraag 3
1	M V	A B C D E	A B C D
2	M V	A B C D E	A B C D
3	M V	A B C D E	A B C D
...	M V	A B C D E	A B C D

**Wenk**

As twee leerders saamwerk en dieselfde vraelys gebruik, kan hulle hul data vir die res van die projek saamvoeg. Dit sal beter wees om die res van die datasiklus met 'n groter dataversameling te voltooi.

## 2

## Organisering en opsomming van data

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 303

Voorgestelde tydstoekenning: 2,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- organiseer (insluitende groeperings waar gepas) en teken data aan met behulp van tellings, tabelle en stingel-en-blaar-diagramme
- groepeer data in intervalle
- som data op deur gebruik te maak van maatstawwe van sentrale neiging, insluitende gemiddelde, mediaan en modus
- som data op deur gebruik te maak van maatstawwe van verspreiding, insluitende variasiewydte en uiterstes

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaars; 'n kaart van Suid-Afrika vir Aktiwiteit 1

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Leerders oefen sommige van die berekeninge wat hulle dikwels in die res van die eenheid gaan gebruik. Gebruik van hul vingers sal hulle met vraag 1 help!

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 303

- |   |                                                    |                                                    |      |
|---|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|------|
| 1 | a 23                                               | b 23,5                                             | c 17 |
|   | d 17,5                                             | e 40,5                                             | f 40 |
| 2 | a $2\,000 - 200 = 1\,800$                          | b $300 - 30 = 270$                                 |      |
|   | c $60\,000 - 60 = 59\,940$                         | d $1\,000\,000 - 1\,000 = 999\,000$                |      |
|   | e $70 - 17 = 53$                                   | f $900\,000 - 9 = 899\,991$                        |      |
| 3 | a $18 = 3 \times 5 + 3$ OF $18 = 4 \times 5 - 2$   | b $23 = 4 \times 5 + 3$ OF $23 = 5 \times 5 - 2$   |      |
|   | c $46 = 9 \times 5 + 1$ OF $46 = 10 \times 5 - 4$  | d $59 = 11 \times 5 + 4$ OF $59 = 12 \times 5 - 1$ |      |
|   | e $74 = 14 \times 5 + 4$ OF $74 = 15 \times 5 - 1$ | f $35 = 7 \times 5$                                |      |

## Agtergrondinligting

Leerders sou die meeste van die vaardighede wat in hierdie eenheid gedek word, in Graad 7 ontwikkel het. Die gebruik van tellings, tellingtabelle en stingel-en-blaar-diagramme; groepering van data in intervalle; opsomming van data met behulp van maatstawwe van sentrale neiging en maatstawwe van verspreiding (*uiterstes* uitgesluit), is alles vaardighede wat vir leerders bekend sal wees.

## Onderwysriglyne

Hierdie eenheid bied 'n geleentheid aan leerders om hul kennis op te skerp en die basiese vaardighede wat hulle in Graad 7 en vorige grade bemeester het, te oefen en op hul projek toe te pas. Maak seker dat leerders die konsepte wat gedek word, verstaan terwyl julle deur hierdie eenheid werk.



# Die datasiklus; Tabele

## Aktiwiteit 1

## Lees inligting vanuit 'n tabel

Leerderboek bladsy 304

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Lei die les in deur op die volgende stap in die datasiklus te fokus, naamlik die organiserings en opsomming van data.
- Gebruik 'n kaart van Suid-Afrika indien dit beskikbaar is.
- Begin deur vrae oor die tabel te vra wat nie in die aktiwiteit ingesluit is nie, byvoorbeeld: "Wat is die afstand tussen Bloemfontein en Plettenbergbaai?"
- Leerders moet die aktiwiteit op hul eie doen.

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Laat leerders toe om in pare te werk.

**Uitbreiding:** Vra leerders om die afstand tussen twee stede te skat deur na die kaart te kyk.

### Voorgestelde antwoorde

- |                                                                                                         |                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| 1 769 km                                                                                                | 2 1 351 km                  |
| 3 Oudtshoorn                                                                                            | 4 George en Plettenbergbaai |
| 5 Van Oos-Londen na Pretoria: 1 040 km; Van Kaapstad na Bloemfontein: 1 004 km<br>∴ Stelling is onwaar. |                             |
| 6 a Knysna en Plettenbergbaai                                                                           | b 36 km                     |
| 7 a Kaapstad en Pretoria                                                                                | b 1 460 km                  |
| 8 Van Durban na Kimberley: 811 km; Van Kimberley na Plettenbergbaai: 923 km ∴ 1 734 km                  |                             |
| 9 a Durban                                                                                              | b 1 377 km                  |

## Tellings

### Aktiwiteit 2

### Werk met tellings

Leerderboek bladsy 305

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders behoort tellings en tellingstabelle te ken, aangesien hulle baie daarmee in vorige grade gewerk het. Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek.
- Die idee van 'n tellingstabel is om die merkies te maak deur van die begin tot die einde deur die data te werk. Die idee is *nie* om te tel hoeveel keer 'n sekere item verskyn en dan die ooreenstemmende aantal merke te maak nie. Vra leerders om te verduidelik hoe Theo die tellings in die voorbeeld gemaak het.
- Hersien wat 'n *interval* is en waarom mnr. Niewoudt verkies het om die tellings in hierdie intervale te verdeel (vraag 2). Wanneer hulle deur hierdie vraag werk, behoort dit vir leerders selfs nog duideliker te word waarom intervale gebruik word. Toets weer hul begrip.

## Remediëring en uitbreiding

Aktiwiteit 2 bied goeie oefening en uitbreiding (gebruik van tellings). Bespreek elke tellingtabel wat die leerders voltooi het, byvoorbeeld in vraag 1: Daar is slegs een persoon in die meeste motors. Waarom is dit so? Wat is die uitwerking hiervan op verkeer? Die koste van vervoer? Vraag 2: Hoeveel leerders is daar in die klas? Kan die onderwyser tevrede wees met die uitslae?

### Voorgestelde antwoorde

1

Aantal mense in motor	Telling	Frekwensie
1		13
2		10
3		9
4		5
5		2
6		1

2

Punte uit 20	Telling	Frekwensie
1 tot 5		5
6 tot 10		7
11 tot 15		14
16 tot 20		10

3

Vreesaanjaende diere	Telling	Frekwensie
Krokodille		11
Spinnekoppe		20
Slange		9

# Stingel-en-blaar-diagramme

**Aktiwiteit 3**

**Werk met stingel-en-blaar-diagramme**

Leerderboek bladsy 307

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Vra leerders om getalle kleiner as 50 te gee om 'n *stel data* te vorm. Verduidelik wat 'n stel data is. Gebruik hierdie getalle en wys vir leerders hoe om 'n stingel-en-blaar-diagram te teken. Dit behoort vir hulle duideliker te word wat 'n stel data is wanneer hulle deur die aktiwiteit werk. Toets weer hulle begrip.
- Die idee van 'n stingel-en-blaar-diagram is om weer met die stel data van die eerste getal tot die laaste getal te werk. Dit beteken dat die stingel-en-blaar-diagram nie gerangskik sal wees nie. 'n Tweede stingel-en-blaar-diagram kan geteken word om die data te rangskik.
- Beklemtoon die belangrikheid daarvan om 'n sleutel saam met 'n stingel-en-blaar-diagram te gebruik.
- Herinner leerders daaraan om in gedagte te hou dat daar 'n rede is waarom data versamel (en dan georganiseer) word. Data moet gebruikersvriendelik wees vir die mense wat dit wil gebruik. Dit mag beter wees om die data te groepeer, soos in vraag 3 van die aktiwiteit.

### Remediëring en uitbreiding

Bespreek leerders se stingel-en-blaar-diagramme: hoe hulle die data in stelle georganiseer het; hoekom hulle die data op hierdie manier georganiseer het; Maak dit makliker om mee te werk/te gebruik?; Is dit meer gebruikersvriendelik as die aanvanklike dataversameling?; en so meer. Dit dien as hersiening van die werk wat hulle gedoen het, help hulle om krities te kyk na die werk wat hulle gedoen het en verdiep dus hul begrip van die proses en die gereedskap wat hulle gebruik het.

### Voorgestelde antwoorde

- I a Die data in Stel P is gerangskik. Die data in Stel Q is nie gerangskik nie.

b

Stingel	Blare
2	4 6 6 9
3	5 7 9
4	0 1
5	5 8

Sleutel: 2 | 4 = 2,4

c

Stingel	Blare
0	7
1	
2	4 9 2
3	3 0
4	9 8 6
5	1 4

Sleutel: 5 | 1 = 51

d	Stingel	Blare
	0	7
	1	
	2	2 4 9
	3	0 3
	4	6 8 9
	5	1 4

Sleutel: 5 | 1 = 51

- 2 a 11 b Nee c 495; 490; 493  
d Drie: 481 e 459

- 3 a Eerste diagram: Getalle van 10 tot 19 in een ry.

Tweede diagram: Getalle van 10 tot 19 in twee rye.

- b Die eerste een is nie maklik om te lees nie. Die tweede een gee 'n beter idee van hoeveel spronge die leerders in die klas kan doen.

c	Stingel	Blare
	1	2 4
	1	5 5 6 7 8 8 9 9 9
	2	0 1 1 1 2 2 3 3 3
	2	5 5 5 5 6 6 6 6 7 7 7 7 8 8 8 9 9 9 9
	3	0 0 1 2 3 3 4 4 4 4
	3	5 5 5 5 6 6 7 7 7 7 8 8

Sleutel: 1 | 2 = 12

## Maatstawwe van sentrale neiging

### Aktiwiteit 4 Bereken maatstawwe van sentrale neiging

Leerderboek bladsy 308

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Stelle data in die werklike lewe is baie, baie groot. Dit is onmoontlik om dit in 'n klaskamer na te boots. Ons werk in die klaskamer met baie klein dataversamelings.
- Spandeer tyd aan die verduideliking van die konsep van *maatstawwe van sentrale neiging*.
- *Maatstaf* is die standaard waarvolgens iets behoort te word; *sentraal* beteken in die middel, dus die middelste waarde; *neiging* is die rigting waarheen iets beweeg, of 'n tendens. Die maatstawwe van sentrale neiging sal dus aandui hoe/waar die data neig om op te hoop.
- Moenie aanvaar dat al die leerders al met *gemiddelde*, *mediaan* en *modus* gewerk het nie. Hersien die konsepte deeglik.
- Wees baie streng as leerders berekeninge soos volg skryf:  
Gemiddelde =  $91 + 140 + 140 + 160 + 163 + 170 + 179 \div 7 = 149$   
Soos dit hier geskryf is, beteken dit dat slegs 179 deur 7 gedeel moet word.  
Korrekte berekening:  
Gemiddelde =  $(91 + 140 + 140 + 160 + 163 + 170 + 179) \div 7 = 149$  of doen die berekening in twee stappe soos in die Leerderboek getoon word.

- Daar word dikwels na die gemiddelde as die *rekeningkundige gemiddelde* verwys om dit te onderskei van ander gemiddeldes wat bereken kan word, soos *meetkundige gemiddelde*.
- Herinner leerders daaraan dat die data gerangskik moet word voordat die *mediaan* bereken kan word.
- Modus: As daar geen *modus* is nie, is die antwoord “Geen modus nie”. *Moenie* 0 (nul) skryf nie.
- Moedig leerders aan om hul antwoorde te toets, byvoorbeeld in vraag 2, 3 en 4.

### Voorgestelde antwoorde

- 1
  - a Gemiddelde =  $109 \div 9 = 12,1$ ; Mediaan = 12; Modus = 11
  - b Gemiddelde =  $2\,500 \div 10 = 250$   
Mediaan =  $\frac{1}{2}(200 + 300) = 250$   
Modus = 200 en 300
  - c Gemiddelde =  $434 \div 7 = 62\%$   
Mediaan = 63%  
Geen modus nie
  - d Gemiddelde =  $41,1 \div 8 = 5,1$   
Mediaan =  $\frac{1}{2}(4,2 + 5,8) = 5$   
Modus = 8,6
- 2
  - a Gemiddelde =  $(31 + 14 + 18) \div 3 = 21$
  - b  $(x + 25) \div 2 = 21 \therefore x + 25 = 42 \therefore x = 17$
- 3 Gemiddelde van 50 ná 4 wedstryde: kort 200 in totaal  
Het reeds  $(53 + 46 + 49) = 148$  lopies  
 $\therefore$  moet  $200 - 148 = 52$  lopies aanteken
- 4
  - a Totaal vir tien leerders =  $10 \times 81 = 810$
  - b Totaal vir agt leerders =  $810 - 93 - 93 = 624$   
 $\therefore$  Gemiddelde vir agt leerders =  $624 \div 8 = 78\%$
- 5
  - a Modus = 9 km
  - b Gemiddelde =  $323 \div 21 = 15,4$  km
  - c Mediaan = 9 km
  - d Gemiddelde =  $233 \div 21 = 11,1$  km
  - e Mediaan = 9 km
  - f Ja: die totale kilometers het verander van 323 km na 233 km. Die nuwe gemiddelde is minder as die eerste een.
  - g Nee: die middelste getal van die dataversameling is nog dieselfde.

## Maatstawwe van verspreiding

### Aktiwiteit 5

### Bereken maatstawwe van verspreiding

Leerderboek bladsy 310

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Spandeer tyd aan die verduideliking van die konsep ‘Maatstawwe van verspreiding’.
- *Maatstaf* is die standaard waarvolgens iets beoordeel word. Maatstawwe van verspreiding sal aandui hoe verspreid die waardes van 'n stel data is.

- Werk noukeurig deur die inleiding en voorbeeld in die Leerderboek en verduidelik wat *minimum* en *maksimum* beteken en maak seker dat die leerders dit verstaan.
- Sê vir leerders dat hulle in die jare vorentoe meer oor maatstawwe van verspreiding gaan leer (byvoorbeeld, kwartiele en standaardafwyking).

### Voorgestelde antwoorde

- 1  $151 - 62 = 89$  km
- 2 a  $68 - 47 = 21$   
b Variasiewydte = hoogste telling – laagste telling  
 $\therefore 19 = \text{hoogste telling} - 58$   
 $\therefore$  Hoogste telling was 77%.
- 3 a Minimum is 28% en maksimum is 79% (variasiewydte =  $79 - 28 = 51\%$ )  
b toeneem (variasiewydte sal  $79 - 18 = 61\%$  wees)  
c dieselfde bly (maksimum is steeds 79%)

### Wenk

Gebruik die woorde *gemiddelde*, *mediaan*, *modus* en *variasiewydte* wanneer jy toetsresultate vir die leerders uitdeel. Laat leerders die punte as 'n stel data gebruik en die gemiddelde, mediaan, modus en variasiewydte bereken.

### Aktiwiteit 6

### Werk met mediaan, modus, gemiddelde en variasiewydte

Leerderboek bladsy 310

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die doel van die aktiwiteit is om te oefen om die maatstawwe van sentrale neiging en verspreiding te bereken en te vertolk.
- Dit bied 'n geleentheid aan leerders om te sien hoeveel van die vrae hulle sonder hulp kan doen.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a Variasiewydte =  $65,1 - 47,5 = 17,6$  kg  
b Gemiddelde =  $597,9 \div 11 = 54,4$  kg; Mediaan = 54,1 kg; Modus = 47,5 kg
- 2 a Mediaan = 15    b 5 leerders    c Gemiddelde =  $(17 + 17 + 18 + 19 + 20) \div 5 = 18,2$
- 3 a Variasiewydte A =  $25 - 10 = 15$   
Variasiewydte B =  $25 - 10 = 15$   
Albei stelle data het dieselfde variasiewydte.  
b Gemiddelde A =  $98 \div 7 = 14$   
Gemiddelde B =  $163 \div 8 = 20,4$   
Groot verskil in gemiddeldes, al het die stelle dieselfde variasiewydtes.  
c Mediaan A = 12  
Mediaan B =  $\frac{1}{2}(20 + 22) = 21$   
Die mediane toon dat die sentrale waardes van die stel data baie verskillend is.  
d Modus A = 11  
Modus B = 19 en 25  
Stel A het een modus en Stel B het twee modusse: albei is hoër as die modus van Stel A.

- 4
  - a Hy het die variasiewydte bereken.
  - b Albert se pa het slegs na die uiterstes van die punte gekyk. Hy het nie na die ander punte op die rapporte gekyk nie.
  - c Sy pa moes ook die gemiddelde van die punte bereken het.
- 5 Athini: Die gemiddelde getal op die kaarte is  $126 \div 9 = 14$ .  
 Ronel: Die modus van die getalle is 36.  
 Zubair: Die mediaan is 49.

### Wenk

Leerders gaan in Eenheid 4 data vertolk, ontleed en daarvoor verslag doen, maar hulle kan reeds begin om na die antwoorde te kyk wat hulle bereken het en dit te vertolk. Herinner hulle herhaaldelik dat data altyd met 'n doel versamel word.

## Gegroepeerde data

### Aktiwiteit 7 Werk met gegroepeerde data

Leerderboek bladsy 312

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Bespreek die uitgewerkte voorbeeld in die Leerderboek.
- Stel 'n soortgelyke tabel op en bereken weer die maatstawwe van sentrale neiging.
- Leerders sal in die aktiwiteit een stappie verder gaan deur die data in intervalle te groepeer en dan die middelpunt van die interval vir berekeninge te gebruik.
- Leerders moet versigtig wees wanneer hulle die grense van intervalle neerskryf. "1 tot 10" en "10 tot 20" beteken al die waardes van 1 tot 10 in die eerste interval en al die waardes van 10 tot 20 in die tweede interval. 'n Waarde van 10 is in beide intervalle ingesluit en dit is verkeerd. Werk liever met die intervalle van "1 tot 10" en "11 tot 20".
- Om die modus van gegroepeerde data te bepaal, 'n formule vereis wat bo die vlak van Graad 8-leerders is.
- Graad 8-leerders hoef slegs die interval waarin die modus is, te identifiseer. Dit word ook die *modale klas* genoem.
- As ons met gegroepeerde data in 'n tabel werk, het ons nie toegang tot die waardes van die oorspronklike data nie. Dit is dus onmoontlik om die presiese waarde van die variasiewydte te bepaal.
- Bespreek die betekenis van antwoorde soos "1,5 porsies per dag" of "5,1 boeke geles". Dit is 'n statistiese antwoord en ons gebruik dit op hierdie manier. Dit beteken nie dat jy by 'n winkel kan ingaan en 1,5 appels of 5,1 boeke kan koop nie.

## Voorgestelde antwoorde

1

Aantal porsies (x)	Telling	Frekwensie (f)	$f \cdot x$
0		5	$5 \times 0 = 0$
1		9	$9 \times 1 = 9$
2		6	$6 \times 2 = 12$
3		4	$4 \times 3 = 12$
4		0	$0 \times 4 = 0$
5		1	$1 \times 5 = 5$
	Totaal = 25	Totaal = 38	

Gemiddelde =  $38 \div 25 = 1,5$  (afgerond tot een desimale syfer)

Modus = 1 vrug/groente per dag

Mediaan = 1 vrug/groente per dag (Leerder nummer 13)

2

Aantal boeke	Frekwensie (f)	Middelpunt van interval (x)	$f \cdot x$
1 tot 3	68	2	$68 \times 2 = 136$
4 tot 6	47	5	$47 \times 5 = 235$
7 tot 9	34	8	$34 \times 8 = 272$
10 tot 12	21	11	$21 \times 11 = 231$
Totaal = 170		Totaal = 874	

Modale klas: Interval 1 tot 3

Gemiddelde =  $874 \div 170 = 5,1$  boeke (afgerond tot een desimale syfer)

Mediaan: In interval 4 tot 6 (Mediaan is die gemiddelde van die aantal boeke wat deur leerder nummer 85 en leerder nummer 86 gelees is.)

### AP | Projek

### Datasiklus Taak 2: Organiseer en som data op

Leerderboek bladsy 313

## Riglyne vir die implementering van hierdie projek

- Leerders moet nou die volgende taak in hul eie datasiklusprojek doen.
- Die voorbeeld in die Leerderboek is gebaseer op die voorbeeld oor die gebruik van selfone in Eenheid 1. Pas dit aan by die onderwerpe wat deur die leerders gekies is, byvoorbeeld in die gegewe voorbeeld is die respondente in twee groepe verdeel wat op geslag gebaseer is. Dit is moontlik om respondente volgens ouderdomsgroepe te verdeel.
- Die data van die twee tabelle gaan gebruik word om in die volgende eenheid grafieke te teken.
- Leerders moet weet op watter datum hierdie taak ingehandig moet word.



## Voorgestelde antwoorde

Antwoorde sal afhang van die data wat die leerders versamel het.

Gebruik die rubriek op bladsy 307 van die Onderwysersgids om die projek te assesseer.

### EENHEID

## 3

## Voorstelling van data

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 314

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

**Hierdie eenheid fokus op die volgende:**

teken 'n verskeidenheid grafieke met die hand of met behulp van tegnologie om data voor te stel en te vertolk, insluitende:

- staafgrafieke en dubbelstaafgrafieke
- histogramme met gegewe en eie intervale
- sirkeldiagramme
- gebrokelyngrafieke.

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; passer of ronde voorwerp om sirkeldiagramme te teken; ruitenetpapier om grafieke te doen

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Wanneer hulle sirkeldiagramme teken, gaan leerders berekeninge gebruik wat breuke en persentasies behels. Die hoofrekene-oefening berei leerders hierop. Skenk aandag aan die korrekte eenhede in die antwoorde.

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 314

1	a	50%	b	25%	c	75%	d	20%	e	60%	f	70%
2	a	180°	b	180°	c	90°	d	90°	e	270°	f	270°
3	a	120	b	60	c	150	d	12	e	100	f	2,5
4	a	22	b	220	c	88	d	66				

### Agtergrondinligting

Leerders het in vorige grade baie met staafgrafieke, histogramme en sirkeldiagramme gewerk. Gebrokelyngrafieke is nuut in die konteks van datahantering.

### Onderwysriglyne

Dit is belangrik om die situasie as geheel in gedagte te hou. Gebruik 'n vloeiagram om leerders te help om te verstaan waar hulle in die proses is en maak seker dat

die volgende inligting hersien en vasgelê word oor elke soort grafiek wat in hierdie eenheid gedek word.

Die onderrig van staafgrafieke en dubbelstaafgrafieke:

- 'n Staafgrafiek stel 'n aantal waarnemings in 'n gegewe kategorie voor, byvoorbeeld die gunstelingkleur van al die leerders in die klas.
- Staafgrafieke toon die frekwensie van elke data-item. 'n Staafgrafiek word gebruik om diskrete data voor te stel. Data is diskreet as dit slegs sekere getalle kan wees, byvoorbeeld die aantal lekkers in 'n pakkie of die aantal ouers wat 'n vergadering bywoon. (Daar kan nie 'n halwe ouer wees nie.)
- As tegnologie beskikbaar is, kan leerders dit gebruik om staafgrafieke en dubbelstaafgrafieke verder te ondersoek. Dit is egter belangrik dat hulle die grafieke met die hand kan teken.
- Fokus op twee aspekte: die besonderhede van hoe om die grafiek te teken en watter inligting ons van die grafiek kan aflees.
- Vra altyd vir die leerders om die grafieke wat hulle geteken het, te vertolk.

Die onderrig van histogramme:

- 'n Histogram word gebruik om data wat in intervale gegroepeer is, voor te stel.
- 'n Histogram word vir kontinue data gebruik. Kontinue data is data wat enige waarde binne 'n variasiewydte het, byvoorbeeld die hoogte van plante ná drie maande of die hoeveelheid tyd wat dit neem om 'n blikkie oop te sny. (Die antwoord kan 'n desimale getal wees.)
- Die grootte van elke staaf (reghoek) weerspieël die proporsie van datapunte in daardie interval.
- As tegnologie beskikbaar is, kan leerders dit gebruik om histogramme verder te ondersoek. Dit is egter belangrik dat hulle 'n histogram en die nodige berekeninge daarvoor met die hand kan doen.
- Fokus op twee aspekte van histogramme: die besonderhede van hoe om die grafiek te teken en watter inligting ons van die grafiek kan aflees.
- Vra altyd vir leerders om die histogramme wat hulle geteken het, te vertolk.

### Wenke

Die fokus is op die voorstelling (teken) van die grafiek, maar dit bied 'n geleentheid om vertolkende vrae te vra, byvoorbeeld:

- Wat is die verskil tussen 'n staafgrafiek en 'n histogram? (Geen ruimte tussen die stawe van 'n histogram nie.)
- Waarom is daar 'n gaping op die horisontale as? (Geen waardes tussen 0 en 20 nie.)
- Hoeveel leerders het tussen 31% en 40% behaal? (15 leerders)
- Kan ons sê wat die hoogste punt in die klas was? (Nee, ons weet net dat dit tussen 71% en 80% was.)
- Hoeveel leerders het meer as 50% behaal? ( $25 + 10 + 5 = 40$ )
- Wat is die modale klas? (41%–50%)

Die onderrig van sirkeldiagramme:

- Sirkeldiagramme is sirkels wat in 'n aantal sektore ("skywe") verdeel is.

- Die sirkel stel die hele voor, met ander woorde 100% van 1 eenheid.
- 'n Sirkeldiagram word dikwels gebruik om verhoudings te toon, byvoorbeeld hoe 100% van die uitgawes verdeel is of hoe die ure van die dag gebruik is.
- Doen die nodige hersiening oor breuke en persentasies en die feit dat daar 360° in 'n omwenteling (sirkel) is.
- Fokus op twee aspekte: die besonderhede van hoe om die grafiek te teken en watter inligting ons van die grafiek kan aflees.
- As tegnologie beskikbaar is, kan leerders dit gebruik om sirkeldiagramme verder te ondersoek. Dit is egter belangrik dat hulle 'n sirkeldiagram met die hand kan doen.
- Vra leerders altyd om die grafiek wat hulle geteken het, te vertolk.

Die onderrig van gebrokelyngrafieke:

- Gebrokelyngrafieke kan tendense oor 'n tydperk beter aantoon as die meeste ander grafieke, byvoorbeeld die reënvalpatroon oor 12 maande of die aantal nuwe MIV-infeksies oor ses maande.
- Ons kan gebrokelyngrafieke ook gebruik om twee soortgelyke situasies te vergelyk, byvoorbeeld die maksimum temperature van twee verskillende stede.
- Hou in gedagte dat gebrokelyngrafieke vir die meerderheid van die leerders nuut mag wees.
- Fokus op twee aspekte: die besonderhede van hoe om die grafiek te teken en watter inligting van die grafiek afgelees kan word.
- As tegnologie beskikbaar is, kan leerders dit gebruik om gebrokelyngrafieke verder te ondersoek. Dit is egter belangrik dat hulle 'n gebrokelyngrafiek met die hand kan doen.
- Vra leerders altyd om die grafiek wat hulle geteken het, te vertolk.

## Die datasiklus; Staafgrafieke en dubbelstaafgrafieke; Histogramme; Sirkeldiagramme; Gebrokelyngrafieke

### Aktiwiteit 1

### Besluit watter grafiek om te gebruik

Leerderboek bladsy 318

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Fokus op hierdie stap van die datasiklus en stel die verskillende soorte grafieke bekend.
- Die doel van die aktiwiteit is om vir leerders 'n oorsig van die kenmerke van die verskillende soorte grafieke te gee.
- Werk noukeurig deur die inligting en die uitgewerkte voorbeelde wat oor die verskillende soorte grafieke gegee word, en gebruik die inligting wat in die Leerderboek verskaf word om sleutelvrae oor hul verskillende kenmerke te vra.

### Voorgestelde antwoorde

1 C

2 E

3 D

4 B

5 A

**Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit**

- Leerders behoort in staat te wees om die verskillende soorte grafieke te teken.
- Leerders mag hulp benodig met berekeninge of om te besluit oor gepaste skale vir die asse.
- Beklemtoon die belangrikheid van 'n titel, byskrifte vir die asse, gepaste skale en sleutels waar nodig.
- Vra leerders watter inligting hulle van elke grafiek kan aflees.
- Julle kan die volgende vrae bespreek:
  - Verskaf moontlike redes waarom daar minder meisies as seuns ingeskryf is. Hoekom verlaat soveel leerders die skool vroeg?
  - Wat is vrywilligerwerk? Waar kan jy vrywilligerwerk in jou gemeenskap doen?
  - Watter plekke kan in die kategorie "Ander" ingesluit word? Waarom knou party leerders ander leerders af? Is daar 'n stelsel in ons skool om afknouery aan te spreek?
  - Hoe kan die doodmaak van renosters stopgesit word? Hoeveel renosters is doodgemaak sedert die tabel opgestel is? (Kry die jongste inligting op die Internet.)

**Wenk**

Vrae oor die vertikale staafgrafiek en horisontale staafgrafiek in die inleiding: Die fokus is op die voorstelling (teken) van die grafiek, maar dit bied 'n geleentheid om vertolkende vrae te vra, byvoorbeeld:

- Watter grafiek is 'n vertikale staafgrafiek? (Karel se verkope)
- Watter grafiek is 'n horisontale staafgrafiek? (Karlien se verkope)
- Wie het meer groot koeldranke verkoop? (Karel)
- Wie het meer klein koeldranke verkoop? (Karlien)
- Het die kleiner kinders by Karlien of by Karel gekoop? (Waarskynlik by Karlien)
- Watter grafiek is vir jou makliker om te lees?

### Wenk

Vrae oor die dubbelstaafgrafiek in die inleiding:

Die fokus is op die voorstelling (teken) van die grafiek, maar dit bied 'n geleentheid om vertolkende vrae te vra, byvoorbeeld:

- Wat is 'n museum? (Dit is 'n gebou waarin kulturele en geskiedkundige voorwerpe versamel en bewaar word.)
- Hoe weet ons wat elke staafgrafiek vir ons wys? (Kyk na die sleutel.)
- Wat is 'n volwassene? ('n Grootmens)
- Op watter dag was daar meer volwassenes as kinders? (Woensdag)
- Op watter dae was daar meer kinders as volwassenes? (Maandag en Dinsdag)
- Op watter dag was daar ewe veel volwassenes en kinders? (Donderdag)
- Wat is die totaal van die kinders wat die museum oor die vier dae besoek het? ( $10 + 20 + 35 + 25 = 90$  kinders)

### Wenk

Vrae oor die sirkeldiagram in die inleiding:

Die fokus is op die voorstelling (teken) van die grafiek, maar dit bied 'n geleentheid om vertolkende vrae te vra, byvoorbeeld:

- Rangskik die gunstelingtydverdrywe in volgorde van die gewildste tot die ongewildste. (Playstation; Xbox; Wii)
- Waar of onwaar? Playstations is twee keer so gewild soos Wii. (Onwaar)

### Wenk

Vrae oor gebrokelyngrafieke in die inleiding:

Die fokus is op die voorstelling (teken) van die grafiek, maar dit bied 'n geleentheid om vertolkende vrae te vra, byvoorbeeld:

(Vrae oor pasiënt se koors)

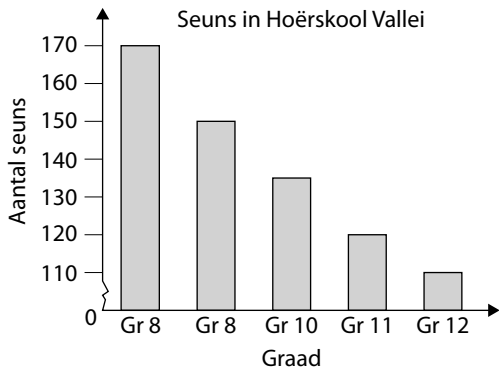
- Wanneer was die koors die hoogste? (5 nm.)
- Wat was die pasiënt se koors om 3 nm.? ( $37,5^{\circ}\text{C}$ )
- Word die pasiënt beter of sieker? (Beter – die koors toon 'n afwaartse tendens.)

(Vrae oor die verkoops persone)

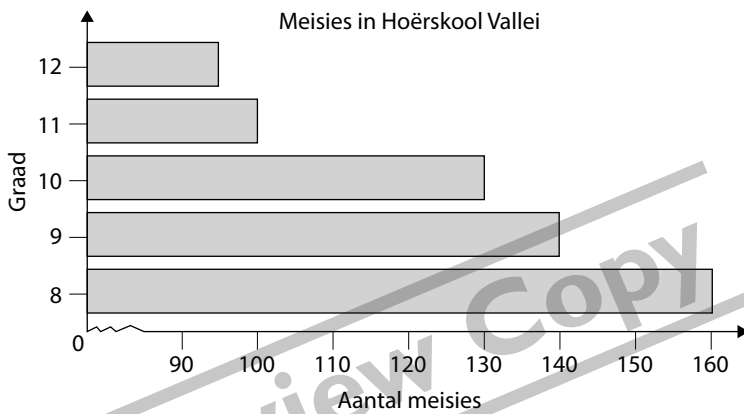
- Wat was Jabu se verkope in April? (R2 500)
- In watter maand het Suzanne verkope van R3 000 gehad? (Maart)
- Wat was die verskil tussen die verkope van die twee verkoops persone in Februarie? ( $R4\ 000 - R1\ 500 = R2\ 500$ )
- Beskryf Jabu se verkoops patroon. (Op en af.)
- Beskryf Suzanne se verkoops patroon. (Word stelselmatig al hoër.)
- Wie is die beste verkoops persoon? (Bespreek en laat verskillende menings toe.)

## Voorgestelde antwoorde

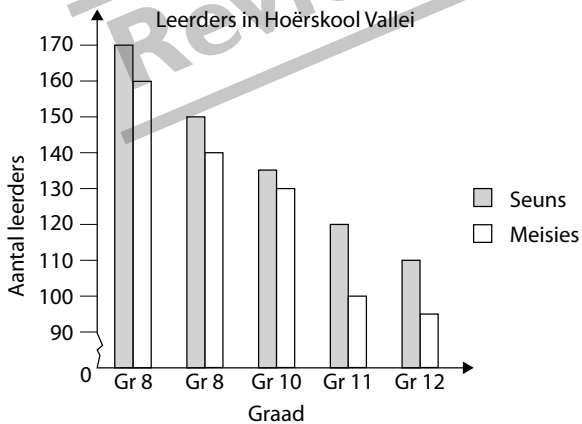
I a



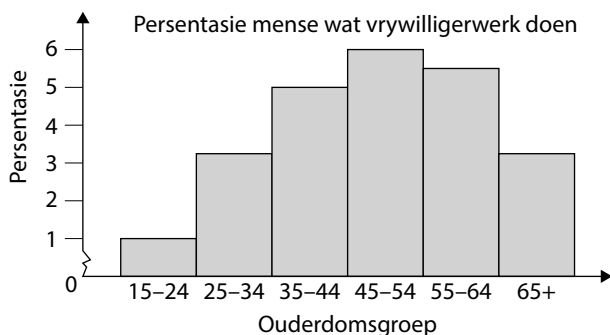
b



c



2

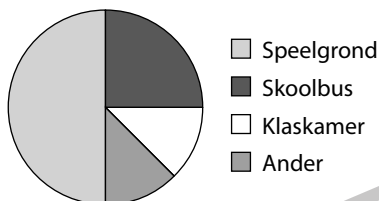


3

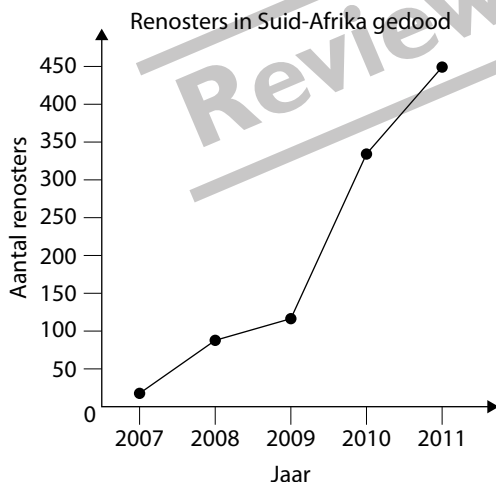
- a Variasiewydte =  $270 - 90 = 180$   
 $\therefore$  Wydte van interval =  $180 \div 4 = 45$   
 Intervalle: 90-135; 136-180; 181-225; 226-270
- b Variasiewydte =  $270 - 90 = 180$   
 $\therefore$  Wydte van interval =  $180 \div 5 = 36$   
 Intervalle: 90-126; 127-162; 163-198; 199-234; 235-270

4

Waar kinders afgeknou is



5



### Wenk

Moenie vir leerders grafiekpapier gee met vierkante wat te klein is nie. Ruitenetpapier met vierkante van  $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  werk baie goed. Ontwerp jou eie grafiekpapier deur gebruik te maak van nuttige webwerwe op die Internet.

**Riglyne vir die implementering van hierdie projek**

- Leerders moet nou die derde taak van hul eie datasiklusprojek doen.
- Die voorbeeld in die Leerderboek is gebaseer op die voorbeeld oor die gebruik van selfone in Eenheid 1 en 2. Pas die gekose onderwerpe aan.

**Voorgestelde antwoorde**

Antwoorde sal afhang van die data wat die leerders versamel het.

## EENHEID

**Vertolking, ontleding en verslagdoening van data****Eenheidsoorsig**

Leerderboek bladsy 320

Voorgestelde tydstoekenning: 3,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- lees en interpreteer data krities wat in woorde, staafgrafieke, dubbelstaafgrafieke, sirkeldiagramme, histogramme en gebrokelyngrafieke gegee word
- ontleed data krities deur vrae te beantwoord wat verband hou met datakategorieë (insluitende data-intervalle), databronne en -kontekste, sentrale neigings (gemiddelde, modus en mediaan), skale wat op grafieke gebruik word, steekproewe en populasies, verspreiding van data, foute en partydigheid in die data
- som data op (verslagdoening) in kort paragrawe, insluitend gevolgtrekkings oor die data, voorspellings gebaseer op die data, identifikasie van oorsake van foute en partydigheid in die data, keuse van gepaste opsommende statistiek vir die data en die rol van uiterstes in die data

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek



## Hoofrekening

(10 minute per dag)

Om die skaal op die as van 'n grafiek te bereken, moet leerders veelvoudige vinnig kan bepaal. Hulle gaan hierdie vaardigheid in die hoofrekenoefeninge van hierdie eenheid oefen.

### Voorgestelde antwoorden

Leerderboek bladsy 320

- 1**
  - a** 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80
  - b** 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; 65; 70; 75; 80
  - c** 20; 24; 28; 32; 36; 40; 44; 48; 52; 56; 60; 64; 68; 72; 76; 80
- 2**
  - a** 100; 90; 80; 70; 60; 50; 40
  - b** 100; 95; 90; 85; 80; 75; 70; 65; 60; 55; 50; 45; 40
  - c** 100; 93; 86; 79; 72; 65; 58; 51; 44
- 3**
  - a** 26 is nie 'n volkome vierkant nie.
  - b** 1 is nie 'n priemgetal nie.
  - c**  $\frac{2}{3}$  het 'n ander waarde; al die ander waardes is gelyk.
  - d** 7% het 'n ander waarde; al die ander waardes is gelyk.

## Agtergrondinligting

- Dit is belangrik om die situasie as geheel in gedagte te hou.
- Gebruik die vloei-diagram om leerders te help om te verstaan waar hulle in die proses is.
- Hierdie eenheid behandel die laaste taak van die datasiklus.

## Onderwysriglyne

Die bestudering van datahantering in die KABV is daarop gemik om vir leerders te wys hoe die statistiese siklus help om probleme op te los/vrae in verskillende situasies (kontekste) te beantwoord.

## Die datasiklus; Kritiese ontleding van data

## Aktiviteit 1-2

## Ontleed data

Leerderboek bladsy 321–322

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Bespreek situasies in die alledaagse lewe waar ons data moet versamel en ontleed voordat ons 'n besluit kan neem, byvoorbeeld voordat ons 'n bankrekening oopmaak of voordat ons 'n kontrak teken.
- Data kan op onakkurate maniere versamel en voorgestel word. “Leuens, verdomde leuens en statistieke” is 'n bekende frase om in gedagte te hou. As leerders bewus gemaak word van faktore soos konteks en partydigheid, sal dit hulle in staat stel om data en die voorstelling van data krities te ontleed. Verken hierdie twee konsepte met hulle en vra hulle om vir jou voorbeelde te gee. Konteks kan verduidelik word as die situasie waarin die probleem of vraag ontstaan het. Byvoorbeeld, daar is baie probleme/vrae binne die MIV-konteks wat die versameling, ontleding en vertolking van data vereis, soos infeksiekoerse in 'n provinsie, ouderdomsgroepe wat die meeste geraak word, en so meer.

- Laat leerders die woord *partydigheid* in 'n woordeboek naslaan en laat hulle vir jou sê wat hulle dink partydigheid in die konteks van datahantering beteken.
- Verduidelik die betekenis van die woord *krities* aan die leerders: ons hoef nie aggressief of gemeen te wees om krities te wees nie. Dit beteken dat ons logies en objektief dink en goeie vrae vra.
- Bespreek die aktiwiteit met leerders nadat hulle dit gedoen het. Die data in hierdie tabel bied 'n geleentheid om respek vir mekaar te verhoog.

## Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Vra leerders om die syfers wat gegee is, af te rond tot die naaste persentasie wanneer hulle vraag **2** beantwoord.

## Voorgestelde antwoorden

## Aktiviteit 1

- 1**
- |                                  |            |                               |
|----------------------------------|------------|-------------------------------|
| a Geslag                         | b Ras      | c Behuising in stede of dorpe |
| d Behuising in landelike gebiede | e Inkomste |                               |
- 2** 'n Oop bespreking in die klas oor die uitwerking van konteks op data

## Aktiwiteit 2

- 1
- a Dubbele staafgrafiek
  - b Hulle wou hul werklike inkomste met die teikenbedrae wat hulle vir hulself gestel het, vergelyk.
  - c Vals: Hulle teikenbedrag was R100 vir die eerste 5 maande en R150 vir die laaste maand.
  - d  $5 \times R100 + R150 = R650$  e Maand 1:  $R100 - R80 = R20$ ; Maand 5:  $R100 - R90 = R10$
  - f Inkomste vir 5 maande  $= R80 + R110 + R130 + R120 + R90 = R530$   
 $\therefore$  Hulle benodig  $R650 - R530 = R120$  in die laaste maand
  - g Antwoorde sal verskil.
- 2
- a  $10 + 19 + 12 + 16 + 8 = 65$  leerders      b  $12 + 16 = 28$  leerders
  - c Meer as 20 minute  $= \frac{8}{65} \times 100 = 12,3\%$
  - d Die modale klas is die interval met die hoogste aantal leerders: 6 tot 10 minute. Daar is 19 leerders in hierdie interval.
  - e Gebruik die middelpunt en die frekwensie van elke interval om die totaal te kry.  
Totaal  $= ? = 810$ ; Gemiddeld  $= 810 \div 65 = 12,5$  minute
  - f Die mediaan is die tyd wat leerder nommer 33 gebruik.  
Leerder nommer 33 sal in die interval 11 tot 15 minute wees.
  - g Antwoorde sal verskil.

## Vergelyking van grafieken

### Aktiviteit 3

## Vergelyk verschillende grafieken en stelde data

Leerderboek bladsy 323

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die doel van die aktiwiteit is om kritiese denke te ontwikkel. Laat leerders die twee grafieke in vraag 1 in Aktiwiteit 2 eers stilweg bestudeer, gebaseer op die vrae: “Wat is die verskil tussen die twee grafieke? Wat is dieselfde?” Bespreek hul antwoorde voordat hulle aangaan om vraag 1 en die res van die aktiwiteit op hul eie te doen.

- Leerders moet redes vir hul antwoorde gee. Dit is moontlik dat daar meer as een vertolking kan wees.
- Verpoos eers hier en verduidelik aan leerders wat bedoel word met kommentaar lewer op 'n stelling en wat van hulle verwag word wanneer hulle gevra word om dit te doen.
- Hulle moet die volgende oorweeg wanneer hulle gevra word om kommentaar te lewer:
  - Hou hierdie opmerking verband met die gegewe data/voorstelling?
  - Is hierdie stelling 'n feit of 'n mening?
  - Is hierdie stelling waar ten opsigte van die gegewe data/voorstelling?
  - Stem ek saam/verskil ek met hierdie stelling?
  - Waarom stem ek saam daarmee/verskil ek daarvan?
  - As ek saamstem/verskil, watter bewys kan ek lewer om my sienswyse/mening te staaf? (Gebruik die gegewe inligting om 'n ander sienswyse te staaf.)

### Remediëring en uitbreiding

Sit saam met die leerders in klein groepies om dinge vir hulle te verduidelik en saam met hulle deur die vrae te werk. Dit mag beteken dat vrae in ander woorde gestel moet word, dat jy toets wat hulle verstaan die vrae beteken, hulle toelaat om self die vrae in ander woorde te stel, en so meer. Dit gebeur dikwels dat leerders weet wat om te doen, maar ondersteuning nodig het om te verstaan wat die vraag vra. As hulle ondersteuning benodig om te weet wat hulle moet doen (hoe om die vrae te beantwoord), fokus hierop deur hulle terug te verwys of kort/vinnige hersiening te doen.

### Voorgestelde antwoorde

- Hy het die skaal op die vertikale as verander. Hy het die wydte van die stawe verander.
  - Gevolgtrekking 1: Mnr. Basson sal Grafiek I gebruik as hy vir die bankbestuurder sê dat die verkope goed was en dat hy dus maklik 'n lening sal kan terugbetaal.  
Gevolgtrekking 2: Mnr. Basson sal Grafiek II gebruik as hy vir sy werkers sê dat die verkope sleg was en dat hy dus nie bonusse kan betaal nie.
- Geen skaal op die vertikale as nie en die datums op die horisontale as is van 2012 tot 2010: dit lyk asof die belegging gegroei het, maar dit het nie.
  - Het nie al die vakke getoon nie: die kode vir Wiskunde ontbreek.
- Dit is op die staafgrafiek duidelik dat daar 11 hokkiespelers in 'n hokkiespan is en dat niemand 'n nommer 6 skoën dra nie. Die sirkeldiagram wys nie die inligting so duidelik nie.
- Daar is hoërskoolleerders wat ouer as 17 jaar is.
    - Leerders het verskillende menings oor wat ver van die skool af is, dus moes die navorser 'n duidelike definisie gee van ver van die skool af. Die definisie was gebaseer op die tyd wat dit neem om skool toe te reis en nie die afstand in km nie.
  - Persentasies verskil: hoogste in Oos-Kaap (23,7%) en laagste in Noord-Kaap (12%).
  - Provinsies wat 'n verbetering van 2002 tot 2010 getoon het (persentasies is laer): Oos-Kaap; Vrystaat; Gauteng; Noordwes; Noord-Kaap; Wes-Kaap. Die persentasies in die ander provinsies is hoër, wat beteken dat meer leerders nou verder van hul skool af woon as in 2002.
  - Variasiewydte vir 2002 =  $31,5 - 12 = 19,5\%$   
Variasiewydte vir 2010 =  $34,4 - 8,8 = 25,6\%$
  - Die variasiewydte is groter: dit beteken die verskille tussen die provinsies is groter. Die maksimum waarde in albei gevalle was uit KwaZulu-Natal en die minimum waarde uit die Noord-Kaap.

- f Gemiddelde vir 2002 =  $178,5 \div 9 = 19,8\%$   
 Gemiddelde vir 2010 =  $144,2 \div 9 = 16\%$   
 Mediaan vir 2002 =  $18,7\%$   
 Mediaan vir 2010 =  $19,1\%$   
 Geen modus vir 2002 nie  
 Geen modus vir 2010 nie
- g Hoewel die variasiewydte van 2002 tot 2010 wyer geword het, was die gemiddelde in 2010 laer as in 2002. Dit is goeie nuus.  
 Die mediaan was laer in 2002 as in 2010. Dit is deels as gevolg van die wyer variasiewydte in 2010.  
 Daar is geen modus nie – selfs nie as jy na die data in albei stelle kyk nie.
- h Die gemiddelde: dit weerspieël die feit dat daar 'n verbetering in ses van die nege provinsies was.

## Verslagdoening oor data

### Aktiwiteit 4 Doen verslag oor data

Leerderboek bladsy 325

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die doel van verslagdoening is om die tendense en patrone in die data wat versamel is, te verduidelik.
- Verduidelik aan leerders dat 'n verslag voorspellings of aanbevelings moet insluit. Die mense (of instelling) wat die studie aangevra het, kan dan die verslag gebruik om besluite te neem. Dit is die volledige datasiklus.
- Bespreek die voorbeeld in die Leerderboek.
- Maak seker dat die leerders die verskillende woorde wat gebruik word, verstaan: 'n *gevolgtrekking* word gemaak nadat jy 'n ondersoek gedoen het; 'n *voorspelling* gaan oor die toekoms; en 'n *aanbeveling* is 'n voorstel.
- Slegs wanneer hulle gevra word om kommentaar op 'n stelling te lewer (vraag 2), moet die volgende oorweeg word:
  - Verpoos eers hier en verduidelik aan leerders wat bedoel word met *kommentaar* lewer op 'n stelling en wat van hulle verwag word wanneer hulle gevra word om dit te doen.
  - Hulle moet die volgende oorweeg wanneer hulle gevra word om kommentaar te lewer:
    - Hou hierdie opmerking verband met die gegewe data/voorstelling?
    - Is hierdie stelling 'n feit of 'n mening?
    - Is hierdie stelling waar ten opsigte van die gegewe data/voorstelling?
    - Stem ek saam met /verskil ek van hierdie stelling?
    - Waarom stem ek saam/verskil ek?
    - As ek saamstem/verskil, watter bewys kan ek lewer om my sienswyse/mening te staaf? (Gebruik die gegewe inligting om 'n ander sienswyse te staaf.)
- Bogenoemde gaan al hoe belangriker word namate leerders na hoër grade vorder.

## Remediëring

Sit saam met die leerders in klein groepies om dinge aan hulle te verduidelik en saam met hulle deur die vrae te werk. Dit mag beteken dat vrae in ander woorde gestel moet word, dat jy toets wat hulle verstaan die vrae beteken, hulle toelaat om self die vrae in ander woorde te stel, en so meer. Leerders weet dikwels wat om te doen, maar hulle het ondersteuning nodig om te verstaan wat die vraag vra. As hulle ondersteuning benodig om te weet wat hulle moet doen (hoe om die vrae te beantwoord), fokus hierop deur hulle terug te verwys of kort/vinnige hersiening te doen.

As hulle ondersteuning benodig om hul idees/sinne in hul verslae te formuleer, laat hulle dit verbaliseer (en jou as 'n klankbord gebruik), die toepaslikheid/gepastheid van hul denke/idee toets met aansporing voordat hulle dit neerskryf. Dit is belangrik vir wanneer hulle hul verslae vir die projek moet skryf.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 Verslag oor wêreldrekord in 20 km-stap  
Datum: 24 Mei 2012  
Bron: Die Internet (<http://www.athletix.org/>)  
Ontleding: Die rekordtye om 20 km te stap, word al hoe minder vir mans en vroue. Die vroue verbeter teen 'n vinniger tempo as die mans.  
Voorspelling: Dit is moontlik dat die rekords vir mans en vroue in die nabye toekoms dieselfde kan wees, of die rekordtyd vir vroue kan vinniger as die rekordtyd vir mans wees.
- 2
  - a Die leerders van Skool A het die hoogste aantal onderskeidings gehad, maar hul slaagsyfer was die laagste van al die skole. Slegs 50% van die leerders het Wiskunde geslaag. Skool A was nie die beste as jy na die situasie as geheel kyk nie.
  - b Skool B is 'n kleiner skool. Die 16 leerders wat Wiskunde geslaag het, verteenwoordig 80% van die leerders wat Wiskunde geneem het. Dit was dus 'n goeie jaar.
  - c Dit sal goed wees as die leerders van Skool C volgende jaar onderskeidings kan behaal. Hul slaagsyfer vir hierdie jaar was baie goed; teen 96% was dit die beste slaagsyfer van die drie skole wat vergelyk is.
  - d Skool A

## Wenk

Versamel grafieke en verslae uit koerante en tydskrifte om met die leerders te bespreek.

## AP | Projek

## Datasiklus Taak 4: Verslagdoening oor data

Leerderboek bladsy 326

## Riglyne vir die implementering van hierdie projek

- Leerders moet nou hul projek voltooi volgens die instruksies in die Leerderboek.
- Verskaf 'n datum waarop die projek ingehandig moet word. Trek punte af as die projek laat ingehandig word.

## Voorgestelde antwoorde

Antwoorde sal afhang van die data wat die leerders versamel het.

<b>Kriteria</b>	<b>Uitstekend 4</b>	<b>Bereik 3</b>	<b>Gedeeltelik bereik 2</b>	<b>Nie bereik nie 1</b>
<b>Taak 1 Versameling van data</b>				
Formulering van onderwerp	Baie duidelik	Redelik duidelik	Onduidelik	Swak
Formaat van vraelys	Vorm baie netjies en duidelik	Netjies en redelik duidelik	Gemiddeld met 'n paar foute	Onnet; baie foute
Vraelys	Drie vrae soos gespesifiseer; goeie reaksies	Drie vrae soos gespesifiseer	Twee vrae soos gespesifiseer	Een vraag soos gespesifiseer
<b>Taak 2 Organisering en opsomming van data</b>				
Tabel 1	Voltooid en baie netjies	Voltooid en redelik netjies	Onvoltooid	Onvoltooid; onnet
Tabel 2	Voltooid en baie netjies	Voltooid en redelik netjies	Onvoltooid	Onvoltooid; onnet
Bewerkings	Drie korrekte bewerkings	Twee korrekte bewerkings	Een korrekte bewerking	Het alle bewerkings aangepak
<b>Taak 3 Voorstelling van data</b>				
Dubbelstaafgrafiek	Korrekte grafiek; titel en byskrifte	Korrekte grafiek; geen titel en/of byskrifte	Redelike akkurate grafiek	Baie foute
Sirkeldiagram	Korrekte grafiek; titel en sleutel	Korrekte grafiek; geen titel en/of sleutel	Redelike akkurate grafiek	Baie foute
<b>Taak 4 Vertolking, ontleding en verslagdoening oor data</b>				
Interpreteer en analiseer	Bron; konteks en goeie analise	Bron of konteks gegee; redelike analise	Geen bron of konteks gegee; swak analise	Verkeerde analise
Verslag	Gevolgtrekking; voorspelling; toon goeie insig	Gevolgtrekking of voorspelling; toon insig	Geen gevolgtrekking of voorspelling; minder as 50 woorde	Hou nie verband met die data nie

# Hoofstuk 14 hersiening

Leerderboek bladsy 327

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit doen. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

Leerders moet kyk hoeveel van die volgende vrae hulle sonder enige hulp kan beantwoord. Dit sal die leerders help as die titels vir die frekwensietabel in vraag 3b, gegee word.

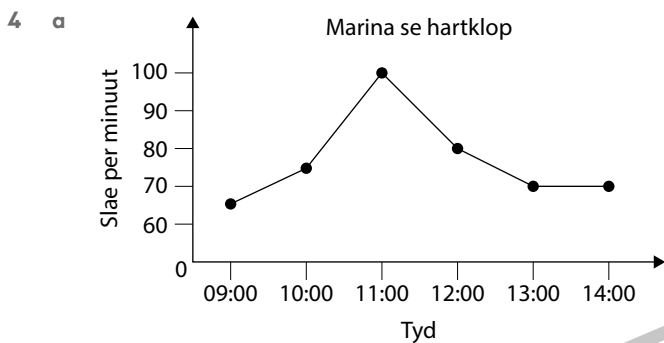
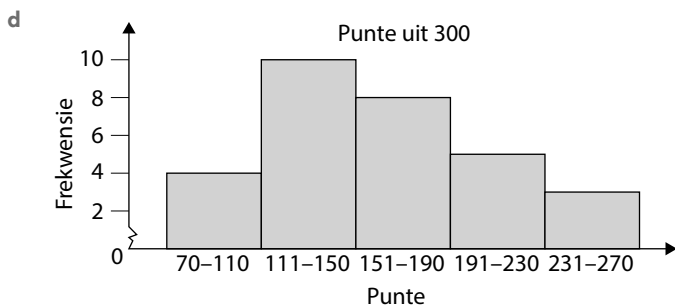
## Voorgestelde antwoorde

- 1 a 240 leerders b  $\frac{24}{240} \times 100\% = 10\%$   
c 3 uit 24 leerders slaap minder as 6 ure per nag.  
∴ Daar kan verwag word dat 30 uit 240 leerders minder as 6 ure per nag slaap.
- 2 Mediaan is verkeerd: Mediaan =  $\frac{1}{2}(54 + 57) = 55,5$   
Modus is korrek.  
Gemiddelde: Verkeerde notasie:  
Som van getalle =  $42 + 62 + 40 + 54 + 57 + 41 + 65 + 53 + 54 + 63 + 58 + 67 = 656$   
∴ Gemiddelde =  $656 \div 12 = 54,7$  (nie 45,7 nie)  
OF gebruik hakies:  
Gemiddelde =  $(42 + 62 + 40 + 54 + 57 + 41 + 65 + 53 + 54 + 63 + 58 + 67) \div 12 = 54,7$
- b
- | Stingel | Blare     |
|---------|-----------|
| 4       | 1 2 0     |
| 5       | 3 4 4 7 8 |
| 6       | 2 3 5 7   |
- Sleutel: 1 | 1 = 41
- 3 a Variasiewydte =  $270 - 72 = 198$   
Wydte van interval =  $198 \div 5 = 39,6 \approx 40$   
∴ Intervalle: 70 tot 110; 111 tot 150; 151 tot 190; 191 tot 230; 231 tot 270

b

Punte uit 300	Telling	Frekwensie (f)	Middelpunt van interval (x)	f · x
70 tot 110		4	90	$4 \times 90 = 360$
111 tot 150		10	130	$10 \times 130 = 1\,300$
151 tot 190		8	170	$8 \times 170 = 1\,360$
191 tot 230		5	210	$5 \times 210 = 1\,050$
231 tot 270		3	250	$3 \times 250 = 750$
			Totaal = 4 820	

- c Gemiddelde =  $4\,820 \div 30 = 160,7$   
Modale klas: die interval 111 tot 150  
Mediaanpunt sal in die interval 151 tot 190 wees.



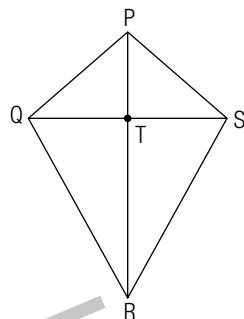
- b Marina se hartklop het begin by 65 slae per minuut en toe verhoog totdat dit 'n hoogtepunt om 11-uur bereik het (100 slae per minuut). Daarna het dit stadiger geword en teen 70 slae per minuut vir die laaste twee ure gestabiliseer.
- c 'n Gebrokelyngrafiek is die beste vorm om 'n tendens te toon.



# Kwartaal 3 Toets

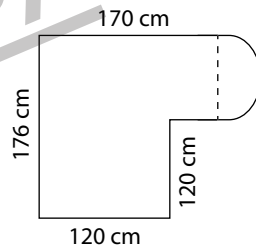
Punte: 65

- 1 Waar of onwaar? (Verskaf 'n rede indien dit onwaar is.)
- Die skuinssy is die langste sy van 'n reghoekige driehoek.
  - Die lengte van die radius van 'n sirkel is gelyk aan die helfte van die lengte van die middellyn van die sirkel.
  - Die formule vir die totale buite-oppervlakte van 'n prisma = omtrek van basis  $\times h + 2 \times$  oppervlakte van die basis
- 2 PQRS 'n vlieër met  $QT = 4$  cm;  $PT = 30$  mm en  $QR = 8$  cm.
- Bepaal die lengte van PQ.
  - Bepaal die lengte van TR (los die antwoord in wortelvorm).
  - Bepaal die oppervlakte van  $\triangle PQS$ .
  - Bepaal die omtrek van die vlieër in meter.

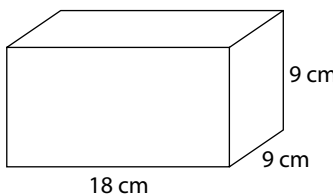
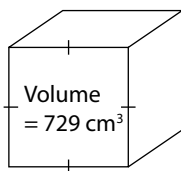


- 3 In  $\triangle ABC$   $a = 12$  cm;  $b = 15$  cm en  $AB = 200$  mm.  
Kies die korrekte woord:  $\triangle ABC$  is 'n (skerphoekige/reghoekige/stomphoekige) driehoek. (Toon alle berekeninge.)

- 4 Karlien wil 'n nuwe kombuiswerkswlak hê. Die plan van die werkswlak verskyn hieronder.
- Teken die plan van die werkswlak. Verdeel die plan in drie vorms en vul al die ontbrekende afmetings in.
  - Bepaal die oppervlakte van die werkswlak (gebruik  $\pi \approx \frac{22}{7}$ ).
  - Bepaal die omtrek van die werkswlak (gebruik  $\pi \approx \frac{22}{7}$ ).

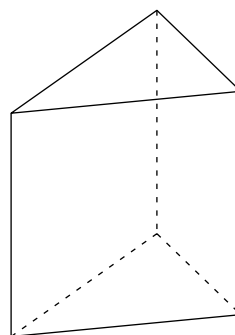


- 5 Die volume van die kubus hieronder is  $729 \text{ cm}^3$ .



- Bepaal die lengte van 'n sy van die kubus.
- Isak sê die volume van die reghoekige prisma moet twee maal die volume van die kubus wees. Waarom sê Isak so?
- Bepaal die volume van die reghoekige prisma om te besluit of hy korrek is.
- Bereken die totale buite-oppervlakte van die reghoekige prisma.

- 6 Die oppervlakte van die basis van die prisma is  $55 \text{ cm}^2$ .  
 Die volume van die prisma is  $605 \text{ cm}^3$ .  
 a Bepaal die hoogte van die prisma in mm.  
 b Bepaal die kapasiteit van die prisma in liter.

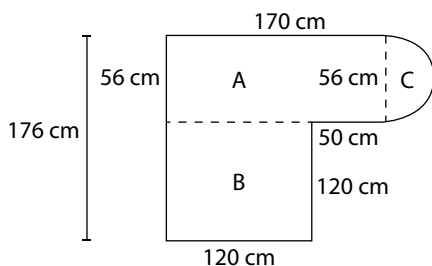


(6)

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a Waar b Waar c Waar (3)
- 2 a In  $\triangle PQT$ :  
 $t^2 = p^2 + q^2$  (Pythagoras; hoeklyne van vlieër  $\perp$ )  
 $= 4^2 + 3^2$   
 $= 25$   
 $\therefore PQ = 25 = 5 \text{ cm}$   
 (1 punt vir stelling; 1 punt vir substitusie; 1 punt vir antwoord) (3)
- b In  $\triangle QTR$ :  
 $t^2 = r^2 + q^2$  (Pythagoras; hoeklyne van vlieër  $\perp$ )  
 $8^2 = 4^2 + q^2$   
 $\therefore q^2 = 48$   
 $\therefore TR = \sqrt{48} \text{ cm}$   
 (1 punt vir stelling; 1 punt vir substitusie; 1 punt vir antwoord) (3)
- c Oppervlakte van  $\triangle PQS = \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12 \text{ cm}^2$   
 (1 punt vir formule; 1 punt vir substitusie; 1 punt vir antwoord) (3)
- d Omtrek van vlieër =  $PQ + QR + RS + PS$   
 $= 5 + 8 + 8 + 5$   
 $= 26 \text{ cm}$   
 $= 0,26 \text{ m}$   
 (1 punt vir formule; 1 punt vir substitusie;  
 1 punt vir antwoord; 1 punt vir herleiding van cm na m) (4)
- 3 Langste  $sy^2 = 20^2 = 400$   
 Som van kwadrate van ander sye:  
 $12^2 + 15^2 = 144 + 225 = 369$   
 $400 > 369$   
 $\therefore \triangle ABC$  is 'n stomphoekige driehoek.  
 (3 punte vir berekeninge; 1 punt vir ongelykheid; 1 punt vir antwoord) (5)

4 a



(1 punt vir 56 cm; 1 punt vir 50 cm)

(2)

- b Oppervlakte van reghoek: Oppv. =  $l \times b$

$$= 170 \times 56$$

$$= 9\,520 \text{ cm}^2$$

(1 punt vir formule; 1 punt vir substitusie; 1 punt vir antwoord)

(3)

Oppervlakte van vierkant =  $s \times s = 120 \times 120 = 14\,400 \text{ cm}^2$

(1 punt vir formule; 1 punt vir substitusie; 1 punt vir antwoord)

(3)

Oppervlakte van volle sirkel =  $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times 28 \times 28 = 2\,464 \text{ cm}^2$

$\therefore$  Oppervlakte van halfsirkel =  $1\,232 \text{ cm}^2$

(1 punt vir formule; 1 punt vir substitusie;

1 punt vir oppervlakte van sirkel; 1 punt vir oppervlakte van halfsirkel)

(4)

Totale oppervlakte =  $9\,520 + 14\,400 + 1\,232 = 25\,152 \text{ cm}^2$

(2)

- c Omtrek van volle sirkel =  $\pi d = \frac{22}{7} \times 56 = 176 \text{ cm}$

$\therefore$  Omtrek van halfsirkel =  $88 \text{ cm}$

(1 punt vir formule; 1 punt vir substitusie;

1 punt vir omtrek van sirkel; 1 punt vir omtrek van halfsirkel)

(4)

Vir omtrek: tel lengtes van al die sye en die omtrek van die halfsirkel bymekaar.

Totale omtrek =  $170 + 88 + 50 + 120 + 120 + 176 = 724 \text{ cm}$

(2)

- 5 a Volume van kubus =  $s \times s \times s$

As volume van kubus =  $729 \text{ cm}^3$ , dan  $s = 9 \text{ cm}$ .

$$(9 \times 9 \times 9 = 729)$$

(1 punt vir formule; 1 punt vir substitusie; 1 punt vir antwoord)

(3)

- b Isak het gekyk na die afmetings van die reghoekige prisma:

$$18 \times 9 \times 9$$

Dit kan oorgeskryf word as  $2 \times 9 \times 9 \times 9$ .

(1)

- c Volume van reghoekige prisma = oppv. van die basis  $\times h$  van prisma

$$= l \times b \times h$$

$$= 18 \times 9 \times 9$$

$$= 1\,458 \text{ cm}^3$$

Isak is reg:  $1\,458 = 2 \times 729$

(1 punt vir formule; 1 punt vir substitusie;

1 punt vir antwoord; 1 punt vir gevolgtrekking)

(4)

- d Totale buite-oppv. = oppv. van syvlakke +  $2 \times$  oppv. van basis  
 Oppv. van syvlakke = omtrek van basis  $\times h$  van prisma  
 Omtrek van basis =  $2l + 2b = 2(18) + 2(9) = 54$  cm  
 $\therefore$  Oppv. van syvlakke =  $54 \times 9 = 486$  cm<sup>2</sup>  
 Oppv. van basis =  $l \times b = 18 \times 9 = 162$  cm<sup>2</sup>  
 $\therefore$  Totale buite-oppv. =  $486 + 2 \times 162 = 810$  cm<sup>2</sup>  
 (1 punt vir eerste formule; 4 punte vir oppervlakte van vlakke;  
 3 punte vir oppervlakte van basis; 2 punte vir finale antwoord) (10)

- 6 a Volume van prisma = oppv. van basis  $\times h$  van prisma  
 $\therefore 605 = 55 \times h$   
 $\therefore h = 605 \div 55 = 11$  cm = 110 mm  
 (1 punt vir formule; 1 punt vir substitusie; 1 punt vir antwoord in cm;  
 1 punt vir antwoord in mm) (4)
- b Volume = 605 cm<sup>3</sup>  
 $\therefore$  Kapasiteit = 605 ml = 0,605 liter (2)

Totaal: 65 punte

Review Copy

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 328–338

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure 20 minute

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

**Eenheid 1: Invoer- en uitvoerwaardes**

1 uur

Vloeiagramme en tabelle

Formules en vergelykings

**Eenheid 2: Ekwivalente vorms**

1 uur

Voorstelling van ekwivalente vorms

**Eenheid 3: Probleemoplossing met behulp van vervanging**

1 uur 20 minute

Gebruik vervanging om geordende pare te genereer

*Hoofstuk 15 hersiening*

*PvA: Taak 3*

## EENHEID

### 1

## Inset- en uitsetwaardes

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 329

Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- werk met invoer- en uitvoerwaardes
- werk met vloeiagramme, tabelle, formules en vergelykings

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 329

1  $90; 20; \frac{205}{4}, \frac{325}{8}$

2 a  $y = -\frac{1}{3}(n) + 6\frac{1}{3}$

b  $a = -\frac{1}{3}(10) + 6\frac{1}{3} = 3; -\frac{1}{3} - 6\frac{1}{3} = -6\frac{2}{3}; b = -6\frac{2}{3} \div -\frac{1}{3} = -\frac{20}{3} \times -3 = 20$

## Agtergrondinligting

Al die konsepte in hierdie eenheid is in vorige hoofstukke gedek. Hierdie afdeling dien dus as hersiening van die basiese konsepte.

## Onderwysriglyne

Aangesien hierdie eenheid hersiening is van konsepte wat reeds in vorige hoofstukke gedek is, laat leerders sover moontlik toe om op hul eie in die klas deur die voorbeelde en aktiwiteite te werk en neem hul vordering noukeurig waar. Fokus op probleemareas en hersien dit deeglik in klein groepies of pare of, as dit 'n probleem vir die meeste leerders is, met die hele klas deur die uitgewerkte voorbeelde saam met hulle te doen. Skenk veral aandag die stappe waarmee hulle sukkel en doen remediëring. Verskaf geleentheid aan leerders wat hierdie afdeling bemeester het om hul maats te “leer” om so met die remediëringsproses te help en by almal uit te kom wat hulp benodig. Anders kan jy die riglyne per aktiwiteit hieronder volg.

## Vloeiagramme en tabelle

### Aktiwiteit 1 Bepaal uitvoerwaardes

Leerderboek bladsy 330

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien invoer- en uitvoerwaardes deur deur die inleiding ( die *Onthou* gedeelte) in die Leerderboek te werk.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek en neem leerders noukeurig waar terwyl hulle Aktiwiteit 1 doen. Maak seker dat hulle die ooreenstemmende invoer- en uitvoerwaardes onder mekaar in die tabel neerskryf.
- Vra vrae soos: “Wat is die  $T_n$  vir  $n = 8$ ? Wat is die  $T_n$  vir  $n = 0$ ?” en so meer (terwyl deur die voorbeeld gewerk word). Dit is belangrik dat leerders die terminologie deurentyd hoor sodat hulle die begrip kan vaslê.
- Herinner hulle dat ons invoerwaardes gewoonlik in stygende volgorde skryf.

### Remediëring

Laat leerders in pare ('n sterker en 'n swakker leerder) werk om hulle aan te moedig om die proses vir mekaar te verbaliseer, byvoorbeeld: “My invoerwaarde  $n$  is 1; Ek moet nou hierdie waarde met 6 vermenigvuldig. Ek trek nou 4 van my antwoord af en deel dan hierdie antwoord deur 2. My uitvoerwaarde is 1. Dit is die eerste  $T_n$  in my tabel.” (Hulle kan elke antwoord op elke stap in potlood aan die regterkant van die bladsy van hul oefenboek skryf sodat hulle nie tred verloor nie.)

#### Voorgestelde antwoorde

1

$n$	1	2	4	11
$T_n$	1	4	10	31

2

$n$	-10	-5	-2	0
$T_n$	-36	-11	4	14

3

$n$	-4	-1	3	10
$T_n$	31	1	-39	-109

4

$n$	-12	-1	0	$\frac{3}{5}$
$T_n$	6	-16	-18	$-19\frac{1}{5}$

5

$n$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{5}$	$-2\frac{5}{8}$
$T_n$	6	$10\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$-14\frac{1}{4}$

## Formules en vergelykings

### Aktiwiteit 2 Bepaal insetwaardes, uitsetwaardes en formules

Leerderboek bladsy 332

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Werk saam met die leerders deur die voorbeeld in die Leerderboek. Leerders moet die stappe om die formule te bepaal noukeurig en stelselmatig volg. Herinner hulle om vorentoe te werk om uitvoerwaardes te bepaal en agteruit te werk om invoerwaardes te bepaal.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Moedig leerders aan om vloeddiagramme te teken om hulle te help om invoer- en uitvoerwaardes te bepaal.

**Uitbreiding:** Vraag 7 en 8 is meer uitdagend.

#### Voorgestelde antwoorde

1 a  $y = 2(n) - 3$

b  $a = 2(5) - 3 = 7$

$29 + 3 = 32; b = \frac{32}{2} = 16$

2 a  $y = 4(n) - 14$

b  $c = 4(6) - 14 = 10$

$30 + 14 = 44; d = \frac{44}{4} = 11$

3 a  $y = -5(n) + 13$

b  $e = -5(8) + 13 = -27$

$-32 - 13 = -45; f = \frac{-45}{-5} = 9$

4 a  $y = -(n) + 6$

b  $f = -(7) + 6 = -1; 10 - 6 = 4; g = \frac{4}{-1} = -4$

5 a  $y = -10(n) + 60$

6 a  $y = \frac{1}{3}(n)$

\*7 a  $y = -\frac{1}{2}(n) + 4\frac{1}{2}$

\*8 a  $y = -\frac{1}{4}(n) + 5\frac{1}{4}$

b  $h = -10(10) + 60 = -40$

$210 - 60 = 150; j = \frac{150}{-10} = -15$

b  $k = \frac{1}{3}(12) = 4$

$m = 7\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = \frac{23}{3} \times \frac{3}{1} = 23$

b  $n = -\frac{1}{2}(8) + 4\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$   
 $-\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2} = -5; p = \frac{-5}{-\frac{1}{2}} = 10$

b  $q = -\frac{1}{4}(9) + 5\frac{1}{4} = 3$   
 $\frac{1}{4} - 5\frac{1}{4} = -5; r = \frac{-5}{\frac{1}{4}} = 20$

## EENHEID



# Ekwivalente vorms

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 333

Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- stel ekwivalente vorms voor deur dit in woorde te beskryf en met formules, vloeiagramme en tabelle;
- los probleme op, met ander woorde bepaal uitvoerwaardes.

Hulpbronne: Leerderboek; oefenboek; sakrekenaar

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 333

1 Oppv. =  $b \times l = 5 \times 9 = 45 \text{ cm}^2$

2 Vermenigvuldig die breedte met die lengte.

3

## Agtergrondinligting

Geen nuwe konsepte word in hierdie eenheid bekendgestel nie. Leerders moet slegs al die vaardighede oefen wat hulle reeds verkry het. Die vrae word egter in konteks geplaas, met ander woorde dit is op probleme in die werklike lewe gegrond.

## Onderwysriglyne

Hierdie eenheid is hersiening van konsepte wat reeds gedek is. Laat leerders sover moontlik toe om op hul eie in die klas deur die voorbeelde en aktiwiteite te werk en neem hul vordering noukeurig waar. Fokus op probleemareas en indien leerders probleme ondervind, werk weer saam met hulle deur die uitgewerkte voorbeelde. Skenk veral



aandag aan die stappe waarmee hulle sukkel en doen remediëring. Verskaf geleentheid aan leerders wat hierdie afdeling bemeester het om hul maats te “leer” om so met die remediëringsproses te help en by almal uit te kom wat hulp benodig. Anders kan jy die riglyne per aktiwiteit hieronder volg.

## Voorstelling van ekwivalente vorms

### Aktiwiteit 1 Werk met ekwivalente vorms

Leerderboek bladsy 334

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die formules om die oppervlakte van veelhoeke te bereken, sowel as die toepassing daarvan, behoort aan leerders bekend te wees. Hersien hierdie formules vinnig deur 'n kort vasvra te hou.
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek, veral vraag **b**. Dit mag selfs beter wees as leerders in pare deur die voorbeeld kan werk en hul begrip en terugvoer vir die klas gee. Moedig 'n bespreking aan van die belangrike stappe in die proses, veral om terug te werk deur 'n vloeiagram te gebruik om 'n onbekende afmeting te bepaal as die oppervlakte gegee word.
- Oefen met twee of drie bykomende voorbeelde indien nodig. Laat leerders die berekeninge vinnig in pare doen en dan hul antwoorde met die res van die klas vergelyk.
- Laat leerders sover moontlik toe om Aktiwiteit 1 op hul eie te doen en verskaf spesifieke, geteikende leiding aan hulle waar dit absoluut nodig is.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders kan in pare of klein groepies werk indien nodig, maar neem hul vordering noukeurig waar en verskaf spesifieke, geteikende leiding waar nodig.

**Uitbreiding:** Dit is 'n uitdagende aktiwiteit en dit gee 'n goeie aanduiding of leerders die konsepte wat gedek is, bemeester het.

#### Voorgestelde antwoorde

1 a  $\text{Oppv.} = \frac{1}{2} \times b \times \perp h = \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30 \text{ cm}^2$       b  $b = 42 \div 8 \div \frac{1}{2} = \frac{21}{4} \times \frac{2}{1} = 10\frac{1}{2}$

c

Basis (cm)	1	2	3	4	5	6
Hoogte (cm)	7	5	4	8	10	12
Oppervlakte (cm <sup>2</sup> )	3,5	5	6	16	25	36

2 a  $b \rightarrow +1 \rightarrow \times 2 \rightarrow p$

b  $\frac{1}{2} \rightarrow +4 \rightarrow \times 2 \rightarrow q$ ;  $q = 9$

- c Tel die lengte en die breedte bymekaar. Vermenigvuldig die antwoord met 2.



- 3 a Vermenigvuldig die aantal selfone wat reggemaak is met 25 en tel dan 200 by.  
b  $K = 25x + 200$

c

Aantal selfone reggemaak	0	10	20	25	50
Totale uitgawes (K)	200	450	700	825	1 450

## EENHEID



# Probleemoplossing met behulp van vervanging

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 335

Voorgestelde tydstoekenning: 1 uur 20 minute

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- gebruik vervanging om geordende pare te genereer en te skryf

Hulpbronne: Leerderboek; oefenboek

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 335

1  $y = -3x - 10$

x	-3	-1	0	2	5
y	-1	-7	-10	-16	-25

$(-3; -1); (-1; -7); (0; -10); (2; -16); (5; -25)$

2  $y = -2x^2 + 6$

x	-3	-1	0	2	5
y	-12	4	6	-2	-44

$(-3; -12); (-1; -4); (0; 6); (2; -2); (5; -44)$

## Agtergrondinligting

Hierdie eenheid bied verdere oefening om uitvoerwaardes te bepaal deur invoerwaardes in formules te vervang asook om ooreenstemmende invoer- en uitvoerwaardes in 'n tabel te skryf en dan die waardes in die tabel te gebruik om geordende pare te skryf.

## Onderwysriglyne

Hierdie eenheid is hersiening van konsepte wat reeds gedek is. Laat leerders sover moontlik toe om op hul eie in die klas deur die voorbeelde en aktiwiteite te werk en neem hul vordering noukeurig waar. Fokus op probleemareas en indien leerders probleme ondervind, werk weer saam met hulle deur die uitgewerkte voorbeelde. Skenk veral aandag aan die stappe waarmee hulle sukkel en doen remediëring. Verskaf geleentheid

aan leerders wat hierdie afdeling bemeester het om hul maats te “leer” om so met die remediëringsproses te help en by almal uit te kom wat hulp nodig. Anders kan jy die riglyne per aktiwiteit hieronder volg.

## Gebruik vervanging om geordende pare te genereer

### Aktiwiteit I    Bepaal en skryf geordende pare

Leerderboek bladsy 336

#### Riglyn vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek en laat leerders met 'n paar bykomende voorbeelde in hul oefenboeke oefen voordat hulle die aktiwiteit op hul eie aanpak. Anders kan jy dat 'n leerder saam met die klas deur 'n voorbeeld op die bord werk.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders kan in pare deur die aktiwiteit werk indien nodig. Beperk egter die werk in pare deur leerders aan te moedig om ten minste deur die helfte van die aktiwiteit op hul eie te werk (tot by vraag 4). Hulle weer in pare deur vraag 5 en 6 werk, aangesien hierdie vrae meer uitdagend is.

**Uitbreiding:** Vraag 5 en 6 is meer uitdagend.

#### Voorgestelde antwoorde

1  $y = -4x + 1$

$x$	-3	-1	0	2	5
$y$	13	5	1	-7	-19

$(-3; 13); (-1; 5); (0; 1); (2; -7); (5; -19)$

2  $y = -x - 3$

$x$	-3	-1	0	2	5
$y$	0	-2	-3	-5	-8

$(-3; 0); (-1; -2); (0; -3); (2; -5); (5; -8)$

3  $y = x^2 + 5$

$x$	-3	-1	0	2	5
$y$	14	6	5	9	30

$(-3; 14); (-1; 6); (0; 5); (2; 9); (5; 30)$

4  $y = x^3 - 2$

$x$	-3	-1	0	2	5
$y$	-29	-3	-2	6	123

$(-3; -29); (-1; -3); (0; -2); (2; 6); (5; 123)$

\*5  $y = 4x^2 - 3$

$x$	-3	-1	0	2	5
$y$	33	1	-3	13	97

$(-3; 33); (-1; 1); (0; -3); (2; 13); (5; 97)$

\*6  $y = -2x^3 + 1$

$x$	-3	-1	0	2	5
$y$	55	3	1	-15	-249

$(-3; 55); (-1; 3); (0; 1); (2; -15); (5; -249)$

# Hoofstuk 15 hersiening

Leerderboek bladsy 337

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

## Voorgestelde antwoorde

1

$n$	-2	-4	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{7}$	$-2\frac{1}{4}$
$T_n$	6	-6	$\frac{72}{5}$	$\frac{120}{7}$	$59\frac{1}{2}$

2 a  $y = 7(n) - 14$ ;  $a = 7(6) - 14 = 28$ ;  $b = \frac{(-42 + 14)}{7} = \frac{-28}{7} = -4$

b  $y = -\frac{1}{3}(n) + 2\frac{1}{3}$ ;  $c = -\frac{1}{3}(8) + 2\frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$ ;  $d = \frac{(-2\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3})}{-\frac{1}{3}} = 0$

3 a Oppv. =  $\frac{1}{2} \times 8 \times 4\frac{1}{5} = 16\frac{4}{5}$  cm

b  $b = 42,4 \div 0,5 \div 10,6 = 8$  cm

c

<b>Basis (cm)</b>	3	1	2	14	$\frac{3}{4}$
<b>Hoogte (cm)</b>	4	4	6	$\frac{1}{2}$	8
<b>Oppv. (cm<sup>2</sup>)</b>	6	2	6	$3\frac{1}{2}$	3

4 a  $y = 5x - 6$

$x$	-3	-1	0	2	5
$y$	-21	-11	-6	4	19

$(-3; -21)$ ;  $(-1; -11)$ ;  $(0; -6)$ ;  $(2; 4)$ ;  $(5; 19)$

b  $y = -x^3 + 2$

$x$	-3	-1	0	2	5
$y$	29	3	2	-6	-123

$(-3; 29)$ ;  $(-1; 3)$ ;  $(0; 2)$ ;  $(2; -6)$ ;  $(5; -123)$

# PvA: Taak 3: Memorandum

Leerderboek bladsy 338

Tyd: 50 minute

Totaal: 50 punte

- 1 a
- |     |   |    |    |    |                 |
|-----|---|----|----|----|-----------------|
| $x$ | 0 | 6  | -2 | 3  | $\frac{1}{4}$   |
| $y$ | 5 | 17 | 1  | 11 | $5\frac{11}{2}$ |
- ✓✓✓✓✓(elke korrekte antwoord)  
✓✓(rye in tabel korrek)  
(7)
- b
- |     |     |     |     |                  |                |
|-----|-----|-----|-----|------------------|----------------|
| $x$ | 1   | 0   | -2  | $\frac{3}{4}$    | $-\frac{7}{5}$ |
| $y$ | -27 | -37 | -57 | $-29\frac{1}{2}$ | -51            |
- ✓✓✓✓✓(elke korrekte antwoord)  
✓✓(rye in tabel korrek)  
(7)
- 2 i a  $y = 2x - 11$  ✓✓ (2)  
b  $m = 2(8) - 11$  ✓ = 5 ✓ (2)  
 $n = (15 + 11) \div 2$  ✓ = 13 ✓ (3)
- ii a  $y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{3}$  ✓✓ (2)  
b  $p = -\frac{1}{3}(9) + 3\frac{1}{3}$  ✓ =  $-\frac{1}{3}$  ✓ (2)  
 $q = (-1 - 3\frac{1}{3}) \div -\frac{1}{3}$  ✓ = 13 ✓ (3)
- 3 a  $y = -2x + 3$
- |     |     |     |     |      |      |
|-----|-----|-----|-----|------|------|
| $x$ | -3  | -1  | 0   | 2    | 5    |
| $y$ | 9 ✓ | 5 ✓ | 3 ✓ | -1 ✓ | -7 ✓ |
- (-3; 9); (-1; 5); (0; 3); (2; -1); (5; -7) ✓
- b  $y = 5x^2 - 1$
- |     |      |     |      |      |
|-----|------|-----|------|------|
| $x$ | -3   | -1  | 0    | 2    |
| $y$ | 44 ✓ | 4 ✓ | -1 ✓ | 19 ✓ |
- (-3; 44); (-1; 4); (0; -1); (2; 19) ✓ (11)
- 4 a  $V = 3,142 \times 10^2 \times 6$  ✓ = 1 885,2 cm<sup>3</sup> ✓ (2)  
b  $157\,100 = 3,142 \times 252 \times H$  ✓  
 $H = 157\,100 \div 3,142 \div 252$  ✓ = 80 mm ✓ (3)  
c  $A = 3,142 \times 2^2 \times 7$  ✓ = 87,976 cm<sup>3</sup> ✓  
 $B = 628,4 \div 3,142 \div 5$  ✓ = 8 cm ✓  
 $C = \sqrt{904,896 \div 3,142 \div 2}$  ✓ =  $\sqrt{144} = 12$  cm ✓ (6)

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 339–352

Voorgestelde tydstoekenning: 9 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

**Eenheid 1: Vertolking van grafieke**

1,5 ure

Kenmerke van grafieke

Diskrete en kontinue data

**Eenheid 2: Verstaan en teken grafieke**

7,5 ure

Die verwantskap tussen afstand, spoed en tyd

Die verwantskap tussen tyd en temperatuur

Die Cartesiese vlak

Teken grafieke deur punte te stip

*Hoofstuk 16 hersiening*

### EENHEID

## 1

## Vertolking van grafieke

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 340

Voorgestelde tydstoekenning: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

ontleed en vertolk globale grafieke van probleemsituasies met spesiale fokus op die volgende neigings en kenmerke:

- lineêr of nie-lineêr
- konstant, toenemend of afnemend
- maksimum of minimum
- diskreet of kontinu

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; geruite of grafiekpapier

## Hoofrekenne

(10 minute per dag)

Die doel van hierdie oefening is om vervangingsvaardighede te oefen. Hierdie vaardigheid gaan aan die einde van die hoofstuk nodig wees wanneer leerders tabelle moet opstel en grafieke moet stip.

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 340

1	a	15	b	-21	c	0	d	$\frac{1}{3}$	e	2,4
2	a	-32	b	8	c	0	d	$-\frac{1}{2}$	e	-0,12
3	a	34	b	-21	c	-1	d	0	e	2
4	a	-99	b	31	c	1	d	-4	e	-8

## Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7 met basiese lineêre en nie-lineêre grafieke kennis gemaak. Die fokus in daardie graad was om slegs globale grafieke te teken, te ontleed en te vertolk. Dit was nie vir leerders nodig om punte te stip om grafieke te teken nie. Hulle het slegs gefokus op die kenmerke van die globale verwantskap wat in die grafiek getoon is.

Voorbeelde van kontekste vir globale grafieke sluit in:

- die verwantskap tussen spoed, tyd en afstand afgelê
- die verwantskap tussen temperatuur en tyd waaroor dit gemeet word
- die verwantskap tussen reënval en tyd waaroor dit gemeet word.

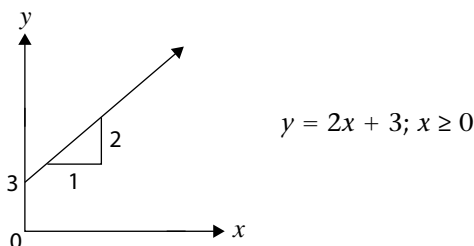
Eenheid 1 is gemik op die hersiening van bogenoemde inhoud om leerders na 'n dieper begrip van grafieke te laat vorder asook om hulle voor te berei om grafieke te teken. Nuwe kenmerke van globale grafieke wat in hierdie eenheid gedek word, sluit in: *maksimum* en *minimum*; *diskreet* en *kontinu*.

## Onderwysriglyne

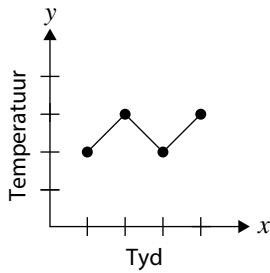
Hoewel hierdie eenheid as hersiening dien, moet tyd afgestaan word om seker te maak dat leerders die konsepte begryp wat hersien word en nuwe konsepte wat hier bekendgestel word.

Wanneer jy grafieke in Graad 8 onderrig, moenie grafieke van lineêre funksies met gebrokelyngrafieke verwar nie.

- 'n Lineêre funksie het die vergelyking  $y = mx + c$ . Leerders gaan voorbeelde van lineêre funksies aan die einde van hierdie hoofstuk stip.



- 'n Gebrokelyngrafiek is 'n lyngrafiek waar die verskillende punte deur reguitlyne verbind word. Leerders het in 'n vorige hoofstuk met gebrokelyngrafieke gewerk.



## Kenmerke van grafieke

### Aktiwiteit 1 Identifiseer kenmerke van grafieke

Leerderboek bladsy 341

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Hersien die kenmerke van grafieke deur deur die inleiding in die Leerderboek te werk.
- Neem kennis van die volgende:
  - Toenemende en afnemende waardes: Wys daarop dat die deel van die grafiek wat 'n toename in waardes toon, steiler is as die deel van die grafiek wat 'n afname in waardes toon.
  - Minimum/maksimum: Ons kan die minimum/maksimum waarde aantoon vir die interval van die grafiek wat ons voor ons het. Dit is moontlik (indien die grafiek uitgebrei word) dat daar 'n ander minimum of maksimum kan wees.
- Teken soortgelyke grafieke op die bord en bespreek hul kenmerke met die leerders.

#### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Verskaf talle bykomende voorbeelde van grafieke vir huiswerk aan leerders om seker te maak dat hulle die basiese kenmerke verstaan.

**Uitbreiding:** Omdat leerders in 'n vorige hoofstuk met datameting gewerk het, kan jy vir hulle vra om die variasiewydte, mediaan, gemiddelde en modus in vraag 2 te bereken.

#### Voorgestelde antwoorde

- a nie-lineêr      b lineêr      c nie-lineêr      d lineêr
- Gemiddelde reënval:

a 30 mm      b Maart      c 0 mm      d September

e Julie en Augustus

f Van Januarie tot Maart; van September tot November

g Van Maart tot Julie; van November tot Desember
- Gemiddelde nagtemperatuur:

a 14 °C      b Januarie en Februarie

c 0 °C      d Julie

e Januarie en Februarie      f Van Julie tot Desember



### Wenk

Carnarvon is die ligging vir die *Square Kilometre Array* (SKA) projek. Vind meer uit oor hierdie projek op die Internet en bespreek die besonderhede en belangrikheid van hierdie projek vir Suid-Afrika.

## Diskrete en kontinue data

### Aktiwiteit 2 Werk met diskrete en kontinue data

Leerderboek bladsy 343

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders moet die verskil tussen diskrete en kontinue data ken en hierdie verskil moet dus baie noukeurig verduidelik word deur te werk deur die grafieke en die inligting in die inleiding tot hierdie afdeling.
- Vra leerders om aan nog voorbeelde van diskrete en kontinue data te dink, byvoorbeeld enkeleenhede items soos kinders; kruideniersitems soos ingemaakte voedsel, toiletware, en so meer, is diskrete eenhede. Items soos vleis (wat enige hoeveelheid in terme van kilogram kan wees), vloeistowwe soos sap, water, en so meer, is almal voorbeelde van kontinue data.
- Maak seker dat jy noukeurig deur die aantekeninge in die *Onthou* gedeelte werk sodat leerders die verskil tussen die twee soorte grafieke begryp voordat hulle Aktiwiteit 2 aanpak.
- Werk saam met die leerders deur die opsomming in die Leerderboek om die konsepte wat hier gedek word, vas te lê.

#### Voorgestelde antwoorde

- a diskreet                      b kontinuu                      c diskreet                      d kontinuu
- a 3, 4 of 5 (normaal geag); diskrete data
  - b Desimale waarde op 'n Brix-skaal (waardes tussen 18 en 26 word as goeie suikerpersentasies beskou om teen te oes); kontinue data  
(Bron: <http://nanaimowinemakers.org/Steps/PickingGrapes.htm>)
  - c 5, 6, 7, en so meer; diskrete data
  - d 10 tot 12, en so meer; diskrete data
  - e Desimale waarde op stophorlosie (wêreldrekord vir mans: 43,18 sekondes deur Michael Johnson in 1999; wêreldrekord vir vroue: 47,6 sekondes deur Marita Koch in 1988); kontinue data. (Bron: <http://records.unitarium.com/400m>)
  - f Desimale aantal eenhede Joule (1 Joule word beskou as die energie wat nodig is om een klein appeltjie tot 'n hoogte van 1 meter op te lig); kontinue data.  
(Bron: <http://en.wikipedia.org/wiki/Joule>)
- Antwoorde sal wissel. Moontlike antwoorde is aantal leerders, aantal lessenaars en aantal sakrekenaars vir diskrete data; en temperatuur in die klas, tyd wat dit leerders neem om hul boeke oop te maak en lengtes van leerders vir kontinue data.

# 2

## Verstaan en teken grafieke

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 344

Voorgestelde tydstoekenning: 7,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- teken globale grafieke uit gegewe beskrywings van 'n probleemsituasie en identifiseer kenmerke soos in Eenheid 1
- voorbeelde van kontekste vir probleemsituasies:
  - verwantskap tussen tyd en afstand afgelê
  - verwantskap tussen temperatuur en tyd waaroor dit gemeet word
  - verwantskap tussen reënval en tyd waaroor dit gemeet word
- gebruik tabelle van geordende pare om punte te stip en grafieke te teken op die Cartesiese vlak

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; ruitenetpapier om grafieke te teken

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Leerders moet grafieke vertolk en teken oor die verwantskap tussen tyd en die afstand afgelê. Die doel van die hoofrekene is om hulle te help om 'n begrip te ontwikkel van die verwantskap tussen: afstand (km afgelê); spoed (km per uur) en tyd (ure).

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 344

- |   |          |          |                          |
|---|----------|----------|--------------------------|
| 1 | a 100 km | b 300 km | c 500 km                 |
|   | d 900 km | e 50 km  | f 150 km                 |
| 2 | a 50 km  | b 200 km | c 300 km                 |
|   | d 500 km | e 25 km  | f 75 km                  |
| 3 | a 80 km  | b 160 km | c 560 km                 |
|   | d 40 km  | e 20 km  | f $80 \times x = 80x$ km |
| 4 | Waar     |          |                          |

### Agtergrondinligting

Leerders se begrip van grafieke word in hierdie eenheid uitgebrei om die volgende nuwe inhoud en vaardigheid in te sluit: stip van punte om grafieke te teken.

Voorbeelde van kontekste vir globale grafieke sluit in:

- die verwantskap tussen spoed, tyd en afstand afgelê
- die verwantskap tussen temperatuur en tyd waaroor dit gemeet word
- die verwantskap tussen reënval en tyd waaroor dit gemeet word, en so meer.

## Onderwysriglyne

Die meeste leerders vind grafieke oor spoed/tyd/afstand moeilik om te verstaan en dit is dus belangrik om genoeg tyd aan hierdie onderwerp af te staan.

## Die verwantskap tussen afstand, spoed en tyd

### Aktiwiteit I Werk met spoed, tyd en afstand op grafieke

Leerderboek bladsy 345

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die formule (afstand = spoed  $\times$  tyd) is in die Hoofrekene-vrae ontwikkel. Dit is nie nodig om vir die leerders drie verskillende formules te leer nie; hulle kan altyd die basiese formule (soos in die Dink/Doen-voorbeelde in die Leerderboek) gebruik.
- Werk stap vir stap deur Aktiwiteit 1 saam met die leerders sodat hulle die drie gevolgtrekkings kan verstaan (vraag 1f, 2g en 3g).

### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Leerders hoef nie Aktiwiteit I op hul eie te doen nie. Dit is belangrik om stap vir stap saam met die leerders deur Aktiwiteit I te werk om te help met hul begrip van grafieke en om die probleme wat hulle mag ondervind, aktief aan te spreek.

**Uitbreiding:** Leerders kan vraag 3 op hul eie aandurf.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a A: 1 uur; B: 4 ure      b 3 ure      c A: 20 km; B: 20 km  
d 0 km      e Nee  
f Daar was geen beweging nie, die motor het gestop.
- 2 a 2 ure      b 200 km  
c  $s = \frac{\text{afstand}}{t}$ ;  $s = 200 \div 2 = 100 \text{ km/u.}$   
d 5 ure  
e 500 km  
f  $s = \frac{\text{afstand}}{t}$ ;  $s = 500 \div 5 = 100 \text{ km/u.}$   
g Die motor beweeg teen 'n konstante spoed.
- 3 a A: 3 ure      b 60 km  
c  $s = \frac{\text{afstand}}{t}$ ;  $s = 60 \div 3; = 20 \text{ km/u.}$   
d B: 3 ure      e 300 km  
f  $s = \frac{\text{afstand}}{t}$ ;  $s = 300 \div 3; = 100 \text{ km/u.}$   
g Die motor het vinniger gery. 100 km/u. is vinniger as 20 km/u.

**Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit**

- Vra leerders om vraag 1 te doen sonder enige verdere verduideliking om te sien hoeveel hulle verstaan.
- Bespreek die antwoorde op vraag 1. Spreek probleme aan wat leerders mag hê deur saam met hulle hierdeur te werk en deur hulle die hele tyd na die basiese stappe terug te neem.
- Vra leerders om die res van die aktiwiteit op hul eie te doen. Neem die vordering van leerders waar wat nog ondersteuning benodig en verskaf individuele bystand waar nodig.

**Wenk**

Let op die hellings van die lynsegmente op tyd-afstand-grafieke: 'n Negatiewe (afwaartse) helling (soos in die grafiek van mev. Mokoena) dui aan dat die persoon terugbeweeg na die oorspronklike beginpunt.

Xolani het slegs in een rigting gereis (van sy huis af na die skool toe) en daarom het die verskillende lynsegmente almal positiewe (opwaartse) hellings.

**Remediëring en uitbreiding**

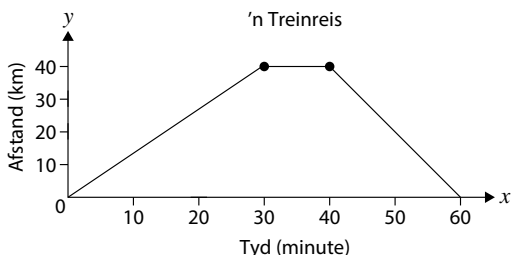
**Remediëring:** Werk saam met die leerders deur die eerste vraag in die vorm van 'n bespreking en neem hulle vordering waar met daaropvolgende vrae. Verskaf geleenthede aan hulle om alle probleme wat hulle mag hê, uit te klaar. Vra vrae oor die grafiek wat leerders in vraag 3 gedoen het, byvoorbeeld: "Verduidelik die verskil in die steilte van die lyne."

**Uitbreiding:** Laat leerders vraag 2–4 op hul eie doen.

**Voorgestelde antwoorde**

- |   |                      |             |                     |
|---|----------------------|-------------|---------------------|
| 1 | a 20 minute          | b 30 minute | c $50 - 30 = 20$ km |
|   | d 25 minute          | e 50 km     | f 35 minute         |
| 2 | a 12 minute          | b 4,5 km    | c 1 minuut          |
|   | d 2 km               | e CD        | f 2 km              |
|   | g $4,5 - 2,5 = 2$ km |             |                     |

3



- 4 Antwoorde sal wissel – leerders teken 'n grafiek van hul eie storie.

# Die verwantskap tussen tyd en temperatuur

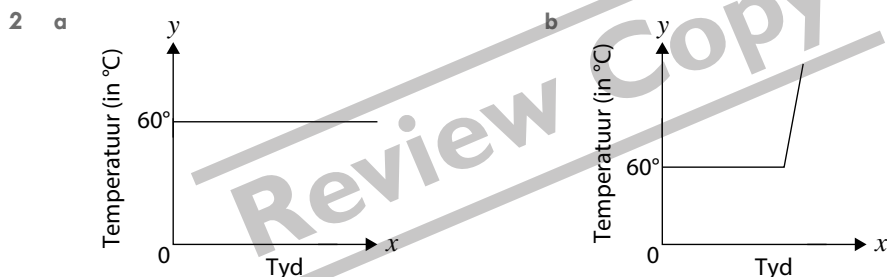
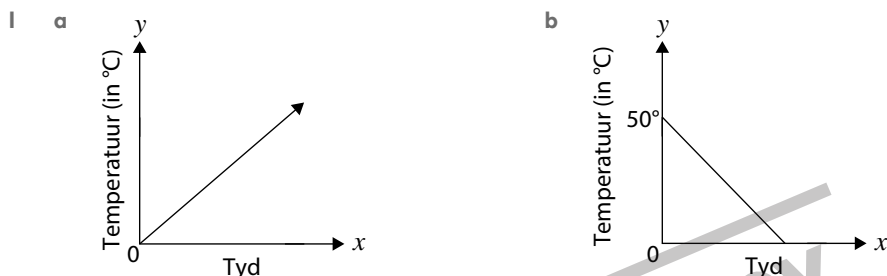
## Aktiwiteit 3 Teken tyd-temperatuur-grafieke

Leerderboek bladsy 347

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Bespreek voorbeelde van temperatuur in die alledaagse lewe, byvoorbeeld, die buitetemperatuur vandag, die koors van 'n siek persoon, en so meer.
- Doen vraag 1 saam met die leerders.
- Leerders voltooi die res van die aktiwiteit op hul eie.

### Voorgestelde antwoorde



- 3 a Die temperatuur styg stelselmatig oor 'n tydperk tot dit 70 °C bereik en daal dan baie vinnig tot by 0 °C.
- b Die temperatuur styg baie vinnig oor 'n tydperk, bly konstant oor 'n tydperk en styg dan weer stelselmatig.
- c Die temperatuur bly konstant by 10° C oor 'n tydperk en daal stelselmatig tot dat dit laer as 0 °C is.

## Die Cartesiese vlak

### Aktiwiteit 4 Werk met die Cartesiese vlak

Leerderboek bladsy 349

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik die kenmerke van die Cartesiese vlak aan leerders:
  - Wie dit ontwikkel het
  - Wat die oorsprong op die Cartesiese vlak is

- Hoeveel *kwadrante* daar is
- Wat 'n kwadrant is
- Hoe om punte op 'n Cartesiese vlak te stip
- Werk deur die voorbeeld in die Leerderboek. Maak seker dat leerders die korrekte notasie vir 'n punt gebruik: ronde hakies en 'n kommapunt.
- Skenk spesiale aandag aan die koördinate van punte wat op die asse lê, byvoorbeeld (1; 0) en (0; -2).
- Leerders doen Aktiwiteit 4 op hul eie. Verskaf egter leiding waar nodig.

### Remediëring

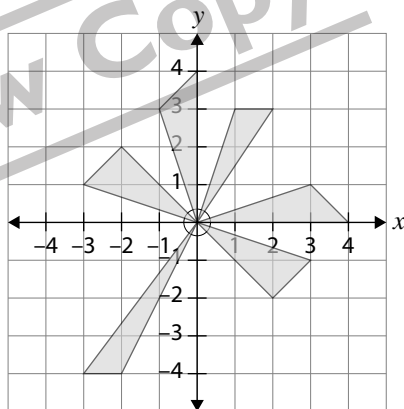
Vra vir die leerders nog vrae oor die antwoorde op vraag 2, byvoorbeeld:

- Wat let hulle op oor al die punte op die  $x$ -as?  
( $y$ -koördinaat is altyd gelyk aan 0.)
- Wat let hulle op oor al die punte op die  $y$ -as?  
( $x$ -koördinaat is altyd gelyk aan 0.)
- Wat let hulle op oor die punte wat op dieselfde horisontale lyn is?  
(Hulle het dieselfde  $y$ -koördinaat.)
- Wat let hulle op oor die punte wat op dieselfde vertikale lyn is?  
(Hulle het almal dieselfde  $x$ -koördinaat.)

### Voorgestelde antwoorde

- 1 A(1; 4) B(-3; 3)  
C(3; 3) D(0; 2)  
E(-4; 0) F(3; 0)  
G(-2; -1) H(-2; -2)  
I(0; -2) J(4; -2)  
K(-3; -3) L(2; -3)  
O(0; 0)

2



- 3 a E(8; 7) b H(0; 3) c A(-4; 2) d C(-12; 0)  
e D(-5; -5) f B(0; -12) g F(1; -6) h G(3; 0)  
4 a Waar b Onwaar c Onwaar d Waar  
e Waar

### Wenk

Leerders kan aan 'n vliegtuig dink wanneer hulle 'n punt stip: hulle gaan eers horisontaal (links en regs) en dan vertikaal (op of af).

# Teken grafieke deur punte te stip

## Aktiwiteit 5 Teken grafieke

Leerderboek bladsy 350

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die vaardighede wat leerders in hierdie aktiwiteit gaan ontwikkel, is een wat hulle weer en weer in VOO-Wiskunde gaan gebruik. As ons 'n vergelyking kry en ons wil sien hoe die grafiek lyk wat deur die vergelyking voorgestel word, stel ons 'n tabel op, bereken die koördinate en stip die punte.
- Bespreek en werk deur die uitgewerkte voorbeeld in die Leerderboek.
- Maak seker dat leerders hakies gebruik wanneer hulle waardes in 'n vergelyking vervang.
- Doen soortgelyke bykomende voorbeelde op die bord.
- Wys daarop dat ons die punte verbind omdat ons met kontinue data werk. Ons kan met 'n  $x$ -waarde van 2,5 of 3,125 werk en die ooreenstemmende  $y$ -waarde bepaal.
- Wys daarop dat ons enige  $x$ -waardes kan gebruik. (Die waardes hoef nie altyd heelgetalle van  $-3$  tot  $3$  te wees nie.) Dit is altyd 'n goeie idee om 'n paar negatiewe getalle, nul en 'n paar positiewe getalle te gebruik.

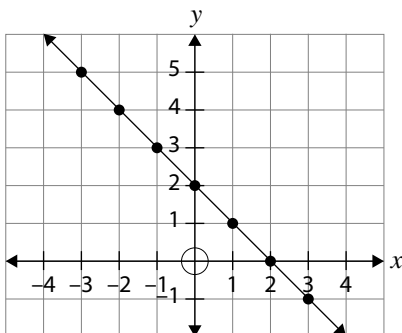
### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Verskaf ondersteuning en leiding aan leerders terwyl hulle Aktiwiteit 5 doen indien nodig. Sit saam met hulle in klein groepies of pare en lei hulle deur die vrae en wat hulle veronderstel is om te doen. Verminder egter die vlak van ondersteuning geleidelik en maak dit duidelik dat daar van hulle verwag word om dele van die aktiwiteit op hul eie te doen sonder ondersteuning. Assesseer hul vordering en verskaf bykomende voorbeelde aan hulle om vir huiswerk te doen indien nodig.

**Uitbreiding:** Moedig leerders aan om die aktiwiteit op hul eie te doen, sonder enige hulp.

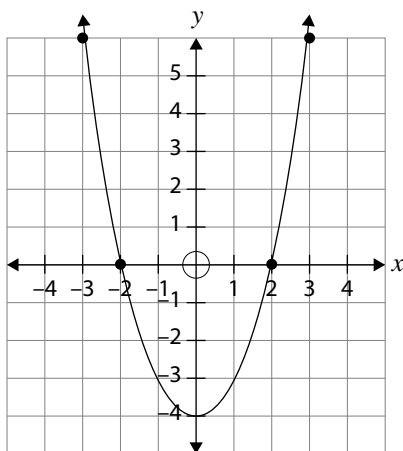
### Voorgestelde antwoorde

I a



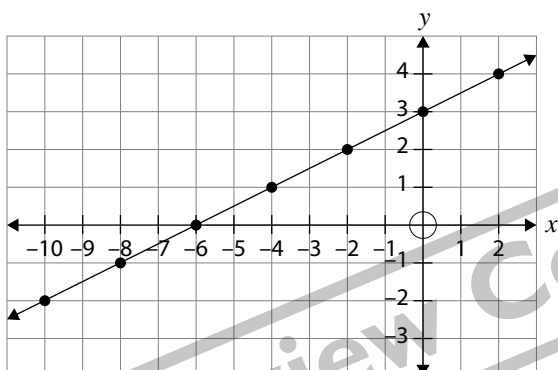
$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = -x + 2$	5	4	3	2	1	0	-1

b



$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 - 4$	5	0	-3	-4	-3	0	5

c



$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = \frac{1}{2}x + 3$	-2	-1	0	1	2	3	4

2

a

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x - 1$	-4	-3	-2	-1	0	1	2

b

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2 - 1$	8	3	0	-1	0	3	8

c Die grafiek in 2a is lineêr; die grafiek in 2b is nie-lineêr.

d Lineêre grafiek:  $x$  in vergelyking; nie-lineêre grafiek:  $x^2$  in vergelyking.

### Wenk

Wys daarop dat die waardes van die  $y$ -koördinate in hierdie voorbeelde 'n patroon vorm. As leerders bewus is hiervan, sal hulle vinnig foute in hul berekeninge raaksien.

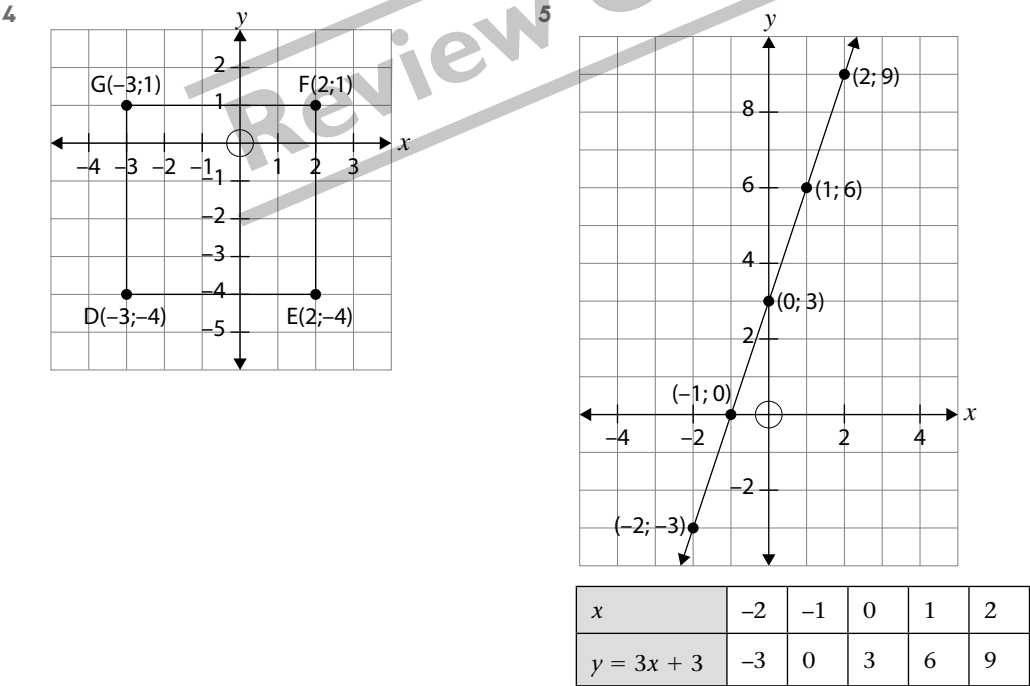


# Hoofstuk 16 hersiening

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesseer en te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

## Voorgestelde antwoorde

- 1
  - a Saterdag
  - c Van Sondag tot Maandag
  - d Van Woensdag tot Donderdag
  - e kontinue; dit is moontlik om 'n temperatuur van enige waarde tussen byvoorbeeld 7 °C en 14 °C te hê.
  - f nie-lineêr; dit is 'n gebrokelyngrafiek.
- 2
  - a  $Afstand = s \times t = 63,5 \times 2 = 127 \text{ km}$
  - b  $Afstand = s \times t; 560 = s \times 8,6 \therefore s = 560 \div 8,6 = 65,1 \text{ km/u.}$
- 3
  - a P: 100 m; Q: 70 m. P het 'n langer afstand as Q in dieselfde tyd afgelê; wat beteken P het vinniger as Q gehardloop.
  - b P: 40 – 30 = 10 m; Q: 40 m. P het 30 meter voor Q begin, maar P het baie stadiger as Q gehardloop.
  - c P: 40 – 20 = 20 m; Q: 20 m. P het 20 meter voor Q begin, maar hulle het teen dieselfde spoed gehardloop.
  - d P: 100 m; Q: 100 m. P het teen 'n konstante spoed gehardloop, terwyl Q vinnig gehardloop het, gestop het en toe weer begin hardloop het.





# Transformasiemeetkunde

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 353–368

Voorgestelde tydstoekenning: 6 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

**Eenheid 1: Transformasies**

3 ure

Drie soorte transformasies

Transformasie van 'n punt

Transformasie van 'n driehoek

**Eenheid 2: Vergrotings en verkleinings**

3 ure

Gelykvormige figure is in dieselfde verhouding

Vergroting en verkleining

*Hoofstuk 17 hersiening*

*PvA: Ondersoek 4: Ondersoek vergroting en verkleining*

## EENHEID



## Transformasies

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 354

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- herken, beskryf en doen transformasies met punte op 'n koördinaatvlak:
  - translasie van 'n punt binne en oor kwadrante
  - refleksie van 'n punt in die  $x$ -as of  $y$ -as
  - rotasie van 'n punt om die oorsprong
- herken, beskryf en doen transformasies met driehoeke op 'n koördinaatvlak, met die fokus op die koördinate van die hoekpunte wanneer:
  - 'n driehoek binne en oor kwadrante getransleer word
  - 'n driehoek in die  $x$ -as of  $y$ -as gereflekteer word
  - 'n driehoek rondom die oorsprong geroteer word
- herken dat translasies, refleksies en rotasies slegs:
  - die posisie van die figuur verander en nie sy vorm of grootte nie
  - kongruente figure lewer

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; ruitenetpapier

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Leerders moet gemaklik met die Cartesiese vlak wees as hulle transformasies op die Cartesiese vlak wil doen. Die hoofrekene-oefening het ten doel om die kenmerke van die Cartesiese vlak te hersien. Leerders moet ook besef dat punte desimale getalle of redelike groot getalle as koördinate kan hê.

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 354

- |   |                              |                              |
|---|------------------------------|------------------------------|
| 1 | a Kwadrant II                | b Positiewe deel van $y$ -as |
|   | c Positiewe deel van $x$ -as | d Kwadrant I                 |
|   | e Die oorsprong              | f Kwadrant IV                |
|   | g Negatiewe deel van $x$ -as | h Kwadrant III               |
|   | i Negatiewe deel van $y$ -as |                              |
| 2 | a (6; 3)                     | b (1; 3)                     |
|   | d (3; 2)                     | e (4; 2)                     |
|   |                              | c (3; 7)                     |
|   |                              | f (0; 5)                     |

## Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7 ruitenetpapier gebruik om transformasies te doen, wat hulle toegelaat het om transformasies meer akkuraat te doen en die vorm en grootte van figure te vergelyk. Hulle het die volgende geleer en gedoen:

- Translasies, refleksies en rotasies verander slegs die posisie van die figuur en nie die vorm of grootte daarvan nie. Hierdie transformasies lewer kongruente figure.
- Vergrotings en verkleinings verander die grootte van figure deur die sye langer of korter te maak, maar hou die hoeke dieselfde, wat gelykvormige eerder as kongruente figure lewer.
- Leerders het die faktor van vergroting of verkleining uitgewerk.

Transformasies word in Graad 8 op 'n koördinaatvlak gedoen.

## Onderwysriglyne

Om transformasies op die koördinaatvlak te doen, is 'n geleentheid vir leerders om te oefen om punte met geordende pare te stip, wat aansluit by die teken van algebraïese grafieke.

- Leerders moet leer hoe om punte op die koördinaatvlak te stip en die koördinate van punte op die  $x$ -as en  $y$ -as af te lees. Dit word ook met algebraïese grafieke gedoen. Wys op die verskille tussen die asse in die vier kwadrante. Die uitvoer van transformasies op 'n koördinaatvlak, fokus die aandag op die koördinate van punte en hoekpunte van vorms.
- Leerders moet ook besef dat translasies, refleksies en rotasies slegs die posisie van die figuur verander en nie die vorm of grootte daarvan nie.
- Leerders moet ook sien dat bogenoemde transformasies kongruente figure lewer.
- Leerders hoef nie in hierdie stadium algemene reëls vir transformasies te leer nie, maar moet die manier verken waarop die koördinate van punte verander as verskillende transformasies met lyne of vorms gedoen word.

## Drie soorte transformasies; Transformasie van 'n punt

Translasie van 'n punt op 'n Cartesiese vlak; Refleksie van 'n punt op 'n Cartesiese vlak; Rotasie van 'n punt om die oorsprong

### Aktiwiteit I Transformeer 'n punt

Leerderboek bladsy 354

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders gaan eers transformasies met 'n punt doen en dan verder gaan om drie hoeke in die volgende aktiwiteit transformeer.
- Werk deur die eerste voorbeeld in die Leerderboek.
- Moenie vir die leerders formules vir die verskillende transformasies leer nie. Hulle moet op hierdie stadium die verskillende transformasies verken deur die eenhede (trappe) op 'n Cartesiese vlak te tel.

#### Wanneer translasies gedoen word

- Skenk aandag aan die korrekte notasie, byvoorbeeld  $P(2; 1) \rightarrow P'(3; 5)$  en verduidelik die woord *priem*.
- Beklemtoon die volgende:
  - 'n Transformasie verander nie die vorm of grootte van 'n vorm of punt in hierdie geval nie – slegs die posisie daarvan verander.
  - Ons gebruik die woordeskat van *rigting* om 'n translasie te verduidelik, naamlik *boontoe*, *ondertoe*, *regs* en *links*.
  - 'n *Beeld* van die oorspronklike vorm word gelewer. Skenk aandag daaraan om die notasie van hierdie beeld weer te verduidelik (deur 'n *priem* te gebruik).
- Verskaf voorbeelde van translasies aan leerders om op grafiekpapier of blokkiespapier te doen. Gee elke keer verskillende instruksies, soos:
  - Merk punt  $E(3; 1)$ . Transleer hierdie punt na 'n nuwe posisie  $E'(5; 4)$ . Beskryf die translasie. (Punt E is 2 eenhede na regs en 3 eenhede boontoe beweeg.)
  - Merk punt  $G(5; 4)$ . Beweeg dit 3 eenhede na links en 2 eenhede ondertoe. Skryf die nuwe posisie neer. Moenie vergeet om die beeld met die korrekte notasie te skryf nie:  $G'(2; 2)$
  - Die punt  $C(2; 1)$  is 1 eenheid na regs en 3 eenhede boontoe beweeg. Skryf die translasie neer:  $C(2; 1) \rightarrow C'(3; 4)$
- Doen soveel translasies moontlik op bogenoemde maniere voordat leerders die aktiwiteit aanpak, sodat hulle heeltemal gemaklik daarmee kan word.
- Leerders doen vraag 1.

#### Wanner refleksies gedoen word

- Werk deur die tweede voorbeeld in die Leerderboek.
- Skenk weer aandag aan die korrekte notasie, byvoorbeeld  $P(2; 1) \rightarrow P'(3; 5)$  en beklemtoon die belangrikheid van die *priem*.

- Beklemtoon die volgende:
  - Elke punt in 'n refleksie is dieselfde afstand van 'n sentrale lyn, genaamd 'n *spieëllyn*, af.
  - Punte kan in die  $x$ -as of die  $y$ -as gereflekteer word (soos in die voorbeelde getoon).
- Verskaf voorbeelde van refleksies aan leerders om op grafiekpapier of blokkiespapier te doen. Gee elke keer ander instruksies, soortgelyk aan die manier waarop dit in die riglyne hierbo beskryf is. Maak seker dat jy voorbeelde insluit wat van leerders vereis om punte in die  $x$ -as sowel as die  $y$ -as te reflekteer.
- Leerders doen vraag 2.

### Wanneer rotasies gedoen word

- Hersien die betekenis van *kloksgewys* en *antikloksgewys*. Gebruik 'n regte horlosie indien nodig om hierdie betekenis te verduidelik.
- Volg dieselfde patroon as wat vir bogenoemde translasies beskryf is. Begin deur te werk deur die derde voorbeeld in die Leerderboek.
- Leerders doen die res van Aktiwiteit 1.

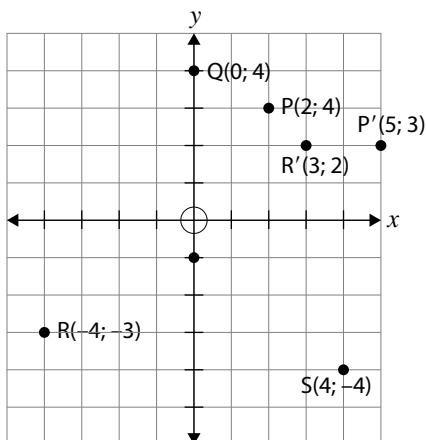
### Remediëring en uitbreiding

**Remediëring:** Moenie net aanneem dat alle leerders in Graad 8 bekend is met transformasies nie. As die konsep vir hulle nuut is, is dit 'n goeie idee om klein vlaggies (of ander vorms) vir hulle beskikbaar te hê om die drie soorte transformasies wat in hierdie eenheid behandel word, prakties te verken. Doen in hierdie geval eers die basiese transformasie (op ruitenetpapier sonder die gebruik van die Cartesiese vlak). Laat hulle soveel hiervan as moontlik vir huiswerk doen om die basiese inligting vas te lê. Stel die Cartesiese vlak bekend nadat jy die basiese idees met hulle gedek het.

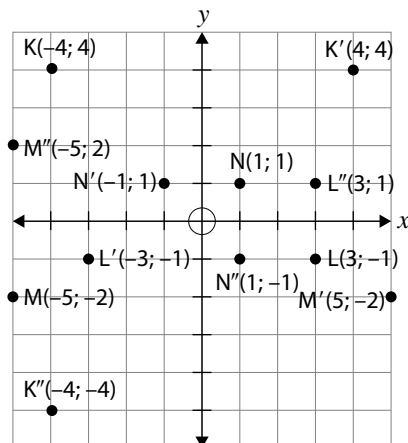
**Uitbreiding:** Laat leerders in pare met gemengde vermoëns werk, waar moontlik, sodat hulle mekaar kan help. Dit is ook baie belangrik dat leerders die verskillende transformasies verbaliseer soos hulle dit doen. Dit sal help om hul begrip te verbeter.

### Voorgestelde antwoorde

1



2 a, b en c

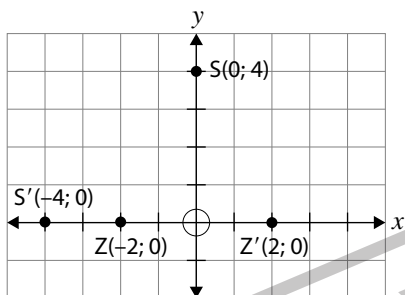


I refleksie in $y$ -as	
Punt	Beeld
K(-4; 4)	K'(4; 4)
L(3; -1)	L'(-3; -1)
M(-5; -2)	M'(5; -2)
N(1; 1)	N'(-1; 1)

II refleksie in $x$ -as	
Punt	Beeld
K(-4; 4)	K''(-4; -4)
L(3; -1)	L''(3; 1)
M(-5; -2)	M''(-5; 2)
N(1; 1)	N''(1; -1)

- d Refleksie in  $y$ -as: die  $y$ -koördinate het dieselfde gebly; die teken van die  $x$ -koördinaat het verander.  
 Refleksie in  $x$ -as: die  $x$ -koördinate het dieselfde gebly; die teken van die  $y$ -koördinaat het verander.

3



- 4 a  $A(0; 2) \rightarrow A'(2; 0)$ ; rotasie van  $90^\circ$  rondom die oorsprong in 'n kloksgewyse rigting of translasie van twee eenhede na regs en twee eenhede ondertoe.  
 b  $B(3; -2) \rightarrow B'(-3; -2)$ ; refleksie in  $y$ -as.  
 c  $C(-4; 1) \rightarrow C'(-4; -1)$ ; refleksie in  $x$ -as.  
 d  $D(2; 2) \rightarrow D'(4; 3)$ ; translasie van twee eenhede na regs en twee eenhede boontoe.  
 e  $E(1; -1) \rightarrow E'(-1; -4)$ ; translasie van twee eenhede na links en drie eenhede ondertoe.

### Wenk

Wanneer 'n translasie beskryf word, is daar geen verskil tussen die volgende twee stellings nie:

- "Punt A het drie eenhede boontoe en vier eenhede na regs beweeg."
- "Punt A het 4 eenhede na regs en 3 eenhede na bo beweeg."

Dit is 'n goeie idee om altyd die horisontale translasie eerste te beskryf en die vertikale translasie tweede. Dit lê klem op die konvensie om die  $x$ -koördinaat eerste te skryf en die  $y$ -koördinaat tweede.

# Transformasie van 'n driehoek

Translasie van 'n driehoek; Refleksie van 'n driehoek; Rotasie van 'n driehoek om die oorsprong

## Aktiwiteit 2 Transformeer 'n driehoek

Leerderboek bladsy 360

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Graad 8-leerders fokus op die transformasie van punte en driehoeke, maar dit is goed om in gedagte te hou dat *enige* figuur (byvoorbeeld 'n vierhoek of sirkel) getransformeer kan word.
- Dit is belangrik om te beklemtoon dat ons met een punt (hoekpunt van driehoek) op 'n keer werk.
- Leer leerders om hul werk na te gaan: die beeld van die driehoek moet *kongruent* aan die oorspronklike driehoek wees.
- Werk stap vir stap deur die voorbeelde in die Leerderboek en doen 'n soortgelyke bykomende voorbeeld van elke soort transformasie op die bord.
- Laat leerders oefen deur 'n ander voorbeeld van elke soort transformasie op grafiek- of blokkiespapier te doen terwyl jy hulle stap vir stap deur elke transformasie lei. Struktureer die vrae en instruksies elke keer anders, soos met die vorige transformasies in die riglyne vir Aktiwiteit 1.
- Die leerders wat in motors belangstel, sal vraag 5 van die aktiwiteit geniet.

### Remediëring en uitbreiding

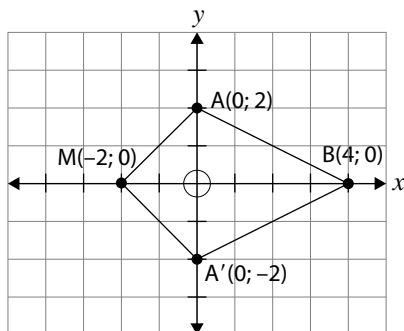
**Remediëring:** Laat leerders in pare met gemengde vermoëns werk, waar moontlik, sodat hulle mekaar kan help. Dit is ook baie belangrik dat leerders die verskillende transformasies verbaliseer soos hulle dit doen. Dit sal help om hul begrip te verbeter. Leerders kan in vraag 5 ook die name gee van die motors wat deur die embleme voorgestel word.

**Uitbreiding:** Daag leerders uit om op te let na ander voorbeelde van transformasies rondom hulle – in die klaskamer en in hul alledaagse lewens.

### Voorgestelde antwoorde

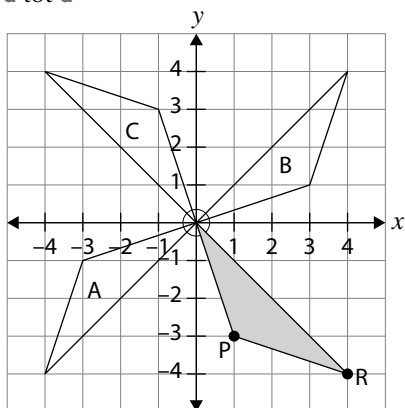
I a en b

- c Vlieër
- d Onwaar



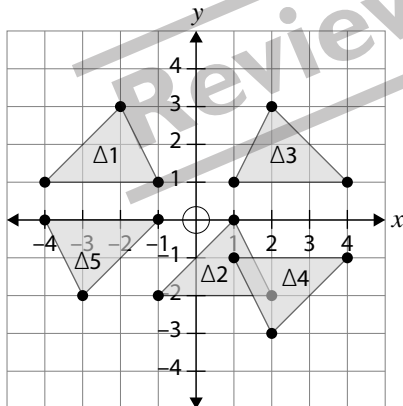
2 a tot d

e kongruente



- 3 a  $\triangle A$  na  $\triangle D$ : refleksie in  $y$ -as
- b  $\triangle A$  na  $\triangle E$ : refleksie in  $x$ -as
- c  $\triangle B$  na  $\triangle C$ : rotasie van  $90^\circ$  rondom oorsprong in kloksgewyse rigting
- d  $\triangle B$  na  $\triangle F$ : refleksie in  $x$ -as
- e  $\triangle C$  na  $\triangle D$ : translasie van twee eenhede na regs en twee eenhede boontoe
- f  $\triangle C$  na  $\triangle G$ : refleksie in  $x$ -as
- g  $\triangle C$  na  $\triangle H$ : translasie van twee eenhede na regs en vier eenhede ondertoe
- h  $\triangle D$  na  $\triangle H$ : translasie van ses eenhede ondertoe
- i  $\triangle H$  na  $\triangle D$ : translasie van ses eenhede boontoe
- j  $\triangle D$  na  $\triangle E$ : rotasie van  $180^\circ$  rondom oorsprong
- k  $\triangle F$  na  $\triangle G$ : rotasie van  $90^\circ$  rondom oorsprong in antikloksgewyse rigting
- l  $\triangle G$  na  $\triangle F$ : rotasie van  $90^\circ$  rondom oorsprong in kloksgewyse rigting

4 a



- b Koördinate vir  $\triangle 2$ : (1; 0); (2; -2) en (-1; -2)
  - c Koördinate vir  $\triangle 3$ : (1; 1); (4; 1) en (2; 3)
  - d Koördinate vir  $\triangle 4$ : (1; -1); (4; -1) en (2; -3)
  - e Koördinate vir  $\triangle 5$ : (-4; 0); (-3; -2) en (-1; 0)
- 5 a Translasie
  - b Refleksie in  $y$ -as
  - c Rotasie
  - d Rotasie
  - e Translasie
  - f Refleksie in  $y$ -as of refleksie in  $x$ -as of rotasie



## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 362

Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- gebruik verhoudings om die uitwerking van vergroting of verkleining op die oppervlakte en omtrek van meetkundige figure te beskryf
- werk die faktor van vergroting of verkleining van 'n figuur uit
- herken dat vergrotings of verkleinings:
  - die lengtes van die sye van die figuur verander, maar die hoeke van die figuur dieselfde hou
  - gelykvormig figure lewer

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; blokkiespapier

### Hoofrekene

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 362

- |   |                                  |                                  |
|---|----------------------------------|----------------------------------|
| 1 | a Vermenigvuldig elke keer met 2 | b Vermenigvuldig elke keer met 3 |
|   | c Deel elke keer deur 3          | d Deel elke keer deur 2          |
|   | e Vermenigvuldig elke keer met 2 |                                  |
| 2 | a 8 cm                           | b 16 cm                          |
| 3 | a 81 cm <sup>2</sup>             | b 9 cm <sup>2</sup>              |
|   | c 32 cm                          | c 1 cm <sup>2</sup>              |

### Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7 met vergrotings en verkleinings gewerk deur vergrotings en verkleinings van meetkundige figure op blokkiespapier te teken en dit in terme van vorm en grootte te vergelyk.

Daar is van hulle verwag om te herken dat vergrotings en verkleinings die grootte van figure verander deur die lengte van sye langer of korter te maak, maar die hoeke dieselfde te hou en dus gelykvormige eerder as kongruente figure te kry. Daar is ook van leerders verwag om die faktor van vergroting of verkleining uit te werk.

Leerders gebruik *verhoudings* in Graad 8 om die uitwerking van vergroting of verkleining op die oppervlakte en omtrek van meetkundige figure te beskryf. Hulle hersien dat vergroting/verkleining die grootte van figure verander deur die lengte van die sye langer/korter te maak, en dat die hoeke dieselfde bly. Dit lewer dus gelykvormige eerder as kongruente figure. Leerders gaan voort om die faktor van vergroting/verkleining van 'n figuur uit te werk.

## Onderwysriglyne

Dit is belangrik om 'n praktiese benadering tot die inhoud van hierdie eenheid te volg en om aktief betrokke te wees in areas wat die leerders nog moeilik vind. Hou baie ruitenpapier byderhand vir leerders om te oefen om vergrotings en verkleinings op Graad 7-vlak te teken om die sprong na 'n meer abstrakte begrip van die konsepte te vergemaklik indien nodig. Dit is veral hul begrip van *verhouding*, en hoe om met vergroting en verkleining in die konteks van *oppervlakte* en *omtrek* te werk wat aandag benodig. Moedig leerders altyd aan om ruwe sketse van figure te maak wanneer hulle probleemoplossing doen.

## Gelykvormige figure is in dieselfde verhouding; Vergroting en verkleining

### Aktiwiteit I Werk met verhoudings

Leerderboek bladsy 363

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders het voorheen met gelykvormige driehoeke gewerk. Hierdie eenheid is 'n geleentheid om hersiening te doen en ook om na gelykvormigheid in prente (byvoorbeeld, hansworse) en ander meetkundige figure te kyk. Bespreek die inleiding in die Leerderboek.
- Skenk aandag aan notasie:  $\frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$  kan ook geskryf word as  $AB : BC = PQ : QR$ .
- Werk noukeurig deur die verskillende kenmerke van die twee gelykvormige trapesiums wat in die voorbeeld in die Leerderboek gegee word, en fokus spesifiek op die berekening van verhoudings en die skaalfaktor. Verskaf bykomende voorbeelde aan leerders om in hul oefenboeke te doen voordat hulle die aktiwiteit aanpak. Maak seker dat hulle die korrekte woordeskat gebruik en dat hulle verstaan wat *verhouding* beteken.
- Moedig leerders aan om hul eie ruwe sketse te maak van gelykvormige figure met lengtes van sye aangetoon (nie volgens skaal nie). Verskaf geleentheid aan hulle om hul sketse vir die klas te wys en te verduidelik waarom dit gelykvormig is. (Luister na die woordeskat wat hulle gebruik.)

### Wenk

*Dilatasie* is 'n woord wat gebruik word om die verandering van die grootte van 'n meetkundige figuur te beskryf. As die skaalfaktor groter as 1 is, is die dilatasie 'n vergroting. As die skaalfaktor kleiner as 1 is, is die dilatasie 'n verkleining. Somtyds verkies mense om slegs die term vergroting te gebruik. Die simbool  $k$  word as 'n vergrotingsfaktor gebruik. As  $k > 1$ , sal die beeld van die oorspronklike figuur 'n vergroting wees. As  $k < 1$ , sal die beeld van die oorspronklike figuur 'n verkleining wees.

### Voorgestelde antwoorde

- |   |                |                        |   |                                                     |
|---|----------------|------------------------|---|-----------------------------------------------------|
| 1 | a              | Vergrotingsfaktor = 4  | b | Vergrotingsfaktor = 2; (Pythagoras: 3-4-5 : 6-8-10) |
| 2 | a              | Verkleiningsfaktor = 5 | b | Verkleiningsfaktor = 3                              |
| 3 | C en G; B en E |                        |   |                                                     |

- 4 a  $\hat{G} = \hat{M}$  b  $\hat{K} = \hat{E}$  c  $EF : KL = 5 : 15$   
d KLMN is 'n vergroting van EFGH met  $k = 3$ .  
e  $EH = 4 \text{ cm}$  f  $MN = 3 \text{ cm}$  g  $LM = 24 \text{ cm}$

## PvA | Onderzoek 4 Onderzoek vergroting en verkleining

Leerderboek bladsy 364

### Riglyne vir die implementering van hierdie ondersoek

- Moenie vir die leerders enige formules leer nie. Die doel van die ondersoek is dat hulle hul eie gevolgtrekkings moet maak.
- **Taak 1:** Die diagram word gegee.
- **Taak 2:** Hulle maak hul eie diagram op 'n Cartesiese vlak om seker te maak dat hul reghoeke op skaal is.
- **Taak 3:** Slegs ruwe sketse is nodig.
- Gee duidelike instruksies oor die datum waarop die ondersoek voltooi en ingehandig moet word.

### Remediëring

Bespreek die gevolgtrekkings met die leerders nadat hulle hul ondersoek ingehandig het. Wys op die volgende:

- Omtrek het slegs een afmeting  $\therefore$  nuwe Omtrek = ou Omtrek  $\times k$
- Oppervlakte het twee afmetings (byvoorbeeld, lengte en breedte)  
 $\therefore$  nuwe Oppv. = ou Oppv.  $\times k \times k$
- Volume het drie afmetings  $\therefore$  nuwe Vol. = ou Vol.  $\times k \times k \times k$

### Voorgestelde antwoorde: Memorandum

#### Taak 1

- 1 'n Vergroting (1 punt vir elke antwoord)  
2 'n Verkleining (2)

Vierkant A	Vierkant B	Vierkant C
(1; 1)	(3; 3)	(9; 9)
(2; 1)	(6; 3)	(18; 9)
(2; 2)	(6; 6)	(18; 18)
(1; 2)	(3; 6)	(9; 18)
(x; y)	(3x; 3y)	(9x; 9y)

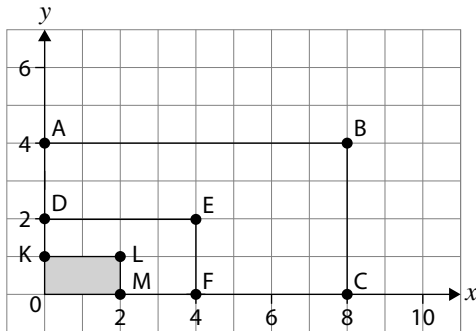
(1 punt vir elke paar koördinate)  
(8)

- 4  $k = 3$  (1)  
5 Dit is moontlik om drie reguitlyne vanaf die oorsprong deur al die ooreenstemmende hoeke van die vierkant te trek. (1)

	Vierkant A	Vierkant B	Vierkant C
<b>Lengte van sy</b>	1 cm	3 cm	9 cm
<b>Omtrek</b>	4 cm	12 cm	36 cm
<b>Oppervlakte</b>	1 cm <sup>2</sup>	9 cm <sup>2</sup>	81 cm <sup>2</sup>

(1 punt vir elke antwoord)  
(6)

Taak 2  
1, 2 en 3



(1 punt vir KOML; 2 punte vir  
DOFE; 2 punte vir AOCB)  
(5)

4

	KOML	DOFE	AOCB
<b>Lengte</b>	2 cm	4 cm	8 cm
<b>Breedte</b>	1 cm	2 cm	4 cm
<b>Omtrek</b>	6 cm	12 cm	24 cm
<b>Oppervlakte</b>	2 cm <sup>2</sup>	8 cm <sup>2</sup>	32 cm <sup>2</sup>

(1 punt vir elke antwoord)  
(8)  
(1)

5  $k = 2$

Taak 3

1

	Sirkel D	Sirkel E	Sirkel F
<b>Radius</b>	25 cm	5 cm	1 cm
<b>Omtrek</b>	$50\pi$ cm	$10\pi$ cm	$2\pi$ cm
<b>Oppervlakte</b>	$625\pi$ cm <sup>2</sup>	$25\pi$ cm <sup>2</sup>	$\pi$ cm <sup>2</sup>

(2 punte vir elke antwoord)  
(8)  
(1)

2  $k = 5$

Gevolgtrekking

- Uitwerking van 'n vergroting op die omtrek:  
As  $k = 3$ , dan sal die omtrek van die groter figuur drie maal ( $\times 3$ ) die omtrek van die kleiner figuur wees. (2)
  - Uitwerking van 'n vergroting op die oppervlakte:  
As  $k = 3$ , dan sal die oppervlakte van die groter figuur nege maal ( $\times 9$ ) die oppervlakte van die kleiner figuur wees. (2)
- (Totaal: 45 punte)

**Aktiwiteit 2** Werk met vergrotings en verkleinings

Leerderboek bladsy 367

**Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit**

- Die aktiwiteit verskaf die geleentheid aan leerders om alles (insluitende herleiding van SI-eenhede) saam te voeg.

- As leerders nie die gevolgtrekkings van die ondersoek direk kan toepas nie, kan hulle sketse gebruik en die omtreke (of oppervlaktes) van die gegewe figure bereken sowel as die figuur wat ná die vergroting of verkleining verkry word.

### Voorgestelde antwoorde

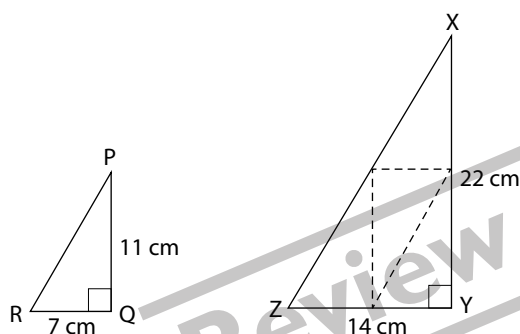
- 1 a Oppervlakte =  $16 \text{ cm}^2$   
c Omtrek =  $160 \text{ mm} = 16 \text{ cm}$
- 2 a Omtrek =  $24 \times 3 = 72 \text{ cm}$
- 3 a Oppervlakte =  $48 \times 2 \times 2 = 192 \text{ m}^2$
- 4 a  $144 \div 36 = 4 \therefore k = 2$   
c  $4 \div 36 = \frac{1}{9} \therefore k = \frac{1}{3}$
- b Oppervlakte =  $16 \times 3 \times 3 = 144 \text{ cm}^2$   
d Omtrek =  $16 \text{ mm} = 1,6 \text{ cm}$   
b Omtrek =  $24 \div 2 = 12 \text{ cm}$   
b Oppervlakte =  $48 \div 4 \div 4 = 13 \text{ m}^2$   
b  $324 \div 36 = 9 \therefore k = 3$

Let op: Die nuwe vierkant in vraag 4c sal 'n verkleining van die gegewe vierkant wees.

- 5 a  $60 \div 20 = 3 \therefore k = 3$   
b Herleiding:  $800 \text{ mm} = 80 \text{ cm}$ ;  $80 \div 20 = 4 \therefore k = 4$   
c  $4 \div 20 = \frac{1}{5} \therefore k = \frac{1}{5}$

Let op: Die nuwe vyfhoek in vraag 5c sal 'n verkleining van die gegewe vyfhoek wees.

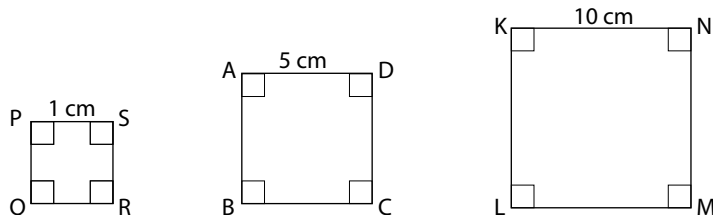
- 6 a en b



- c Vier
- d Oppervlakte  $\triangle PQR$  : Oppervlakte  $\triangle XYZ = 1 : 4$
- e Oppervlakte  $\triangle XYZ$  : Oppervlakte  $\triangle PQR = 4 : 1$
- f Oppervlakte  $\triangle PQR = \frac{1}{2} \times 7 \times 11 = 38,5 \text{ cm}^2$   
Oppervlakte  $\triangle XYZ = \frac{1}{2} \times 14 \times 22 = 154 \text{ cm}^2$

$154 = 4 \times 38,5 \therefore$  Vorige berekeninge was korrek.

- 7 a, b en c



- d  $SQ^2 = 1^2 + 1^2 = 2$  (Pythagoras)  $\therefore SQ = \sqrt{2}$   
 $BD^2 = 5^2 + 5^2 = 50$  (Pythagoras)  $\therefore BD = \sqrt{50}$   
 $LN^2 = 10^2 + 10^2 = 200$  (Pythagoras)  $\therefore LN = \sqrt{200}$
- e  $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5 \times \sqrt{2}$ ;  $\sqrt{200} = \sqrt{4 \times 50} = \sqrt{2} \times \sqrt{50}$   
Die lengtes van die hoeklyne het in dieselfde verhouding as die lengtes van die sye verander.

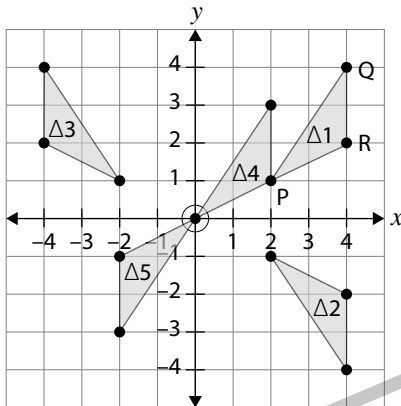
# Hoofstuk 17 hersiening

Leerderboek bladsy 368

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a  $T'(0; -4)$  b  $T'(2; 4)$  c  $T'(2; 0)$  d  $T'(-2; -4)$  e  $T'(5; -5)$   
 2 a, b, c, d en e



- f In  $\Delta 2$ :  $R'(4; -2)$   
 In  $\Delta 3$ :  $R'(-4; 2)$   
 In  $\Delta 5$ :  $R'(-2; -1)$
- 3 a Vergroting deur die oorsprong met  $k = 2$   
 b Rotasie van  $90^\circ$  kloksgewys rondom die oorsprong  
 c Rotasie van  $90^\circ$  antikloksgewys rondom die oorsprong  
 d Roteer  $\Delta 3$   $90^\circ$  kloksgewys rondom die oorsprong of roteer  $\Delta 4$   $90^\circ$  antikloksgewys rondom die oorsprong of roteer  $\Delta 1$   $180^\circ$  rondom die oorsprong.  
 e  $\Delta 1$ ,  $\Delta 2$ ,  $\Delta 3$  en  $\Delta 4$  is kongruent.  
 f  $\Delta 1$  en  $\Delta 2$  is gelykvormig.
- 4 Nuwe omtrek =  $126 \times 1,5 = 189$  mm  
 $\therefore$  lengte van  $B'C' = 189 \div 3 = 63$  mm
- 5 Nuwe oppervlakte =  $135 \div 3 \div 3 = 15$  cm<sup>2</sup>

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 369–381

Voorgestelde tydstoekenning: 7 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

<b>Eenheid 1: Klassifikasie van 3D-voorwerpe</b>	1,5 ure
Klassifikasie van veelhoeke	
Klassifikasie van veelvlakke	
<b>Eenheid 2: Platoniese vaste figure</b>	3 ure
Herken en ontwerp nette	
Platoniese vaste figure	
Euler se stelling vir veelvlakke	
<b>Eenheid 3: Bou van 3D-modelle</b>	2,5 ure
Nette	

*Hoofstuk18 hersiening*

### EENHEID

## 1

## Klassifikasie van 3D-voorwerpe

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 370

Voorgestelde tydstoekenning: 1,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- hersien en brei die klassifikasie van veelhoeke (of 2D-vorms) uit
- klassifikasie van veelvlakke (3D-voorwerpe)
- beskryf die verskille tussen prisma's, piramides en Platoniese vaste figure

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; voorbeelde van prisma's en piramides vir die leerders om te hanteer; nette van prisma's en piramides

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 370

- |   |   |                                                                    |
|---|---|--------------------------------------------------------------------|
| 1 | a | 'n Plat vorm; dit moet geslote wees; al die sykante is reguitlyne. |
| 2 | a | Driehoek                                                           |
|   | b | Vierhoek                                                           |
|   | c | Vyfhoeck                                                           |
|   | d | Seshoeck                                                           |
|   | e | Sewehoeck                                                          |
|   | f | Aghoeck                                                            |
|   | g | Negehoeck                                                          |
|   | h | Tienhoeck                                                          |
|   | i | Twaalfhoeck                                                        |
|   | j | Twintighoeck                                                       |

### Agtergrondinligting

Leerders het in Graad 7 die basiese konsepte wat in Graad 6 gedek is, vasgelê. Die fokus was op die volgende:

- Groepering en kategorisering:
  - kubusse (slegs vierkantige syvlakke)
  - reghoeckige prisma's (slegs reghoeckige en vierkantige syvlakke)
  - driehoekige prisma's (slegs driehoekige en reghoeckige/vierkantige syvlakke)
  - piramides (vierkantige en driehoekige syvlakke)
  - silinders (sirkelvormige en reghoeckige syvlakke).
- Gebruik en konstruksie van nette as kontekste om die eienskappe van veelvlakke te verken en vas te lê.
- Herkenning, gebruik en konstruksie van nette vir verskillende vaste figure.
- Maak sketse van nette met behulp van hul kennis van die vorm en aantal syvlakke van vaste figure, voordat hulle nette geteken en uitgeknipt het om modelle te bou.

Die konstruksie van nette in Graad 7 was gebaseer op die aantal en vorm van die syvlakke van die vaste figure en het nie vereis dat binnehoeke van veelhoeke gemeet word nie.

Daar was ook van leerders vereis om die relatiewe posisie van die syvlakke van die nette uit te werk, en die probeer-en-verbeter-metode te gebruik om die sykante en hoekepunke bymekaar te pas, ten einde die 3D-voorwerp te bou.

Die fokus in hierdie eenheid in Graad 8 is op regte prisma's en regte piramides.

- Die syvlakke in 'n regte prisma is loodreg op die basis en daarom sal hulle reghoeke wees.
- Die toppunt in 'n regte piramide is direk bokant die middelpunt van die basis van die piramide.

As 'n prisma of 'n piramide nie 'n regte prisma is nie, is dit skeef. Die syvlakke in 'n skeef prisma is nie loodreg op die basis nie en daarom kan die syvlakke parallelogramme wees. Besoek die volgende skakel vir 'n oorsig van vaste figure:

<http://www.korthalsaltes.com/index.html>

Daar is voorbeelde van die volgende op hierdie webwerf: Platoniese vaste figure, Archimediese vaste figure, Kepler-Poinsot veelvlakke, ander eenvormige veelvlakke, samestellings, piramides, konkawe piramides, afgestompte piramides, dipiramides, ander piramides, prisma's, antiprisma's, konkawe prisma's, ensovoorts.



## Onderwysriglyne

Voordat jy begin met die onderrig van die inhoud van hierdie hoofstuk, maak prisma's en piramides vir die leerders deur afdrukke van nete van die volgende webwerf af te maak: <http://www.senteacher.org/Worksheet/12/Nette.xhtml>. Daar is gratis nete vir 'n aantal veelvlakke op hierdie webwerf wat uitgedruk kan word.

Leerders moet gemaklik wees met die terminologie wat ons gebruik om veelhoeke te beskryf omdat veelhoeke die basis van 3D-voorwerpe (veelvlakke) vorm. Die doel van die hoofrekeninge in hierdie afdeling is om vorige kennis en terminologie te hersien. Hersien dit elke dag aan die begin van die les.

Maak seker dat leerders se kennis van veelhoeke goed vasgelê is voordat jy met die lesse oor veelvlakke begin, aangesien hierdie kennis die grondslag vorm van hul begrip van hoe veelvlakke gevorm word.

Leerders moet oefen om na 'n diagram te kyk (wat plat is; 'n net) en in staat te wees om te sien dat dit 'n 3D-voorwerp voorstel.

## Klassifikasie van veelhoeke

### Aktiwiteit 1

### Klassifiseer veelhoeke

Leerderboek bladsy 371

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Dit is noodsaaklik dat leerders veelhoeke (2D-vorme) verstaan en gemaklik is daarmee voordat hulle aanbeweeg na veelvlakke (3D-voorwerpe).
- Hersien veelhoeke met die leerders en maak seker dat hulle die volgende verstaan:
  - 'n Veelhoek is 'n plat, geslote twee-dimensionele (2D-) figuur.
  - Veelhoeke kan as *reëlmatig* en *onreëlmatig* geklassifiseer word.
  - Veelhoeke kan *konveks* of *konkaaf* wees.
  - 'n Veelhoek word vernoem na die aantal sye wat dit het.
- Laat leerders die (reëlmatige) veelhoeke wat hulle in vorige grade teëgekom het, opnoem, hulle onder die opskrif *Reëlmatige veelhoeke* in hul oefenboeke teken en onreëlmatige weergawes daarvan onder die opskrif *Onreëlmatige veelhoeke* teken.
- Verduidelik die verskil tussen *konkaaf* en *konveks* en laat leerders die veelhoeke wat hulle geteken het verder in hierdie twee kategorieë klassifiseer. Dit mag nodig wees dat hulle konkawe veelhoeke teken as hulle nie tekeninge hiervan in die *onreëlmatige* kategorie hierbo ingesluit het nie.

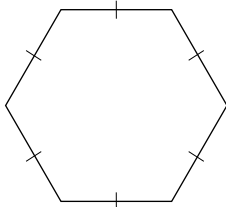
### Wenk

Gebruik die nuwe woorde *reëlmatig*, *onreëlmatig*, *konkaaf* en *konveks* herhaaldelik sodat dit vir leerders bekend kan word. Dit is 'n goeie idee om 'n plakkaat met die name en vorms van reëlmatige veelhoeke vir die klaskamer te maak.

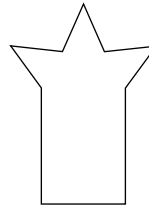
## Voorgestelde antwoorde

- 1 a Konveks                      b Konkaaf                      c Konveks                      d Konkaaf
- 2 a Ongelyksydige driehoek                      b Vierkant  
c Gelyksydige driehoek                      d Vlieër  
e Reëlmatige vyfhoek                      f Onreëlmatige seshoek  
g Reëlmatige sewehoek                      h Onreëlmatige aghoek
- 3 a 'n Vorm met ses sye wat ewe lank is, geen binnehoek groter as  $180^\circ$  nie  
b Enige vorm met nege sye van ongelyke lengte, ten minste een binnehoek wat groter as  $180^\circ$  is. Byvoorbeeld:

A



B



## Klassifikasie van veelvlakke

### Aktiwiteit 2      Klassifiseer veelvlakke

Leerderboek bladsy 373

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Spandeer genoeg tyd aan die beskrywings (definisies) in die tabel wat veelvlakke klassifiseer.
- Hersien die name en eienskappe (basis; aantal syvlakke; aantal sykante; aantal hoekpunte) van die verskillende veelvlakke (prismas en piramides) wat in Graad 7 gedek is:
  - kubus; reghoekige prisma; driehoekige prisma; vyfhoekige prisma; seshoekige prisma; sewehoekige prisma; aghoekige prisma
  - driehoekige piramide; viervlak; vierkantige piramide; seshoekige piramide; sewehoekige piramide; aghoekige piramide

### Wenk

Help leerders om die vermoë te ontwikkel om in 3D te “sien” deur voorwerpe in die vorm van piramides en prismas in die klaskamer beskikbaar te hê. As leerders die vorms hanteer en die syvlakke, sykante en hoekpunte fisies tel, sal die konsep van 3D vir hulle makliker wees om te verstaan.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 a Piramide                      b Prisma                      c Piramide                      d Prisma  
e Prisma                      f Prisma                      g Piramide                      h Piramide  
i Prisma

- 2 a Seshoekige piramide  
c Vierkantige piramide  
e Reghoekige prisma (of kuboïde)  
g Vyfhoekige piramide  
i Vierkantige prisma (of kubus)
- 3 a Vierkantige prisma  
b Reghoekige prisma  
c As ons van die kant af kyk: moontlik 'n prisma met 'n trapesium as 'n basis  
d Seshoekige prisma (of silinder indien gekrom – dan is dit nie 'n veelvlak nie)
- 4 a Waar: basis is 'n vierkant; syvlakke is reghoeke.  
b Waar: gekromde voorwerp.  
c Onwaar: gekromde voorwerpe is nie prismas nie.  
d Onwaar: gekromde voorwerpe is nie piramides nie.  
e Waar

5

	Naam van veelvlak	Aantal syvlakke	Aantal sykante	Aantal hoekpunte
a	Vierkantige piramide	5	8	5
b	Vierkantige prisma	6	12	8
c	Seshoekige piramide	7	12	7
d	Driehoekige prisma	5	9	6

## EENHEID

2

## Platoniese vaste figure

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 375  
Voorgestelde tydstoekenning: 3 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- die vyf Platoniese vaste figure deur hulle in terme van die volgende te beskryf, te benoem en te vergelyk:
  - die vorm van die syvlakke
  - die aantal syvlakke
  - die aantal hoekpunte
  - die aantal sykante.
- ondersoek die verwantskap tussen die aantal syvlakke, hoekpunte en sykante van Platoniese vaste figure

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; karton om patrone te maak; papier om Platoniese vaste figure te maak; kleefband om Platoniese vaste figure aanmekaar te plak; plastiekstrooitjies; Plasticine™; tandestokkies; Jelly tots™

## Hoofrekena

(10 minute per dag)

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 375

1 Prisma  
4 Piramide  
7 Prisma  
10 Prisma of piramide

2 Piramide  
5 Prisma  
8 Plat vorm  
11 Plat vorm

3 Plat vorm  
6 Piramide  
9 Plat vorm  
12 Prisma

## Agtergrondinligting

Leerders bou in hierdie eenheid op hul kennis van veelvlakke. Platoniese vaste figure is nuut in Graad 8.

## Onderwysriglyne

Nadat leerders bekendgestel is aan Platoniese vaste figure, is dit belangrik dat hul kennis vasgelê word met praktiese konstruksies en hantering van werklike voorwerpe. Laat leerders sover moontlik toe om die voorwerpe wat hulle gekonstrueer het, te hanteer om die eienskappe van Platoniese vaste figure te verken en te ondersoek ten einde 'n meer betekenisvolle leerervaring te verseker. Benewens die gebruik van uitgeknipte papier om nette te konstrueer, kan leerders ook strooitjies en Plasticine™ of tandestokkies en Jelly tots™ gebruik om modelle van Platoniese vaste figure te konstrueer.

## Herken en ontwerp nette; Platoniese vaste figure

### Aktiwiteit 1 Konstrueer Platoniese vaste figure

Leerderboek bladsy 376

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Die voorbeeld van die net in die Leerderboek sal 'n kubus lewer.
- Bespreek die definisie van Platoniese vaste figure en die bekendstelling aan Platoniese vaste figure in die Leerderboek.
- Leerders volg die stappe om akkurate konstruksies van die patrone te maak om in nette vir die Platoniese vaste figure te gebruik.
- Dit sal tyd spaar as leerders hierdie aktiwiteit in groepe kan doen. Moenie meer as een les vir hierdie aktiwiteit gebruik nie. Leerders kan dit in hul eie tyd voltooi.
- Leerders het die modelle nodig wat hulle in Aktiwiteit 1 gemaak het om Aktiwiteit 2 te doen.
- As leerders toegang tot die Internet het, sal hulle baie inligting oor die onderwerp van Platoniese vaste figure kry.
- Euler word "Oy-ler" (soos in *oyster*) uitgespreek.

### Wenk

Die vyf Platoniese vaste figure maak wonderlike bewertjies om van die klaskamer se plafon te laat afhang.

**Riglyn vir die implementering van hierdie aktiwiteit**

Gebruik die modelle wat in Aktiwiteit 1 gemaak is om die ondersoek te doen.

**Wenk**

Waarom kan daar slegs vyf Platoniese vaste figure wees?

Die binnehoeke van die veelhoeke wat by die hoekpunt van 'n veelvlak ontmoet, moet 'n graadwaarde hê wat kleiner as  $360^\circ$  is. As die graadwaarde meer as  $360^\circ$  is, is dit natuurlik nie 'n 3D-figuur nie.

Hoeke van drie driehoeke =  $3 \times 60^\circ = 180^\circ$  (Viervlak)

Hoeke van vier driehoeke =  $4 \times 60^\circ = 240^\circ$  (Agtvlak)

Hoeke van vyf driehoeke =  $5 \times 60^\circ = 300^\circ$  (Tienvlak)

Maar: Hoeke van ses driehoeke =  $6 \times 60^\circ = 360^\circ$  wat 'n plat (2D) oppervlakte is.

**Voorgestelde antwoorde**

Platoniese vaste figuur	Vorm van syvlak	Hoekpunte (H)	-	Sykante (K)	+	Syvlakke (V)	=	2
Viervlak	Driehoek	4	-	6	+	4	=	2
Kubus	Vierkant	8	-	12	+	6	=	2
Agtvlak	Driehoek	6	-	12	+	8	=	2
Twaalfvlak	Vyfhoeke	20	-	30	+	12	=	2
Twintigvlak	Driehoek	12	-	30	+	20	=	2

**Wenk**

Dit is moontlik om nete van die Platoniese vaste figure uit te druk en afskrifte vir die leerders te maak (maar dan ervaar hulle nie die gebruik van akkurate konstruksies nie).

**Euler se stelling vir veelvlakke**
**Riglyn vir die implementering van hierdie aktiwiteit**

Leerders doen die aktiwiteit om hierdie eenheid af te sluit.

## Voorgestelde antwoorde

- 1
  - a Waar
  - b Onwaar: daar is slegs vyf Platoniese vaste figure.
  - c Onwaar: 'n kubus het vierkante as vlakke en 'n twaalfvlak het vyfhoekige as syvlakke.
  - d Waar
  - e Waar
  - f Onwaar: 'n agtvlak het agt syvlakke.
- 2
  - a 'n Baie klein organisme wat siektes veroorsaak, byvoorbeeld MIV.
  - b Polio is 'n siekte wat deur 'n virus veroorsaak word en kan tot tydelike of permanente verlamming lei. Alle kinders behoort teen die siekte ingeënt te word.
  - c Die virus lyk soos 'n Platoniese vaste figuur met 20 syvlakke.

## EENHEID



# Bou van 3D-modelle

## Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 379

Voorgestelde tydstoekenning: 2,5 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

herken, konstrueer en gebruik nete om modelle van meetkundige vaste figure te maak, insluitende:

- kubusse
- prisma's
- piramides

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; instrumente om konstruksies te doen

## Hoofrekena

(10 minute per dag)

Herinner leerders aan die lang berekeninge wat Euler in sy kop kon doen (Eenheid 2). Leerders doen die eerste berekening en gebruik dan daardie antwoord om die volgende stap te doen. As hulle korrek werk, sal hul finale antwoord dieselfde getal wees as die een waarmee hulle begin het.

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 379

- |   |            |            |              |              |
|---|------------|------------|--------------|--------------|
| 1 | $x$        |            |              |              |
| 2 | a $5x$     | b $5x + 8$ | c $10x + 16$ | d $10x + 12$ |
|   | e $5x + 6$ | f $5x$     | g $x$        |              |
| 3 | $x$        |            |              |              |

## Agtergrondinligting

Leerders sou in vorige grade baie met nette gewerk het. Selfs al het party leerders meer blootstelling as ander gehad, behoort alle leerders te weet wat 'n net is, selfs al verskil hulle praktiese ervaring van met nette werk. Leerders moet in Graad 8 toenemend onafhanklik en kreatief met nette werk.

## Onderwysriglyne

Voordat jy met die onderrig van hierdie eenheid begin, hersien nette en hul ooreenstemmende veelvlakke wat leerders tot dusver teëgekom het. Dit is ook 'n goeie idee om oefeninge aan leerders te gee wat vereis dat hulle ruwe sketse in hul oefenboeke maak. Byvoorbeeld, wys vir hulle 'n veelvlak soos 'n reghoekige prisma of 'n aghoekige piramide of benoem die veelvlak en laat hulle die nette teken.

## Nette

### Aktiwiteit 1

### Herken nette

Leerderboek bladsy 379

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Leerders kan deur Aktiwiteit 1 werk sonder enige verdere verduideliking. Hulle kan na die Leerderboek of hul oefenboeke verwys vir inligting.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 b, d en e
- 2 a seshoek; ses  
b sewehoekige prisma  
c die vorm van die syvlakke: 'n prisma het reghoeke as syvlakke; 'n piramide het gelykbenige driehoeke as syvlakke.  
d viervlak (driehoekige piramide)  
e twee driehoeke en drie reghoeke
- 3 a C 2                      b A 3                      c D 1                      d B 4

### Wenk

Die leerders moet die voorbeelde in die tabel van vraag 3 gebruik wanneer hulle in Aktiwiteit 2 nette ontwerp.

### Aktiwiteit 2

### Konstrueer nette

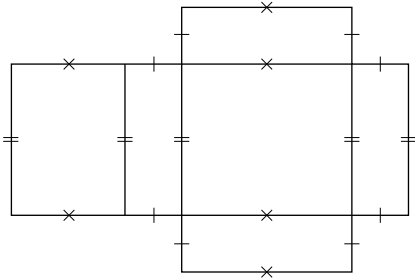
Leerderboek bladsy 380

### Riglyn vir die implementering van hierdie aktiwiteit

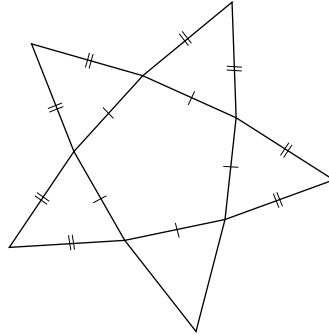
Dit is belangrik dat leerders die konstruksies doen en die modelle bou. Konkrete ervaring is altyd goed.

## Voorgestelde antwoorde

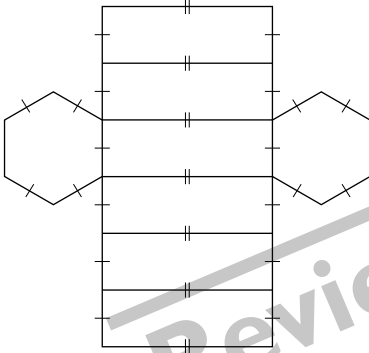
- l a Al die hoeke moet regte hoeke wees.



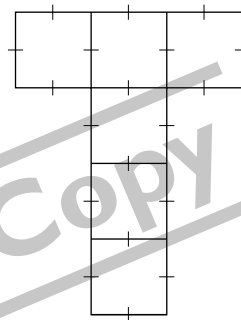
- b Elke binnehoek van 'n reëlmatige vyfhoek is gelyk aan  $108^\circ$ . Hoogte van driehoeke moenie te klein wees nie.



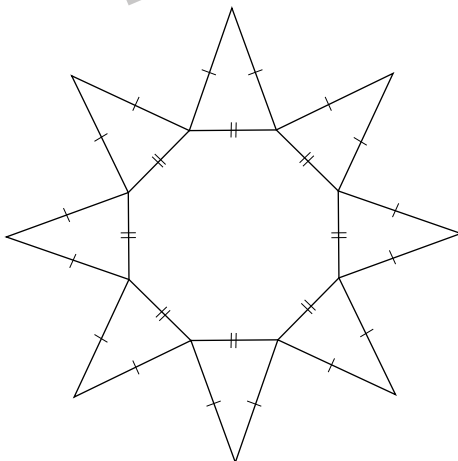
- c Elke binnehoek van 'n reëlmatige seshoek is gelyk aan  $120^\circ$ .



- d Alle hoeke is regte hoeke.



- e Elke binnehoek van 'n reëlmatige aghoek is gelyk aan  $112,5^\circ$ . Hoogte van driehoeke moenie te klein wees nie.



2, 3 en 4 Antwoorde sal wissel.



Om veelvlakke uit tandestokkies en Jelly tots™ te bou is 'n prettige aktiwiteit om met die leerders te doen indien moontlik.

## Hoofstuk 18 Hersiening

Leerderboek bladsy 381

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

### Voorgestelde antwoorde

- 1
  - a Onwaar: veelhoek is 2D en veelvlak is 3D
  - b Onwaar: konkawe veelhoek
  - c Waar
  - d Waar
  - e Onwaar: slegs een tienhoek as basis
  - f Waar
  - g Onwaar: 10 hoekpunte
  - h Waar
- 2
  - a Vierkantige piramide
  - b Oop boks in die vorm van 'n kubus
- 3
  - a  $H - K + V = 2$
  - b  $H$  = hoekpunte (waar sykkante ontmoet)  
 $K$  = sykkante (waar syvlakke ontmoet)  
 $V$  = syvlakke (plat vorms in die vorm van vierkante)  
'n Kubus het 8 hoekpunte, 12 sykkante en 6 syvlakke  
 $\therefore H - K + V = 8 - 12 + 6 = 2$
- 4 Kubus C

## Hoofstukoorsig

Leerderboek bladsy 382–395

Voorgestelde tydstoekenning: 4 ure

Hierdie hoofstuk fokus op die volgende:

**Eenheid 1 Teoretiese waarskynlikheid** 2 ure

Wat is waarskynlikheid?

Moontlike uitkomste

Waarskynlikheidsreëls

**Eenheid 2 Relatiewe frekwensie** 2 ure

Formule vir relatiewe frekwensie

Vergelyk relatiewe frekwensie en waarskynlikheid

Gebruik relatiewe frekwensie

*Hoofstuk 19 hersiening*

## EENHEID

### 1

## Teoretiese waarskynlikheid

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 383

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- definieer wat waarskynlikheid is
- lys al die moontlike uitkomste van 'n steekproefsituasie met ewe moontlike uitkomste
- bepaal die waarskynlikheid van elke uitkoms deur die definisie van waarskynlikheid te gebruik
- teken die uitkomste aan

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; tolbord; dobbelsteentjie; stel kaarte

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Waarskynlikhede kan in terme van persentasies, desimale breuke of gewone breuke uitgedruk word. Dit sal help as leerders maklik tussen die verskillende vorms kan herlei.

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 383

1	a	0,75	b	0,5	c	0,25	d	1
2	a	50%	b	75%	c	25%	d	100%
3	a	$\frac{1}{4}$	b	$\frac{3}{5}$	c	$\frac{3}{4}$	d	$\frac{1}{2}$
	e	$\frac{3}{4}$	f	$\frac{1}{5}$	g	$\frac{4}{5}$	h	$\frac{1}{10}$

## Agtergrondinligting

Waarskynlikheid is 'n vertakking van Wiskunde. Leerders sal voortgaan om hierdie onderwerp in VOO-Wiskunde te bestudeer. Dit is belangrik dat leerders sal besef dat hierdie vertakking van Wiskunde ontwikkel het as gevolg van 'n praktiese behoefte om die waarskynlikheid dat 'n gebeurlikheid sal plaasvind, te kan voorspel.

Leerders het in die Intermediêre Fase en Graad 7 waarskynlikheidseksperimente met muntstukke, dobbelsteentjies en telborde gedoen. Dit is minder belangrik in Graad 8 om werklike proewe te doen, omdat leerders begin om die waarskynlikheid te oorweeg van hipotetiese gebeurlikhede soos die waarskynlikheid dat 'n Aas van skoppens uit 'n stel kaarte gekies sal word, of dat 'n 6 met 'n dobbelsteentjie gegooi sal word.

## Onderwysriglyne

Dit is belangrik dat die korrekte woorde gebruik word wanneer waarskynlikheid onderrig word, en om hierdie woorde dwarsdeur die verloop van die lesse te gebruik ten einde hul betekenis in konteks vas te lê.

- As jy 'n dobbelsteentjie 'n aantal kere gooi, doen jy 'n *eksperiment*.
- Elke keer wat jy die dobbelsteentjie gooi, is dit 'n *proef* in die eksperiment.
- Jy kan 'n 1; 2; 3; 4; 5 of 6 rol: hierdie getalle is die moontlike *uitkomst*. Elke getal het dieselfde kans om in 'n enkele proefneming van die eksperiment gegooi te word; dus verwys ons daarna as *ewe waarskynlike uitkomst*.
- Voordat jy die dobbelsteentjie gooi, besluit jy wat jy soek. As jy ewe getalle wil gooi {2; 4; 6}, word dit die *gebeurlikheid* genoem. 'n Gebeurlikheid kan een of meer uitkomst van die eksperiment wees.
- *Waarskynlikheid* is die kans wat jy het om die gebeurlikheid te behaal (ewe getalle te gooi) waarin jy belangstel.  $W(\text{ewe getalle}) = 3 \text{ uit } 6 = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$ .

# Wat is waarskynlikheid?

## Aktiwiteit 1

## Werk met waarskynlikheid

Leerderboek bladsy 384

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Bespreek die waarskynlikheidskaal sowel as die voorbeelde met die leerders. Vra leerders om hul eie voorbeelde uit te dink, soos: Dit is môre my verjaardag; My hond sal teen my opspring as ek by die huis kom; Dit gaan môre reën; en so meer. Vra die leerders om 'n waarde by hul stellings te voeg gebaseer op die waarskynlikheidskaal in die Leerderboek (definieer hul waarskynlikhede), en om hul besluit te verduidelik.
- Leerders moet die aktiwiteit op hul eie doen.
- Vraag 1 dien as agtergrond vir die onderwerp van hierdie hoofstuk.
- Moenie te veel tyd aan hierdie aktiwiteit bestee nie, want dit is slegs 'n inleiding vir die res van die hoofstuk.

### Wenk

Verskaf soveel geleenthede as moontlik aan leerders om stellings te gee wat waarskynlikhede uitdruk en om hierdie waarskynlikhede te definieer aan die hand van die waarskynlikheidskaal. Hulle kan hierdie soort oefeninge ook in pare doen. Dit mag interessant wees om te sien hoe eenders of verskillend leerders waarskynlikhede definieer, en waarom. Moedig leerders aan om te besef dat Wiskunde ontwikkel (selfs vandag!) as gevolg van die behoefte in werklike situasies om antwoorde te kry, om iets te bereken of om 'n reël of formule te soek om toe te pas.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 Blaise Pascal is in 1623 in Frankryk gebore. Sy ma is dood toe hy drie jaar oud was. Hy is grootgemaak deur sy pa, wat 'n regter was. Hy was van 'n baie jong ouderdom geïnteresseerd in Wiskunde. Voor hy 20 was, het hy 'n rekenmasjien ontwikkel om sy pa met belastingberekeninge te help. Een dag in 1653 het Chevalier de Méré hom besoek. De Méré het hulp met 'n probleem gevra: Gestel twee spelers kom ooreen om 'n sekere aantal rondtes te speel, byvoorbeeld die beste uit sewe, en word onderbreek voor hulle kan klaarmaak. Hoe moet die speelgeld verdeel word? Pascal het 'n brief aan sy vriend, Pierre de Fermat geskryf. De Fermat was 'n prokureur wat ook baie geïnteresseerd was in Wiskunde. Die twee vriende het verskeie briewe aan mekaar geskryf en uit hierdie briewe het die teorie van waarskynlikheid soos ons dit vandag in Wiskunde gebruik, ontwikkel.
- 2 a Onmoontlik                      b Waarskynlik                      c Gelyk  
d Onwaarskynlik                      e Seker

## Moontlike uitkomst

### Aktiwiteit 2

### Maak 'n lys van uitkomste

Leerderboek bladsy 385

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Werk deur die inleiding tot hierdie afdeling in die Leerderboek.
- Hersien en lê terminologie soos *uitkoms*, *eksperiment*, *ewe moontlik* en *steekproefruimte* vas.
- Leerders moet die aktiwiteit op hul eie doen.

#### Uitbreiding

Vraag 3 en 4 is 'n goeie uitdaging vir die leerders.

#### Voorgestelde antwoorde

- |   |                                                                       |                             |
|---|-----------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| 1 | a {kruis; munt}                                                       | b {rooi; blou; groen; geel} |
|   | c {1; 2; 3; 4; 5; 6}                                                  | d {grof; glad}              |
|   | e {M; a; r; i}                                                        | f {3; 6; 9; 12; 15; 18; 21} |
| 2 | a {Sondag; Maandag; Dinsdag; Woensdag; Donderdag; Vrydag; Saterdag}   |                             |
|   | b {April; Junie; September; November}                                 |                             |
|   | c Antwoorde sal wissel, byvoorbeeld {Coke; Fanta; Sprite; en so meer} |                             |
| 3 | {KK; MM; KM; MK}                                                      |                             |
| 4 | {K2; M2; K3; M3; K4; M4; K5; M5; K6; M6}                              |                             |

## Waarskynlikheidsreëls

### Aktiwiteit 3

### Bepaal waarskynlikhede

Leerderboek bladsy 386

#### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Waarskynlikheidsreëls vorm deel van Teoretiese waarskynlikheid (teenoor Eksperimentele waarskynlikheid). Dit is 'n dinkoefening wat ons op papier doen. Ons doen nie die werklike eksperiment nie.
- Bespreek die waarskynlikheidsformule met die leerders.
- Doen 'n paar voorbeelde en gee dan vir die leerders tyd om die aktiwiteit op hul eie te doen.

#### Voorgestelde antwoorde

- |   |                                                       |                        |                                                          |                        |
|---|-------------------------------------------------------|------------------------|----------------------------------------------------------|------------------------|
| 1 | a $W(K) = \frac{1}{2}$                                | b $W(B) = \frac{1}{4}$ | c $W\left(\frac{1}{2}\right) = 0$                        | d $W(G) = \frac{1}{2}$ |
|   | e Antwoorde sal wissel.                               |                        | f $W(S) = \frac{2}{7}$                                   |                        |
|   | g $W(\text{kwadraat}) = \frac{3}{10}$                 |                        | h $W(\text{eindig op -ie}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ |                        |
|   | i $W(\text{priemgetal}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ |                        | j $W(W) = \frac{1}{2}$                                   |                        |

- 2 a  $W(\text{groen}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$  b  $W(\text{geel}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$   
 c  $W(\text{blou}) = \frac{5}{12}$  d  $W(\text{groen of geel of blou}) = \frac{12}{12} = 1$   
 e Die som van die waarskynlikhede van al die kleure saam is 1.  
 f  $W(\text{oranje}) = 0$  g  $W(\text{groen of geel}) = \frac{7}{12}$  h  $W(\text{nie groen nie}) = \frac{5}{12}$
- 3 a  $x = 30$  b 15 silwer albasters  
 c  $W(\text{nie rooi nie}) = 1 - \frac{7}{30} = \frac{23}{30}$
- 4 a  $W(\text{appelsap}) = \frac{18}{60} = \frac{3}{10}$   
 b  $W(\text{lemoensap}) = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$   
 $W(\text{koejawelsap}) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$   
 $\therefore \text{Verskil} = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$
- 5 a 52 b 4 c swart  
 d aas; 10 e koningin; koning f swart Piet
- 6 a  $W(R) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$  b  $W(S) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$   
 c  $W(\text{boer of koningin of koning}) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$  d  $W(5) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$   
 e  $W(\text{swart } 5) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$  f  $W(\text{rooi klawer}) = \frac{0}{52} = 0$
- 7  $W(5) \text{ op Tolbord A} = 0$   
 $W(5) \text{ op Tolbord B} = \frac{1}{3}$   
 $W(5) \text{ op Tolbord C} = \frac{2}{5}$   
 $\therefore$  Beste kans met Tolbord C

## EENHEID



## Relatiewe frekwensie

### Eenheidsoorsig

Leerderboek bladsy 389

Voorgestelde tydstoekenning: 2 ure

Hierdie eenheid fokus op die volgende:

- voorspel, met redes, die relatiewe frekwensie van die moontlike uitkomst vir 'n reeks proefnemings gebaseer op waarskynlikheid
- vergelyk relatiewe frekwensie met waarskynlikheid
- verduidelik moontlike verskille tussen relatiewe frekwensie en waarskynlikheid

**Hulpbronne:** Leerderboek; oefenboek; telborde en ander nuttige wiskundige gereedskap (byvoorbeeld: getalleroosters; getallelyne). Die volgende webwerf is nuttig: <http://illuminations.nctm.org/AktiiviteitDetail.aspx?ID=205>

## Hoofrekene

(10 minute per dag)

Leerders moet aan die einde van hierdie eenheid die relatiewe frekwensie met waarskynlikheid vergelyk. Hulle sal tyd spaar as hulle breuke en persentasies maklik kan vergelyk.

Voorgestelde antwoorde

Leerderboek bladsy 389

1	a $\frac{5}{17}$	b $\frac{7}{11}$	c $\frac{11}{13}$	d $\frac{81}{100}$
2	a $\frac{1}{3}$	b $\frac{1}{2}$	c $\frac{1}{5}$	d $\frac{1}{2}$
3	a 3 uit 10	b 17 uit 20	c 50%	d 23 uit 50

## Agtergrondinligting

Leerders word in Graad 8 vir die eerste maal bekendgestel aan die konsep van *relatiewe frekwensie*. Die relatiewe frekwensie is die waargenome aantal suksesvolle uitkomst vir 'n eindige steekproef van proefwe. Byvoorbeeld, as jy 'n muntstuk 60 keer opgooi en die resultate is 32 *kruis* en 28 *munt*, kan jy kruis as 'n suksesvolle uitkomst definieer. Die relatiewe frekwensie van kruis is:  $\frac{32}{60} = 53,33\%$ .

Die waarskynlikheid van kruis is 50% (een van twee waarskynlike uitkomst). Die verskil tussen die relatiewe frekwensie van 53,33% en die waarskynlikheid van 50% is as gevolg van die klein *steekproefgrootte*.

Hoe meer proewe jy doen, hoe nader kom die relatiewe frekwensie aan die waarskynlikheid.

Dit kan in die klas vergelyk word deur resultate van proewe wat in groepe of pare gedoen is, te vergelyk.

## Formule vir relatiewe frekwensie

### Aktiwiteit 1

### Bepaal relatiewe frekwensie

Leerderboek bladsy 391

### Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Verduidelik die konsep van *relatiewe frekwensie* deur die voorbeeld en stappe in die Leerderboek te werk.
- Maak seker dat leerders die verskil tussen *frekwensie* en *relatiewe frekwensie* verstaan.
- Leerders moet nie die formule vir die berekening van relatiewe frekwensie verwar met die formule vir die berekening van waarskynlikheid nie. Hulle moet besef dat ons waarskynlikheid bereken voordat ons 'n eksperiment doen of as daar nie 'n eksperiment is nie. Relatiewe frekwensie kan slegs bereken word nadat iets prakties plaasgevind het.
- Vraag 6 is ter voorbereiding van die kwessie wat in Aktiwiteit 2 aangespreek word.

## Remediëring

Jy kan in vraag 6 vir die leerders vra of hulle 'n patroon in die drie tabelle opmerk. Hulle mag moontlik opmerk dat die persentasies nader aan 50/50% kom as hulle die muntstuk meer kere opskiet.

### Voorgestelde antwoorde

#### Aktiwiteit 1

- 1 a  $\frac{4}{25}$  b  $\frac{21}{25}$
- 2 a  $\frac{7}{14}$  b  $\frac{6}{14}$  c  $\frac{4}{14}$  d  $\frac{8}{14} = \frac{4}{7}$
- e 0
- f Al die klante koop brood en/of melk en/of lekkers. Die eienaar moet seker maak dat hierdie items altyd in voorraad is.
- 3 a Relatiewe frekwensie van foutiewe onderdele:
- Masjien A =  $\frac{3}{50}$
- Masjien B =  $\frac{4}{96}$
- b  $\frac{3}{50} = 6\%$  en  $\frac{4}{96} = 4\%$
- Dit beteken dat Masjien B beter is, want die persentasie foutiewe onderdele is laer.
- 4 Relatiewe frekwensie van Japannese motors =  $\frac{18}{40}$
- ∴ Waarskynlikheid dat volgende motor nie van Japan af kom nie is  $\frac{22}{40} = \frac{11}{20}$
- b Onmoontlik om te sê: dit is 'n ander situasie.
- 5 a 50 skyfies
- b frekwensie
- c 12 uit 50 skyfies in hierdie pakkie was gebreek. Dit is baie minder as die helfte van die skyfies. Die helfte van die skyfies is 25 uit 50.
- d Die 29 beteken dat amper 60% van die skyfies in hierdie pakkie aanvaarbaar was. Dit is nie 'n baie hoë totaal nie. Die maatskappy moet meer pakkies skyfies nagaan en dan besluit wat om te doen.
- e Nee. Relatiewe frekwensie gee slegs 'n aanduiding van wat om te verwag.



Uitkomst	Frekwensie	Relatiewe frekwensie	Relatiewe frekwensie as 'n persentasie
Kruis	7	$\frac{7}{10}$	70%
Munt	3	$\frac{3}{10}$	30%
Totaal	10	1	100%

II

Uitkomst	Frekwensie	Relatiewe frekwensie	Relatiewe frekwensie as 'n persentasie
Kruis	56	$\frac{56}{100} = \frac{14}{25}$	56%
Munt	44	$\frac{44}{100} = \frac{11}{25}$	44%
Totaal	100	1	100%

III

Uitkomst	Frekwensie	Relatiewe frekwensie	Relatiewe frekwensie as 'n persentasie
Kruis	491	$\frac{491}{1\,000}$	49,1%
Munt	509	$\frac{509}{1\,000}$	50,9%
Totaal	1 000	1	100%

- a 'n Muntstuk is 10 keer in Tabel I opgeskiet; 100 keer in Tabel II en 1 000 keer in Tabel III.  
 b {kruis; munt}  
 c  $W(K)$  en  $W(M) = \frac{1}{2} = 50\%$   
 d Tabel I, Kruis : Munt = 70 : 30; Tabel II, Kruis : Munt = 56 : 44  
 Tabel III, Kruis : Munt = 49,1 : 50,9  
 e Waarskynlikheid is 'n teoretiese berekening; relatiewe frekwensie is gebaseer op werklike aksies in die regte lewe.

### Wenk

Moedig leerders aan om hul entrepreneursvaardighede te ontwikkel – soos in die geval van Erik se verkope van worsbroodjies.

## Vergelyk relatiewe frekwensie en waarskynlikheid

### Aktiwiteit 2 Vergelyk relatiewe frekwensie en waarskynlikheid

Leerderboek bladsy 393

#### Riglyn vir die implementering van hierdie aktiwiteit

Die doel van die aktiwiteit is dat leerders self moet uitvind wat die verskil tussen *waarskynlikheid* en *relatiewe frekwensie* is.

## Wenke

- Vul die totale in Kolom E in sodat die relatiewe frekwensie van elke getal op die dobbelsteentjie gelyk sal wees aan die berekende waarskynlikheid van elke getal op die dobbelsteentjie (1 uit 6).
- Sal dit moontlik wees om bogenoemde resultate vir Kolom E te verkry?

## Voorgestelde antwoorde

Getal op dobbelsteentjie	A	B	A + B	C	D	A + B + C + D	E	A + B + C + D + E
1	3	5	8	4	2	14		Antwoorde sal verskil
2	4	5	9	3	4	16		
3	4	3	7	4	4	15		
4	6	1	7	4	6	17		
5	1	1	2	6	6	14		
6	6	9	15	3	2	20		

- 2 a Ja – totaal is 24. b  $W(1) = \frac{3}{24}$  c 3 keer
- d  $W(2) = \frac{4}{24}$ ; 4 gooie;  $W(3) = \frac{4}{24}$ ; 4 gooie;  $W(4) = \frac{6}{24}$ ; 6 gooie  
 $W(5) = \frac{1}{24}$ ; 1 gooie;  $W(6) = \frac{6}{24}$ ; 6 gooie
- 3 a 8 b en c In tabel
- 4 In tabel
- 5 a Antwoorde sal verskil. b Antwoorde sal verskil.
- 6 Hoe meer kere ons die dobbelsteentjie gooi, hoe nader sal die relatiewe frekwensie aan die berekende waarskynlikheid van 1 uit 6 per getal op die dobbelsteentjie kom.

## Gebruik relatiewe frekwensie

### Aktiwiteit 3

### Gebruik relatiewe frekwensie

Leerderboek bladsy 394

## Riglyne vir die implementering van hierdie aktiwiteit

- Leerders mag vra wat die nut van al die berekeninge is. Wys daarop dat relatiewe frekwensie gebruik word om voorspellings te maak.
- Vra leerders om nog voorbeelde te gee, byvoorbeeld die aantal vorige oorwinnings deur 'n sportspan gee 'n aanduiding van wat om in die volgende wedstryd te verwag en so meer.

## Voorgestelde antwoorde

- 1 Dit is hoogs onwaarskynlik (amper onmoontlik) om 'n dobbelsteentjie te gooi en hierdie resultate te kry. Die tabel toon die antwoord as die vraag sou wees om die waarskynlikheid te bereken om elke getal te gooi.

- 2 a Relatiewe frekwensie vir rooi rose =  $\frac{16}{40} = \frac{2}{5}$   
 Relatiewe frekwensie vir wit rose =  $\frac{8}{40} = \frac{1}{5}$   
 Relatiewe frekwensie vir Barberton-madeliefies =  $\frac{3}{40}$   
 Relatiewe frekwensie vir lelies =  $\frac{6}{40}$   
 Relatiewe frekwensie vir angeliere =  $\frac{7}{40}$
- b  $\frac{8}{40} = \frac{16}{80} \therefore$  Verwag om 16 wit rose te verkoop.
- c  $\frac{3}{40} = \frac{9}{120} \therefore$  Verwag om 9 Barberton-madeliefies te verkoop.
- d  $\frac{6}{40} = \frac{3}{20} \therefore$  Verwag om 3 lelies te verkoop.
- e Sy verwag om  $16 \times 5 = 80$  rooi rose te verkoop.  
 $\frac{16}{40} = \frac{80}{200} \therefore$  Verwag om 200 blomme in totaal te verkoop.

## Hoofstuk 19 hersiening

Leerderboek bladsy 395

Moedig leerders aan om die inhoud wat gedek is, te hersien voordat hulle die hersieningsaktiwiteit aanpak. Die hersieningsaktiwiteit moet gebruik word om leerders se vordering tot dusver te assesser en te bepaal waar remediëring nodig mag wees.

### Voorgestelde antwoorde

- 1 a Waarskynlikheidskaal b 1  
 c 'n Onmoontlike gebeurtenis, byvoorbeeld hy sal vandag 'n ekstra neus groei.
- 2 Daar is slegs twee uitkomst: groen en geel.  
 $W(\text{groen}) = \frac{4}{9}$  en dit is nie gelyk aan 50% nie.
- 3 a {A; n; s; i; e} b ewe waarskynlike uitkomste  
 c i  $W(N) = 0$  ii  $W(S) = \frac{1}{5}$  iii  $W(E) = \frac{1}{5}$   
 d Frekwensie om 'n E te trek = 18% van 150 = 27  
 e  $W(E) = \frac{1}{5} = 20\%$ . Die verskil tussen 18% en 20% is omdat die steekproefgrootte te klein is.

4 a

Lengte in cm	Frekwensie	Relatiewe frekwensie
Minder as 140 cm	16	$\frac{16}{100} = 16\%$
140 tot 159 cm	27	$\frac{27}{100} = 27\%$
160 tot 179 cm	54	$\frac{54}{100} = 54\%$
Meer as 180 cm	3	$\frac{3}{100} = 3\%$

- b 54% c  $54 + 3 = 57 \therefore 57\%$   
 d  $\frac{16}{100} = \frac{x}{350}$ ; Dit beteken  $x = 56 \therefore$  Verwag dat 56 leerders uit 350 korter as 140 cm sal wees.  
 e  $\frac{3}{100} = \frac{1}{y}$ ; Dit beteken  $y = 33\frac{1}{3} \therefore$  Verwag dat daar 33 leerders in Graad 8 sal wees.

# Modelksamenvraestel 2 (November): Vraestel I Memorandum

Tyd: 1 uur 40 minute

Punte: 100

- 1.1 a F✓      b T✓      c T✓      d F✓      e T✓ (5)  
1.2 a A✓      b A✓      c D✓      d A✓      e C✓ (5)
- 2.1  $\mathbb{Z} = \{-4; 18; 93; \frac{-65}{65}; 0\}$ ✓✓(-1 per fout) (2)  
a  $F_{240} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 16; 20; 24; 30; 40; 48; 60; 80; 120; 240\}$ ✓✓✓(-1 per fout) (3)  
b  $PF_{240} = \{2; 3; 5\}$ ✓ (1)
- 2.3  $240 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$  (2)  
2.4  $28$ ✓ (1)
- 2.5 a "lang aftrekking"✓;  $292$ ✓ (2)  
b "lang vermenigvuldig"✓;  $23\,380$ ✓ (2)  
c ongedefinieerd✓ (1)  
d  $15 + 20 + 8 = 35 + 8$ ✓ =  $43$ ✓ (2)  
e  $25 - 15(-1)$ ✓ =  $25 + 15$ ✓ =  $40$ ✓ (4)
- 2.6  $2 + 1 + 2 = 5$  dele✓; 1 deel =  $10 \div 5 = 2$  doele✓;  $2 \times 2 = 4$  doele✓ (3)  
2.7  $7 \div 8 \times 4\,000$ ✓ = R3 500✓ (3)  
2.8  $R12\,000 \times 0,065$ ✓ = R780✓;  $R780 \times 3 = R2\,340$ ✓ (3)
- 3.1 a  $-5$ ✓      b  $1$ ✓ (2)  
3.2 a  $8\sqrt{a^{15}}$       b  $4^3$ ✓ =  $64$ ✓      c  $-150\sqrt{p^{11}q^{15}}$  (6)  
3.3  $54 \times 10^{24}$ ✓ =  $5,4 \times 10^{25}$ ✓ (2)
- 4.1 a  $T_1 = 4(1) - 24 = -20$ ✓;  $T_2 = 4(2) - 24 = -16$ ✓  
 $T_n = 4(n) - 24$ ✓ (3)  
b  $T_{200} = 4(200) - 24 = 776$ ✓ (1)
- 4.2 a  $y = \frac{1}{4}n$ ✓ (1)  
b  $m = \frac{1}{4} \times 12 = 3$ ✓;  $n = 5\frac{1}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{21}{4} \times \frac{1}{4} = 21$ ✓ (2)
- 4.3  $y = 2(-3)^3 - 5 = -59$ ✓(SF);  $y = 2(4)^3 - 5 = 123$ ;  $(-3; -59)$ ✓;  $(4; 123)$ ✓ (3)  
5.1  $x + x + 1$ ✓ (1)
- 5.2 a  $6x$ ✓ +  $18y$ ✓      b  $5\sqrt{x^2y^6}$  (4)  
c  $\frac{12x^3y}{4x^2y} - \frac{14x^2y^5}{4x^2y} = 3x$ ✓ -  $\frac{7}{2}y^4$ ✓ (2)
- 5.3 a  $x = 0$ ✓      b  $4k = 36$ ✓;  $k = 9$ ✓ (3)  
c  $\frac{30}{x} = \frac{1}{2}$ ;  $x = 60$ ✓      d  $24 - 12 + 2x = 0$ ✓;  $-2x = 12$ ✓;  $x = -6$ ✓ (4)
- 5.4  $\frac{4(-3)^2(-1)}{5(4)}$ ✓ =  $-\frac{9}{5}$ ✓ (2)
- 5.5  $2(x + 5) + 2(x - 3) = 44$ ✓  
 $2x + 10 + 2x - 6 = 44$ ✓;  $4x + 4 = 44$ ✓;  $4x = 40$ ;  $x = 10$ ✓ (4)
- 6.1 R7,99✓ (1)

- 6.2 a  $\frac{1}{144}$  ✓✓ (2)  
 b 0,000064 ✓ (1)  
 c  $\frac{17}{3} - \frac{13}{4} + \frac{4}{5} = \frac{340}{60} - \frac{195}{60} + \frac{48}{60} = \frac{193}{60}$  ✓ (3)  
 d  $-\frac{65}{16} \times \frac{1}{5} = -\frac{13}{16}$  ✓ (3)  
 e “lang aftrekking” ✓; R690,65 ✓; “lang optelling” ✓; R3 504,39 ✓ (4)  
 f  $20,65 - 29,9907 \text{ (long } \times) = 90,6583 \text{ (lang } -)$  ✓ (4)  
 6.3  $100\% - 24,5\% = 75,5\%$ ;  $0,755 \times 207 \approx 156$  dae ✓  
 (or  $0,245 \times 207 \approx 51$ ;  $207 - 51 = 156$  dae ✓) (2)

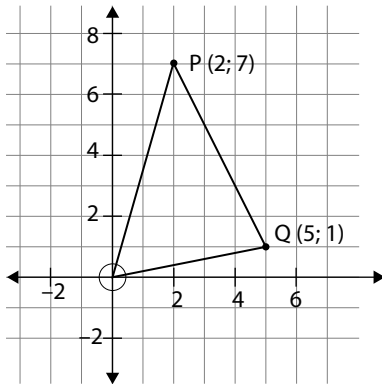
## Modelksamenvraestel 2 (November): Vraestel 2 Memorandum

Tyd: 2 ure

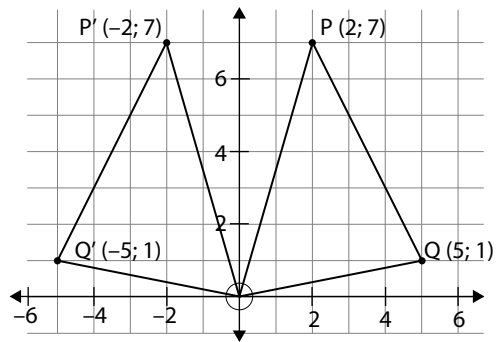
Punte: 100

- 1 a
- | Stingel | Blare         |
|---------|---------------|
| 3       | 1 9           |
| 4       | 2 3           |
| 5       | 2 3 3 5 6 7 8 |
| 6       | 2 5 8         |
| 7       | 3 4 0         |
- (1 punt vir stingel; 2 punte vir blare; 1 punt vir sleutel) (4)
- Sleutel:  $3 \mid 9 = 39$
- b Gemiddelde =  $951 \div 17 = 55,9$  (1 punt vir totaal; 1 punt vir antwoord) (2)  
 Modus = 53 (1)  
 Mediaan = 56 (1)  
 c Daar is slegs een stel data. Gebruik 'n dubbelstaafgrafiek om twee stelle data te vergelyk. (1)  
 2 a 2011 (1)  
 b Maksimum getal vir albei voëls is in 2010 getel (1)  
 c Variasiewydte =  $27 - 9 = 18$  (2)  
 d Onwaar: Die telling vir albei voëls in die jare tussen 2009 en 2012 was hoër as in 2012. (1 punt vir rede) (1)  
 3 a {20c; 50c; R1; R2} b  $W(20c) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$  (2)  
 c  $W(R1 \text{ of } R2) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$  d  $W(R5) = 0$  (2)  
 4 a  $W(3) = \frac{1}{6}$  b Relatiewe frekwensie =  $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$  (2)  
 c Die relatiewe frekwensie verskil van die waarskynlikheid omdat die steekproefgrootte te klein was. (1)  
 5 a  $S'(-3; -5)$  (1 punt vir elke koördinaat) (2)  
 b  $S'(1; 0)$  (1 punt vir elke koördinaat) (2)

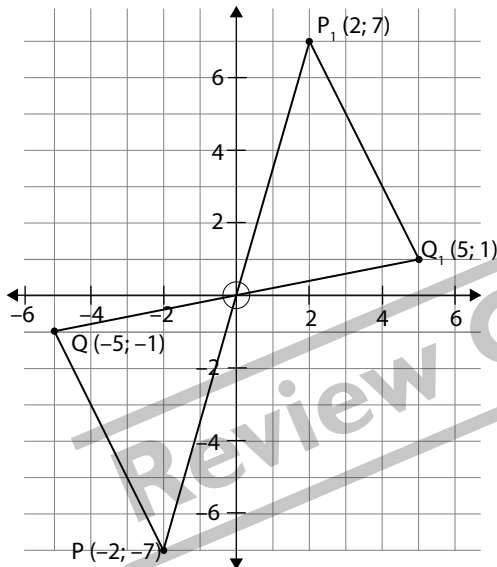
6 a



b



c



(3 punte vir a; 2 punte vir b; 2 punte vir c)

(7)

7 a  $x = 72^\circ$  (regoorst.  $\angle e$ ) (1 punt vir antwoord; 1 punt vir rede)

(2)

 $y = 72^\circ$  (verw.  $\angle' e$ ;  $EF \parallel GH$ ) (1 punt vir rede)

(1)

 $z = 72^\circ$  (ooreenk.  $\angle' e$ ;  $EF \parallel GH$ ) (1 punt vir rede)

(1)

b  $2x = 138^\circ$  (regoorst.  $\angle' e$ ) $\therefore x = 69^\circ$  (1 punt vir  $2x = 138^\circ$ ; 1 punt vir rede; 1 punt vir antwoord)

(3)

 $138^\circ + 3y = 180^\circ$  (hoeke op 'n reguitlyn) $3y = 42^\circ$  $\therefore y = 14^\circ$ (1 punt vir stelling en rede in eerste reël; 1 punt vir  $3y = 42^\circ$ ; 1 punt vir antwoord)

(3)

c  $102^\circ + 48^\circ + x = 180^\circ$  (3  $\angle e$  van  $\triangle STQ$ ) $\therefore x = 30^\circ$ 

(1 punt vir stelling in eerste reël; 1 punt vir rede; 1 punt vir antwoord)

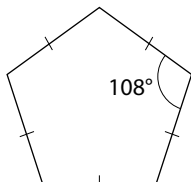
(3)

 $y = 60^\circ$  ( $PR = RT = TP$ ) (1 punt vir rede; 1 punt vir antwoord)

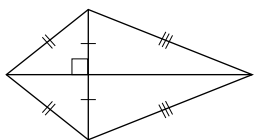
(2)

d  $2x + 10^\circ + x = 106^\circ$  (buite- $\angle$  = som van teenoorst. binne- $\angle' e$ ) $3x = 96^\circ$  $\therefore x = 32^\circ$  (1 punt vir stelling in eerste reël; 1 punt vir rede; 1 punt vir antwoord)

(3)

- e Nee:  $\hat{R} = 60^\circ$  en  $x = 32^\circ$ . Die ooreenkomstige hoëke is dus nie gelyk nie.  
(1 punt vir berekening getoon; 1 punt vir rede) (2)
- 8 a  $\triangle ABC \neq \triangle DEF$  (hoek nie ingesluit nie) (1 punt vir antwoord; 1 punt vir rede) (2)
- b  $\triangle PQR \equiv \triangle SUT$  ( $\angle$ ;  $\angle$ ; S) (1 punt vir korrekte volgorde van driehoeke; 1 punt vir rede) (2)
- c  $\triangle PQS \equiv \triangle RSQ$  ( $90^\circ$ ; SkS; S of ander moontlikheid, bv. S; S; S)  
(1 punt vir korrekte volgorde van driehoeke; 1 punt vir rede) (2)
- 9  $x = 7$  cm,  $y = 8$  cm en  $z = 14$  cm  
(Langste sy) $^2 = 14^2 = 196$   
 $7^2 + 8^2 = 49 + 64 = 113$   
 $196 \neq 113$   
 $\therefore \triangle XYZ$  is nie reghoekig nie.  
(1 punt vir waardes van sye in cm; 2 punte vir berekeninge; 1 punt vir gevolgtrekking) (4)
- 10 a prisma (1)
- b  $b^2 = a^2 + c^2$  (Pythagoras)  
 $= 5^2 + 12^2 = 169$   
 $\therefore AC = 13$  cm  
(1 punt vir stelling en rede; 1 punt vir vervanging; 1 punt vir 169; 1 punt vir antwoord) (4)
- c Oppervlakte van  $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times b \times h$   
 $= \frac{1}{2} \times 5 \times 12$   
 $= 30 \text{ cm}^2$   
(1 punt vir formule; 1 punt vir vervanging; 1 punt vir antwoord) (3)
- d Oppervlakte van die vlakke = omtrek van  $\triangle ABC \times h$   
 $= (5 + 12 + 13) \times 20$   
 $= 600 \text{ cm}^2$  (1 punt vir formule; 1 punt vir vervanging; 1 punt vir antwoord) (3)
- $\therefore$  Totale buite-oppervlakte =  $600 + 2 \times \text{Oppervlakte van } \triangle ABC$   
 $= 600 + 2 \times 30$   
 $= 660 \text{ cm}^2$  (1 punt vir formule; 1 punt vir antwoord) (2)
- 11 a Volume = oppervlakte van basis  $\times h$   
 $\therefore 1\,280 = \text{oppervlakte van die basis} \times 8$   
 $\therefore \text{Oppervlakte van die basis} = 160 \text{ cm}^2$   
(1 punt vir formule; 1 punt vir vervanging; 1 punt vir antwoord) (3)
- b  $1\,280 \text{ cm}^3 = 1\,280$  milliliter  
 $1\,280$  milliliter =  $1,28$  liter  
(1 punt vir herleiding tot ml; 1 punt vir antwoord) (2)
- 12 Omtrek van volle sirkel =  $2\pi r$   
 $= 2 \times \pi \times 1,4$   
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 1,4$   
 $= 8,8$  cm  
(1 punt vir formule; 1 punt vir vervanging; 1 punt vir antwoord) (3)
- $\therefore$  omtrek van  $\frac{3}{4}$  van sirkel +  $2 \times 1,4 = \frac{3}{4} \times 8,8 + 2 \times 1,4 = 9,4$  cm  
(1 punt vir formule; 1 punt vir antwoord) (2)
- 13 a
- 
- (1 punt vir 5 gelyke sye; 1 punt vir korrekte hoëke) (2)

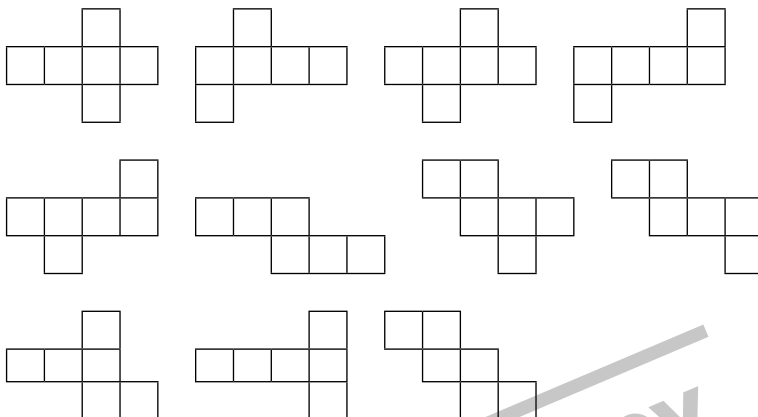
b



(1 punt vir lengtes van sye; 1 punt vir loodregte hoeklyne;  
1 punt vir hoeklyn wat gehalveer is)

(3)

c Al 11 nette is korrek.



(1 punt vir gebruik van vierkante; 1 punt vir korrekte net)

(2)

d Onwaar: 'n Kubus kan as 'n prisma of as 'n Platoniese vaste figuur geklassifiseer word.  
(1 punt vir verduideliking)

(1)

14 a TR = 6 m

TS = 10 m

(2)

b QR = 9 m

(1)

c Oppervlakte van vierkant =  $s \times s$

$$= 9 \times 9$$

$$= 81 \text{ m}^2 \text{ (1 punt vir formule; 1 punt vir antwoord)}$$

(2)

d Nuwe oppervlakte =  $81 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = 9 \text{ m}^2$

(1 punt vir verhouding; 1 punt vir antwoord)

(2)



# Modelksamenvraestel I (November): Addisioneel Vraestel I

Tyd: 2 uur 30 minute

Totaal punte:125

## Vraag 1

[7]

Die volgende stel getalle is gegewe:  $\{0; 1; 2; 3; 5; 8; 15; 16; 24\}$ . Gebruik slegs die getalle in die gegewe stel om die volgende te lys:

- 1.1 die faktore van 16
- 1.2 die priemfaktore van 15
- 1.3 die kwadraat van 4
- 1.4 veelvoude van 5
- 1.5 alle moontlike waardes van  $a$  as  $a \in \mathbb{N}$  en  $a \leq$  die derdemagswortel van 27
- 1.6 die kleinste gemene veelvoud van 6 en 8
- 1.7 die grootste gemene faktor van 6 en 8.

## Vraag 2

[1]

Skryf die nommer van die stelling neer wat NIE waar is nie.

- A  $\frac{56}{56} = 1$       B  $56 \times 1 = 56$       C  $\frac{56}{0} = 0$       D  $56 \times 0 = 0$

## Vraag 3

[4]

3 Skryf die volgende oor en vervang die \* met  $=$ ;  $<$  of  $>$ .

3.1  $3^2 * 2^3$

3.2  $5^3 \times 5^4 * 25^7$

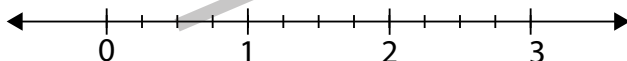
3.3  $(-210)^9 * (-210)^6$

3.4  $7\frac{8}{11} \left( 3\frac{1}{2} - \frac{4}{7} \right) * \frac{85}{11} \times \frac{7}{2} - \frac{85}{11} \div \frac{7}{4}$

## Vraag 4

[3]

4.1 Teken hierdie getallelyn oor in jou oefenboek.



4.2 Vereenvoudig die volgende en vul dit op die getallelyn in.

$2,5 \times 10^0$ ;  $\sqrt{0,25}$ ;  $1 + (0,5)^2$

## Vraag 5

[3]

5 Skryf oor en voltooi:  $\frac{4}{?} = \frac{8}{14} = \frac{?}{21a} = \frac{?}{0,07}$

## Vraag 6

[12]

Vereenvoudig sonder om 'n sakrekenaar te gebruik.

6.1  $2\frac{3}{8} - 4\frac{5}{12}$  (3)

6.2  $(3\sqrt{9} + \sqrt{50-1}) \div 2$  (3)

6.3  $\sqrt[3]{11^2 + 2^2}$  (3)

6.4  $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$  (3)

**Vraag 7****[4]**

Gegewe:  $4a^4 - 3a^3b + 6a^2b^2 \div 3 - \frac{2}{5}a \times b^3$

**7.1** Hoeveel terme is daar in die uitdrukking?

**7.2** Skryf die eksponent van  $a$  in die laaste term neer.

**7.3** Skryf die waarde van die uitdrukking neer as  $a = \frac{1}{2}$  en  $b = 0$ .

**Vraag 8****[34]**

Vereenvoudig en toon al jou werk.

**8.1**  $3 \cdot a \cdot a + (2a)^2 - \frac{5a^3}{a}$  (3)

**8.2**  $(2x^2y)(-3x^3)(\sqrt{9}x^4y)$  (3)

**8.3**  $(4m + 5m) \div 3 + 2m - 16m \div 2$  (3)

**8.4**  $\frac{2}{3}p(6p^2)^3$  (3)

**8.5**  $\frac{-18m^2n^4r}{6m^2n^2r^3}$  (3)

**8.6**  $\frac{4p^2q - 2pq + 8p}{-2pq}$  (3)

**8.7**  $\frac{17y^6 - y^6}{2y^3} - 2y^3 \cdot 2y$  (3)

**8.8** Vermenigvuldig  $(5x^2 - 15x + 20)$  met  $-\frac{1}{5}x^2y$ . (3)

**8.9** Trek  $7a + 4b - 3c$  af van  $8a - 3b + 4c$ . (3)

**8.10**  $\frac{q}{2} + \frac{3q}{5} - \frac{2q}{3}$  (4)

**8.11**  $\frac{-y^7z^5}{4} \div \frac{z^3}{8y^2}$  (3)

**Vraag 9****[11]**

Los op vir die onbekende.

**9.1**  $5a - 1,2 = 4,8$  (2)

**9.2**  $(2x + 5)3 - 5 = 2(x - 5) - (3x + 1)$  (7)

**9.3**  $2y - 4 = \frac{1}{2}(4y - 8)$  (2)

**Vraag 10****[3]**

Gegewe:  $y = -2$  en  $x + y + 3 = 0$ . Bepaal die waarde van  $3xy^2$ .

**Vraag 11****[6]**

Nelia het drie geheime getalle neergeskryf. Die eerste getal is tien meer as die tweede getal en die derde getal is twee maal die tweede getal. Die drie getalle tel op tot 310. Skryf 'n gepaste vergelyking neer en bepaal die eerste getal.

**Vraag 12****[4]**

Vereenvoudig die volgende verhoudings.

**12.1**  $\frac{15 \text{ minute}}{2 \text{ ure}}$

**12.2** 2 liter : 250 ml

**Vraag 13** [5]

Mnr. Smith en mnr. Ebrahim het geld belê in die verhouding 4 : 5 om 'n besigheid te begin. Aan die einde van die eerste maand is daar 'n wins van R1 800.

**13.1** Hoeveel geld sal mnr. Ebrahim kry as die wins in dieselfde verhouding as die belegging verdeel word? (2)

**13.2** Mnr. Smith sê hy wil 45% van die totale wins in sy bankrekening gedeponeer hê. Sal mnr. Ebrahim gelukkig wees met hierdie versoek? (3)

**Vraag 14** [5]

Ragel koop 'n yskas van R2 000 op huurkoop. Sy betaal 'n deposito van 10% en moet R95 per maand vir twee jaar terugbetaal.

**14.1** Hoeveel betaal Ragel vir die yskas? (3)

**14.2** Skryf die rente as 'n persentasie van die oorspronklike leningsbedrag. (2)

**Vraag 15** [3]

Luvo belê R2 250 by Beste Bank teen 12,5% enkelvoudige rente per jaar. Hoeveel rente sal Luvo oor 'n tydperk van vier jaar verdien?

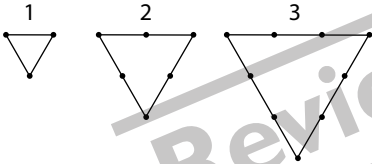
**Vraag 16** [4]

**16** Skryf oor en skryf die volgende drie getalle in die patroon neer.

**16.1**  $-2; -7; -12; \underline{\hspace{1cm}}; \underline{\hspace{1cm}}; \underline{\hspace{1cm}}$  **16.2**  $\frac{2}{5}; \frac{3}{7}; \frac{4}{9}; \underline{\hspace{1cm}}; \underline{\hspace{1cm}}; \underline{\hspace{1cm}}$  [4]

**Vraag 17** [17]

**17.1** Bestudeer die gegewe patroon en voltooi die tabel.



Patroongetal	1	2	3	4	$x$
Aantal kolletjies op sy van driehoek	2	3		5	
Totale aantal kolletjies op driehoek	3	6	9		

(4)

**17.2** Voltooi die volgende reëls vir die patroon in woorde.

**17.2.1** Die aantal kolletjies op een sy van 'n driehoek = die patroongetal \_\_\_\_\_

**17.2.2** Die totale aantal kolletjies op 'n driehoek = die patroongetal \_\_\_\_\_ (2)

**17.3** Hoeveel kolletjies sal op een sy van 'n driehoek wees as die totale aantal kolletjies op 'n driehoek 69 is? (1)

**17.4** Wat is die totale aantal kolletjies op 'n driehoek as een sy van 'n driehoek 8 kolletjies het? (1)

**17.5** Gebruik die waardes vir die eerste vier patroongetalle in die tabel. Stip die punte vir die vergelyking  $y = 3x$  op 'n Cartesiese vlak. (7)

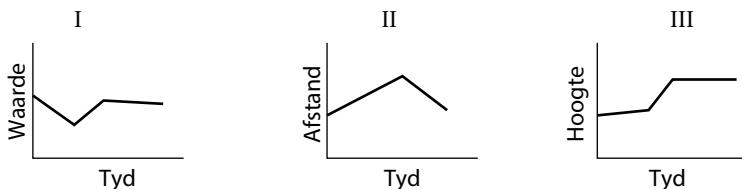
**17.6** Gegewe: (lineêr/nie-lineêr/diskreet/kontinu)  
Kies twee woorde uit die lys om die grafiek te beskryf. Verduidelik waarom jy daardie twee woorde gekies het. (2)

### Vraag 18

[3]

18 Skryf die nommer van die grafiek neer wat by elke beskrywing pas.

- A Die ballon het op 'n sekere hoogte gebly, hoër gestyg en toe op daardie hoogte gebly.  
 B Die waarde van die aandele het afgeneem, toegeneem en toe konstant gebly.  
 C Mariska het na die boom toe geloop en toe van die boom af weggedraai.



## Modeleksamen vraestel I (addisioneel): November Vraestel I Memorandum

### Vraag 1

[7]

1.1 {1; 2; 8; 16}

1.2 {3; 5}

1.3 {16}

1.4 {5; 15}

1.5 {1; 2; 3}

1.6 {24}

1.7 {2}

### Vraag 2

[1]

Stelling C: Ongedefinieerd

[1]

### Vraag 3

[4]

3.1  $3^2 > 2^3$

3.2  $5^3 \times 5^4 < 25^7$

3.3  $(-210)^9 < (-210)^6$

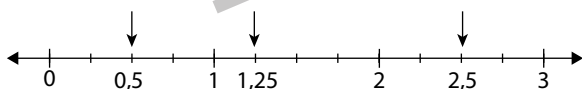
3.4  $7\frac{8}{11}(3\frac{1}{2} - \frac{4}{7}) = \frac{85}{11} \times \frac{7}{2} - \frac{85}{11} \div \frac{7}{4}$

[4]

### Vraag 4

[3]

$2,5 \times 10^0 = 2,5$      $\sqrt{0,25} = 0,5$      $1 + (0,5)^2 = 1,25$



(1 punt vir elke korrekte waarde op die getallelyn)

[3]

### Vraag 5

[3]

$\frac{4}{7} = \frac{8}{14} = \frac{12a}{21a} = \frac{0,04}{0,07}$

### Vraag 6

[3]

6.1  $2\frac{3}{8} - 4\frac{5}{12}$   
 $= \frac{19}{8} - \frac{53}{12} \checkmark$   
 $= \frac{57 - 106}{24} \checkmark$   
 $= -\frac{49}{24}$   
 $= 2\frac{1}{24} \checkmark$

(3)

$$\begin{aligned}
 6.2 \quad & (3\sqrt{9} + \sqrt{50-1}) \div 2 \\
 &= (3 \times 3 + \sqrt{49}) \div 2 \checkmark \\
 &= (9 + 7) \div 2 \checkmark \\
 &= 8 \checkmark
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 6.3 \quad & \sqrt[3]{11^2 + 2^2} \\
 &= \sqrt[3]{121 + 4} \checkmark \\
 &= \sqrt[3]{125} \checkmark \\
 &= 5 \checkmark
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 6.4 \quad & \sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} \\
 &= \sqrt[3]{-\frac{64}{27}} \checkmark \\
 &= -\frac{4}{3} \checkmark \\
 &= -1\frac{1}{3} \checkmark
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

#### Vraag 7

[4]

$$7.1 \quad 4 \text{ terme } \checkmark$$

$$7.2 \quad 1 \checkmark$$

$$7.3 \quad 4\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{4} \checkmark \checkmark$$

#### Vraag 8

[34]

$$\begin{aligned}
 8.1 \quad & 3a^2 + (2a)^2 - \frac{5a^3}{a} \\
 &= 3a^2 + 4a^2 - 5a^2 \checkmark \checkmark \\
 &= 2a^2 \checkmark
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 8.2 \quad & (2x^2y)(-3x^3)(\sqrt{9x^4y}) \checkmark \checkmark \\
 &= -18x^9y^2 \checkmark
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 8.3 \quad & (4m + 5m) \div 3 + 2m - 16m \div 2 \\
 &= \frac{9m}{3} + 2m - \frac{16m}{2} \checkmark \\
 &= 3m + 2m - 8m \checkmark \\
 &= -3m \checkmark
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 8.4 \quad & \frac{2}{3}p(6p^2)^3 \\
 &= \frac{2}{3} \times p \times 6p^2 \times 6p^2 \times 6p^2 \checkmark \\
 &= 144p^7 \checkmark \checkmark
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 8.5 \quad & \frac{-18m^2n^4r}{6m^2n^2r^3} \checkmark \\
 &= -\frac{3n^2}{r^2} \checkmark \checkmark
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 8.6 \quad & \frac{4p^2q - 2pq + 8p}{-2pq} \checkmark \\
 &= -2p + 1 - \frac{4}{q} \checkmark \checkmark
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 8.7 \quad & \frac{17y^6 - y^6}{2y^3} - 2y^3 \cdot 2y \\
 &= \frac{16y^6}{2y^3} - 4y^4 \checkmark \checkmark \\
 &= 8y^3 - 4y^4 \checkmark
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

$$\begin{aligned} 8.8 \quad & -\frac{1}{5}x^2y(5x^2 - 15x + 20) \\ & = -x^4y + 3x^3y - 4x^2y \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} 8.9 \quad & 8a - 3b + 4c - (7a + 4b - 3c) \\ &= 8a - 3b + 4c - 7a - 4b + 3c \\ &= a - 7b + 7c \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{8.10 } & \frac{q}{2} + \frac{3q}{5} - \frac{2q}{3} \\ &= \frac{15q + 18q - 20q}{30} \checkmark \checkmark \checkmark \\ &= \frac{13q}{30} \checkmark \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{8.II} \quad & \frac{-y^7 z^5}{4} \div \frac{z^3}{8y^2} \\ &= \frac{-y^7 z^5}{4} \times \frac{8y^2}{z^3} \checkmark \\ &= -2y^9 z^2 \checkmark \checkmark \end{aligned} \quad (3)$$

**Vraag 9** **[11]**

9.1  $5a - 1,2 = 4,8$   
 $5a = 6 \checkmark$   
 $a = \frac{6}{5} = 1,2 \checkmark$

**9.2**  $(2x + 5)3 - 5 = 2(x - 5) - (3x + 1)$  (5)  
 $6x + 15 - 5 = 2x - 10 - 3x - 1$  ✓✓✓  
 $6x + 10 = -x - 11$  ✓  
 $6x + x = -11 - 10$  ✓  
 $7x = -21$  ✓  
 $x = -3$  ✓ (7)

$$\begin{aligned} 9.3 \quad 2y - 4 &= \frac{1}{2}(4y - 8) \\ 2y - 4 &= 2y - 4 \quad \checkmark \\ y &\in \mathbb{R} \quad \checkmark \end{aligned} \quad (2)$$

**Vraag 10** **[3]**

10 Gegewe:  $y = -2 \therefore x + (-2) + 3 = 0$   
 $x = -1 \checkmark$   
 $\therefore 3xy^2 = 3(-1)(-2)^2 = -12 \checkmark \checkmark$  [3]

**Vraag 11** **[6]**

II Laat die tweede getal  $x$  wees ✓  
 Dan  $(x + 10) + x + 2x = 310$  ✓✓  
 $4x + 10 = 310$  ✓  
 $4x = 300$   
 $x = 75$  ✓  
 $\therefore$  eerste getal is 85 ✓

**Vraag 12** **[4]**

$$\text{12.1} \quad \frac{15 \text{ minute}}{2 \text{ ure}} = \frac{15}{120} = \frac{1}{8}$$

**12.2**  $2 \text{ liter} : 250 \text{ ml} = 2\,000 : 250 = 8 : 1$   
(1 punt vir dieselfde eenheid; 1 punt vir antwoord in elke vraag)

### Vraag 13

13.1 Mnr. Ebrahim kry  $\frac{5}{9} \times R1\ 800 = R1\ 000$  [5]

13.2  $45\% \text{ van } R1\ 800 = \frac{45}{100} \times R1\ 800 = R810$  (2)

Mnr. Ebrahim sal nie gelukkig wees nie: dit is R10 meer as mnr. Smith se gedeelte van die wins. (3)

### Vraag 14

14.1 Deposito + 24 paaieimente  
= R200 + R95  $\times$  24  
= R2 480 (3)

14.2  $\frac{480}{2\ 000} \times 100\% = 24\%$  (2)

### Vraag 15

15 Rente vir een jaar =  $\frac{12,5}{100} \times R2\ 250 = R281,25 \checkmark \checkmark$  [3]

Rente vir 4 jaar =  $R281,25 \times 4 = R1\ 125 \checkmark$

### Vraag 16

16.1 -2; -7; -12; -17; -22; -27 [4]

16.2  $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{11}, \frac{6}{13}, \frac{7}{15}$  (2)

### Vraag 17

Patroongetal	1	2	3	4	$x$
Aantal kolletjies op sy van driehoek	2	3	4	5	$x + 1$
Totale aantal kolletjies op driehoek	3	6	9	12	$3x$

(1 punt vir 4 en 12; 1 punt vir  $x + 1$ ; 1 punt vir  $3x$ ) (4)

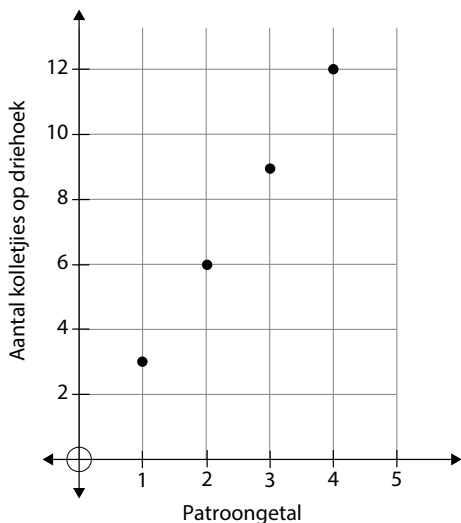
17.2.1 Die aantal kolletjies op een sy van 'n driehoek = die patroongetal plus een

17.2.2 Die totale aantal kolletjies op 'n driehoek = drie maal die patroongetal (2)

17.3 23 kolletjies (1)

17.4 24 kolletjies (1)

17.5 Driehoekspatroon (7)



- 17.6** Lineêr: die punte lê in 'n reguitlyn  
 Diskreet: 'n driehoek kan nie  $2\frac{1}{2}$  kolletjies hê nie. Sal nie punte op grafiek verbind nie. (2)

**Vraag 18** [3]

- 18** Skryf die nommer van die grafiek neer wat by elke beskrywing pas.

A : III

B : I

C : II

## Modelksamenvraestel 2 (November): Addisioneel Vraestel 2

Tyd: 1 uur 40 minute

Totaal punte: 100

**Vraag 1** [5]

Waar of onwaar?

- 1.1**  $-4\ 065$  is groter as  $-6\ 540$ .  
**1.2**  $5x^4 + x^3 - 7x^2 + 2x - 16$  is in die korrekte volgorde geskryf.  
**1.3** Daar is twaalf veelvoude van 40 in 480.  
**1.4** Die optellingsinverses van 16 is  $\frac{1}{16}$ .  
**1.5** Die koëffisiënt van  $x$  is 9 in hierdie uitdrukking:  $2x - x^3 + 9x^2 - 1$ . (5)

**Vraag 2** [20]

- 2.1** Skat die antwoord van  $875 \times 99$  sonder om 'n sakrekenaar te gebruik. (2)  
**2.2** Bepaal die GGF van 60 en 90. (3)  
**2.3** Bereken die volgende sonder om 'n sakrekenaar te gebruik.  
 a  $-4 + -7$  (1)  
 b  $-12 \times 4 \times -2$  (2)  
 c  $11 - (24 - 7 \times 3)5$  (4)  
 d  $92\ 050 \div 25$  (2)  
**2.4** Dit neem Veronique 5 uur om na haar ouers se huis toe te ry as sy teen 'n gemiddelde spoed van 120 km/h ry. Hoe ver moet sy ry? Afstand (km) = spoed (km/h)  $\times$  tyd (h) (2)  
**2.5** Mnr du Toit koop 'n televisie op huurkoop. Die kontantprys van die televisie is R3 275. Hy betaal 'n deposito van 12,25% en 24 maandelikse paaieimente van R275 elk.  
**2.5.1** Hoeveel sal hy in totaal vir die televisie betaal? (3)  
**2.5.2** Hoeveel rente sal hy betaal? (1)

**Vraag 3** [15]

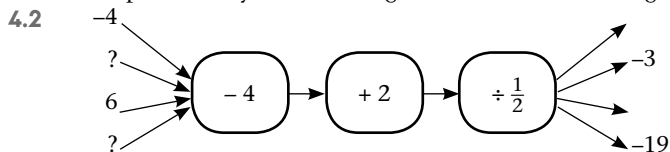
- 3.1** Brei  $8a^3(2b)^2$  uit. (3)  
**3.2** Skryf in eksponensiële notasie:  
 $35 \times 35 \times 35 \times 35 \times m \times 35 \times 35 \times m \times m$  (2)  
**3.3** Vermenigvuldig.  
**3.3.1**  $75^{13} \times 75^{20}$  (1)  
**3.3.2**  $-20(-365v^{50}w)^0$  (2)  
**3.3.3**  $\sqrt{\frac{16}{81}}$  (2)  
**3.3.4**  $\frac{48m^{15}n^{22}}{-24n^{22}m^{10}}$  (2)



- 3.4 Voltooi die volgende getallessin:  
 16 miljoen =  $\square = 1,6 \times 10^\square$  (2)
- 3.5 Skryf  $3,8534 \times 10^6$  kg in gewone notasie. (1)

**Vraag 4** [13]

- 4.1 Gee die reël om die verhouding tussen die getalle in die getalreeks 12; 11; 9; 6; ... te bepaal en skryf dan die volgende twee terme in die getalreeks neer. (2)



Bepaal al die onbekende invoer- en uitvoerwaardes. (4)

- 4.3 Bestudeer die onderstaande tabel en beantwoord dan die vrae wat volg.

$x$	1	2	3	4	10	$q$
$y$	3	6	11	18	$p$	146

- 4.3.1 Watter patroon merk jy op? Hoe bereken jy die uitvoerwaarde?  
 Skryf jou antwoord as 'n sin. (1)
- 4.3.2 Skryf 'n formule om die uitvoerwaarde te bereken:  $y = \dots$  (2)
- 4.3.3 Bereken die waardes van  $p$  en  $q$ . (4)

**Vraag 5** [21]

- 5.1 Rond 1,60598248 mg tot vier desimale plekke af. (1)
- 5.2 Skryf die volgende drie getalle in die getalreeks: 3,998; 3,748; 3,498; ... (1)
- 5.3 Herlei  $\frac{27}{25}$  na 'n desimale breuk. (2)
- 5.4 Bereken sonder om 'n sakrekenaar te gebruik.
- a  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$  (3)
- b  $\frac{2}{3}$  van  $36 \div -\frac{4}{5}$  (4)
- c  $10\sqrt{\frac{49}{25}}$  (3)
- d  $582,2 \text{ m} \times 9,2$  (2)
- 5.5 Gerda het 'n paar jeans gesien wat sy graag wil koop. Dit het verlede week R490 gekos. Die winkel het egter hierdie week 'n "–12,5% uitverkoop". Hoeveel kos die paar jeans nou? (2)
- 5.6 Thys het in Januarie R895 aan medisyne bestee en in Februarie R1 020. Bereken die persentasie styging in terme van die geld wat hy aan medisyne bestee het. Jy mag 'n sakrekenaar vir hierdie berekening gebruik. (3)

**Vraag 6** [26]

- 6.1 Bereken die verskil tussen  $9m^4 + 3m^2 - 2$  en  $3m^2 + 1$ . (3)
- 6.2 Vereenvoudig. (Geen van die veranderlikes is gelyk and nul nie.)
- 6.2.1  $16x - x + 13x + 2x$  (1)
- 6.2.2  $\sqrt[3]{y^{12}}$  (1)
- 6.2.3  $\frac{-28x^5 + 7x^2}{7x^2}$  (2)
- 6.2.4  $3x \times 2y^4 + 5xy \times 5y^3$  (3)

$$6.2.5 \quad 3(-x^2 + 7xy) - (21xy - 14x^2) \quad (2)$$

$$6.2.6 \quad \frac{35x^{10}y^9 + 10x^8y^7 - 5x^2y^3}{5x^2y^2} \quad (3)$$

6.3 Bereken die waarde van  $\sqrt{a^2 - b}$  as  $a = -2$  en  $b = 3$ . (2)

6.4 Los op vir  $x$ .

$$6.4.1 \quad 25 - x = 16 \quad (1)$$

$$6.4.2 \quad \frac{0}{16} = 27x \quad (1)$$

$$6.4.3 \quad 10 + x - (19 + 3x) = -5x \quad (4)$$

6.5 Drie soorte kaartjies is aan toeskouers verkoop wat die swem wou bywoon tydens die Olimpiese Spele in 2012: Kategorie A-kaartjies vir £30 elk, Kategorie B-kaartjies vir £20 elk en Kategorie C-kaartjies vir £10 elk. Daar is 250 Kategorie A-kaartjies verkoop en twee maal soveel Kategorie B-kaartjies as Kategorie C-kaartjies. Hoeveel mense het Kategorie C-kaartjies gekoop as die totale kaartjieverkope £27 500 beloop het? (3)

## Modelksamenvraestel 2 (November): Addisioneel Vraestel 2 Memorandum

Vraag 1 [5]

1.1 Waar ✓      1.2 Waar ✓      1.3 Waar ✓      1.4 Onwaar ✓      1.5 Onwaar ✓

Vraag 2 [20]

$$2.1 \quad 875 \times 99 = 900 \times 100 \checkmark = 90\,000 \checkmark \quad (2)$$

$$2.2 \quad F_{60} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60\} \checkmark$$

$$F_{90} = \{1; 2; 3; 5; 6; 9; 10; 15; 18; 30; 45; 90\} \checkmark$$

$$GGF = 30 \checkmark \quad (3)$$

$$2.3 \quad a \quad -11 \checkmark \quad (1)$$

$$b \quad -48 \checkmark \times -2 = 96 \checkmark \quad (2)$$

$$c \quad 11 - (24 - 21)5 \checkmark = 11 - (3)5 \checkmark = 11 - 15 \checkmark = -4 \checkmark \quad (4)$$

$$d \quad \text{"lang deling"} \checkmark; 3\,682 \checkmark \quad (2)$$

$$2.4 \quad \text{Afstand} = 120 \text{ km/h} \times 5 \text{ h} \checkmark = 600 \text{ km} \checkmark \quad (2)$$

$$2.5 \quad a \quad (0,1225 \times R3\,275) \checkmark + (24 \times R275) \checkmark = R7\,001,19 \checkmark \quad (3)$$

$$b \quad 7\,001,19 - 3\,275 = R3\,726,19 \checkmark \quad (1)$$

Vraag 3 [15]

$$3.1 \quad 8 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot 2 \cdot b \cdot 2 \cdot b \checkmark = 32 \checkmark \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \checkmark \quad (3)$$

$$3.2 \quad 35 \checkmark m^3 \checkmark \quad (2)$$

$$3.3 \quad a \quad 75^{38} \checkmark \quad (1)$$

$$b \quad -20 \times 1 \checkmark = -20 \checkmark \quad (2)$$

$$c \quad \frac{4}{9} \checkmark \checkmark \quad (2)$$

$$d \quad -2 \checkmark m^5 \checkmark \quad (2)$$

$$3.4 \quad 16\,000\,000 \checkmark = 1,6 \times 10^7 \checkmark \quad (2)$$

$$3.5 \quad 3\,853\,400 \checkmark \quad (1)$$

Vraag 4 [13]

4.1 Ek moet elke keer opeenvolgende getalle ✓ aftrek ✓, m.a.w. trek 1 af, trek dan 2 af, trek dan 3 af, en so meer. Die volgende twee terme is 2 en -3. (2)

4.2 Uitvoerwaardes:  $-12 \checkmark$ ;  $8 \checkmark$   
Invoerwaardes:  $\frac{1}{2} \checkmark$ ;  $\frac{15}{2} \checkmark$  (4)

- 4.3.1 Dit is die kwadraat van die invoerwaarde plus twee.✓ (1)  
 4.3.2  $y = x^2 + 2$ ✓✓ (2)  
 4.3.3  $p = 10^2 + 2$ ✓ = 100 + 2 = 102✓  
 $146 - 2 = 144$ ✓;  $q = \sqrt{144}$ ✓ = 12✓ (4)

#### Vraag 5

[21]

- 5.1 1,6060✓ (1)  
 5.2 3,248; 2,998; 2,748; ...✓ (1)  
 5.3  $\frac{108}{100}$ ✓ = 1,08✓ (2)  
 5.4.1  $\frac{20}{60} - \frac{15}{60} + \frac{12}{60}$ ✓✓ =  $\frac{17}{60}$ ✓ (3)  
 5.4.2  $\frac{2}{3} \times \frac{36}{1}$ ✓  $\times -\frac{5}{4}$ ✓ =  $\frac{24}{1}$ ✓  $\times -\frac{5}{4}$  = -30✓ (4)  
 5.4.3  $10 \times \frac{7}{5}$ ✓✓ = 14✓ (3)  
 5.4.4 "lang vermenigvuldiging" ✓; 5 356,24✓ (2)  
 5.5  $100 - 12,5 = 87,5\%$ ;  $0,875 \times 490$ ✓ = R428,75✓ (2)  
 5.6  $\frac{1\,020 - 895}{895} \times 100$ ✓✓  $\approx 13,97\%$ ✓ (3)

#### Vraag 6

[26]

- 6.1  $(9m^4 + 3m^2 - 2) - (3m^2 + 1)$  ✓ =  $9m^4 + 3m^2 - 2 - 3m^2 - 1$ ✓ =  $9m^4 - 3$ ✓ (3)  
 6.2.1  $30x$ ✓ (1)  
 6.2.2  $y^4$ ✓ (1)  
 6.2.3  $-4x^3$ ✓ + 1✓ (2)  
 6.2.4  $6xy^4$ ✓ +  $25xy^4$ ✓ =  $31xy^4$ ✓ (3)  
 6.2.5  $-3x^2 + 21xy - 21xy + 14x^2$ ✓ =  $11x^2$ ✓ (2)  
 6.2.6  $7x^8y^7$ ✓ +  $2x^6y^5$ ✓ -  $y$ ✓ (3)  
 6.3  $\sqrt{(-2)^2 - 3}$ ✓ =  $\sqrt{4 - 3}$  =  $\sqrt{1}$  = 1✓ (2)  
 6.4.1  $x = 9$  (1)  
 $x = 0$  (1)  
 6.4.3  $10 + x - 19 - 3x = -5x$ ✓  
 $\therefore -2x + 5x = 19 - 10$ ✓  
 $\therefore 3x = 9$ ✓  
 $\therefore x = 3$ ✓ (4)  
 6.5 Kategorie A: £30 elk; 250  
 Kategorie B: £20 elk;  $2x$   
 Kategorie C: £10 elk;  $x$   
 $x(10) + 2x(20) + 250(30) = 27\,500$ ✓  
 $\therefore 10x + 40x + 7\,500 = 27\,500$ ✓  
 $\therefore 50x = 20\,000 \therefore x = 400$   
 400 Kategorie C-kaartjies is verkoop.✓ (3)

# Modelksamenvraestel 3 (addisioneel): November Vraestel 3

Tyd: 2 ure 30 minute

Totaal punte: 125

## Vraag 1

[10]

Die tydsduur (in minute) wat pasiënte in 'n dokter se spreekkamer moes wag, is in die onderstaande tabel aangeteken.

11	15	9	25	23	30	8	14	18
13	18	24	23	31	$a$	13	17	

- 1.1 Bepaal die waarde van  $a$  as die gemiddelde tyd wat gewag is presies 18 minute was. (3)
- 1.2 Hoeveel modusse is daar in hierdie stel data? (1)
- 1.3 Teken 'n stingel-en-blaar-diagram om die data te vertoon. (5)
- 1.4 Teken sirkels op die stingel-en-blaar-diagram om te wys waar die mediaan minute afgelees kan word. (1)

## Vraag 2

[8]

Die tabel wys 'n stad se gemiddelde maandelikse reënval vir ses maande.

Maand	Januarie	Februarie	Maart	April	Mei	June
mm	10	50	80	150	250	300

- 2.1 Teken 'n gebrokelyngrafiek van die data. (5)
- 2.2 Skryf die variasiewydte van die data neer. (2)
- 2.3 Tussen watter twee maande was die toename in gemiddelde maandelikse reënval die grootste? (1)

## Vraag 3

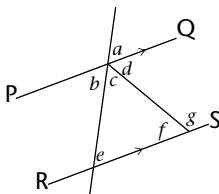
[3]

Gerbrand wil uitvind wat die laerskoolkinders in sy familie vir ontbyt eet. Daar is sewe laerskoolkinders in sy familie en hy het vir elkeen van hulle die volgende vraag gevra: "Dink jy dit is ongesond om malvalekkers vir ontbyt te eet?"

- 3.1 Was die sewe kinders 'n steekproef of 'n populasie? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)
- 3.2 Waarom kan die vraag as partydig beskou word? (1)

## Vraag 4

Gebruik die diagram om 'n rede te verskaf vir elk van die volgende stellings.



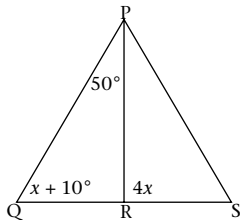
- 4.1  $b + c + d = 180^\circ$
- 4.2  $e + c + f = 180^\circ$

- 4.3  $a = b$   
 4.4  $b = e$   
 4.5  $a = e$   
 4.6  $g = c + e$

### Vraag 5

Bepaal, met redes, die waarde van  $x$ .

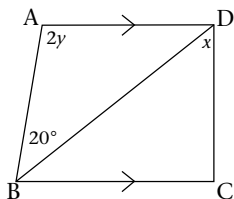
[4]



### Vraag 6

ABCD is 'n trapesium en  $DC \perp BC$ .

[7]



6.1 Skryf die waarde van  $x$  neer as  $x$  die komplement van  $40^\circ$  is.

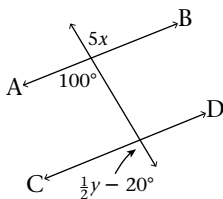
(1)

6.2 Bepaal, met redes, die waarde van  $y$ .

(6)

### Vraag 7

[6]



7.1 Bepaal, met redes, die waarde van  $x$ .

(2)

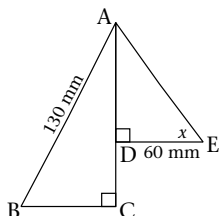
7.2 Vir watter waarde van  $y$  sal  $AB \parallel BC$ ? Gee redes.

(4)

### Vraag 8

[9]

Laat antwoorde in hierdie vraag in wortelvorm indien nodig.



- 8.1

Bepaal die lengte van AE as  $\hat{D}\hat{A}\hat{E} = \hat{E}$  en  $AD \perp DE$ .

(4)
- 8.2

Bepaal die lengte van DC as  $BC = \frac{5}{6} DE$ .

(5)

Vraag 9

Skryf die volgende tabel oor en voltooi dit.

[6]

Eienskappe van Hoeklyne van Vierhoeke			
Naam van vierhoek	Parallelogram	Vlieër	___ of ___
Hoeklyne is loodreg op mekaar			Ja
Hoeklyne halveer mekaar			Ja

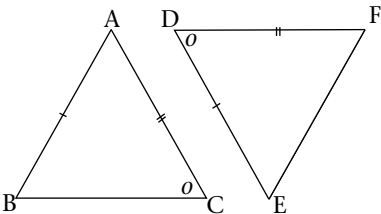
Vraag 10

Twee driehoeke word in elke vraag gegee. Sê of die twee driehoeke in elke vraag kongruent is of nie. Gee 'n rede vir jou antwoord.

[8]

10.1

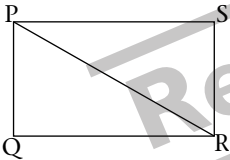
(2)



10.2

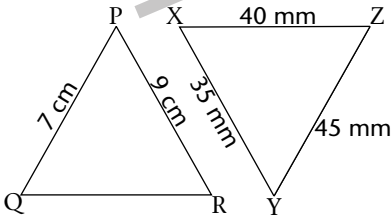
PQRS is 'n reghoek.

(2)



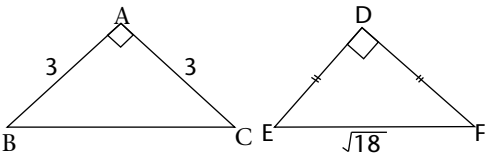
10.3

(2)



10.4

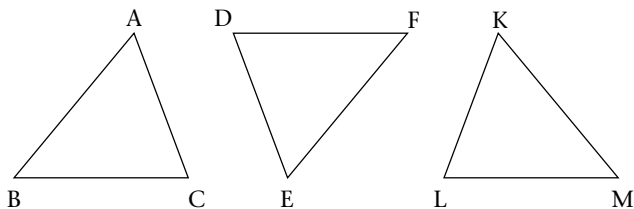
(2)



**Vraag 11**

[2]

Watter van die volgende driehoeke is gelykvormig? Gee 'n rede vir jou antwoord.

**Vraag 12**

[13]

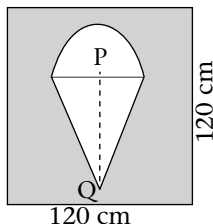
Chris het 'n vierkant met sye van 120 cm gebruik om 'n plakkaat te maak om roomys te adverteer. Die agtergrond van die plakkaat is blou geverf, die horinkie is geel geverf en die roomys is wit geverf. Die lengte van die horinkie (PQ) is 60 cm en die deursnee van die roomys is 70 cm.

12.1 Bepaal die oppervlakte wat blou geverf moet word. Bereken die antwoord in  $\text{cm}^2$  en herlei dit dan na  $\text{m}^2$ .

(9)

12.2 Bepaal die omtrek van die oppervlakte wat wit geverf moet word.

(4)

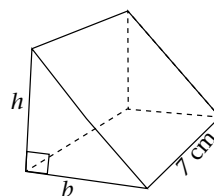
**Vraag 13**

Die volume van die driehoekige prisma is  $280 \text{ cm}^3$ .

13.1 Bepaal die oppervlakte van die basis van die prisma.

13.2 Skryf een stel moontlike waardes vir  $h$  en  $b$  neer.

13.3 Gee die kapasiteit van die prisma in liter.



[9]

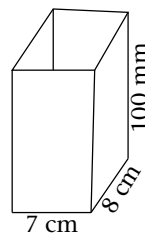
(3)

(4)

(2)

**Vraag 14**

Klaas het 'n plan geteken vir 'n oop boks met afmetings soos op die diagram aangedui. Hoeveel karton het Klaas nodig om die boks te maak?



[7]

**Vraag 15**

Stip die punt A(-1; 1) op 'n Cartesiese vlak. Doen die volgende transformasies en skryf die koördinate van elke punt neer.

15.1 Reflekteer punt A in die  $y$ -as om punt A' te bepaal.

(2)

15.2 Transleer punt A' drie eenhede na onder en een eenheid na regs om punt A'' te bepaal.

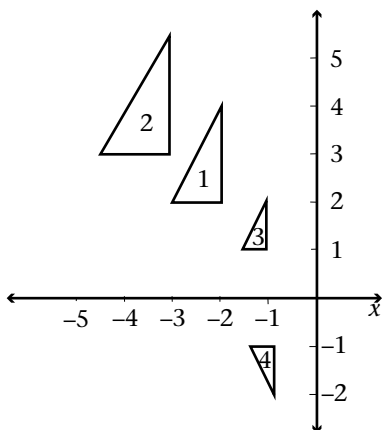
(2)

15.3 Roteer punt A''  $90^\circ$  in 'n kloksgewyse rigting deur die oorsprong om punt A''' te bepaal.

(2)

**Vraag 16****[6]**

Gebruik die diagram om die transformasie wat plaasgevind het presies te beskryf.



**16.1** Van  $\triangle 1$  na  $\triangle 2$

**(2)**

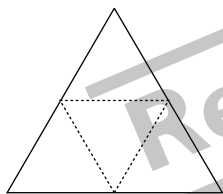
**16.2** Van  $\triangle 1$  na  $\triangle 3$

**(2)**

**16.3** Van  $\triangle 3$  na  $\triangle 4$

**(2)****Vraag 17****[8]**

Die gegewe net bestaan uit vier gelyksydige driehoeke.



**17.1** Kies die korrekte woord.

**17.1.1** Die diagram toon die net van 'n (prisma/piramide).

**17.1.2** Die net sal 'n (viervlak/twaalfvlak) vorm.

**17.1.3** Die 3D-voorwerp is 'n voorbeeld van 'n Platoniese vaste figuur met (4/6) rande. **(3)**

**17.2** Maak 'n akkurate konstruksie van een van die gelyksydige driehoeke as dit gegewe is dat die totale lengte van een sy van die net 5 cm is. (Moenie 'n gradeboog in hierdie konstruksie gebruik nie.) **(3)**

**17.3** Halveer een van die hoeke in die konstruksie. **(2)**

**Vraag 18****[2]**

'n Tolbord is in die vorm van 'n reëlmatige vyfhoek. Die laaste letters van die alfabet is op die tolbord geskryf. Lys al die moontlike uitkomst.

**Vraag 19****[3]**

Daar is 20 CD's in 'n boks: ses met hip-hop-musiek; drie met kamermusiek; vier met jazzmusiek; twee met country-musiek en vyf met klassieke musiek. Skryf die waarskynlikheid neer dat 'n CD met die volgende musiek ewekansig gekies sal word:

**19.1** hip-hop-musiek

**(1)**



- 19.2 kamermusiek of jazzmusiek (1)  
19.3 nie country-musiek nie (1)

Vraag 20 [2]

'n Muntstuk is 17 keer opgegooi. Dit het sewe keer op munt geland.

20.1 Skryf die relatiewe frekwensie neer van die muntstuk wat op kruis land. (1)

20.2 Verduidelik waarom die antwoord op vraag 20.1 nie gelyk aan 50% is nie. (1)

# Modelksamenvraestel 3 (addisioneel): November Vraestel 3 Memorandum

Tyd: 2 ure 30 minute

Totaal punte: 125

Vraag 1 [10]

1.1 Totale aantal minute ÷ aantal pasiënte = gemiddelde

$$\frac{292 + a}{17} = 18 \checkmark$$

$$292 + a = 18 \times 17 = 306 \checkmark$$

$$a = 14 \text{ minute } \checkmark \quad (3)$$

1.2 Modus: 13; 14; 18 en 23 kom elkeen twee maal voor

Dus vier modusse.  $\checkmark$  (1)

1.3

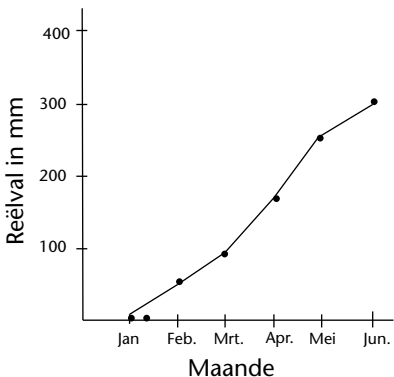
Stingel	Blare
0	8 9
①	1 3 3 4 4 5 ⑦ 8 8
2	3 3 4 5
3	0 1

Sleutel: 3 | O beteken 30 (4 punte vir diagram; 1 punt vir sleutel) (5)

1.4 Mediaan: 17 (punt vir sirkels op diagram) (1)

Vraag 2 [8]

2.1 Gemiddelde maandelikse reëlval



- (2 punte vir etikette en opskrif; 3 punte vir stip van punte) (5)  
**2.2** Variasiewydte =  $300 - 10 = 290$  mm (2)  
**2.3** Tussen April en Mei (1)

**Vraag 3** [3]

- 3.1** Populasie: ✓ Daar is net sewe laerskoolkinders in sy familie en hy het vir almal die vraag gevra. ✓ (2)  
**3.2** Die vraag lei die kinders om met die stelling saam te stem. ✓ (1)

**Vraag 4** [6]

- 4.1**  $b + c + d = 180^\circ$  (reguitlyn)  
**4.2**  $e + c + f = 180^\circ$  (som van binnehoeke van  $\triangle$ )  
**4.3**  $a = b$  (regoorstaande  $\angle$ 'e)  
**4.4**  $b = e$  (verwisselende  $\angle$ 'e,  $PQ \parallel RS$ )  
**4.5**  $a = e$  (ooreenstemmende  $\angle$ 'e,  $PQ \parallel RS$ )  
**4.6**  $g = c + e$  (buite- $\angle$  van  $\triangle =$  som van teenoorst. binne- $\angle$ 'e) (1 punt elk)

**Vraag 5** [4]

$4x = x + 10 + 50$  ✓ (buite- $\angle$  van  $\triangle =$  som van teenoorst binne- $\angle$ 'e) ✓  
 $3x = 60^\circ$  ✓  
 $x = 20^\circ$  ✓

**Vraag 6** [7]

- 6.1**  $x = 50^\circ$  ✓ (1)  
**6.2** In  $\triangle BDC$ :  $\hat{B} = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ)$  (som van binnehoeke van  $\triangle$ ) ✓  
 $\hat{B} = 40^\circ$  ✓  
 $\hat{ADB} = \hat{B}$  (verw.  $\angle$ e,  $AD \parallel BC$ ) ✓  
 $\hat{ADB} = 40^\circ$  ✓  
In  $\triangle ABD$ :  $40^\circ + 20^\circ + 2y = 180^\circ$  (som van binnehoeke van  $\triangle$ ) ✓  
 $2y = 120^\circ$ ;  $y = 60^\circ$  ✓ (6)

**Vraag 7** [6]

- 7.1**  $5x = 100^\circ$  (regoorst.  $\angle$ e) ✓  
 $x = 20^\circ$  ✓ (2)  
**7.2**  $AB \parallel BC$  as ooreenstemmende hoeke gelyk is. ✓  
As  $\frac{1}{2}y - 20^\circ = 100^\circ$  ✓  
 $\frac{1}{2}y = 120^\circ$  ✓  
 $y = 240^\circ$  ✓ (4)

**Vraag 8** [9]

- 8.1**  $AD = DE$  ( $\hat{DAE} = \hat{E}$ ) ✓  
 $AE^2 = AD^2 + DE^2$  (Pythagoras) ✓  
 $60^2 + 60^2 = 3\ 600 + 3\ 600$   
 $= 7\ 200$  ✓  
 $AE = \sqrt{7\ 200}$  cm ✓ (4)

8.2  $BC = 60 \times \frac{5}{6} = 5 \text{ cm}; AB = 130 \text{ mm} = 13 \text{ cm} \checkmark$

$BC^2 + AC^2 = AB^2$  (Pitagorus)  $\checkmark$

$5^2 + AC^2 = 13^2$

$AC^2 = 169 - 25 = 144 \checkmark$

$AC = 12 \text{ cm} \checkmark$

$DC = 12 - 6 = 6 \text{ cm} \checkmark$

(5)

Vraag 9

[6]

EIGENSKAPPE VAN HOEKLYNE VAN VIERHOEKE			
Naam van vierhoek	Parallelogram	Vlieër	.... of ....
Hoeklyne is loodreg op mekaar	Nee $\checkmark$	Ja $\checkmark$	Ja
Hoeklyne halveer mekaar	Ja $\checkmark$	Nee $\checkmark$	Ja

Vraag 10

[8]

10.1  $\triangle ABC$  is nie kongruent aan  $\triangle DEF$  nie  $\checkmark$  ( $\triangle$ )  $\checkmark$

(2)

10.2  $\triangle PQR \equiv \triangle RSP \checkmark$  ( $90^\circ$ ; SkS; S)  $\checkmark$

(2)

10.3  $\triangle PQR$  is nie kongruent aan  $\triangle YXZ$  nie  $\checkmark$  (Sye is nie gelyk nie – hulle is in proporsie)  $\checkmark$

(2)

10.4  $\triangle ABC \equiv \triangle DEF \checkmark$  (S; S; S of S;  $\angle$ ; S of  $90^\circ$ ; SkS; S)  $\checkmark$

Verduideliking:  $BC = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$  en dit is gegewe dat  $DE = DF$

(2)

Vraag 11

[2]

Al drie driehoeke is gelykvormig.  $\checkmark$

Elke driehoek het hoeke van  $50^\circ$ ,  $60^\circ$  en  $70^\circ$ .  $\checkmark$

Vraag 12

[13]

12.1 Blou oppervlakte = Totale oppervlakte – horinkie – roomys

Totale oppervlakte =  $s \times s$

=  $120 \times 120$

=  $14\,400 \text{ cm}^2 \checkmark \checkmark$

Oppervlakte van horinkie =  $\frac{1}{2} \times b \times h$

=  $\frac{1}{2} \times 70 \times 60$

=  $2\,100 \text{ cm}^2 \checkmark \checkmark$

Oppervlakte van roomys =  $\frac{1}{2} (\pi \times r^2) \checkmark$

=  $\frac{1}{2} \left( \frac{22}{7} \times 35^2 \right)$

=  $1\,925 \text{ cm}^2 \checkmark \checkmark$

Blou oppervlakte =  $14\,400 - 2\,100 - 1\,925$

=  $10\,375 \text{ cm}^2 \checkmark$

$10\,375 \text{ cm}^2 = 1,0375 \text{ m}^2 \checkmark$

(9)

12.2 Omtrek =  $\frac{1}{2} (2 \times \frac{22}{7} \times r) + \text{omtrek van horinkie} \checkmark$

=  $\frac{1}{2} (2 \times \frac{22}{7} \times 35) + 2\sqrt{60^2 + 35^2} \checkmark$

=  $110 + \sqrt{19\,300} \checkmark$

=  $248,92 \text{ cm} \checkmark$

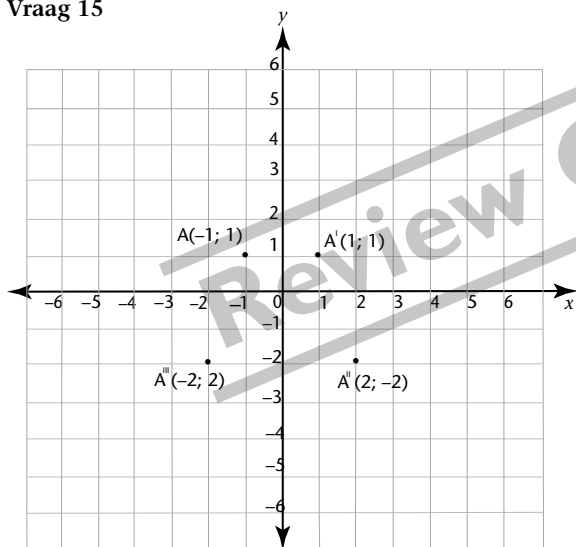
(4)

**Vraag 13****[9]**

- 13.1** Oppervlakte van basis  $\times$  hoogte = volume  $\checkmark$   
Oppervlakte van basis  $\times$  hoogte = volume  $\times 7 = 280 \checkmark$   
Oppervlakte van basis  $\times$  hoogte = volume =  $40 \text{ cm}^2 \checkmark$  (Korrekte eenheid!) (3)
- 13.2** Oppervlakte van basis  $\times$  hoogte = volume :  $\frac{1}{2} \times b \times h = 40$   
Een stel moontlik waardes kan  $h = 8 \text{ cm} \checkmark \checkmark$  en  $b = 10 \text{ cm}$  wees  $\checkmark \checkmark$   
of  $h = 16 \text{ cm}$  en  $b = 5 \text{ cm}$ , ens. (4)
- 13.3**  $280 \text{ cm}^3 = 280 \text{ ml} \checkmark$   
 $280 \text{ ml} = 0,28 \ell \checkmark$  (2)

**Vraag 14****[7]**

- 14** Totale buiteoppervlakte = oppervlakte van een basis + oppervlakte van vlakke  $\checkmark$   
Oppervlakte van basis =  $l \times b \checkmark$   
 $= 8 \times 7$   
 $= 56 \text{ cm}^2 \checkmark$   
Oppervlakte van vlakke = omtrek van basis  $\times$  hoogte van prisma  $\checkmark$   
 $= (7 + 8 + 7 + 8) \times 10 \checkmark$   
 $= 300 \text{ cm}^2 \checkmark$   
Klaas het  $356 \text{ cm}^2$  karton nodig om die boks te maak.  $\checkmark$

**Vraag 15****[6]**

(2 punte vir elke korrekte transformasie MET koördinate)

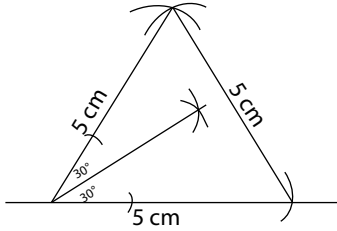
**Vraag 16****[6]**

- 16.1** Vergroting  $\checkmark$  deur die oorsprong met vergrotingsfaktor  $k = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} = 1,2 \checkmark$  (2)
- 16.2** Verkleining  $\checkmark$  deur die oorsprong met verkleiningsfaktor  $k = 2 \checkmark$   
of Vergroting deur die oorsprong met vergrotingsfaktor  $k = \frac{1}{2}$  (2)
- 16.3** Refleksie  $\checkmark$  in die  $x$ -as  $\checkmark$  (2)

**Vraag 17**

- 17.1 a piramide ✓  
b viervlak ✓  
c 6 ✓

[8]  
(1)  
(1)  
(1)

**17.2 en 17.3**

(3 punte vir driehoek; 2 punte vir halvering van hoek)

(5)

**Vraag 18**

{V; W; X; Y; Z}

[2]

**Vraag 19**

19.1  $W(\text{hip-hop-musiek}) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$  ✓

[3]  
(1)

19.2  $W(\text{kamermusiek of jazzmusiek}) = \frac{3}{20} + \frac{4}{20} = \frac{7}{20}$  ✓

(1)

19.3  $W(\text{nie country-musiek nie}) = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$  ✓

(1)

**Vraag 20**

20.1 Relatiewe frekwensie van kruis =  $\frac{10}{17}$  ✓

[2]  
(1)

20.2 Die eksperiment is nie genoeg kere uitgevoer vir die teoretiese waarskynlikheid om gelyk te wees aan die eksperimentele waarskynlikheid nie. ✓

(1)

# Hulpbronne

## Vraagwoorde: Werkwoorde om vrae/aktiwiteite in te lei

Werkwoorde lei vaardighede in wat op die onderskeie vlakke geassesseer word, van die laagste tot die hoogste kognitiewe vlakke. Hier volg 'n lys van sulke werkwoorde.

### Herroep van kennis

Benoem	Identifiseer	Selekteer
Beskryf	Kies	Verklaar
Definieer	Maak aantekeninge	Verskaf
Dui aan	Noem	Voorsien
Gee	Noem op	Vul in

### Begrip/insig

Brei uit	Onderskei tussen	Veralgemeen
Dui aan	Rangskik	Verander
Skryf oor	Regverdig	Verduidelik
Interpreteer	Skat	Vergelyk
Lei af	Tabuleer	Voorspel

### Toepassing

Bereken	Integreer	Ontdek
Bespreek krities	Konstrueer	Pas toe
Differensieer	Lei af	Stel voor
Formuleer	Los op	Verander

### Analise

Breek af	Diskrimineer	Dui aan
Lei af	Onderskei tussen	Selekteer
Differensieer	Illustreer	Skei

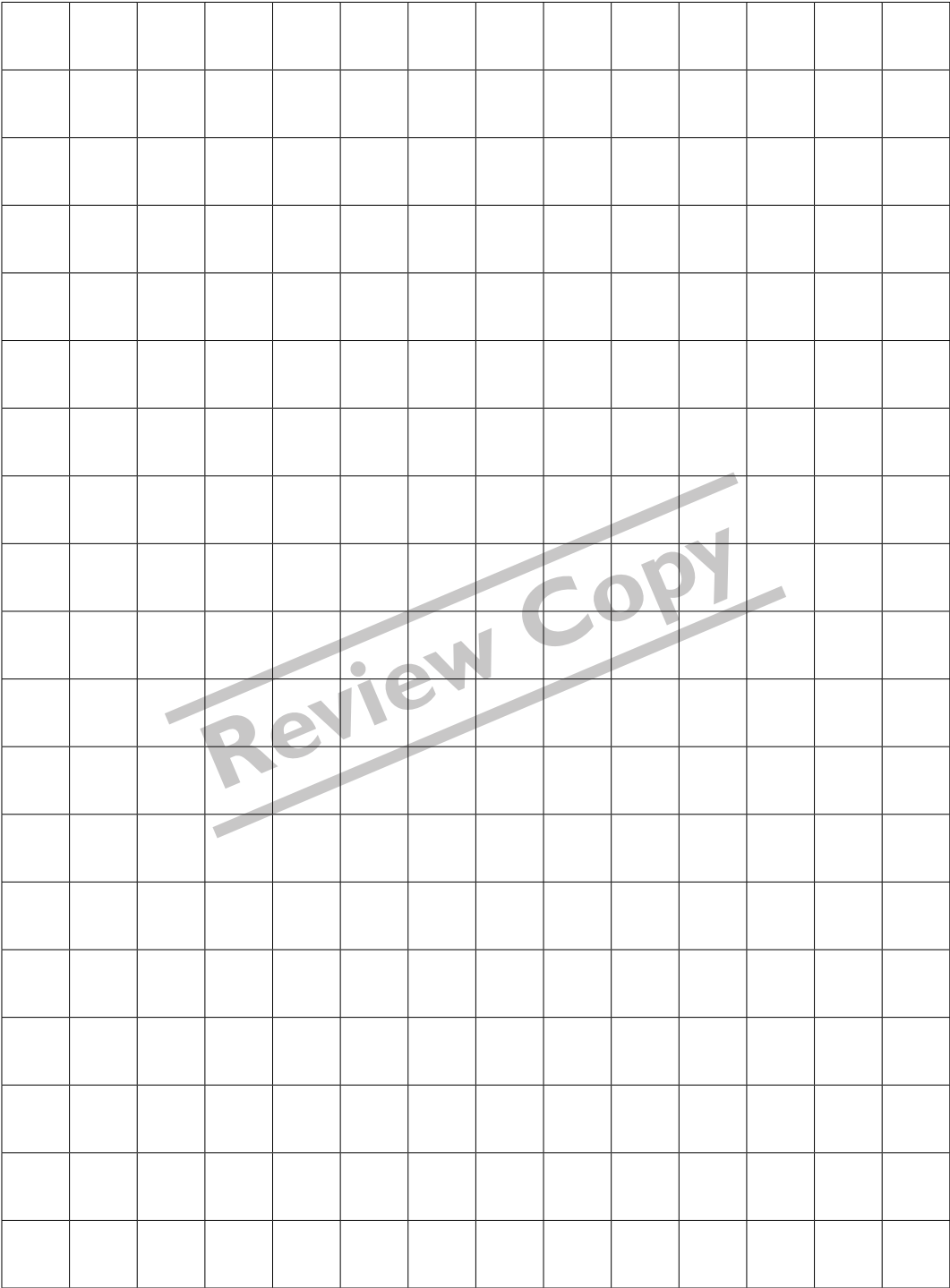
### Sintese

Skryf oor	Ontwerp	Stel op
Kategoriseer	Skat	Stel saam
Klassifiseer	Skep	Vorm
Kombineer	Som	

### Evaluering

Interpreteer	Onderskei tussen	Vergelyk
Kontrasteer	Ondersteun	Verifieer
Kritiseer	Regverdig	Waardeer
Lei af	Som op	

**1 cm-ruitenetpapier**



0.5 cm-ruitenetpapier

